LLULL, vol. 4, 1981, 87-115

EL PROGRESO MATEMATICO (1891-1900)
Un estudio sobre la primera revista matemática española

MARIANO HORMIGON
Seminario de Historia de la Ciencia y de la Técnica de Aragón
ZARAGOZA

Introducción

Zoel García de Galdeano y Yanguas (1846-1924) nació en Pamplona. Alcanzó sucesivamente los títulos de perito agrimensor, maestro, licenciado en Filosofía y Letras y, finalmente, en 1971, en Ciencias Exactas. Fue catedrático de los Institutos de Ciudad Real, Almería y Toledo, y de la Facultad de Ciencias de Zaragoza, desde 1889 hasta 1918, en que se jubiló. Murió en Zaragoza en 1924.

Más de 190 trabajos sobre todos los campos del conocimiento matemático son una prueba de la dedicación de García de Galdeano y de su esforzado entusiasmo. Pero no sería más que eso: un gran trabajador, o quizá un elemento decorativo de la panoplia de glorias regionales, si el contenido de tales trabajos hubiera carecido de interés. Hasta ahora la aproximación más habitual a la figura de García de Galdeano era de esta índole. Se alababa su preocupación y su esfuerzo, pero por no tomarse la molestia de leer sus obras, las valoraciones de los comentaristas del periodo se limitaban a copiar los juicios que en su día hiciera Rey Pastor. Pero no es así. García de Galdeano es en toda la dimensión de la palabra un matemático de su tiempo y, en España, una figura necesaria sin la que resulta muy difícil explicar la evolución positiva y progresiva de la comunidad matemática española en el primer tercio del siglo actual. García de Galdeano es un matemático consciente de la doble transición que se debía producir en España. Porque a la necesidad de importar, con el énfasis preciso, los cambios cualitativos habidos en la comunidad matemática internacional, había que añadir los específicos del contexto español.

Entre 1891 y 1900 García de Galdeano desarrolla la empresa de *El Progreso Matemático,* en la que llama la atención el esfuerzo personal cuantificable en número de páginas escritas que suponen el soporte material de la publicación en sus dos épocas. En la revista, la firma del director aparece tras todos los temas posibles, y en todas las ocasiones con notable adecuación. Su trabajo en la revista es el de un comodín, tanto desde el punto de vista de redacción como de impresión. Así, en el inicio de la publicación, junto a la serie de artículos sobre Geometría (proyectiva, del triángulo y algebraica), aparece una de las vertientes más positivas del trabajo de García de Galdeano: las recensiones bibliográficas. Desde las páginas de *El Progreso Matemático,* García de Galdeano anunció, comentó y recomendó gran número de obras matemáticas destacables por su singularidad innovadora. Gracias a la preocupación de García de Galdeano, los matemáticos españoles pudieron conocer suficientemente al día la existencia y contenido de las obras de Darboux, Peano, Veronesse, Battaglini, Borel, Alexandrov y muchos otros. También se deben a la pluma del director la mayor parte de los comentarios sobre la situación de las diferentes instituciones matemáticas europeas, tópico al que contribuyó con aportaciones originales en reiteradas ocasiones.

En 1895 se cierra la primera serie de la revista por problemas económicos, ya que el número de suscriptores no llegaba al centenar.

En 1899 reaparece *El Progreso Matemático* con una idea clara: la de sensibilizar a la opinión y a los poderes públicos ante las inminentes reformas educativas. Por eso los trabajos de la segunda época de la revista giraron en torno al problema de la organización de los estudios de Matemáticas del Estado español.

Una vez realizada la reforma de García Alix[1], y salvada la existencia de los estudios matemáticos en España, *El Progreso Matemático* desapareció definitivamente.

Se ha dicho, un poco apresuradamente, que García de Galdeano no fue un creador. Es una verdad a medias, porque si bien sus preocupaciones fundamentales en estricta ciencia positiva estuvieron más próximas al trabajo de importar lo mejor y más moderno, con respecto a lo que fue su especialidad: la crítica matemática, sí que fue un hombre original y descollante, que si no traspasó las fronteras de las historias matemáticas se debió más al aislamiento de sus propios colegas hispanos que a la carencia de contenido de sus trabajos y a su visión de su futuro.

A su muerte, unas páginas de compromiso en la *Revista Matemática Hispano-Americana,* y unas líneas en la memoria anual de la Academia

de Ciencias de Zaragoza cerraron un importante capítulo de la historia de las Matemáticas en España. Mas para ejemplo de científicos de todas las generaciones quedarán las lapidarias frases de su hoja de méritos y servicios: "Me he gastado próximamente 7000 duros en mi Biblioteca Matemática (mi arsenal). (Me he gastado próximamente) 7000 (duros) en mis publicaciones de propaganda. Y vivo con privaciones que otros no tienen".

EL PROGRESO MATEMATICO

1. Introducción general

A lo largo de su vida profesional, García de Galdeano se refirió en varias ocasiones a la aventura de *El Progreso Matemático,* pues algo de aventura tuvo la decisión de publicar una revista de carácter estrictamente matemático en la última década del siglo XIX español. Lo primero que descuella en tal iniciativa es la sensibilidad de García de Galdeano para comprender cuáles eran los pasos institucionales necesarios sobre los que debía construirse la nueva Matemática. En efecto, a lo largo del siglo XIX se va extendiendo, desde los centros científicos más adelantados, la necesidad de tener órganos propios de expresión. Los cauces de la reducida comunidad científica del siglo XVIII se hicieron estrechos en las sucesivas oleadas marcadas por las distintas escuelas que se sucedieron a lo largo del XIX. El libro quedó en un segundo plano como instrumento de investigación y, en todo caso, fue sustento de paradigmas más o menos parciales y coyunturales. El progreso se determinó sobre la base de las publicaciones periódicas. Y aquí es donde entra la fina percepción de García de Galdeano: por medio de una revista se podían conseguir tres objetivos: Primero, divulgar, en forma de artículos y reseñas, teorías actualizadas de contenido matemático y, sobre todo, muchas ideas sobre cuál era la situación de las matemáticas en las postrimerías del siglo XIX. El segundo objetivo a cubrir era la posibilidad de poder publicar trabajos originales de mayor o menor enjundia (más lo segundo que lo primero) con el estímulo subsiguiente para los matemáticos nativos y con la posibilidad de interesar a algún matemático foráneo. La tercera meta se establecía en el intercambio de revistas[2]. Los tres objetivos se cumplieron con *El Progreso Matemático* y si la publicación murió no fue por causa del resultado fallido de ninguno de estos planteamientos, sino por el problema de la incultura matemática general, que incidió en el escaso número de suscriptores —que nunca superaron el centenar— y en la ausencia de interés real por el desarrollo de las matemáticas en el país por parte de los poderes públicos, que abandonaron a su suerte a la revista en el aspecto económico.

Pero con esa empresa voluntarista se consiguió además que, al menos nominalmente, la comunidad matemática española fuera tenida en cuenta a nivel internacional. En algunos organismos internacionales, como la Comissión Permanente du Répertoire bibliographique des Sciences Mathématiques o el Comité de Patronage de l'Enseignement Mathématique, comenzó a figurar el nombre de España, representada por García de Galdeano.

2. Morfología de la revista

Es la habitual de las revistas matemáticas de la época, parcialmente enriquecida. Contaba con las siguientes secciones:

1. Artículos y memorias sobre temas matemáticos (sección doctrinal).

2. Sección bibliográfica.

3. Artículos sobre filosofía, pedagogía e historia de las matemáticas.

4. Asuntos de información varia.

3. La sección doctrinal

En otra parte se ha expuesto el índice de los artículos originales publicados en los seis tomos que forman la colección de la revista[3] y cuya temática es obviamente desigual. En las páginas de *El Progreso Matemático* aparecieron artículos de Peano, Césaro, Brocard, Lampe, Lemoine, Loria, Vivanti y otros sobre muy diversos temas. Abundan las "notas" relativas a cuestiones particulares, además de problemas de carácter general de análisis, geometría (sobre todo del triángulo), lógica, álgebra y aritmética. En ninguno de ellos hay asombrosas aportaciones. Pero lo que sí es relevante es el hecho de que esos autores se acercaran a publicar sus ideas en una revista matemática editada en una provincia española. Este dato, significativo del crédito y personalidad internacionales de García de Galdeano, hubiera servido para justificar históricamente por sí solo su labor.

La aportación de los matemáticos españoles es desigual, y en todo caso cabe distinguir entre los trabajos de García de Galdeano y el resto. Como valoración global cabe señalar que la inmensa mayoría de los matemáticos que trabajaron en España en la última década del XIX enviaron su colaboración. En el índice de la revista aparecen entre otros, Horacio Bentabol y Ureta, interesante autor en el que las preocupaciones científicas y sociales se entremezclaron; Bozal, que fue más adelante

director de la *Gaceta de Matemáticas Elementales;* Clariana, catedrático de Barcelona de cuyos méritos se hicieron eco Rey Pastor y Orts Aracil; el comandante Durán Lóriga, eslabón de la cadena de militares científicos; el controvertido Gabriel Galán, que en esa época escribía de Geometría, etc.

