

# **Estudio de la optimización del tráfico en un cruce a través del ajuste de los ciclos de los semáforos mediante recocido simulado**

Lema Fernández, Carmen Socorro  
Pedreira Andrade, Luís Pedro  
*Dpto. Economía Aplicada II*  
*Universidade da Coruña*  
Bouza Allende, Gemayqzel  
Allende Alonso, Sira  
*Universidad de La Habana (La Habana-Cuba)*

## **RESUMEN**

En la red vial de zonas urbanas, las intersecciones semaforizadas tienen un papel importante en la regulación del tránsito, pues de su adecuado funcionamiento dependen la seguridad, movilidad y eficiencia de la circulación. El objetivo de este trabajo es resolver un problema de control óptimo que consiste en asignar tiempos a luces de semáforos que regulan cruces de dos calles con los dos sentidos de circulación. El criterio de comparación se expresa en una función objetivo a minimizar que puede ser: longitud de las colas, cantidad de vehículos en el peor de los casos, tiempo de espera, etc. Así obtenemos un modelo tipo problema de optimización con restricciones de complementariedad lineal. Para su solución, proponemos usar una metaheurística, tipo recocido simulado. Aplicaremos el modelo propuesto para analizar el tráfico en la intersección semaforizada de la Avenida de Finisterre con las Calles Palomar y Paseo de los Puentes en A Coruña.

**Palabras claves:** Intersecciones semaforizadas, control óptimo de semáforos, recocido simulado.

**Área temática:** Optimización matemática

XIX Jornadas ASEPUMA – VII Encuentro Internacional

Anales de ASEPUMA nº 19: **0901**

## **ABSTRACT**

Nowadays it is important to control traffic flows because they are large in urban areas. Traffic lights play an important role in the regulation of the traffic. Indeed, by means of a correct traffic light control policy, the circulation in the intersection is better and traffic jam is avoided. This problem can be modelled as finding the switch times of the corresponding traffic lights minimizing a certain criterion, such as the length of the queues, the number of vehicles at the worst queue, waiting time, etc. In this work we consider an intersection of two two-ways streets. We solve the associated optimization model with linear complementarity constraints by a simulated annealing approach. We also present some numerical examples corresponding to the junction Finisterre avenue and Palomar and Puentes streets in A Coruña.

**Keywords:** Intersections with traffic lights, optimal traffic lights control, simulated annealing.

## **1. INTRODUCCIÓN**

La congestión de tráfico es un problema grave, presente en la mayoría de las ciudades del mundo, dado que causa tanto problemas económicos como medioambientales. Es una constante preocupación para las administraciones públicas la resolución del mismo, para lo cual se buscan alternativas como el establecimiento de nuevas infraestructuras viarias (túneles, puentes, etc.), con el coste que suponen y la optimización en la gestión de los elementos que regulan el tráfico dentro de la ciudad (semáforos, rotondas, pasos de peatones, etc.)

Uno de los elementos primordiales dentro de la gestión del tráfico urbano es el funcionamiento de los semáforos que regulan una intersección vial.

La función principal de los semáforos en el control de una intersección es dar el paso alternativamente a los distintos grupos de vehículos, peatones, bicicletas y/u otro sistema de transporte, de tal manera que éstos pasen a través de la intersección con un mínimo de problemas, riesgos y demoras.

Los objetivos del diseño de una intersección regulada por semáforos son:

- Reducir y prevenir cierto tipo de accidentes en la intersección y en las intersecciones aledañas.
- Reducir las demoras que experimentan los peatones y los vehículos al intentar cruzar la intersección, y al mismo tiempo evitar los obstáculos en las intersecciones más cercanas causado por colas largas.
- Reducir el consumo de combustible de los vehículos en la intersección.
- Reducir la emisión de contaminantes al aire.

Para que dichos objetivos se cumplan, el elemento fundamental es sincronizar el ciclo de los semáforos, es decir, la secuencia de estados (rojo, verde, etc.) por la que pasan los semáforos y que se repite de manera cíclica.

Este ciclo de los semáforos se debe estudiar desde tres puntos de vista distintos:

- La longitud en tiempo del ciclo completo de los semáforos, es decir, el tiempo necesario para que se dé una sucesión completa de indicaciones en los semáforos conectados a un mismo regulador. Independientemente de lo que

resulte de los cálculos, la duración del ciclo tiene que estar forzosamente comprendida entre los límites que fija la psicología del conductor. La práctica indica que ciclos menores de 35 segundos o mayores de 120 se acomodan difícilmente a la mentalidad del usuario de la vía pública [Sánchez-Toscano Barbero, J. (2003)].

- El porcentaje del tiempo dedicado para cada una de las fases, es decir el porcentaje del tiempo dedicado a cada una de las combinaciones de indicaciones que permiten uno o varios movimientos simultáneos a través de la intersección.
- Las transiciones entre los semáforos consecutivos. Un ejemplo típico de esta circunstancia es la presencia de dos semáforos consecutivos en una avenida. En este caso se define el tiempo de transición (offset time) como el tiempo desde que un semáforo pasa a estado verde hasta que el siguiente semáforo de la avenida pasa también a verde.

Para sincronizar de forma óptima los ciclos de los semáforos, se han empleado diversas técnicas matemáticas que van desde la programación matemática con restricciones de equilibrio [de Schutter, B. y de Moor, B. (1998)] útiles para la realización de análisis estratégicos del tráfico, hasta las técnicas de optimización aplicadas a modelos de simulación [Wiering, et al. (2004)]. Además de estas técnicas matemáticas existen trabajos que han basado su funcionamiento en diferentes técnicas de soft-computing [Lim, et al. (2001)]. En el campo del control borroso se han definido diferentes alternativas, estableciendo como variables de entrada la densidad de tráfico y la velocidad de los vehículos durante el estado verde del semáforo y como salida el tiempo que debe durar cada uno de los estados dentro del ciclo del semáforo [López, et al. (2007)]. Dentro del ámbito de las soluciones evolutivas destaca el trabajo presentado por [Sánchez, et al. (2008)] en el que se presenta una arquitectura basada en algoritmos genéticos que optimiza de forma adaptativa los ciclos de los semáforos. En [Lema, et al. (2009)] se desarrolla un problema de regulación del tráfico a través del ajuste de los ciclos de los semáforos (problema en el que existen dos fases en cada ciclo), proponiéndose para su solución un método híbrido que combina una metaheurística tipo recocido simulado para calcular una buena aproximación de la solución, que luego será mejorada con un algoritmo quasi-Newton para problemas de optimización no suaves.

