Perfil matemático del alumnado de nuevo ingreso en la Facultad de Economía y Empresa de la UB[1]

Adillon Boladeres, Roman (adillon@ub.edu)
Jorba Jorba, Lambert (lambert.jorba@ub.edu)
Purroy Sánchez, Pere (ppurroy@ub.edu)
Ribas Marí, Carme (cribas@ub.edu)
Tarrío Reboredo, Antonio (atarrio@ub.edu)
Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial
Universidad de Barcelona

RESUMEN

Este documento analiza el nivel de conocimientos matemáticos de los alumnos de nuevo ingreso a los grados de ADE y de Economía de la Universidad de Barcelona durante dos cursos.

En las matemáticas de primer curso de grado existe una divergencia entre el nivel real de conocimientos del alumno y el nivel de conocimientos que el profesor considera que tiene o que debería tener. Las consecuencias de esta situación se manifiestan en el rendimiento de los alumnos.

Buscaremos una metodología que permita obtener datos objetivos sobre el nivel inicial del alumno y que ofrezca una ayuda para poder incidir positivamente en los aspectos de la formación con más deficiencias.

[1] Trabajo financiado por el *Institut de Ciències de la Educació* de la Universitat de Barcelona a través del proyecto "Diagnóstico de los conocimientos matemáticos de los alumnos de nuevo ingreso a la Facultad de Economía y Empresa" (código proyecto 1001-31) dentro de la convocatoria de ayudas del Programa de Investigación en Docencia Universitaria REDICE-10.

El objetivo es analizar el nivel de conocimientos matemáticos de los alumnos que acceden a la Facultad, detectar lagunas y buscar soluciones o estrategias para intentar aumentar el rendimiento.

***Palabras claves*:**
Nuevo ingreso; nivel de conocimientos; conocimientos previos; Matemáticas.

***Área temática*:** Investigación en docencia universitaria.

ABSTRACT

This document analyzes the mathematical background of the new students in the Bachelor of Economics as well as in the one of Business and Administration Management.

In the first course of Mathematics there is a divergence between the actual level of knowledge of the student and the one that the professor expected of him. This fact has implications on the performance of the student.

We look for a methodology that allows us to obtain objective data with respect to the initial level of the student and that emphasizes in those mathematical concepts where the student has more deficiencies.

The objective is to analyze the level of mathematical knowledge of the students entering to our Faculty, to identify gaps and to look for solutions and strategies that improve their performance.

***Palabras claves*:**
New students; level of knowledge; background; mathematics.

1. INTRODUCCIÓN

No somos los primeros en realizar un estudio sobre el nivel de conocimientos matemáticos de los alumnos. No seremos tampoco los últimos. Algunos de estos estudios se refieren a la enseñanza secundaria obligatoria, otros centran su razón de ser en las calificaciones obtenidas por los estudiantes en las pruebas para el acceso a la universidad…

Nuestro estudio se basa en la transición del bachillerato a la universidad. Podríamos formularnos la pregunta ¿no sirven las notas de selectividad para efectuarlo? Por supuesto que no. Nuestro estudio está ciertamente centrado en el estudiante: en el futuro estudiante de los grados de ADE (Administración y dirección de empresa) y de ECO (Economía), que tendrá que enfrentarse a una nueva situación, en la que las matemáticas van a jugar un papel posiblemente incordiante a lo largo del primer curso de estos estudios universitarios. No nos sirven datos referentes a aquellos estudiantes que pretenden estudiar alguna ingeniería, o derecho o cualquier otro grado que no sea uno de los que nos ocupa.

Sabemos que se han realizado, entre otros, estudios referentes a la comprensión de las matemáticas (González, J.L. y Gallego, M 1997) y al nivel de conocimientos matemáticos básicos en los grados de economía y de empresa (Álvarez, Blanco, Guerrero y Quiroga 1998), pero somos conscientes de que la realidad educativa en nuestro país ha sido tan cambiante que difícilmente los resultados de un estudio realizado ayer servirían para hoy. Afortunadamente, parece que este deambular educativo ha llegado a su fin y que por fin se avecina estabilidad educativa (¡ojalá!)