En las páginas de *El Progreso Matemático* comenzaron su carrera de publicistas Jiménez Rueda y Octavio de Toledo. Por último cabe citar como colaboradores a los entonces ya consagrados autores Atanasio Lasala, Augusto Krahe, Ríus y Casas, y Eduardo Torroja.

4. Ventura Reyes y Prósper

Capítulo aparte merecen los trabajos de Ventura Reyes y Prósper. La figura científica de Reyes y Prósper es uno de los ejemplos de cómo se ha despilfarrado el talento de los hombres de este país. Viajero incansable, lo que le permitió conocer el francés, inglés, italiano y alemán, sabía además latín y tenía nociones de sueco, noruego, ruso y griego. Contaba entre sus amigos a Klein y Lindemann y era hombre de fina perspicacia científica. Se distinguió por sus trabajos de Ciencias Naturales que le llevaron a formar parte del Comité Ornitológico Internacional, y también por su aportación a las matemáticas, sobre todo en las áreas de geometrías no euclídeas y lógica. Sobre esas temáticas versaron sus colaboraciones en la revista. Desde el punto de vista matemático su trabajo más importante es la "Nota acerca de la Geometría Proyectiva sobre la superficie esférica" [4], fechado en Madrid en diciembre de 1891, aunque a la sazón se encontraba como catedrático del Instituto de Teruel. Dicha "Nota" es una recensión explicativa de uno de los artículos que Reyes y Prósper publicó en los *Mattematische Annalen* en 1887[5] sobre la geometría proyectiva sobre el plano, inspirada en la orientación de Klein y Steiner, y que sirvió a Pasch para sus trabajos de axiomatización de la Geometría sin hipótesis sobre el paralelismo. En el artículo de 1887 que Reyes recogió en las páginas de *El Progreso Matemático,* la cuestión central era la demostración del teorema de Desargues[6], sin considerar ideas métricas o referencias al infinito. San Juan Llosá[7] opinaba que este trabajo de Reyes y Prósper era el único que, procedente de un matemático español anterior a Rey Pastor, había sido incorporado a la ciencia universal.

En el entorno de la Geometría hizo Reyes y Prósper algunas otras aportaciones desde las páginas de la revista, fundamentalmente de incitación al campo de las geometrías no euclídeas, enfocadas bien desde una perspectiva doctrinal, bien desde un punto de vista histórico sobre el que dio a conocer o divulgó las figuras de Bolyai y Lobachevsky.

Quizá todavía más importantes sean los artículos sobre lógica y sobre los lógicos. Y ello no por el interés del descubrimiento que fue superior en sus problemas geométricos, sino por la novedad de la incorporación de un área científica totalmente desconocida en España. Felizmente, la personalidad y escritos lógicos de Reyes y Prósper han merecido más atención que los de otros autores, como prueban los trabajos de Juan Antonio del Val[8].

Lo que demuestran los trabajos sobre lógica de Reyes y Prósper es una fina curiosidad científica por lo poco conocido. Habiendo tomado contacto con los temas de lógica en su viaje a Alemania en 1877, se dedicó con cierta intensidad, compartida por su tropismo geométrico, al estudio de esta ciencia. Como señala Del Val, sus breves trabajos no contienen aportaciones sorprendentes al desarrollo de la lógica. Son, sobre todo, aproximaciones cuasihistóricas al trabajo de los lógicos (tendencia también manifestada en el campo de la Geometría) y trabajos de introducción en los temas lógicos para facilitar la lectura y comprensión de elaboraciones fundamentales.

Si hubiera que hacer una calificación de los escritos lógicos de Reyes y Prósper cabría decir que son sugerentes. No pretende —o si lo intentó, fracasó en ello— evitar la lectura de los textos fundamentales, sino dar ideas sobre el tema. De esta manera, no hay razón para la sorpresa expresada por Del Val[9] sobre la forma en que están escritos los artículos, que, según él, "presuponen un conocimiento del tema por parte del lector". A fin de cuentas, en los artículos de una revista especializada esa presunción está siempre presente. Para conseguir una aproximación al tema hay que leer un manual, y ni una revista tiene espacio para eso, ni Reyes y Prósper debió de considerar que debían utilizarse las páginas de *El Progreso Matemático* para tal menester, máxime cuando estaba realizando la traducción de las *Vorlensungen* de Schroeder, que según Del Val, parece no llegó a concluir.

Los biógrafos del profesor Reyes y Prósper han destacado su exotismo aparencial. Desaliñado, despistado, viajero exterior e interior y recluido en Toledo ante el cierre de todas las puertas que le permitieran un ensamblaje más directo con la comunidad matemática española y una profundización en el estudio de las matemáticas. Mas ese aire exótico trascendió a su propia producción, ya que si sus primeros trabajos (El Catálogo de Aves y los dos artículos de los Mattematische Annalen) son de corte clásico, a partir de su primer artículo en *El Progreso Matemático* se aprecia una cierta singularidad en los títulos, en los contenidos y una carga ácida respecto a la bien (o por lo menos funcionarialmente) instalada "inteligencia" española. Su primera colaboración en la revista de

García de Galdeano —que en 1891 bien podría haber tratado de un tema de ciencia-ficción— lleva el título de "El raciocinio a máquina"[10]. En él vierte algunos conceptos difícilmente asimilables por las corrientes culturales españolas mejor instaladas, cuya hidalguía sólo podía ceder un lugar, en la cumbre de la intelectualidad, a los países bañados por el Mediterráneo. Las áreas anglosajonas o eslavas se asimilaban intuitivamente con el frío, el protestantismo, el error y la barbarie. Y parecidas valoraciones peyorativas merecían las culturas asiáticas o americanas.

En "El raciocinio a máquina" Reyes y Prósper parte con una provocación: los pueblos bárbaros del septentrión son depositarios de la herencia de Aristóteles. Y aunque explicita solamente dentro del legado aristotélico, el capítulo de la lógica, valorando las aportaciones de Boole, Morgan, Schroeder, Peirce y otros, y matiza la provocación con las referencias a Peano y Nagy, la hipérbole sirve para interesar al lector en el desarrollo del tema de las máquinas lógicas.

Este curioso sesgo exótico de las preocupaciones científicas de Reyes y Prósper en los años finales del siglo XIX, podría intuirse directamente a partir de las mismas áreas de especialización elegidas: geometrías no euclídeas y lógica simbólica. Pero aún hay rasgos que acentúan más ese carácter. Así, por medio de artículos o recensiones dio a conocer la existencia de matemáticas actuales en la India o Japón[11]. En la *Gaceta de Matemáticas Elementales* publicó un comentario de los "Geometric Exercises in paper folding" del matemático indio Sundara Row, y en el único trabajo que tuvo a bien publicar la revista de la Academia de Ciencias de Madrid trató del tema de la Escuela Japonesa de Matemáticas del siglo XVII, de Seki.

Aunque soltero, como García de Galdeano, quizá porque como éste hizo suyos los versos de Schiller: "El adorador de la diosa no debe buscar en ella a la mujer" [12], su último gesto fue el contraer matrimonio poco tiempo antes de su muerte con una muchacha de su familia para conseguirle una ayuda póstuma.

Como se decía antes, la figura de Reyes y Prósper es un ejemplo de despilfarro intelectual de una época y de un país. Intelectual valioso, científico imaginativo, matemático capaz y reconocido internacionalmente, en su patria se vio obligado a firmar seis oposiciones y solicitar nueve concursos de traslado (como señala Del Val, la mayor parte de las veces sin éxito). Comenzó su carrera docente como catedrático de Historia Natural del Instituto de Teruel en 1891, fecha en la que su interés por las matemáticas era ya muy superior al que tenía por las ciencias de la Naturaleza; por ello debió volver a opositar al año siguiente para poder

explicar esta asignatura y consiguió la cátedra del Instituto de Albacete, pero se vio privado de su plaza por una reducción administrativa y obligado a enseñar Física y Química hasta 1907, en que pudo dedicarse a su disciplina favorita en el Instituto de Toledo. No pudo acercarse al Instituto de San Isidro, de Madrid, ni consiguió plaza en la Universidad.

5. La obra doctrinal de García de Galdeano en "El Progreso Matemático"

La obra de García de Galdeano se engrosó poderosamente con la publicación de *El Progreso Matemático.* Escribió de todo y sobre todo (dentro de las matemáticas) y hubo de ser director, redactor jefe, gerente y corrector de pruebas al mismo tiempo, además de catedrático. En las páginas del *Progreso* redactó artículos de presentación, doctrinales, reseñas bibliográficas, necrologías y crónicas de alcance ciudadano. Los trabajos doctrinales tienen dos épocas, al igual que la revista. En la primera, siendo catedrático de Geometría Analítica, sus aportaciones se inscribieron dentro de esta temática, salvo algún breve escarceo en el área del imaginarismo. Los trabajos de la segunda época giraron en torno al problema de la organización de las matemáticas, en una sorda batalla con el poder central para conseguir una institucionalización real de la enseñanza y profesionalización matemáticas.