En esta comunicación se aborda un problema de regulación del tráfico a través del ajuste de los ciclos de los semáforos (problema en el que existen tres fases en cada ciclo), para una intersección de dos calles con los dos sentidos de circulación, proponiendo para su resolución un algoritmo heurístico inspirado en la metaheurística de recocido simulado, ya que es prácticamente imposible encontrar procedimientos exactos de resolución que operen en tiempos realistas y con tecnologías asequibles.

El trabajo se organiza de la siguiente manera: En el apartado dos presentamos el problema de control óptimo y su modelación. Aspectos generales de los métodos heurísticos y las metaheurísticas, se exponen en el la sección tres y en particular se discute en la sección cuatro la metaheurística recocido simulado, proponiéndose además un algoritmo basado en dicha metaheurística para el problema de sincronización de semáforos. La aplicación del algoritmo propuesto en el cruce de la avenida de Finisterre con las calles Palomar y Paseo de los Puentes en A Coruña se discute en la sección cinco. Finalmente, se establecen las conclusiones obtenidas y las líneas de trabajo que permanecen abiertas en este tema.

## **2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y SU MODELACIÓN**

En esta sección presentamos un modelo matemático para el problema de control de tráfico en una intersección a la que confluyen dos calles, ambas doble vía con las siguientes características: en la de dirección y sentidos sur-norte y norte-sur se puede circular de frente, girar a derecha e izquierda (figuras 1 y 3), mientras que en la de dirección y sentidos este-oeste y oeste-este sólo se puede circular de frente y girar a la derecha (figura 2). En cada esquina del cruce hay un semáforo. Se quiere determinar los períodos en que deben permanecer en verde o rojo las luces de los semáforos  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  y  $T_4$  para evitar la congestión de las vías, descrita por el número de vehículos en espera (longitud de la cola) en cada vía. Para evaluar la congestión de tráfico en las vías se consideran distintos criterios: la suma de las longitudes de las colas de cada vía, el tiempo de espera, largo de la cola más larga o una combinación de ellas. De modo que, el objetivo es calcular una sucesión temporal switching óptima para semáforos que minimice alguno de los criterios anteriores. Con este planteamiento, hemos de modelar y resolver un problema que en cada ciclo tiene tres fases:

- En la **primera fase** (figura 1) el semáforo  $T_1$  está verde y  $T_2$ ,  $T_3$  y  $T_4$  permanecen en rojo, por tanto los coches del carril  $L_1$  rebasan el cruce, continuando de frente o girando a la derecha o a la izquierda.

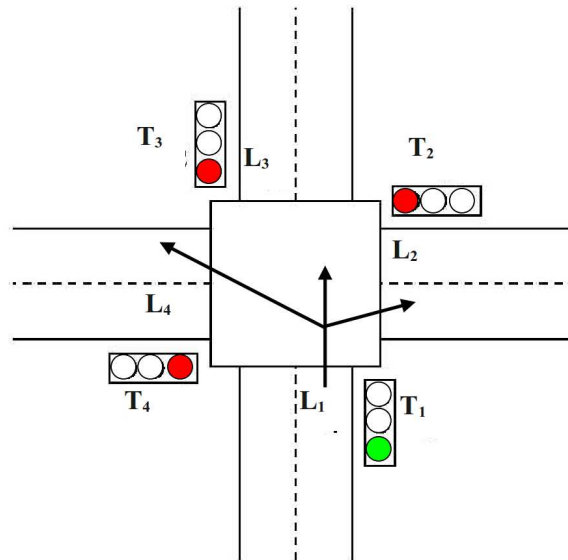


Figura 1

- En la **segunda fase** (figura 2) los semáforos  $T_2$  y  $T_4$  que han cambiado de rojo a verde, permiten que los vehículos que circulan por los carriles  $L_2$  y  $L_4$  rebasen el cruce siguiendo de frente o girando a la derecha, ( $T_1$  y  $T_3$  están en rojo).

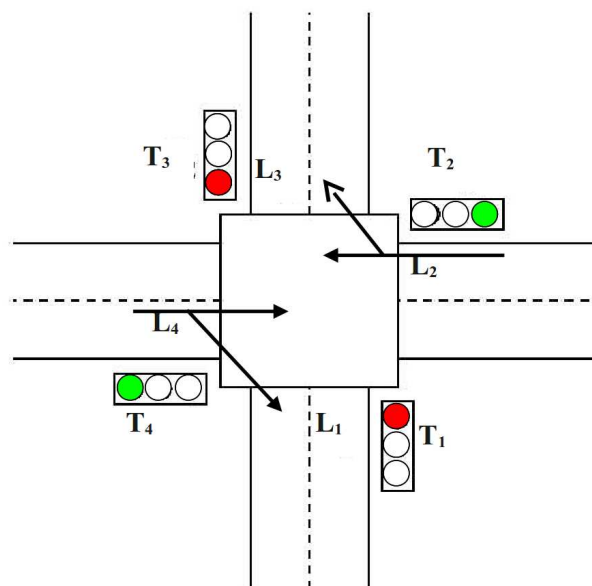


Figura 2

- En la **tercera fase** (figura 3)  $T_3$  cambia de rojo a verde por tanto atraviesan el cruce los vehículos que circulan por el carril  $L_3$  pudiendo continuar de frente o girar a la derecha o a la izquierda, ( $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_4$  están en rojo).

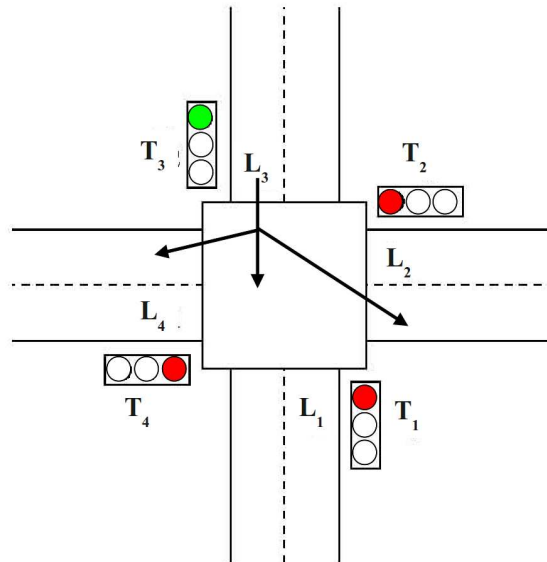


Figura 3

Consideraremos dado el número de veces que los semáforos tienen la luz verde y lo denotaremos por  $N$ . También se considera pre-establecido  $\delta_{amb}$  que representa el tiempo de duración de la luz ámbar (en la práctica se considera una constante que fluctúa entre los 3 y los 4 segundos).