Somos conscientes de la importancia de las matemáticas en el desarrollo de razonamientos rigurosos y críticos, y no creemos que podamos mejorar los resultados académicos de nuestros alumnos si no conocemos cuál es su nivel actual de conocimientos. Ahí empieza nuestro estudio. Nos preocupa que el tránsito hacia la universidad de nuestros estudiantes sea traumatizante, y sabemos que las asignaturas de matemáticas juegan un rol decisivo en este aspecto. Debemos, sin embargo, conocer cuál es el problema para poder enfrentarnos a él.

2. NECESIDAD Y RELEVANCIA DEL ESTUDIO

Los miembros del grupo de innovación docente *Innovación en Matemática Económica y Empresarial* llevamos ya muchos años trabajando para alcanzar un objetivo común: mitigar la dificultad que tiene el alumno de nuevo acceso a la universidad frente a las asignaturas de matemáticas en los grados de economía y empresa.

La asignatura de Matemáticas I es troncal y está enmarcada en el primer curso de los grados de Administración y Dirección de Empresa (ADE) y de Economía (ECO). Se trata de una asignatura de seis créditos. Las competencias que se desarrollan en esta asignatura las clasificamos en:

- **Competencias transversales, comunes a la Universidad de Barcelona.**

  Capacidad de aprendizaje y responsabilidad (capacidad de análisis, de síntesis, de visiones globales y de aplicación de los conocimientos a la práctica/capacidad de tomar decisiones y de adaptación a nuevas situaciones).
- **Competencias transversales de la titulación.**

  Capacidad de utilizar las TIC en el desarrollo profesional. Conocimiento y aplicación de las herramientas de las tecnologías de la información y la comunicación en el cumplimiento profesional de utilizar las TIC en el desarrollo profesional.

La asignatura Matemáticas I de los grados de ADE y de ECO se compone de dos bloques temáticos:

1. Álgebra (Espacio Vectorial y Espacio Euclideo).
2. Cálculo (Funciones reales de n variables y Optimización sin restricciones).

En general, en el primer curso de estudios superiores existe a menudo, una divergencia entre el nivel real de conocimientos del alumno y el nivel que el profesor considera que tiene o que en algunos casos, desearía que tuviera. Esto es debido a que en muchas ocasiones, aunque los alumnos de nuevo ingreso hayan superado los mínimos requeridos en la nota de corte para acceder a nuestro centro, su preparación es muy heterogénea.

Si concretamos en el caso de las matemáticas, desde mediados de los años 90, se ha evolucionado desde una situación en la que el nivel de conocimiento de los alumnos de nuevo ingreso era aceptable y bastante uniforme, a una situación en la que el nivel de conocimientos de los alumnos es cada vez más bajo y además presenta múltiples disparidades.

De esta forma, los pilares fundamentales sobre los que se apoyan algunas unidades temáticas habrían desaparecido repentinamente, mientras que el número de alumnos se incrementa cada curso.

Las consecuencias de esta situación se notaron en el rendimiento de nuestras asignaturas. Hubo un descenso en las calificaciones y la reflexión del profesorado fue la de sospechar que el nivel de conocimientos iniciales que tienen los alumnos cuando acceden al primer curso universitario, dentro del campo de las matemáticas, era una de las causas principales.

Lo que nos llevó a hacer esta afirmación es el hecho de que puede ser que cuando a un alumno se le exige un determinado nivel de conocimientos previos para poder trabajar con una unidad temática concreta, si no tiene estos conocimientos previos, el aprovechamiento de las clases se reduce a niveles mínimos, provocando que la frustración y la desmotivación aumenten exponencialmente.

Las consecuencias son diversas. La principal es, sin duda, la de que el alumno no está desarrollando adecuadamente su formación académica, ya que el nivel de comprensión que se puede conseguir en determinados conceptos no es el adecuado para poder aplicar los conocimientos matemáticos necesarios para tratar con posterioridad temas profesionales.