5.1. Los temas geométricos

Divididos temáticamente, los artículos de García de Galdeano sobre Geometría son:

1. Geometría del triángulo.
2. *a)* Teoremas, problemas y métodos geométricos. *b)* Sistemas.
3. Evolución de la Geometría proyectiva.
4. Notas.

5.2. La Geometría del triángulo

Aunque parezca insólito en las perspectivas cientistas de las postrimerías del siglo XX, el tratamiento de la Geometría del triángulo en las páginas de *El Progreso Matemático* era un signo de modernidad. Desgraciadamente, las historias generales de las matemáticas que se reconstruyen en la actualidad tienden a elaborar la ciencia bajo los esquemas, excesivamente rígidos, de los paradigmas de nuestro tiempo. Ello comporta un falseamiento de la historia y además priva a los investigadores actuales de posibles estímulos procedentes de ramas que se han considerado muertas o conclusas desde la generación anterior. Tal actitud, aunque justificable desde los medios en que se crean las matemáticas, es, his-

tóricamente, nefasta. Para corroborar tan rotunda afirmación no hay más que echar un vistazo a los problemas que el siglo XVII dejó planteados y que al ser reelaborados en el XIX dieron origen a poderosas líneas de investigación científica, cuyo paso más sobresaliente sea quizá el enlace Desarques-Poncelet, aunque existe un hilo conductor claro en muchas parcelas de la investigación matemática que tienen su origen en resultados del siglo XVII[13]. La Geometría del triángulo, que normalmente ahora no se trata en absoluto ni a nivel docente, casi no se considera como dato real en la historia de las matemáticas.

En la *Historia General de las Ciencias,* dirigida por Taton[14], el tema se despacha en nueve líneas, a pesar de ser eminentemente francés: "El estudio de los problemas relativos a los triángulos y a los círculos, cultivado ya desde el siglo XVIII por Euler y Wallace, interesó a numerosos geómetras de comienzos del siglo XIX, desde Malfatti, Gergonne, Poncelet, Crelle y Feuerbach (1822) hasta Steiner. Desde 1873, Lemoine y Brocard, seguidos de numerosos discípulos, crearon una verdadera *geometría del triángulo.* Este dominio pintoresco y de compleja descripción rebosó pronto de puntos, rectas, círculos, curvas y teoremas de nombre más o menos ilustre; mas, pese a algunos enunciados elegantes y a ciertos virtuosismos de demostración, se comprueba que casi siempre estos trabajos se resuelven en una interesante apelación a la erudición o al artificio, sin enfrentarse con problemas fundamentales desde el punto de vista más general". Pero desde el punto de vista que nos ocupa no es éste el enfoque que interesa. Es cierto que la Geometría del triángulo se convirtió en un conjunto de fórmulas mediante las que se calculaban detalles más o menos curiosos de un triángulo. Tal arsenal formulístico podía hacer estragos en la orientación científica de la comunidad matemática, pero desde las perspectivas concretas de la última década del siglo XIX tenía ciertos aspectos interesantes que es justo ponderar.

En primer lugar, la Geometría del triángulo pudiera decirse que rindió un cierto servicio de afirmación realista a todo el pensamiento geométrico un tanto perplejo durante el siglo XIX por la aparición de las geometrías no euclídeas. Esto es, mientras unos matemáticos buscaban con interés nervioso la fundamentación rigurosa de la Geometría (y tras las agudas e inteligentes posiciones críticas de Helmholtz, de todas las matemáticas), otros fijaban su estudio en la "ciencia de la extensión" a partir del estudio del más sencillo de los polígonos. La verdad es que siempre ha resultado sugestivo el estudio del triángulo que cuenta con unas propiedades un tanto misteriosas. Un buen aprendizaje en Geometría elemental es clarificador de construcciones más generales y abstractas. Y una observación reflexiva de los hechos de la Geometría del trián-

gulo, en las primeras etapas del aprendizaje, puede producir una eficacia investigadora que las formulaciones más abstractas amputan. La lectura inteligente de las relaciones geométricas pueden producir un impacto de curiosidad necesaria para la formación del investigador. Einstein, por ejemplo, se refiere a su formación geométrica en los siguientes términos: "A los doce años experimenté... una... extrañeza... con un librito sobre la geometría euclídea del plano que cayó en mis manos al comienzo de un año escolar. Allí había teoremas, como, por ejemplo, el de la intersección de las tres alturas de un triángulo en un punto, que —aunque en modo alguno evidentes— podían demostrarse con tal seguridad que cualquier duda parecía fuera de lugar. Esta claridad y seguridad produjeron en mí una impresión indescriptible. El que los axiomas hubiese que aceptarlos sin demostración no me inquietaba. En realidad me bastaba por completo con poder basar las demostraciones sobre proposiciones cuya validez no me parecía dudosa[15].

Estas reflexiones pueden servir de prólogo al estudio del serial que García de Galdeano dedicó a la "Evolución de la Geometría del triángulo" [16]. El enfoque global del tema se basa en dos cuestiones: la primera, que el tema tiene modernidad, puesto que la aparición y desarrollo de la Geometría del triángulo propiamente dicha es resultado de las comunicaciones presentadas por Emile Lemoine a los congresos de Lyon y Lille de la Association Française pour l'Avancement des sciences de 1873 y 1874, y que llevan por título respectivamente: "Sur quelques proprietés d'un point remarquable d'un triangle" y "Note sur les proprietés du centre des medianes antiparalleles dans un triangle" [17]. A partir de estos trabajos, el tema se instauró con todas las preeminencias en los congresos anuales de la Association Française pour l'Avancement des Sciences y fue tratado en numerosos artículos de publicaciones como *Mathesis, The Educational Times* o los *Archives der Physik und Mathematik.* El desarrollo de esta nueva rama de la Geometría fue tan vertiginoso que, en 1889, en el congreso de la mencionada Asociación Francesa, Vigarié presentaba un "Esquisse historique sur la marche du développement de la Géometrie du triangle". En dicho trabajo se inspiró García de Galdeano para realizar sus artículos. Inspiración solamente y no plagio que puede corroborar la estrecha relación que mantuvo el catedrático de Zaragoza con los matemáticos franceses citados, que colaboraron asiduamente en *El Progreso Matemático.* Es natural que para García de Galdeano el aval de la comunidad matemática francesa fuera más que suficiente para estimular el estudio y la investigación de la nueva disciplina. Un último dato nada más para situar el tema de la Geometría del triángulo en la órbita adecuada. En 1903, la comisión formada por Poincaré, Picard, Appell, Jordán y Darboux, en la que actuó como ponente

este último, otorgaba el Premio Francoeur de la Academia de Ciencias de París a Emile Lemoine por el conjunto de sus trabajos geométricos.

5.3. Teoremas, problemas y métodos geométricos

Con este título publicó García de Galdeano una larga serie de trabajos que constituyen la primera parte de la Geometría general. En el comienzo de la década de los 90 todavía no había llegado al cenit de su influencia Torroja (y sus discípulos), y García de Galdeano pudo decir cosas sobre esta materia en la que lo más habitual en España eran las obras de Echegaray, Domínguez, Ortega y algunos otros. Transcurrida la primera etapa de *El Progreso Matemático,* García de Galdeano abandonaría la Geometría (incluida la cátedra) y se dedicaría completamente al Análisis y a las especulaciones sobre filosofía de las matemáticas y a los problemas de educación matemática.

Salvando el tema de las recensiones bibliográficas que más adelante se comentan, su primer trabajo doctrinal en la revista de tema geométrico fue sobre "Las equivalencias y sustituciones en los teoremas y en los problemas geométricos" [18] en el que ensaya una primera aproximación comprensiva a la Geometría a partir de la obra de Chasles sobre los porismas de Euclides, aspecto que ya había desarrollado en la segunda edición aumentada de su *Geometría Elemental* de 1888.

La lectura de las siete páginas escasas de que consta el artículo es difícil porque aquí el método de García de Galdeano que pretende exponer de una forma comprensiva los puntos de vista de Chasles y Euclides a un tiempo, obliga a tales cambios de situación que los punto y aparte se convierten en soluciones de continuidad drásticas del mismo hilo conductor del discurso.

A pesar del título que da idea de que el trabajo va a versar sobre equivalencias y sustituciones, parte de una definición, confusa por otro lado, de Geometría como "un encadenamiento de proposiciones que, partiendo de un reducido número de conceptos fundamentales perfectamente definidos, llega por su combinación continuada a relaciones cuyo número es cada vez más considerable" [19]. La definición, que pretende serlo del método euclidiano, introduce una valoración cuantitativa que nada tiene que ver con esa parte del pensamiento científico que la Humanidad ha dado en llamar Geometría. Quizá García de Galdeano estuviera ya pensando en lo que matizaría más correctamente en elaboraciones posteriores sobre la necesidad de existencia en vías abiertas de investigación para poder denominar "ciencia" a una parte del Saber, pero desde luego no lo dice.