Como el tiempo de luz verde de un carril y el tiempo de luz ámbar determinan el tiempo de luz roja de los otros carriles, el problema consiste en determinar los periodos que deben permanecer en verde las luces de los semáforos  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  y  $T_4$ .

Describimos el problema con las *variables de control*  $\delta_k$ , tiempo de duración de la luz verde en el  $k$ -ésimo cambio de luz (incluyendo el ámbar) y las *variables de estado*  $x_k = (x_{k1}, x_{k2}, x_{k3}, x_{k4})^t$ , cantidad promedio de vehículos en los carriles  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ ,  $L_4$  en el momento del  $k$ -ésimo cambio de luz.

Como simplificaciones del modelo trabajaremos con el comportamiento promedio por lo que asumimos que la cantidad de autos es continua. Para cada carril  $i$  se definen las tasas medias de llegada y salida de los vehículos bajo las luces verde y amarilla y se denotan:

$\lambda_i$  : tasa media de llegada de vehículos en el carril  $L_i$  (dada en vehículos por segundo).

$\mu_i$  : tasa media de salida en el carril  $L_i$  cuando el semáforo está en verde.

$\kappa_i$  : tasa media de salida en el carril  $L_i$  cuando el semáforo está en ámbar.

Los vectores  $b_i$ ,  $i=1,\dots,9$  representan el número de vehículos en cada carril teniendo en cuenta los movimientos asociados a cada fase:

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \begin{bmatrix} \lambda_1 - \mu_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{bmatrix}, b_2 = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 - \mu_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 - \mu_4 \end{bmatrix}, b_3 = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 - \mu_3 \\ \lambda_4 \end{bmatrix}, b_4 = \begin{bmatrix} (\mu_1 - \kappa_1)\delta_{amb} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, b_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ (\mu_2 - \kappa_2)\delta_{amb} \\ 0 \\ (\mu_4 - \kappa_4)\delta_{amb} \end{bmatrix}, \\
 b_6 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (\mu_3 - \kappa_3)\delta_{amb} \\ 0 \end{bmatrix}, b_7 = \begin{bmatrix} \max((\lambda_1 - \kappa_1)\delta_{amb}, 0) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, b_8 = \begin{bmatrix} 0 \\ \max((\lambda_2 - \kappa_2)\delta_{amb}, 0) \\ 0 \\ \max((\lambda_4 - \kappa_4)\delta_{amb}, 0) \end{bmatrix}, \\
 b_9 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \max((\lambda_3 - \kappa_3)\delta_{amb}, 0) \\ 0 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Entonces:

$$x_{3k+1} = \max(x_{3k} + b_1\delta_{3k+1} + b_4, b_7) \quad \text{para } k=0,1,\dots,N-1,$$

$$x_{3k+2} = \max(x_{3k+1} + b_2\delta_{3k+2} + b_5, b_8) \quad \text{para } k=0,1,\dots,N-1,$$

$$x_{3k+3} = \max(x_{3k+2} + b_3\delta_{3k+3} + b_6, b_9) \quad \text{para } k=0,1,\dots,N-1$$

Las características de la zona de tráfico puede imponer otras regulaciones, tales como establecer cotas a las duraciones mínimas y máximas para los tiempos verde y rojo, así:

$\delta_{min.verde,i}$ : cota mínima de duración de la luz en semáforo  $i=1,2,3$ .

$\delta_{max.verde,i}$ : cota máxima de duración de la luz en semáforo  $i=1,2,3$ .

El problema de regulación de los semáforos puede representarse a través del siguiente modelo:



$$\text{Minimizar } J \quad (1)$$

sujeto a:

$$\delta_{\min.\text{verde},1} \leq \delta_{3k+1} - \delta_{\text{amb}} \leq \delta_{\max.\text{verde},1} \quad \text{para } k=0,1,\dots,N-1, \quad (2)$$

$$\delta_{\min.\text{verde},2} \leq \delta_{3k+2} - \delta_{\text{amb}} \leq \delta_{\max.\text{verde},2} \quad \text{para } k=0,1,\dots,N-1, \quad (3)$$

$$\delta_{\min.\text{verde},3} \leq \delta_{3k+3} - \delta_{\text{amb}} \leq \delta_{\max.\text{verde},3} \quad \text{para } k=0,1,\dots,N-1, \quad (4)$$

$$x_{3k+1} = \max(x_{3k} + b_1 \delta_{3k+1} + b_4, b_7) \quad \text{para } k=0,1,\dots,N-1, \quad (5)$$

$$x_{3k+2} = \max(x_{3k+1} + b_2 \delta_{3k+2} + b_5, b_8) \quad \text{para } k=0,1,\dots,N-1, \quad (6)$$

$$x_{3k+3} = \max(x_{3k+2} + b_3 \delta_{3k+3} + b_6, b_9) \quad \text{para } k=0,1,\dots,N-1, \quad (7)$$

Si los carriles difieren en importancia al evaluar el nivel de congestión de los mismos, se representa el nivel de importancia del carril, fijando diferentes pesos o ponderaciones  $w_i$ ,  $i=1,\dots,4$ . La función  $J$  a minimizar puede ser:

- Suma (ponderada) de las longitudes medias de las colas en todos los carriles

$$J_1 = \sum_{j=1}^4 w_j \frac{\sum_{i=1}^{3N} x_{ij} \delta_i}{\sum_{i=1}^{3N} \delta_i} \quad (8)$$

- Longitud (ponderada) media de las colas en el carril con mayores colas

$$J_2 = \max_j w_j \frac{\sum_{i=1}^{3N} x_{ij} \delta_i}{\sum_{i=1}^{3N} \delta_i} \quad (9)$$

- Longitud (ponderada) de la cola más larga

$$J_3 = \max_{i,j} w_j x_{ij} \quad (10)$$

- Suma (ponderada) de los tiempos medios de espera considerando las colas de todos los carriles

$$J_4 = \sum_{j=1}^4 \frac{w_j}{\lambda_j} \frac{\sum_{i=1}^{3N} x_{ij} \delta_i}{\sum_{i=1}^{3N} \delta_i} \quad (11)$$

- Tiempo (ponderado) medio de espera en el carril con mayor tiempo de espera

$$J_5 = \max_j \frac{w_j}{\lambda_j} \frac{\sum_{i=1}^{3N} x_{ij} \delta_i}{\sum_{i=1}^{3N} \delta_i} \quad (12)$$

Se puede analizar una sexta opción que consiste en considerar una combinación de los criterios anteriores. Esto nos lleva a un modelo multi-objetivo que podemos resolver tomando una combinación positiva de las distintas funciones objetivo.

$$J_6 = \sum_{i=1}^5 \alpha_i J_i \quad (13)$$

donde los valores  $\alpha_i$  corresponden a los pesos que se les dan a los distintos usuarios.