Por otro lado, esta situación suele acabar con el abandono de la asignatura debido a la frustración y a la falta de motivación que genera a los alumnos el hecho de no poder seguir adecuadamente el ritmo que se impone en el aula.

Aún así, la afirmación de que el bajo nivel de conocimientos previos está relacionado con el bajo rendimiento que se obtiene en la asignatura, es una apreciación basada en observaciones subjetivas de los profesores, que se realizan a partir del trato diario con los alumnos y de los diversos comentarios y sugerencias que el profesor recibe de los estudiantes.

La utilidad de estos comentarios y sugerencias es muy limitada, ya que se obtienen a lo largo del curso o hacia el final.

Finalmente, existe el riesgo evidente de evaluar el nivel inicial de los alumnos de un curso dado, a partir del nivel inicial de los alumnos de cursos anteriores. En la etapa actual esto es un disparate, ya que el proceso de selección del estudiante universitario ha cambiado, como lo ha hecho también el contenido de las materias que los alumnos cursan en los cursos preuniversitarios.

Para verificar estas observaciones y calibrar la influencia de los conocimientos previos en el descenso del rendimiento obtenido en la asignatura, proponemos buscar una metodología que nos permita obtener unos datos objetivos sobre el nivel inicial del alumno y que a la vez ofrezca ayuda a priori, con la anterioridad suficiente como para poder modificar la planificación del curso. De esta forma se podrá incidir en los aspectos de la formación de los nuevos alumnos donde se presenten más deficiencias.

Por lo tanto, el objetivo principal de esta iniciativa es la de analizar el nivel de los conocimientos matemáticos de los alumnos que acceden a nuestros estudios de economía y empresa, detectar las lagunas existentes en los alumnos de nuevo ingreso, y buscar posibles soluciones o estrategias para intentar aumentar el rendimiento de los alumnos en la asignatura de Matemáticas I, procurando que disminuya el abandono debido a la frustración y desmotivación que produce la falta de conocimientos previos.

Además de todo lo que hemos dicho, consideramos que este análisis que queremos llevar a cabo es imprescindible, dado que estamos delante de una situación y de una problemática hasta ahora inexistente. Los mil alumnos que acceden a nuestra facultad, de forma natural, se autoclasificaban entre la diplomatura de Empresariales, la licenciatura de Administración y Dirección de Empresa (ADE) y la licenciatura de Economía (ECO). En general, los alumnos que accedían a la diplomatura de

Empresariales procedían de módulos de grado superior y de acceso a la universidad para mayores de 25 años, aunque evidentemente, también había alumnos procedentes del bachillerato. La salida que tenían los alumnos no procedentes de bachillerato, en estos momentos es inexistente.

En el curso 2010-11 han accedido finalmente 1400 nuevos alumnos y mayoritariamente lo han hecho al grado de ADE.

En los nuevos grados hemos planteado unos planes docentes en las asignaturas de matemáticas, partiendo de la información que desde los medios oficiales se establece sobre las capacidades matemáticas de los alumnos que acceden.

Por tanto, la disparidad entre los conocimientos teóricos y los conocimientos reales de los alumnos que accederán a los grados puede crear un conflicto de gran magnitud, dado el elevado volumen de alumnos matriculados.

Además, hasta ahora los alumnos de nuevo acceso se podían matricular en la asignatura de libre elección niveladora « Introducción a las Matemáticas ». Con la implantación de los nuevos grados, esta asignatura ha desaparecido de nuestros estudios. Esto hace que, con mucha más urgencia, sea necesario este diagnóstico que estamos planteando para readaptar los programas de las asignaturas a la realidad existente.