En realidad el trabajo sobre las equivalencias es una reflexión sobre las relaciones entre recta y circunferencia, lo que le da pie para exponer las diferencias entre las metodologías analítica y sintética y un amontonamiento de definiciones de interés en Geometría. El pobre resultado de este artículo merece una reflexión sobre el método de enseñanza de García de Galdeano. Presentar una colección de ideas sobre el estado de una ciencia exige un plan, pero exige también espacio suficiente para poder exponer las diferentes vías de introducción al estudio de un determinado tema. Tanto es así que podrían entenderse como incompatibles el método de enseñanza y los artículos breves. Sea como fuere, García de Galdeano dejó inconcluso el tema de las equivalencias y sustituciones, que fue sustituido por una larga serie bajo el más genérico título de "Teoremas, problemas y métodos geométricos", con énfasis en los métodos (que García de Galdeano tipografió en versales negritas de tipo mayor que la parte primera del título). Esta serie comenzó a aparecer en marzo de 1892 y llegó hasta el año 1894. Pero en realidad la serie de artículos no es original, puesto que consta estrictamente del contenido del tomo primero de la *Geometría General,* que se publicó en Zaragoza en 1892.

5.4. La evolución de la Geometría proyectiva

En el tomo I de *El Progreso Matemático* introdujo García de Galdeano una breve historia de la Geometría proyectiva que él mismo incluyó en el apartado de estudios históricos, al contrario de lo que hizo con otros temas también abordados históricamente, pero que incluyó en la sección doctrinal.

El tema era interesante e importante para el proceso de actualización de las ideas matemáticas en España, pero su presentación no fue excesivamente feliz. Y, no tanto por su contenido, en buena medida tomado prestado del formidable *Aperçu historique* de Chasles, como por la curiosa reconstrucción racional de la historia de la Geometría proyectiva. La aproximación al tratamiento histórico tiene algo de crónica de corresponsal de guerra. Algunos ejemplos lo explican mejor: "La importante evolución que realizó Descartes *sometiendo* la Geometría al Análisis Algebraico", "Múltiples fueron las direcciones de la Geometría bajo el impulso que le dieron los talentos que honraron la institución fundada por Monge, y que ha contribuido a dar un periodo de gloria científica a la Francia", "La institución de la Escuela Politécnica favoreció el espíritu de propaganda". Estos breves ejemplos pueden bastar para hacerse una idea de cómo algunos han escrito en España la historia de las Matemáticas, hasta tal punto que las expresiones "esclarecido geóme-

tra", "timbre de gloria", "el gran..." casi ni llaman la atención[20].

El trabajo está inconcluso y realmente no cubre más que el breve recorrido de la evolución de la Geometría proyectiva desde Monge a Poncelet. García de Galdeano coloca el habitual "se continuará" al final de la parte que termina en la página 258, pero no lo continuó porque, como se ha dicho antes, a partir del tomo II, se dedicó a incluir los trozos de la parte primera de la *Geometría General.* Desde el punto de vista de la interpretación de la historia de la Geometría en el siglo XIX, el problema no es grave, puesto que sus ideas están recogidas en sus libros; pero es de lamentar, dado que la visión en la Geometría general es globalizadora, el que no se tengan elementos para extrapolar su opinión sobre las construcciones específicas de la Geometría proyectiva posterior a la escuela de Monge.

Es de valorar positivamente la visión con que analiza la evolución de la Geometría a lo largo del siglo XVIII, después de haber "sucumbido" ante el Análisis por obra de las ideas cartesianas. En este trabajo aparece ya la idea de la diferencia entre el "tipo" de Geometría característica del XVIII, que para García de Galdeano presenta un desarrollo artificioso en las líneas de investigación, y la Geometría representativa del siglo XIX. También es justa la interpretación del papel jugado por Monge en la renovación de las orientaciones de la Geometría. No obstante, y en esto es en lo que más se echa en falta la inconclusión del trabajo, deja sin definir los antecedentes de ruptura característicos del siglo XVIII (Lambert, Sacheri) y sus importantes desarrollos del XIX. Tampoco queda claro el hecho de que fuera precisamente la Geometría proyectiva, en su concepción más global, la rama más conservadora y continuista respecto a la matemática clásica y moderna, sobre todo si se tienen en cuenta los agudos planteamientos críticos que hubo de soportar la Ciencia en general y la Geometría y la Aritmética en particular, a lo largo del siglo XIX. Aunque no lo expresa, sí que puede deducirse de la lectura del trabajo el papel de Monge, Brianchon y Poncelet (autores sobre los que concentra el máximo interés), que, aunque fue renovador, se sustentó de hecho sobre los desarrollos desargueanos del paradigma clásico y con una metodología perfectamente instalada en las coordenadas del paradigma langragiano.

5.5. Un artículo singular

Merece destacarse como corresponde un breve artículo sobre los poliedros de cuatro dimensiones[21] publicado en el tomo segundo de la revista (1892). Es un trabajo interesante por tres conceptos: primero, porque se reconoce en él al matemático poseedor de las primicias de

resultados científicos; segundo, porque es un artículo científicamente osado, ya que desarrolla un aspecto que pudo suscitar la hostilidad e incluso la burla de sus colegas; y tercero, por su construcción.

La Geometría de más de tres dimensiones tuvo en España una recepción muy difícil. A pesar de las noticias y líneas de trabajo expuestas desde las páginas de *El Progreso,* la entronización —en España— de la Geometría descriptiva sujetó las aportaciones en este campo al espacio de tres dimensiones. Pero esta sujeción fue artificiosa y acientífica, y no tuvo nada que ver con la crisis de la concepción de espacio geométrico que tuvo lugar en el siglo XIX. Esa adopción tuvo más que ver con la comodidad de desenvolvimiento de la escuela de Torroja que con una opción científica postulada.

En esta perspectiva, el artículo de García de Galdeano merece el calificativo de osado. También es historiable el hecho de que utilice la introducción de la Geometría de cuatro dimensiones a partir de la de tres, con el soporte de los poliedros, y no desde la mecánica, que fue la línea "natural" de superación de las dimensiones del espacio ordinario en el paradigma lagrangiano.

El núcleo del artículo se basa en el trabajo de Schelegel aparecido en los "Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo" [22] sobre el método para representar en el plano los sólidos homogéneos de *n*-dimensiones. García de Galdeano se ciñe al estudio particular de los seis cuerpos regulares de cuatro dimensiones y a las proyecciones de estos cuerpos en el espacio de tres dimensiones y en el plano para facilitar su visualización. Pero lo que más llama la atención de todo el artículo es el colofón que coloca al mismo, pues aporta una relación de dieciocho memorias de Hoppe, Schlegel, Goursat, Loria y otros, correspondientes a los años 1880-91, en los que se encuentran los más modernos resultados sobre el tema y las líneas fundamentales de investigación.

6. La Sección bibliográfica

Constituye la parte más valiosa de la revista desde el punto de vista histórico. Los temas estrictamente matemáticos no podían pasar, dado el nivel cultural de la comunidad científica española, de un discreto renglón de exposición novedosa, en lo más enjundioso, o de un imaginativo resultado, más concerniente a la brillantez individual que al proceso de producción científica.

Sin embargo, el trabajo bibliográfico pudo rayar desde el principio a alto nivel. Y la causa hay que depositarla en el amplio margen de selección con que pudo jugar García de Galdeano para formar esta sección,

habida cuenta de la tremenda carencia informativa que la comunidad matemática española tenía en todas las áreas temáticas. La labor de recensión bibliográfica descansó casi exclusivamente en García de Galdeano, que tuvo necesariamente que realizar un esfuerzo para leer primero y escribir después sobre textos de una profundidad y mérito matemáticos incontestables. Todas las áreas entraron en liza y en todas se encuentran obras notables que fueron dadas a conocer en España a partir de las recensiones de la revista.

Hay que señalar que las recensiones no son comentarios para salir del paso, escritos sobre el índice. Son largas exégesis en las que se deshilvana y, en cierta manera, se facilita, pero no se sustituye, la lectura del libro comentado.

Para facilitar la exposición se dividen las reseñas en las siguientes partes:

1. De Geometría
2. De Análisis.
3. Otros aspectos parciales matemáticos desde un punto de vista analítico.
4. De Lógica, Filosofía e Historia de las matemáticas.
5. De las publicaciones periódicas.

6.1. Recensiones de los libros de Geometría

Las obras de Geometría comentadas en las páginas de *El Progreso Matemático* son muy dispares. Llama positivamente la atención el hecho de que, además de libros importantes desde un punto de vista absoluto, se recogiesen también obras de autores españoles, con lo que esto podía suponer de estímulo para los escasos escritores matemáticos, aunque no siempre las recensiones respondiesen a este tipo de planteamientos desinteresados, sino también a la necesaria política de relaciones públicas que debía desarrollar la única revista de matemáticas existente en España.