Como consecuencia de lo anteriormente expuesto, conocido  $\delta$  (vector de los tiempos de cada luz), la cantidad de autos en cada carril quede determinado mediante las ecuaciones (5) – (6) – (7). Denotamos por  $x(\delta)$  la matriz de  $3N$  filas y 4 columnas donde  $x_{ij}(\delta)$  indica la cantidad de vehículos en el carril  $j$  en el momento del cambio de luz  $i$ .

Definimos:

$$\Delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i \equiv j(3) \quad j = 1,2,3 \\ \text{ó si } i \equiv 2(3) & j = 4 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

es decir:

$\Delta_{i1} = 1$ , cuando  $i$  es congruente con 1 módulo 3, en los demás casos  $\Delta_{i1} = 0$ .

$\Delta_{i2} = 1$ , cuando  $i$  es congruente con 2 módulo 3, en los demás casos  $\Delta_{i2} = 0$ .

$\Delta_{i3} = 1$ , cuando  $i$  es congruente con 3 módulo 3, en los demás casos  $\Delta_{i3} = 0$ .

$\Delta_{i4} = 1$ , cuando  $i$  es congruente con 2 módulo 3, en los demás casos  $\Delta_{i4} = 0$ .

Una forma más compacta de escribir el problema, sin tener que diferenciar entre las tres fases es la siguiente:

$$\text{Minimizar } J \quad (14)$$

sujeto a:

$$\Delta_{k1} \delta_{\min.verde1} + \Delta_{k2} \delta_{\min.verde2} + \Delta_{k3} \delta_{\min.verde3} \leq \delta_k - \delta_{amb} \leq \Delta_{k1} \delta_{\max.verde1} + \Delta_{k2} \delta_{\max.verde2} + \Delta_{k3} \delta_{\max.verde3} \quad (15)$$

$$x_{kj} = \max[x_{k-1j} + (\lambda_j - \Delta_{kj} \mu_j) \delta_k + \Delta_{kj} (\mu_j - \kappa_j) \delta_{amb}, \max(\Delta_{kj} (\lambda_j - \kappa_j) \delta_{amb}, 0)] \quad \text{para } k=1, \dots, 3N; \quad j=1,2,3,4 \quad (16)$$

Como habíamos mencionado anteriormente, ya introducimos una aproximación extra al considerar las longitudes de cola continuas. Además, en la práctica, hay también alguna incertidumbre y variación en el tiempo de las tasas de llegada y de salida, lo que

hace recomendable obtener una buena aproximación de la solución óptima que sea calculable en un tiempo corto y fácilmente ajustable a los cambios en los valores de los parámetros. De hecho se trata de un problema de optimización con restricciones de complementariedad lineal (problema NP-duro), que involucra  $15N$  variables,  $6N$  restricciones suaves y  $12N$  no suaves, lo que haría muy costoso la aplicación de un algoritmo iterativo. En este trabajo proponemos un algoritmo heurístico inspirado en la metaheurística de recocido simulado para la solución del problema.

### **3. HEURÍSTICAS Y METAHEURÍSTICAS**

Se podrían encontrar diversas definiciones para el concepto heurístico, de las que presentamos tres a continuación:

“... Procedimientos simples, a menudo basados en el sentido común, que tienden a ofrecer una buena solución (aunque no necesariamente la óptima) a problemas difíciles, de un modo fácil y rápido” [Zanakis, S.H. y Evans, J.R. (1981)].

“Un método heurístico es un procedimiento para resolver un problema de optimización bien definido mediante una aproximación intuitiva, en la que la estructura del problema se utiliza de forma inteligente para obtener una buena solución” [Adenso Díaz, et al. (1996)].

“Técnica que explora buenas soluciones, cercanas al óptimo, en un tiempo computacional razonable sin poder garantizar ni factibilidad ni optimalidad y en muchos casos incapaz de indicar la distancia a la que se queda del óptimo” [Arbelaitz Gallego, O. (2002)].

Las razones para la utilización de métodos heurísticos pueden ser muy diversas:

- Para muchos de los problemas de optimización más comunes no existe un método exacto de resolución o el tiempo de cálculo requerido es desorbitado.
- Existen casos de problemas en los que la solución óptima no es indispensable; el objetivo es simplemente buscar una solución de calidad aceptable. En estos casos puede que no merezca la pena el esfuerzo de encontrarla.

- Además de los requerimientos de tiempo, los métodos exactos a veces tienen fuertes necesidades de memoria y puede ocurrir que en el entorno en que se esté no se disponga del mismo.
- Los métodos heurísticos resultan a menudo muy útiles como paso intermedio en la utilización de otro algoritmo.
- Como se puede intuir, estos métodos permiten mayor flexibilidad en el manejo de las características del problema.

Tradicionalmente para resolver un problema dado, se diseñaba un algoritmo heurístico específico. Hoy en día, el interés primordial de los investigadores es el de diseñar métodos generales que sirvan para resolver clases o categorías de problemas. Dado que estos métodos generales sirven para construir o guiar el diseño de métodos que resuelvan problemas específicos, se les ha dado el nombre de metaheurísticas. La característica general que comparten las técnicas metaheurísticas es la de guiar una heurística subordinada de acuerdo con algún concepto derivado de la inteligencia artificial, la biología, las matemáticas o la física, para mejorar su rendimiento.

Osman [Osman, I.H. (1995)] proporciona una definición acertada de metaheurística:

“Dentro de la clase denominada metaheurísticas se incluyen todos aquellos procedimientos que en un proceso iterativo, guían a una heurística subordinada combinando inteligentemente diferentes conceptos tomados de analogías de la naturaleza, y exploran el espacio de soluciones utilizando estrategias de aprendizaje para estructurar la información, con el objeto de encontrar eficientemente soluciones cercanas al óptimo”.