En definitiva, el proyecto que presentamos tiene como finalidad la de establecer criterios e instrumentos que permitan diagnosticar y valorar, con un alto grado de fiabilidad, la verdadera situación referente a la comprensión y dominio de los conocimientos matemáticos, comparar estos resultados con los que se conseguirían con el desarrollo curricular ordinario y poner de manifiesto la existencia de vacíos y problemas en el proceso educativo, un proceso preocupado por la instrucción en habilidades, técnicas y que puede dar un papel secundario a la comprensión.

3. PREPARACIÓN DEL CUESTIONARIO. REALIZACIÓN DE LA PRUEBA

El proyecto parte de una iniciativa de evaluación inicial, que se llevó a cabo en la asignatura de Matemáticas I de los grados de ADE (Administración y Dirección de Empresas) y ECO (Economía) de la Facultad de Economía y Empresa de la UB. Esta evaluación inicial consistió en la realización de una prueba de nivel, de tipo test, para hacer un diagnóstico inicial a los alumnos de nuevo ingreso de nuestras titulaciones.

Después de algunas discusiones y teniendo en cuenta, por un lado, los contenidos de las Matemáticas I y II del Bachillerato de Ciencias Sociales (un porcentaje elevado de alumnos proceden de esta opción) y, por otro lado, los conocimientos básicos matemáticos que un alumno de nuevo ingreso consideramos que debería tener para afrontar con cierta garantía los estudios universitarios (Garrido y Cámara 2002) y (Gímenez y Serrano 2007), llegamos a la conclusión que esta prueba teórica tenía que recoger los siguientes conceptos:

1) **OPERACIONES ELEMENTALES.**
   a) Operaciones con fracciones.
   b) Regla de tres.
   c) Concepto de división.
   d) Tanto por ciento.
   e) Fracciones equivalentes.
2) **FUNCIONES ELEMENTALES.**
   a) Polinomios (operaciones, Ruffini, descomposición factorial,…).
   b) Potencias (propiedades).
   c) Logaritmos.
3) **GEOMETRÍA.**
   a) Recta que pasa por dos puntos.
   b) Parábolas.
   c) Triángulo rectángulo (Teorema de Pitágoras).
   d) Perímetro y área.
   e) Circunferencia.

4) ECUACIONES.

a) Ecuación de primer grado.

b) Ecuación cuadrática.

c) Sistema de ecuaciones lineales con dos ecuaciones y dos incógnitas.

5) FUNCIÓN REAL DE VARIABLE REAL.

a) Dominio.

b) Imagen y antiimagen.

c) Concepto de continuidad a través de la gráfica de una función.

d) Calcular un límite sencillo. Indeterminaciones.

6) DERIVADA: Cálculo y aplicaciones.

a) Cálculo de derivadas.

a1) Derivada de una suma de operaciones elementales.

a2) Derivada de un producto de funciones elementales.

a3) Derivada de un cociente de funciones elementales.

a4) Derivada de una función compuesta.

a5) Derivada de un cociente con funciones compuestas.

b) Aplicaciones de la derivada.

b1) Pendiente de una recta (recta tangente).

b2) Crecimiento y decrecimiento.

b3) Máximos y mínimos relativos.

b4) Concavidad y convexidad.

b5) Regla de l'Hôpital.

Entre esta población de nuevo acceso se escogió dos grupos del turno de mañana, uno del grado de Economía y otro de doble grado, ADE+Derecho, y dos grupos del turno de tarde, uno de ADE y otro de ECO. En total, una muestra de 200 alumnos universitarios de primer curso. Los instrumentos de recogida de datos fueron los cuestionarios y las pruebas objetivas.

Las pruebas se realizaron a principios del curso y una vez finalizadas se dieron a los alumnos las soluciones con el fin que pudieran autoverificar su nivel respecto la materia. De esta forma, los resultados obtenidos nos permitieron medir, tanto a nosotros como a ellos mismos, de una forma realista y objetiva, los conocimientos previos de matemáticas que tenían nuestros alumnos al iniciar el curso académico.

Las preguntas de esta prueba se separaron en bloques (operaciones, funciones elementales, trigonometría, continuidad, derivabilidad,...) para poder matizar la información y poder de esta forma analizar la evolución del nivel de los alumnos en diversas áreas de conocimiento.