De Geometría hubo bastantes recensiones, pues no hay que perder de vista que en los cinco primeros años de existencia de la revista, García de Galdeano estaba preocupado fundamentalmente por estos temas. Además de comentarios sobre obras relativas a Geometría elemental y del triángulo, entre los que se podrían destacar el libro de Casey, *A sequel to the firts books of the Elements of Euclid,* el *Leuftaden der Ebenen Geometrie,* de Hubert Müller, y los trabajos de Neuberg, además de

alguna obra del catedrático de Tarragona Manuel Salavera[23]. Hay dos obras realmente importantes tratadas con cuidado por García de Galdeano y luego utilizadas por él en toda su producción posterior. Son las *Leçons sur la théorie générale des surfaces,* de Gaston Darboux, y los *Fondamenti di Geometrie a piu dimensioni, e a piu specie di unita rettilinee, esposti in forma elementare,* de Veronese.

Por lo que hace a la Teoría general de las superficies de Darboux, cabe destacar los siguientes aspectos: García de Galdeano pone a la comunidad matemática española sobre la pista de este geómetra, que, como se sabe, fue sacando su obra de superficies en fascículos. Su análisis no es crítico sino expositivo, y en las tres páginas y pico en que se desarrolla el comentario[24] va explicando lo que contiene el último fascículo aparecido y las vías de inspiración de Darboux: la escuela italiana de Geometría.

La recensión de los *Fondamenti* de Veronese[25] es una lección sobre la Geometría n-dimensional. Comienza García de Galdeano haciendo una exposición bastante extensa de las aproximaciones a los espacios de n-dimensiones a lo largo del siglo XIX por medio de las obras de Grassmann, Riemann, Cauchy, Cayley, Darboux, Clifford, Jordán, Helmholtz, Klein, Lie, Beltrami, Schaeffler y algunos más, señalando algunos de los trabajos más notables en los que se desarrollan los conceptos de espacio y geometría n-dimensional o problemas importantes en tales condiciones.

La obra de Veronese alcanzó en su día suficiente celebridad porque era una de las primeras construcciones estrictamente geométricas que recogían la geometría de dos y tres dimensiones como caso particular y porque señaló nuevos caminos en este campo. En su tiempo fue aplaudida y tomada como base para ulteriores desarrollos. Klein, por ejemplo, tomó algunos resultados de Veronese para su curso sobre teoría de funciones; Fiedler, en Zurich, dictó un curso de Geometría proyectiva de cuatro dimensiones, basado en la obra de Veronese, y por último, la Academia dei Lincei, por medio de una comisión formada por Menabrea, Betti, Dini y Battaglini, valoró muy positivamente la obra de Veronese por ofrecer un estimulante panorama de problemas abiertos. En resumen, la obra de Veronese era una vía de acceso hacia las construcciones geométricas distinta de las aproximaciones analíticas que eran lo general.

García de Galdeano explica con cierto detalle el contenido de los diferentes capítulos relativos a la primera parte de la obra, dejando para "más adelante" la recensión de la segunda, que nunca llegó a realizar.

6.2. Recensiones de los libros de Análisis

Todavía no le había entrado la pasión por el tema del Análisis a García de Galdeano cuando dirigió *El Progreso Matemático.* A partir de 1896, cuando ocupó la cátedra de Cálculo Infinitesimal, profundizó en él hasta conseguir las cotas de conocimiento que demuestra su programa de la segunda década del siglo XX[26]. Sin embargo, aparecieron ya en la primera serie de la revista, constantemente, comentarios sobre obras de Análisis, algunas de las cuales tuvieron una indudable importancia, tanto absolutamente como a efectos de la propia formación de García de Galdeano en esta área concreta de expresión matemática.

Se pueden señalar, como en el apartado anterior, tres tipos de producción que, ordenados desde un punto de vista matemático interno, serían: *a)* Recensiones bibliográficas de obras de importancia histórica absoluta. *b)* Comentarios sobre tratados estimables desde un punto de vista general. *c)* Información sobre libros españoles. Entre las primeras se pueden situar la *Théorie des transformationsgruppen,* de Sophus Lie; las *Lezioni di Analisis Infinitesimale,* de Giuseppe Peano; las *Leçons sur fonctions entières y sur la théorie des fonctions* de Borel (ésta, particularmente, fue dada a conocer a la comunidad matemática española con menos de un año de intervalo entre la fecha de su publicación en París, 1898, y su recensión en las páginas de *El Progreso Matemático* en el primer tomo de la segunda época) y otras relativas a obras de Appell, Césaro, Vivanti y otros. Como tratados estimables que los matemáticos españoles pudieron conocer a través de *El Progreso Matemático* se pueden destacar el curso de *Analyse Infinitesimal,* de Gomes Teixeira; el *Calcolo Infitesimale,* de Ernesto Pascal, y la extensa monografía de Giulio Vivante, *Il concetto d'infinitesimo e la suma applicazione alla Matematica.* Por último, entre las obras de análisis de autores españoles merece la pena destacar las recensiones de los trabajos de Bentabol sobre el cálculo infinitesimal, aunque el interés esté más planteado en una perspectiva externa que en el valor intrínseco de las piezas matemáticas comentadas.

De cualquier forma, hay que advertir que la sensibilidad matemática propia de García de Galdeano se veía acrecentada por la colaboración inestimable del filtro de información que suponía la recepción de un buen número de revistas extranjeras que llegaban por medio de intercambio, lo cual le permitía anticipar, en algunos casos, el anuncio bibliográfico a la posesión del libro.

6.3. Otros temas

Aunque las preocupaciones fundamentales de García de Galdeano nunca estuvieron muy alejadas de la Geometría o el Análisis, también consideró con cierta insistencia el abandono en que se encontraban el Algebra y la Teoría de Números.

La información bibliográfica que aportó *El Progreso Matemático* en el capítulo de Algebra tuvo dos líneas fundamentales. Por una parte, se comentaron textos de procedencia británica, como los tratados de Salmon y Christal, que mejoraban los de uso habitual en España; por otra, se recogieron las fuentes de inspiración italianas, aunque éstas estuvieran muy "contaminadas" por la aplicación a otras áreas matemáticas, como el Análisis, la Geometría o la Lógica.

Lugar destacado merece la recensión de la *Introduction à l'étude de la théorie des nombres et de l'algébre supérieure,* de Borel y Drach. Este libro, que sus autores redactaron sobre la base de las lecciones del que poco después sería nombrado catedrático de Historia de las Matemáticas de la Sorbona, Jules Tannery, es un texto de proyección superior, cuya primera parte, redactada por Borel, desarrolla el tema de la teoría de los números y, en la segunda, debida a Drach, se estructura un curso de teoría de grupos.

Pero, al igual que en las secciones ya comentadas de Análisis y Geometría, también en Algebra y Teoría de Números se aprecia un salto de calidad en la segunda serie respecto de la primera. Un salto que además liberó a García de Galdeano del peso de su inconcluso tratado de Algebra, porque, en el comienzo de la segunda época dio noticia de la segunda edición de la importante Algebra de Weber, aparecida en 1896 y traducida al francés en 1898. De esta obra diría más tarde justamente Rey Pastor que codificó toda el Algebra del siglo XIX[27]; por eso tiene tanta significación histórica el que, en menos de un año de la edición francesa, los matemáticos españoles estuvieran sobre la pista de un libro renovador y sustentador del nuevo paradigma.

Entre las reseñas de libros españoles de estas temáticas es obligado hacer constar la del curso que sobre resolución de ecuaciones y teoría de Galois diera Echegaray en el Ateneo de Madrid, y del que dijo García de Galdeano que había "asestado el primer golpe a nuestras inveteradas rutinas" [28].

Se percibe con mayor nitidez en la segunda época de *El Progreso Matemático* la extensión e intensidad de las relaciones internacionales de García de Galdeano, debidas a la relación recíproca de su mayor inci-

dencia profesional y al lanzamiento de organismos matemáticos internacionales. En la primera época, salvo Reyes y Prósper, nadie colaboró con García de Galdeano en los trabajos de recensión bibliográfica. En la segunda, además de la extensión del intercambio de revistas, se aprecia una inspiración más profunda y una colaboración más selectiva[29].

6.4. Lógica, Filosofía e Historia de las Matemáticas

Como ya se ha escrito anteriormente, la Lógica tuvo un tratamiento cualitativamente distinguido en las páginas de *El Progreso Matemático.* La actividad conjunta de Reyes y Prósper, y García de Galdeano produjo en este campo excelentes resultados, y es necesario volverlo a citar aquí, porque alguno de los artículos del profesor extremeño aparecieron en la sección bibliográfica. Sin embargo, la reseña de los *Vorlesungen,* de Schroeder, figuró con la firma de García de Galdeano. Es ésta una de las reseñas más sugestivamente escritas y más cuidadosamente elaboradas.