#### **4. RECOCIDO SIMULADO**

La idea básica de Recocido Simulado es la búsqueda global que permite movimientos ascendentes para evitar quedar atrapado prematuramente en un óptimo local y fue introducida por Metrópolis [Metrópolis, et al. (1953)] en un algoritmo para simular el proceso de enfriamiento de un material.

El método del “recocido” se utiliza en la industria para obtener materiales más resistentes o más cristalinos, en general, para mejorar las cualidades de un material. El proceso consiste en “derretir” el material (calentarlo a temperatura muy alta). En esa situación los átomos adquieren una distribución “azarosa” dentro de la estructura del material y la energía del sistema es máxima. Luego se hace descender la temperatura muy lentamente por etapas, dejando que en cada una de esas etapas los átomos queden en equilibrio (es decir, que los átomos alcancen una configuración óptima para esa temperatura). Al final del proceso, los átomos forman una estructura cristalina altamente regular, el material alcanza así una máxima resistencia y la energía del sistema es mínima. Experimentalmente se comprueba que si se hace descender la temperatura bruscamente, o si no se espera suficiente tiempo en cada etapa, al final la estructura del material no es la óptima.

Metrópolis modeló el proceso de recocido, simulando los cambios energéticos en un sistema de partículas conforme decrece la temperatura, hasta que converge a un estado estable (congelado). Las leyes de la termodinámica fijan que a una temperatura  $T$  la probabilidad de un incremento energético de magnitud  $\Delta E$  se puede aproximar por  $P(\Delta E) = e^{-\frac{\Delta E}{K_B T}}$  (17), donde  $K_B$  es una constante física denominada de Boltzmann y  $T$  es la temperatura del sistema. En el algoritmo de Metrópolis se genera una perturbación aleatoria en el sistema y se calculan los cambios de energía resultantes: si hay una caída energética, el cambio se acepta automáticamente; por el contrario, si se produce un incremento energético, el cambio será aceptado con una probabilidad dada por (17). El proceso se repite durante un número predefinido de iteraciones en series decrecientes de temperaturas, hasta que el sistema esté “frío”. Conforme disminuye la temperatura disminuye la probabilidad de aceptar configuraciones que supongan un incremento de la energía del sistema. Así pues, a temperaturas altas son las características del sistema que más afectan a su estado energético las que guían el proceso, mientras que al disminuir la temperatura son los detalles de la configuración los que predominan en la evolución.

#### 4.1. Metaheurística basada en Recocido Simulado

Kirkpatrick, Gelatt y Vecchi [Kirkpatrick, et al. (1983)] en sus publicaciones sobre circuitos VLSI, y Cerny [Cerny, V. (1985)] para el TSP independientemente, sugirieron que el tipo de simulación descrito en el apartado anterior, se podía utilizar para encontrar soluciones factibles de un problema de optimización, con el objetivo de llegar a una solución óptima, asociando conceptos clave del proceso original de simulación, con elementos de optimización combinatoria según se indica en la tabla siguiente:

Simulación termodinámica	Optimización combinatoria
Estados del sistema	Soluciones factibles
Energía	Coste
Cambio de estado	Solución en el entorno
Temperatura	Parámetro de control
Estado congelado	Solución heurística

La exploración del conjunto de posibles soluciones se realiza teniendo en cuenta una estructura de vecindades pre-establecida, de modo que la evaluación de la diferencia entre las evaluaciones de la función objetivo entre dos soluciones consecutivas sea calculable de modo eficiente. La técnica de recocido simulado posee una elevada capacidad para escapar de los mínimos locales gracias al empleo del criterio Metrópolis de aceptación de configuraciones de mayor energía, es decir un modo de evitar que la búsqueda finalice en un óptimo local, es permitir que algunos movimientos sean hacia soluciones peores. Por tanto, cualquier implementación de búsqueda local-global puede convertirse en una implementación recocido simulado al elegir elementos del entorno de modo aleatorio, aceptar automáticamente todos los movimientos hacia una mejor solución, y aceptar los movimientos a una solución peor de acuerdo con una probabilidad dada por (17). La constante de Boltzmann  $K_B$ , en general no se considera, debido a que no tiene significado en los problemas de optimización. Por tanto, basándonos en Dowsland [Dowsland, K.A y Adenso Díaz, B.

(2003)] podemos definir un algoritmo básico de recocido simulado para problemas de optimización de la manera siguiente:

Sea  $F$  la función objetivo,  $F(s)$  el coste de la solución  $s$  y  $N(s)$  su entorno.  
Seleccionar una solución inicial  $s_0$ ;  
Seleccionar una temperatura inicial  $T_0 > 0$ ;  
Seleccionar una función de reducción de la temperatura  $\alpha$ ;  
Seleccionar un número de iteraciones  $nrep$  para cada valor de la temperatura;  
Seleccionar un *criterio de parada* (valor final de la temperatura);  
Seleccionar una estructura  $N(s_0)$  de soluciones vecinas a  $s_0$ .  
REPETIR

REPETIR

Seleccionar aleatoriamente una solución  $s \in N(s_0)$ ;

Sea  $\Delta F = F(s) - F(s_0)$ ;

Si  $\Delta F < 0$  entonces  $s_0 = s$

SI NO

Generar aleatoriamente  $u \in U(0,1)$ ;

Si  $u < e^{-\frac{\Delta F}{T}}$  entonces  $s_0 = s$ ;

FIN

SI NO

HASTA QUE cuenta iteraciones =  $nrep$

$T = \alpha(T)$

HASTA QUE *criterio de parada* = CIERTO

La mejor solución visitada será la solución heurística dada por el algoritmo.

#### **4.2. Algoritmo basado en Recocido Simulado para el problema de sincronización de semáforos**

Como ya se ha indicado en la introducción, el problema de regulación del tráfico a través del ajuste de los ciclos de los semáforos, es intrínsecamente difícil de resolver de manera óptima. Para resolver el problema, se propone un algoritmo heurístico inspirado en la metaheurística de recocido simulado.

Sobre la base de lo explicado en esta sección, se formuló el algoritmo, cuyo pseudo-código presentamos a continuación.