Los alumnos fueron avisados el primer día de clase de la realización del test y de su utilidad. Se les explicó que no se trataba de una prueba en la que se aprobaba o se suspendía, sino de una prueba que nos permitiera analizar el nivel de matemáticas con que han accedido a nuestra facultad. Así pues, no planteamos un test en el cual las preguntas erróneas descuentan puntos, aunque aconsejamos que sólo se respondieran aquellas preguntas de las cuales el estudiante cree saber la respuesta. Para la realización de este test, los alumnos dispusieron de una hora y media. Se les permitió el uso de calculadora.

Para cada curso y para cada bloque se obtiene el número de alumnos que consideramos con los requisitos mínimos en el área de conocimiento asociada a aquel bloque. A partir de este número de alumnos, podemos llegar a hacer porcentajes sobre el total de alumnos encuestados. Esta información nos proporcionará una idea del nivel general en aquella área determinada, a pesar de que no podamos apreciar la uniformidad o disparidad en el nivel de conocimientos de los alumnos, entre otras cosas. Por eso se plantea un análisis estadístico más profundo de los datos recogidos, como pueden ser estudios descriptivos de resultados: tablas y gráficas de frecuencias, medidas, correlación, análisis de ítems.

4. ANÁLISIS CUALITATIVO DE LOS ÍTEMS DEL CUESTIONARIO

Es preciso tener en cuenta el contexto de las pruebas (ventajas, inconvenientes, tipos de preguntas…) cuando estudiamos el análisis de los ítems de las pruebas objetivas.

Debemos tener también en cuenta, que el término objetivo, puede conducir a equívocos. Lo que los tests o las pruebas objetivas tiene realmente de objetivo es la corrección (la respuesta es correcta o incorrecta, sin discusión). Lo que no es tan objetivo es la manera de formular la pregunta, y aquí nos referimos no sólo a cómo se pregunta, sino también a qué es lo que se pregunta. Además, el listón a partir del cual la calificación va a ser aprobado es designado de forma subjetiva por el profesor. El análisis que presentamos tiene como objetivo una mejora de las preguntas con vista a pruebas posteriores.

Analizar las pruebas objetivas tiene diversos puntos de interés como señala (Morales, 2010):

1. Mejora de la calidad de las preguntas. De esta forma, a partir de la información obtenida, podremos realizar cambios en las pruebas sucesivas. Estos cambios siempre revertirán de forma positiva.
2. Aportación de información útil y específica que tiene que realimentar el aprendizaje de nuestros alumnos. Así podremos ayudar a evitar errores y comprender mejor los puntos débiles, evitando errores y proporcionando un estudio de más calidad.
3. Aportación de daros que pueden influir directa o indirectamente en nuestros criterios de calificación, al disponer de información más completa y fácil de entender (detección de preguntas mal formuladas, ambiguas e incluso de respuestas con estas mismas características, por ejemplo).

4.1. Índice de dificultad e índice de discriminación

Estos índices no se calculan en toda la muestra, sino con el 27% de la puntuación total más alta en todo el test y con el 27% de la puntuación total más baja (también se suele hacer a veces con otras proporciones). Por tanto, los dos grupos tienen el mismo número de alumnos. Sólo se analizan las respuestas del 54% de los alumnos (se prescinde del 46% restante). Este tipo de análisis es análogo al que tiene lugar cuando se construye una escala de actitudes.

4.1.1. Índice de dificultad

El índice de dificultad se define de la manera siguiente:

$$Df = \frac{AS + AI}{N + N}$$

AS: número de acertantes del grupo superior (con puntuación total más alta).

AI: número de acertantes del grupo inferior (con puntuación total más baja).