La recensión del *Exacte Logic,* de Schroeder, es sugestiva porque introduce los elementos fundamentales para que así sea. Combina los elementos más novedosos (entre los que aparece un "signo especial" que representa por una *C* mayúscula y que no es otro que el de "contenido" habitual en periodos más modernos), las paradojas relativas al uso impreciso del signo igual (=) matemático y toda una nomenclatura lógi ca muy próxima a las denominaciones impuestas por el Algebra en el siglo XX.

También tuvieron un lugar destacado las obras de filosofía de las matemáticas, en cuyo dominio se reflejaron los últimos escarceos del imaginarismo de la escuela de Rey Heredia, modernizados por Apolinar Fola y nunca abandonados definitivamente por el propio García de Galdeano.

Entre las muchas referencias hacia la Historia de las Matemáticas, además de los comentarios a textos hoy admitidos como clásicos como *Le scienze esatte nell Antica Grecia,* de Loria, incluyó referencias a aspectos particulares relacionados con el tema. Dos de ellos se merecen un comentario explícito: El primero, la reseña, dada casi en forma de crónica, del discurso de recepción en la Academia de Ciencias de Madrid de Acisclo Fernández Vallín, "Cultura científica de España en el siglo XVI" [30], y el segundo sobre un artículo que Menéndez y Pelayo escribió en *La España Moderna* sobre el particular. Digno de mención es por cuanto refleja una sensibilización especial respecto al entonces ya antiguo tema de la Polémica de la Ciencia Española, porque utilizó las conclu-

siones a las que habían llegado los polemistas para incidir sobre la situación de la ciencia en la última década del siglo XIX en España y porque valoró en una relativamente justa dimensión el problema de la elaboración de la historia de la ciencia hecha en España. En lo que no acertó, sin embargo, fue en la valoración ditirámbica del discurso de Fernández Vallín, al que dedicó encendidos elogios, desde una perspectiva actual, excesivos.

El otro aspecto singular de cara a su postura con respecto a la Historia de las Matemáticas lo marca su actitud hacia la presencia de esta disciplina, como asignatura, en algunas universidades extranjeras. Entre los ejemplos comentados destacó, en una curiosa premonición, los de las Universidades de Texas y Moscú[31]. En ambos casos se hizo eco positivo de las ideas de la *Bibliotheca Mathematicia,* de Eneström; pero importa subrayar su planteamiento respecto al tema, por lo que tiene de actual, ante la situación que iban adquiriendo los estudiosos de matemáticas "desde el punto de vista crítico y filosófico... y la necesidad de completar los estudios del profesorado de ciencias con una síntesis general que reúna estos modos superiores de considerar la ciencia" [32]

6.5. Las revistas matemáticas

El comentario sistemático del contenido de las revistas matemáticas que se iban recibiendo en la Facultad de Ciencias de Zaragoza es uno de los aspectos más notables de la publicación, por cuanto sirvió para romper ya definitivamente la situación de aislamiento de la matemática hecha en España. A partir de las noticias de *El Progreso Matemático,* los matemáticos españoles adquirieron plena conciencia de que el desarrollo y las preocupaciones matemáticas en el mundo iban por otros derroteros que los habituales del funcionariado autóctono.

Entre las publicaciones de las que hubo referencia más o menos extensa en la revista conviene destacar el *Journal de mathématiques élémentaires et spéciales,* de Gohierre de Longchamps; el *Journal de Sciences mathématiques e astronomia,* de Gomes Teixeira; la *Rivista di Mathematica* que dirigió Giuseppe Peano; la importante revista de historia de las matemáticas, *Bibliotheca Mathematica,* que patrocinaba Gustav Eneström; la *American Journal of Mathématics,* de Craig; el *Jarbuch über die Fortschritte der Mathematik,* que en estos años dirigía Emil Lampe, colaborador esporádico de las publicaciones matemáticas españolas; los *Mathematische Annalen, L'Enseignement Mathématique,* los *Rendiconti del Circolo Mathematico di Palermo* y otras.

En estos periódicos matemáticos son habituales las firmas de Poincaré, Bianchi, Peano, Schroeder, Picard y otros muchos más que pudie-

ran estimular las ideas y capacidad de trabajo de los profesionales españoles más receptivos. Lo que consiguieron, desde luego, fue incorporar a la comunidad matemática española (y muy especialmente a la zaragozana) la idea correcta de que para hacer progresar y progresar en las matemáticas no era suficiente con los manuales, sino que los rumbos más interesantes, por nuevos, se expresaban en las publicaciones periódicas. Quedaba claro, además, que se podían presentar varios niveles de especialización y de profundización. Y que los países en los que se presentaba una línea más desarrollada de investigación eran precisamente los que tenían mayor número de periódicos que no tenían empacho alguno en reclamarse elementales. Quedaba patente, por último, que lo importante para progresar en matemáticas era proveer de aspectos estimulantes a los profesionales y de vehículos de expresión a toda la comunidad científica.

7. Los temas de Filosofía, Pedagogía e Historia

La presentación sintética de las Matemáticas por García de Galdeano le condujo a otorgar en su revista un papel preeminente a los aspectos globales y totalizadores. A su vez, desde una perspectiva general, los planteamientos de síntesis expresan la lucha de conflictos de las crisis científicas de las épocas de transición. En el periodo en que vio la luz *El Progreso Matemático,* la filosofía y el tratamiento de la historia de las Matemáticas aportaban, por una parte, los elementos críticos de ruptura del paradigma lagrangiano y, por otra, exponían los aspectos definitorios de la nueva formulación matemática. Precisamente fue en las postrimerías del siglo XIX cuando los distintos enfoques de síntesis matemática adquirieron mayor preeminencia, sentando las bases de su posición real en el contexto científico de las diferentes comunidades científicas, hasta el extremo de haberse convertido en testigos objetivos del nivel de desarrollo de las respectivas comunidades.

7.1. Los trabajos de Filosofía matemática

Todavía inmersos en el universo filosófico kantiano, los planteamientos de síntesis matemática aparecen como un puente un tanto impreciso entre la Física y la Filosofía propiamente dicha. Poincaré[33], al reelaborar la idea kantiana, haría limitar las matemáticas con todas las ciencias experimentales, con lo que iniciaría una vía de matematización de las mismas, característica del siglo actual.

En España, la negativa incidencia de las situaciones sociopolíticas del siglo XIX en la matemática, condujo a asimilaciones ideológicas deformadas del proceso científico. Tanto es así que, como continuación

de los planteamientos de la Ilustración, las matemáticas fueron, de una manera tan intuitiva como imprecisa, asimiladas a las "ciencias útiles" con toda la enorme carga ideológica que ello tuvo en España en un intervalo notable del siglo XIX. Tal planteamiento, que había tenido beneficiosas consecuencias para las matemáticas en la segunda mitad del siglo XVIII, tuvo su contrapartida a principios del XIX. De hecho se forjó la imagen de que para ser matemático había que ser liberal y se desarrollaron las ideas que tendían a relacionar cultivo de las matemáticas y progreso social. Esta tesis, nada repugnante en la consideración de las escuelas inmersas en el paradigma lagrangiano, que hasta tuvo repercusiones políticas, fue paulatinamente abandonada desde la práctica concreta de las matemáticas, pero cruzó de lleno los presupuestos filosóficos del siglo XIX con unas connotaciones que alcanzaron en ocasiones cotas de singular acritud.

Cuando comienza en España la ruptura del paradigma lagrangiano en las matemáticas, las secuelas históricas ya apuntadas todavía están vigentes, aunque mucho más matizadas. La noción de ciencia útil se desliza hacia la asimilación de "progreso". Los profesionales hablarán en multitud de ocasiones de que las "naciones matemáticas" son las más aventajadas y adelantadas; pero raramente se hace explícita la referencia al desarrollo económico concreto. El planteamiento kantiano de la matemática puente se decanta en una doble vertiente; a saber: en una dirección se pretende aportar a la filosofía un contenido científico que, salvo no conocidas excepciones, desde una óptica idealista, complete una explicación ornamental del mundo. En la otra se pretende dignificar la elaboración matemática, desde la arcaica perspectiva de lo sublime.

Varias fueron las colaboraciones en *El Progreso Matemático* en este entorno. Además de las regulares de Ventura Reyes y Prósper y las esporádicas de Peano y otros en torno a cuestiones de lógica matemática y de algunas excursiones filosofizantes en el tema de las Geometrías no euclídeas o de la Aritmética, debidas también a Reyes, de los trabajos, escasos, que con criterio tan amplio como generoso se podrían incluir bajo este epígrafe, se destacarían:

a) Secuelas del imaginarismo.

b) Secuelas del cientismo decimonónico.

Cabría inclusive considerar la dirección de García de Galdeano de los que él llamó *crítica geométrica,* primero, y *crítica matemática,* más tarde, en un auténtico proceso de depuración de sus postulados y planteamientos filosóficos, pero esta vertiente no se aprecia nítidamente en las páginas de *El Progreso Matemático* y sí, por el contrario, en los trabajos de síntesis de la segunda década del siglo XX.