### ALGORITMO

- 0)** Fijar  $t_0 > 0$  (temperatura inicial),  $\alpha \in (0,1)$  (parámetro del esquema de enfriamiento),  $Q$  (cantidad de pasos con igual temperatura),  $T$  (menor temperatura a alcanzar por el sistema). Escoger  $J_i$ ,  $i=1, \dots, 6$ , y construir  $F$ , función objetivo del problema.
- 1)** Construir un vector  $\delta_0$  y la solución  $x(\delta_0)$  asociada.  $F_{mejor} = F(x(\delta_0), \delta_0)$ ,  $\delta_{mejor} = \delta_0$   
temperatura  $t = t_0$ ,  $i = 0$ ,  $F_{anterior} = +\infty$
- 2)** Mientras  $t > T$ ,
  - 2.1)**  $q = 1$
  - 2.2)** Mientras  $q < Q$ 
    - 2.2.1)** Tomar  $\delta$  un punto vecino de  $\delta_i$  y hallar  $x(\delta)$ . Si  $F(x(\delta), \delta) < F_{mejor}$ ,  $\delta_{mejor} = \delta$ ,  $F_{mejor} = F(x(\delta), \delta)$ . Si  $F(x(\delta), \delta) < F_{anterior}$   $\delta_{i+1} = \delta$ ,  $F_{anterior} = F(x(\delta), \delta)$  e ir a **2.2.4)**
    - 2.2.2)** Generar  $r$ , número aleatorio de acuerdo a la ley uniforme en  $(0,1)$ .
    - 2.2.3)** Si  $r < \exp\left(\frac{F_{anterior} - F(x(\delta), \delta)}{t}\right)$ ,  $\delta_{i+1} = \delta$ , si no,  $\delta_{i+1} = \delta_i$   $\delta_{anterior} = \delta_{i+1}$  y  $F_{anterior} = F(x(\delta), \delta)$ , construir la solución  $x(\delta_{i+1})$  asociada.
    - 2.2.4)**  $q = q + 1$  e ir a **2.2)**
  - 2.3)**  $t = t \cdot \alpha$  e ir a **2)**.
- 3)** Mejor solución  $\delta_{mejor}$  con valor de la función objetivo  $F(x(\delta_{mejor}), \delta_{mejor})$ . Fin

Pueden considerarse diversos criterios para definir el sistema de vecindades para ejecutar el algoritmo formulado. Consideramos el sistema de vecindades definido por el criterio:  $\delta$  es vecino de  $\delta^*$  si difieren en solo una componente y  $\|\delta - \delta^*\| = 1$ , es decir  $\delta$  es vecino de  $\delta^*$  si existe  $i$  tal que  $\delta_i = \delta_i^* \pm 1$  y  $\delta_j = \delta_j^*$  para todo  $j \neq i$ . En aras de mantener factibilidad se tiene en cuenta que el nuevo punto cumpla las restricciones en



(15). Claramente las vecindades así definidas, son un subconjunto discreto del conjunto de soluciones factibles, pero posibilita la rápida exploración de soluciones factibles.

El algoritmo y el método de resolución propuestos han sido programados en MATLAB y se han implementado en un ordenador con procesador Intel Core i7, 950 que trabaja a 307 GHz. El programa permite variar los parámetros del algoritmo (temperatura inicial y final, número de repeticiones para una temperatura fija y estrategia de disminución de la temperatura), a fin de posibilitar el ajuste de sus valores en distintas situaciones de tráfico (por ejemplo, en cuanto a densidad de tráfico o número de ciclos)

## **5. APLICACIÓN AL CRUCE DE LA AVENIDA DE FINISTERRE CON LAS CALLES PALOMAR Y PASEO DE LOS PUENTES**



La intersección semafORIZADA de la avenida de Finisterre con las calles Palomar y Paseo de los Puentes de la ciudad de A Coruña, es un ejemplo del tipo de cruce presentado y modelado en este trabajo, o sea, de cruce regulado por semáforos con las tres fases descritas en las figuras 1-3 en cada ciclo.

En la primera fase, el semáforo situado en la calle Palomar se encuentra en color verde, permitiendo que los coches que circulan por dicha calle puedan rebasar el cruce y

continuar de frente, por el Paseo de los Puentes, o girar a la derecha o a la izquierda hacia la avenida de Finisterre.

En la segunda fase, los semáforos situados en la avenida de Finisterre cambian de rojo a verde, permitiendo la circulación por la mencionada avenida, o girar a la derecha hacia la calle Palomar, o girar a la derecha hacia el Paseo de los Puentes.

En la tercera fase, el semáforo situado en el Paseo de los Puentes cambia de rojo a verde, permitiendo a los vehículos rebasan el cruce, para continuar de frente hacia la calle Palomar, o girar a la derecha o a la izquierda hacia la avenida de Finisterre.

En las proximidades del cruce mencionado se encuentra un centro escolar. A las horas de entrada y salida del colegio, existe un problema importante de embotellamiento, provocado fundamentalmente por el número elevado de vehículos que acceden la zona para poder llevar o recoger a los alumnos.

Los semáforos están regulados mediante un ciclo fijo en todos los momentos del día. La duración del tiempo ámbar es de 3 sg. y la duración del verde es (incluido el ámbar) de 30 sg. para los semáforos de la calle Palomar y avenida de Finisterre y de 20 sg. para el del Paseo de los Puentes. Esta regulación, aunque se aproxima bastante a la óptima durante la mayor parte del día, resulta bastante mala en las horas punta de horario escolar, durante las cuales se pueden producir colas de hasta 20-22 coches.

A continuación, se analiza la validez del modelo propuesto para representar la situación del cruce mencionado. Se observa, a partir de datos reales de entrada y salida de vehículos en el cruce, que el número de vehículos que esperan en los semáforos según el modelo, es aproximadamente el mismo que los que en la realidad constituyen las colas en las horas punta de horario escolar. Luego, usando esos mismos datos y el método heurístico propuesto para la resolución del problema, se obtiene una regulación variable de los tiempos verde de los semáforos para llegar a optimizar las diferentes funciones objetivo, con lo cual la longitud de las colas se reduce considerablemente, lo que permite una circulación más fluida, una reducción del gasto de combustible, disminución de la contaminación ambiental y de los accidentes.