7.2. El imaginarismo

En torno al núcleo científico-filosófico del Instituto Cardenal Cisneros, de Madrid, encabezado por Fernández Vallín y Rey Heredia, surgió una escuela de filosofía matemática fundamentada en consideraciones abstractas deducidas del análisis de los elementos imaginarios. El sistematizador de esa corriente fue el profesor de Lógica y Filosofía del mencionado Instituto, José María Rey y Heredia. Lo más original de su pensamiento, habida cuenta de su procedencia kantiana, es el papel otorgado a las matemáticas en el entramado conceptual, lo que en España resultaba enormemente novedoso. Como interesantes resultaban también las consideraciones sobre el espacio (capacidad infinita, homogénea y simultánea) y el tiempo (serie infinita de instantes). Para Rey y Heredia, el Algebra subordina a la Aritmética y la Geometría, aspecto también nuevo en el pensamiento hispano y sorprendentemente avanzado, y esa subordinación surge de la universalidad que le confiere la manipulación e interpretación de los resultados negativos e imaginarios de los problemas matemáticos. Para Rey y Heredia, el tratamiento algebraico es purificador en segundo grado por cuanto abstrae las propiedades numéricas, o de forma, de la primera generalización realizada por la Aritmética o la Geometría.

La obra fundamental de Rey y Heredia señala un eslabón más en la cadena que sobre presupuestos kantianos fueron desarrollando Argand, Français, Faure y otros. En esta escuela, lo imaginario, por la multiplicidad de interpretaciones de las diferentes áreas matemáticas, da lugar a la formalización de categorías filosóficas. En la obra del catedrático de Filosofía del Instituto madrileño converge, además, un elemento de influencia, ausente hasta muy entrado el siglo XIX, en la línea francesa imaginarista de inspiración kantiana: la obra de Wronski. Por esta vía se "algoritmiza" la exposición de Rey, introduciendo el algoritmo de la suma y de la producción (multiplicación). En resumen, las ideas de Rey Heredia se inscriben en la influencia de Argand, en lo que concierne al análisis de los elementos imaginarios, retrotrayendo la fundamentación hasta la idea de Pascal sobre la correspondencia número-espacio. Rey Heredia establece —y esto sí es una visión de síntesis— el conjunto de categorías que ordenan la estructura de esta ciencia especulativa.

Por su planteamiento original y rupturista, tanto con la filosofía como con la ciencia tradicional, tuvo un número notable de seguidores.

Desde la perspectiva del nivel de formación tuvo una indudable importancia por cuanto significó para los matemáticos españoles una adscripción a una forma de construir la ciencia a partir de una síntesis

cimentadora. En cierto modo, el imaginarismo planteó un paradigma en el que se inscribió una escuela matemática durante casi toda la segunda mitad del siglo XIX.

Entre los seguidores de Rey y Heredia, García de Galdeano destaca a Rochano y Alemany[34], autor de unos *Elementos de Algebra,* en los que recoge las distinciones entre características cualitativas y cuantitativas en las operaciones de cálculo, típicas del entramado teórico del imaginarismo. A pesar del énfasis dado al Algebra por los imaginaristas y de que fuera el texto de Algebra de Rochano el primero en tomar cuerpo matemático sobre los esquemas teóricos de la obra de Rey, fue en Geometría donde estuvo a punto de cuajar una escuela por el número de autores que escribieron con referencias explícitas a las ideas del profesor del Instituto del Cardenal Cisneros y por la influencia que tuvieron en el desarrollo de la docencia de la Geometría. Como ejemplos de esta tendencia basta con citar a Luciano Navarro[35] y, sobre todo, los *Elementos de Geometría Analítica,* de Modesto Domínguez Hervella[36]. En sus primeros escarceos como autor, también García de Galdeano se alineó en esta escuela y llegó incluso a escribir una memoria presentada al concurso de la Academia de Ciencias de Madrid de 1878, con el título "Exposición histórica y didáctica de la teoría de las cantidades imaginarias".

En la última década del siglo XIX, con el tema en ya claro declive, aún aparecieron algunos títulos de Apolinar Fola y Atanasio Lasala, que fueron reseñados en *El Progreso Matemático.* García de Galdeano, aunque más preocupado ya por otras cuestiones, no rompió bruscamente con una de las vías de intentar entender y expresar sintéticamente la Matemática; por eso, aún escribió unas páginas[37] en su revista sobre el tema de las cantidades imaginarias, en las que se aprecia un cierto cambio de consideración respecto a la cuestión. Pues, aunque hace historia del tema y explicita la dualidad síntesis-análisis para comprender el desarrollo de las ciencias, concluye, correctamente, en una idea instrumental de las cantidades imaginarias y señala como más importantes las consideraciones de Boole sobre lo esencial de las leyes de composición, cuyas propiedades no son objetivas sino subjetivas.

7.3. El cientismo decimonónico

Aunque el término se ha generalizado masivamente en la segunda mitad del siglo XX, se puede detectar una vertiente de pensamiento cientista a todo lo largo de la historia de la Humanidad. Claro que no siempre el cientismo ha revestido las mismas características y, por supuesto, hasta la época que se está analizando en esta memoria siempre

ha tenido una textura diferente que la que se vive en el último cuarto del siglo XX. No obstante, sí se puede afirmar que, precisamente por su carga esotérica, el cientismo siempre tuvo consigo tonos de distinción social, incluso en los casos en que pudo tener algún sesgo de peligrosidad social. El cientismo ha adquirido en cada situación de desarrollo social una forma concreta de expresión, que en absoluto puede asimilarse con la idea de desarrollo económico. Más bien, hay que entender la distinción social suministrada por el cientismo como un mecanismo de relevancia social (sabiduría, santidad, etc.).

El cientismo decimonónico español es hijo por muchos conceptos del desarrollado en el periodo de la Ilustración. Y como tal fue mantenido en el seno del Ejército fundamentalmente, que tanta incidencia había tenido en el resurgimiento del cultivo de las ciencias en España. Este cientismo de expresión filosófica (que se llena con elementos científicos)[38] con salpicaduras de progresismo social llegó, aunque muy amortiguado, a las páginas de *El Progreso Matemático*.

El representante más claro de esta corriente en las páginas de la revista fue el ingeniero militar Nicolás Ugarte, que reprodujo en el primer tomo[39] una conferencia dada en la Academia de Ingenieros de Guadalajara con el título "La matemática: Su importancia y preeminencias actuales", inscrita en el contexto de un debate sobre la "Utilidad e importancia relativa de las Ciencias", que tuvo lugar en la primavera del año 81 en la citada capital castellana. El texto es una digresión, muy al gusto de la época, sobre la interrelación entre la ciencia (eclécticamente definida sobre el concepto de verdad) y la Matemática, expresión con connotaciones cuasimísticas en este universo ideológico.

Es significativa, sin embargo, en el contexto del artículo —y por esa razón se destaca la singularidad del mismo— la explícita referencia a Krause, al que califica de "filósofo de gran talento" [40], sabio de gran altura —que para Ugarte asemeja a la de Ampère— y otras excelencias por el estilo, y del que recoge la denominación de las Matemáticas como "ciencia de las ciencias". Y es significativo, por lo que supone de comprobación, de que el krausismo en España no fue un fenómeno meramente universitario, sino que prendió en individuos de todas las instituciones sociales del país, incluido el Ejército.

7.4. Los temas de enseñanza de las Matemáticas

También corrieron a cuenta de García de Galdeano los trabajos especializados sobre la enseñanza de las Matemáticas y su organización. Los artículos, algunos muy largos, salieron divididos —como ocurrió

habitualmente en la revista— en varios trozos. En su temática responden a las preocupantes situaciones institucionales que vivió la Universidad española en los años finales del siglo XIX.

En el bienio 1893-94, publicó García de Galdeano dos trabajos amplios. El primero llevó por título "Estudios sobre enseñanza y el organismo de la ciencia matemática", y en 1894 apareció un amplio artículo sobre "La enseñanza de la Matemática en la Universidad". En la segunda época, con la intuición de una posible espada de Damocles sobre el futuro de los estudios de matemáticas en España, su insistencia en el tema fue mucho más acusada, dando a luz unos "Apuntes para un plan de educación científica", una larga monografía sobre "La moderna organización de la Matemática", que fue como una especie de columna vertebral de esta segunda serie; un trabajo sobre "La Matemática y su enseñanza" y un comentario sobre "Las reformas de la enseñanza en la Facultad de Ciencias" cuando ya el peligro de extinción de la especialidad había pasado.

8. La historia de las Matemáticas en las páginas de "El Progreso"

Los trabajos de historia de las Matemáticas —además de los ya considerados en otros apartados— se deben también a Reyes y Prósper, y García de Galdeano. Y no hay hipervaloración de las reseñas biográficas o necrológicas, porque ambos autores trascendieron la mera crónica para dar una dimensión histórica a sus aportaciones. Por lo que hace a Reyes, su tema fue la biografía de las geometrías no euclídeas. Las notas de García de Galdeano dieron a conocer o divulgaron entre el público matemático español los nombres de autores de notable interés en la historia de las Matemáticas. A su pluma se deben las primeras reseñas sobre la obra de Kowalevski, Kummer, Hermite, Battaglini, Casorati y otros, además de sus sistemáticos enfoques históricos en multitud de sus trabajos.

9. "El Progreso Matemático", como revista de información general

Es normal, y no debiera llamar excepcionalmente la atención, la referencia sistemática y cuidadosa en las páginas de una revista especializada a las actividades de las sociedades del mundo científico. Subrayarlo no tiene más intención que el destacar que no siempre ha sido norma en colectividades marcadas por el aguijón de la competitividad, la prodigalidad en la información.

Sin embargo, lo que sí es de destacar es la sensibilidad de García de Galdeano hacia su Universidad (la de Zaragoza) y su ciudad. En los medios académicos científicos, tan constreñidos por variables de orden

escalafonal[41], con escasa vinculación a un medio geográfico y social extrauniversitario, llama la atención el alborozo del profesor García de Galdeano que encabezó la portada del número 34 del año III, de fecha 20 de octubre de 1893, con un motivo aparentemente nada matemático: "Las fiestas universitarias de Zaragoza: El aniversario de Cerbuna y la inauguración del edificio de Medicina y Ciencias" [42]. Diez páginas ilustradas con fotografías y dibujos dedica García de Galdeano a narrar los actos de la efemérides y a describir con entusiasmo emocionado el edificio que se convirtió, como señala Tomeo, en otra amorosa reflexión histórica[43], en la Facultad por antonomasia para el pueblo aragonés.

Y es importante además, por cuanto refleja otro aspecto "moderno" del pensamiento de García de Galdeano: que la ciencia del siglo XX se debe construir sobre instalaciones materiales adecuadas y que las visiones románticas de los sabios que aisladamente trabajan en torres de marfil con escasos medios responden a planteamientos interesados e históricamente falsos.

Abreviaturas utilizadas:

GdG: García de Galdeano.

EPM: *El Progreso Matemático.*

NOTAS

1. Véase GARMA, RESET, PEREZ GARZON (1978), *Ciencias y Enseñanza en la revolución burguesa.* Siglo XXI. Madrid. Y HORMIGON, M. (1982), *El Paradigma Hilbertiano en España.* Actas del II Congreso de la SEHC. (En prensa.)

2. Un dato fehaciente del espléndido resultado de esta iniciativa es el logro de la actual hemeroteca del Seminario Matemático "García de Galdeano" de la Facultad de Ciencias de Zaragoza, cuyos fondos históricos la convierten en una de las más valiosas del país.

3. HORMIGON, M. (1980), *El Progreso Matemático como protagonista de la transformación matemática contemporánea en España.* Actas de las V Jornadas Matemáticas Hispano-Lusas, 1977. Zaragoza, pp. 885-900.

4. REYES (1892), *El Progreso Matemático.* II, 7-10.

5. REYES (1888), *Sur les proprietés graphiques des figures centriques.* Mathematische Annales, XXXII, 157-8.

6. La relación entre las geometrías proyectivas sobre la esfera y las figuras céntricas, en nomenclatura de Pasch, fue puesta de manifiesto por Steiner (Werke, I, 323). "No encierran nada nuevo las consideraciones sobre la superficie esférica, sino que son una limitación particular de las consideraciones referentes al manojo de rayos (Strahlbüschd)."

7. SAN JUAN, R. (1962), *Julio Rey Pastor: Su vida y su obra, vistas por un discípulo.* Hispano-Americana (4.ª), XXII, 60-93, p. 62.

8. DEL VAL, J. A. (1966), *Un lógico y matemático español del siglo XIX: Ventura Reyes y Prósper.* Revista de Occidente, n. 36, 252-261; y DEL VAL, J. A. (1973), *Los Escritos lógicos de Ventura Reyes y Prósper* (1863-1922), Teorema, III, 326-354.

9. DEL VAL (1973), p. 325

10. REYES (1891), *El raciocinio a máquina.* "El Progreso Matemático" (1.ª), I, 217-220.

11. La recensión del libro de Sundara Row en la "Gaceta de Matemáticas elementales", I, 185-186 y el artículo sobre "La obra científica de Seki y sus discípulos", en la Revista de la Academia de Ciencias E. F. y N. de Madrid, I, 251-254 (1904).

12. REYES (1893), *Nuevo modo de considerar la Aritmética.* "El Progreso Matemático", III, 23-26.

13. BELL (1949), *Historia de las Matemáticas,* 1.ª ed. en español, F. C. E., Méjico, ha sintetizado este tipo de engarces de forma muy ilustrativa abriendo un buen número de problemas que es conveniente explicitar históricamente. Pp. 162-175.

14. TATON (1973), *Historia general de las Ciencias,* III; *La Ciencia contemporánea,* I. "El siglo XIX", p. 45.

15. EINSTEIN, A. et al. (1973), *La teoría de la relatividad.* Alianza. Madrid.

16. GdG (1891-92) EPM, I, 223-8, 269-274, 317-8; II, 217-21.

17. Este punto sería denominado por Neuberg, punto de Lemoine.

18. GdG (1891) EPM, I, 36-39, 70-72.

19. GdG (1891) *Las equivalencias...,* EPM, I, 36.

20. GdG (1891), *La evolución de la Geometría Proyectiva,* EPM, I, pp. 3, 26, 106. (El subrayado es mío. M. H.). Estas alusiones no tienen nada que ver, por supuesto, con el trabajo que los maestros de la Historia de las Matemáticas han realizado en nuestro país. De todas formas, en descargo de García de Galdeano es preciso señalar que la inmensa mayoría de los historiadores de las Matemáticas del siglo XIX fueron muy dados a los calificativos encomiásticos y grandilocuentes. En concreto, una de las fuentes más directas de García de Galdeano, el *Aperçu Historique,* de Chasles, está plagado de este tipo de expresiones.

21. GdG (1892), EPM, II, 223-229.

22. SCHELEGEL, V. (1891), *Sur une méthode pour répresenter dans le plan les solides homogenes à n-dimensions.* Rediconti del Circolo Matematico di Palermo, V, 1-9.

23. La figura de Manuel Salavera es interesante por haber sido un alumno aventajado de las últimas promociones que salieron de la Escuela de la Real Sociedad Económica Aragonesa de Amigos del País, y por haber publicado uno de los primeros libros monográficos sobre el Sistema Métrico Decimal.

24. GdG (1891) EPM, I, 82-86.

25. GdG (1892) EPM, II, 28-30, 56-58, 110-113.

26. Véase HORMIGON (1982), *El Paradigma hilbertiano en España.* Actas del II Congreso de la SEHC. (En prensa.)

27. REY PASTOR (1960), *Lecciones de Algebra*, 5.ª ed. Madrid, p. 323.

28. GdG (1900) EPM, (2.ª), II, 220.

29. La segunda serie de *El Progreso Matemático* coincide con la intensa etapa de relaciones internacionales señaladas por los congresos de Zurich y París, el de Bibliografía Matemática, la fundación de L'Enseignement Mathématique, etc.

30. GdG (1894) EPM, IB, 49-58.

31. EPM, I, 183 y EPM, II, 233-4.

32. GdG (1893), EPM III, 234.

33. Este extremo se aprecia con nitidez en muchas de las obras de Poincaré, pero es singularmente explícito en su conferencia al Congreso de Roma de 1908: "L'Avenir des Mathématiques". En Atti del IV Congreso Internationale dei Matematici. Roma, 1908, vol. I, pp. 167-182.

34. ROCHANO Y ALEMANI, José (1890), *Elementos de Algebra*. Granada.

35. NAVARRO, Luciano (1874), *Geometría Elemental*. Salamanca.

36. DOMINGUEZ HERVELLA, Modesto (1879), *Elementos de Geometría Analítica*, Madrid.

37. GdG (1893). Nota sobre las cantidades imaginarias. EPM, III, 160-162.

38. CARRERAS, T. (1954), *Apuntes sobre la filosofía de las Ciencias en España y en el siglo XIX*. En: Homenaje a Millás Vallicrosa. C. S. I. C. Barcelona. Vol. I, pp. 323-345.

39. UGARTE, N. (1891). *La importancia y preeminencia actuales de la Matemática*. EPM, I, 145-181.

40. UGARTE, N. (1891), p. 150.

41. El término "escalafonal" lo utilizo siguiendo la ley de formación de neologismos que DOU recomienda en sus *Ecuaciones en Derivadas Parciales* (s. a.), p. II-18.

42. GdG (1893) *Las fiestas universitarias de Zaragoza. El aniversario de Cerbuna y la inauguración del edificio de Medicina y Ciencias*. EPM, III, 273-282.

43. TOMEO, M. (1962) *Biografía científica de la Universidad de Zaragoza*. Zaragoza.