## 6. RESULTADOS COMPUTACIONALES

Consideramos en este ejemplo diez ciclos ( $N=10$ ). Por mediciones directas en observaciones de varios días durante el horario pico, se estimaron las tasas de llegada y salida en los carriles

$$\lambda_1 = 0.16, \lambda_2 = 0.1, \lambda_3 = 0.12, \lambda_4 = 0.11 \text{ (vehículos por segundo)}$$

$$\mu_1 = 0.43, \mu_2 = 0.43, \mu_3 = 0.45, \mu_4 = 0.51 \text{ (vehículos por segundo)}$$

$$\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = \kappa_4 = 0.1 \text{ (vehículos por segundo)}$$

$$\delta_{\text{amb}} = 3 \text{ sg.}$$

$$\delta_{\text{min.verde},1} = \delta_{\text{min.verde},2} = \delta_{\text{min.verde},3} = 10$$

$$\delta_{\text{max.verde},1} = \delta_{\text{max.verde},2} = 50, \delta_{\text{max.verde},3} = 30$$

$$\text{Pesos } w = [1 \ 1 \ 1 \ 1]$$

En ciclo fijo, el tiempo verde (incluido el ámbar) para los semáforos  $T_1, T_2$  y  $T_4$  es de 30 sg. y para el  $T_3$  de 20 sg.

Los resultados obtenidos con la sincronización de los semáforos a ciclo fijo son:

**Tabla 1: Promedio de vehículos en el momento del cambio de luz**

	Carril 1	Carril 2	Carril 3	Carril 4
Ciclo1-Fase1	0,18	3	3,6	3,3
Ciclo1-Fase2	4,98	0	7,2	0
Ciclo1-Fase3	8,18	2	1,65	2,2
Ciclo2-Fase1	1,07	5	5,25	5,5
Ciclo2-Fase2	5,87	0	8,85	0
Ciclo2-Fase3	9,07	2	3,3	2,2
Ciclo3-Fase1	1,96	5	6,9	5,5
Ciclo3-Fase2	6,76	0	10,5	0
Ciclo3-Fase3	9,96	2	4,95	2,2
Ciclo4-Fase1	2,85	5	8,55	5,5
Ciclo4-Fase2	7,65	0	12,15	0
Ciclo4-Fase3	10,85	2	6,6	2,2
Ciclo5-Fase1	3,74	5	10,2	5,5

Ciclo5-Fase2	8,54	0	13,8	0
Ciclo5-Fase3	11,74	2	8,25	2,2
Ciclo6-Fase1	4,63	5	11,85	5,5
Ciclo6-Fase2	9,43	0	15,45	0
Ciclo6-Fase3	12,63	2	9,9	2,2
Ciclo7-Fase1	5,52	5	13,5	5,5
Ciclo7-Fase2	10,32	0	17,1	0
Ciclo7-Fase3	13,52	2	11,55	2,2
Ciclo8-Fase1	6,41	5	15,15	5,5
Ciclo8-Fase2	11,21	0	18,75	0
Ciclo8-Fase3	14,41	2	13,2	2,2
Ciclo9-Fase1	7,3	5	16,8	5,5
Ciclo9-Fase2	12,1	0	20,4	0
Ciclo9-Fase3	15,3	2	14,85	2,2
Ciclo10-Fase1	8,19	5	18,45	5,5
Ciclo10-Fase2	12,99	0	22,05	0
Ciclo10-Fase3	16,19	2	16,5	2,2

Se ve que la longitud de la peor cola es de 22 vehículos, que se alcanza en el Paseo de los Puentes. Sobre la calle Palomar la peor cola es de 16 coches. Sin embargo en la avenida de Finisterre hay colas muy cortas, incluso en la fase dos (luz verde para los semáforos de dicha avenida) existen momentos en que no rebasa el cruce ningún vehículo. Estos resultados son un buen reflejo de la situación real. Los 10 ciclos estudiados suponen un tiempo aproximado de 13 minutos, después de este intervalo de tiempo, la situación empieza a mejorar ya que el número de coches que llegan por la calle Palomar y Paseo de los Puentes disminuye, al pasar la hora punta del horario escolar.

Partiendo de la misma situación inicial, y de los datos anteriormente señalados, se aplicó el algoritmo propuesto con los siguientes parámetros:

Solución inicial:  $\delta_0 = [30 \ 30 \ 20 \ 30 \ 30 \ 20 \ 30 \ 30 \ 20 \ 30 \ 30 \ 20 \ 30 \ 30 \ 20 \ 30 \ 30 \ 20 \ 30 \ 30 \ 20 \ 30 \ 30 \ 20 \ 30 \ 30 \ 20]$

Temperatura inicial  $t_0 = 100000$

Función de reducción de temperatura  $T_M = 0.5T_{M-1}$

Número de iteraciones con igual temperatura  $Q = 200$

Criterio de parada  $T < 0.000000001$

Los tiempos de luz verde obtenidos son dados por el vector:

$\delta = [15 \ 14 \ 15 \ 20 \ 13 \ 17 \ 25 \ 15 \ 18 \ 25 \ 15 \ 18 \ 25 \ 16 \ 17$   
 $22 \ 13 \ 17 \ 23 \ 18 \ 15 \ 25 \ 10 \ 14 \ 16 \ 12 \ 15 \ 17 \ 10 \ 14]$

La siguiente tabla muestra el estado del sistema en las diferentes fases y ciclos asociadas a estos tiempos de luz verde.

**Tabla 2: Promedio de vehículos en el momento del cambio de luz**

	Carril 1	Carril 2	Carril 3	Carril 4
Ciclo1-Fase1	0,18	1,5	1,8	1,65
Ciclo1-Fase2	2,42	0	3,48	0
Ciclo1-Fase3	4,82	1,5	0	1,68
Ciclo2-Fase1	0,41	3,5	2,46	3,88
Ciclo2-Fase2	2,49	0,2	4,02	0
Ciclo2-Fase3	5,21	1,9	0	1,9
Ciclo3-Fase1	0,18	4,4	3,06	4,65
Ciclo3-Fase2	2,58	0,44	4,86	0
Ciclo3-Fase3	5,46	2,24	0	2,01
Ciclo4-Fase1	0,18	4,74	3,06	4,76
Ciclo4-Fase2	2,58	0,78	4,86	0
Ciclo4-Fase3	5,46	2,58	0	2,01
Ciclo5-Fase1	0,18	5,08	3,06	4,76
Ciclo5-Fase2	2,74	0,79	4,98	0
Ciclo5-Fase3	5,46	2,49	0,42	1,9
Ciclo6-Fase1	0,51	4,69	3,06	4,32
Ciclo6-Fase2	2,59	1,39	4,62	0,35
Ciclo6-Fase3	5,31	3,09	0	2,22
Ciclo7-Fase1	0,18	5,39	2,82	4,75

Ciclo7-Fase2	3,06	0,44	4,98	0
Ciclo7-Fase3	5,46	1,94	1,08	1,68
Ciclo8-Fase1	0,18	4,44	4,08	4,43
Ciclo8-Fase2	1,78	2,13	5,28	1,66
Ciclo8-Fase3	4,02	3,53	1,71	3,2
Ciclo9-Fase1	0,69	5,13	3,63	4,96
Ciclo9-Fase2	2,61	2,16	5,07	1,39
Ciclo9-Fase3	5,01	3,66	1,17	3,04
Ciclo10-Fase1	1,41	5,36	3,21	4,91
Ciclo10-Fase2	3,01	3,05	4,41	2,14
Ciclo10-Fase3	5,25	4,45	0,85	3,68

Puede apreciarse que la peor cola es de 5,46 vehículos que se alcanza en la calle Palomar, en el Paseo de los Puentes es de 5,28 y en la avenida de Finisterre es aproximadamente de 5 vehículos. Por tanto los resultados son muchísimo mejores que los que se presentan en la realidad con el ciclo de semáforo de tiempo fijo. Ello es debido a que se evita que en la avenida de Finisterre existan momentos de luz verde sin que rebase el cruce ningún vehículo. Además el tiempo verde para la fase 1 está en torno a los 23-25 sg, (30 en ciclo fijo), en la fase 2 está en torno a los 15-16 sg. (30 en ciclo fijo) y en la fase 3 está en torno a 15-17 sg. (20 en ciclo fijo). Por tanto, como cabía esperar, el error mayor está en el tiempo que en ciclo fijo se le concede a la fase 2.

El tiempo computacional para la heurística es en torno a los 4 sg., tiempo que se puede considerar adecuado para que *en-línea* se puedan ajustar de modo óptimo los ciclos de los semáforos que rigen el cruce mencionado, al menos en las horas punta.

## 7. CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

- En este trabajo hemos estudiado un problema de control óptimo de semáforos para un cruce de dos carreteras con los dos sentidos de circulación en el que en cada ciclo existen tres fases, en la primera y tercera, se puede seguir de frente y girar a derecha e izquierda, mientras en la segunda sólo se puede ir de frente o girar a la derecha.

- Hemos propuesto un método de solución basado en la metaheurística recocido simulado; con él se obtienen valores para los períodos de luz verde que permitieron colas más cortas en horas críticas del cruce, con un tiempo computacional adecuado.
- Hemos comparado los resultados conseguidos con nuestro modelo y nuestra propuesta de solución, con los que se dan en la realidad en el cruce de la calles Palomar y Paseo de los Puentes con la avenida de Finisterre, partiendo de datos reales de número de vehículos que llegan y rebasan el cruce en horas punta, obteniendo resultados mejores (en cuanto a la longitud de las colas), pues al optimizar el tiempo de los ciclos de los semáforos se evita que haya vehículos esperando mientras que en los carriles en verde ningún coche está pasando.
- En el futuro continuaremos con la experimentación computacional para validar la conducta del algoritmo propuesto y modelaremos otros tipos de intersecciones en las que en cada ciclo haya cuatro fases con cuatro u ocho semáforos, o seis fases con ocho semáforos.
- También nos proponemos, en dichas intersecciones, la experimentación con datos reales de flujo de vehículos, incluyendo en nuestro estudio diferencias entre los distintos carriles, un mayor número de ciclos y en el caso del problema multiobjetivo, vectores de peso que ponderen más un objetivo que otro.

## **8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ADENSO DÍAZ, B.; GLOVER, F.; GHAZIRI, H.; GONZÁLEZ, J.M.; LAGUNA, M.; MOSCATO, P. y TSENG, F. (1996) “Optimización heurística y redes neuronales en dirección de operaciones e ingeniería”. Editorial Paraninfo. Madrid.
- ARBELAITZ GALLEGO, O. (2002) “Soluciones basadas en simulated annealing para el VRPTW”. Tesis. Donostia.
- CERNY, V. (1985) “A thermodynamical approach to the travelling salesman problem: an efficient simulation algorithm”. *Journal of optimization, theory and applications*, 45, pp. 41-55.
- DE SCHUTTER, B. y DE MOOR, B. (1998) “Optimal traffic light control for a single intersection”. *European Journal of Control*, 4, 3, pp. 260-276.

- DOWSLAND, K.A. y ADENSO DÍAZ, B. (2003). “Heuristic design and fundamentals of the simulated annealing”. *Revista iberoamericana de inteligencia artificial*, 19, pp. 93-102.
- KIRKPATRICK, S.; GELATT, J.R. y VECCHI, M.P. (1983) “Optimization by simulated annealing”. *Science*, 220, pp. 671-680.
- LEMA FERNÁNDEZ, C.S.; PEDREIRA ANDRADE, L.P.; BOUZA ALLENDE, G. y ALLENDE ALONSO, S. (2009) “Un método híbrido para resolver el problema de control óptimo de semáforos”. *Rect@*, 10, pp. 285-298.
- LIM, G.Y.; KANG, J.J. y HONG, Y.S. (2001) “The optimization of traffic signal light using artificial intelligence”. 10<sup>th</sup> IEEE International Conference in Fuzzy Systems, 3, pp. 1279-1282.
- LÓPEZ, J.; GARCÍA, A.; GARCÍA BLANCO, I. y ZÚÑIGA, F. (2007) “Traffic lights Fuzzy control proposals to improve vehicular flow”, Fourth Congress of Electronics, Robotics and Automotive Mechanics, pp. 406-411.
- METRÓPOLIS, N.; ROSENBLUTH, A.W.; ROSENBLUTH, M.N.; TELLER, A.H. y TELLER, E. (1953) “Equation of state calculation by fast computing machines”. *Journal of chemistry physics*, 21, pp. 1087-1091.
- OSMAN, I.H. (1995) “An introduction to Meta-Heuristics”. *Operational Research. Tutorial papers*. pp. 92-122.
- SÁNCHEZ, J.J.; GALÁN, M.J. y RUBIO, E. (2008). “Applying a traffic lights evolutionary optimization technique to a real case: Las Ramblas, Area in Santa Cruz de Tenerife” *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 12, 1, pp. 25-40.
- SÁNCHEZ-TOSCANO BARBERO, J. (2003). “Temario específico ESTT-OEP 2005, tema 82”, pp. 1-19.
- WIERING, M.; VREEKEN, J.; VAN VEENEN, J. y KOOPMAN, A. (2004). “Simulation and optimization of traffic in a city”. *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pp. 453-458.
- ZANAKIS, S.H. y EVANS, J.R. (1981) “Heuristic optimization: why, when and how to use it”. *Interfaces*, 5.