N: número de sujetos analizados en uno de los dos grupos (los dos grupos tienen idéntico número de sujetos)

Df: indica la proporción de aciertos (tanto por ciento si multiplicamos por 100) en la muestra de alumnos que estamos utilizando (el 54% del total, los dos 27% con puntuaciones extremas)

Este índice es la mediana del 54% de sujetos analizados. También es la mediana del ítem, obtenida con toda la muestra, y nos indica el grado de dificultad (media más alta, ítem más fácil).

El término índice de dificultad puede dar lugar a equívocos: un índice más grande indica una pregunta más fácil (mayor proporción de aciertos), no más difícil.

Valorando que cada pregunta va ligada a un concepto matemático muy concreto, podemos relacionar el índice de dificultad que se obtiene para cada una de las preguntas con el concepto matemático que tiene asociado. La siguiente tabla ordena estos índices de mayor a menor (de menor a mayor dificultad). De esta manera, si tenemos en cuenta lo que hemos comentado anteriormente, obtenemos cuales son los conceptos con los que los alumnos que realizaron la prueba encontraron más dificultades.

Ítems	*Df*	Concepto
P7	84.67%	Concepto de función real de variable real. Cálculo de la imagen.
P18	81.33%	Concepto económico (descuento). Cálculo de un tanto por ciento.
P19	76.00%	Concepto de división. Resto de una división.
P22	74.67%	Operaciones con fracciones (sumas y diferencias).
P8	74.00%	Cálculo de límites.
P20	66.67%	Simplificación de expresiones algebraicas. Cociente.
P24	65.33%	Resolución de ecuaciones (ecuaciones de primer grado).
P1	56.67%	Derivada de la suma, derivada de la función logarítmica.
P13	55.43%	Ecuación punto-pendiente de una recta.
P12	54.67%	Teorema de Pitágoras. Resolución de un triángulo rectángulo.
P6	50.67%	Cálculo efectivo de dominios. Resolución de una inecuación.
P5	48.67%	Derivada de un cociente y regla de la cadena.
P4	45.33%	Regla de la cadena y derivada de la función exponencial base e.
P3	44.00%	Derivada del cociente y derivada de una función trigonométrica.
P32	43.33%	Resolución de una ecuación de segundo grado.
P14	42.00%	Resolución de un sistema no lineal de 2 ecuaciones y 2 incógnitas.
P21	38.67%	Simplificación de expresiones algebraicas. Sumas y restas.
P23	36.00%	Propiedades de las potencias.
P10	33.33%	Parábolas (puntos de corte con los ejes de coordenadas).
P11	31.33%	Parábolas (ecuación a partir de los puntos de corte con los ejes).
P25	28.67%	Resolución de ecuaciones (de segundo grado). Solución única.
P2	27.33%	Derivada del producto, de la exponencial y de la raíz cuadrada.
P30	26.67%	Descomposición factorial de polinomios.
P9	24.67%	Cálculo de intervalos de crecimiento de una función.
P17	22.67%	Resolución de un sistema de ecuaciones lineales (homogéneo).
P15	19.33%	Conceptos económico-matemáticos. Magnitudes proporcionales.
P33	18.67%	Concepto de continuidad de una función real de variable real.
P27	16.00%	Ecuación de la recta tangente a una función en un punto.

P31	15.33%	Simplificación de polinomios. Factorización.
P26	15.33%	Ecuación de una circunferencia $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.
P16	14.00%	Optimización de una función económica con restricciones.
P28	12.67%	Óptimos de una función real de variable real.
P29	7.33%	Polinomios (divisibilidad de polinomios).

Aunque la derivada tiene mucha importancia en las aplicaciones económicas, observamos que menos del 50% responde correctamente a la pregunta asociada a la regla de la cadena en diferentes contextos (función exponencial, cociente,...), por lo tanto, ha de ser un concepto a tener en cuenta a la hora de elaborar el temario de un curso de introducción a las matemáticas. Otro punto importante en el que también se presentan grandes dificultades es en la resolución de ecuaciones, a pesar de que se han impartido en bachillerato. Sólo un 43% resuelve bien una ecuación de segundo grado. Este porcentaje disminuye cuando se le plantea resolver un sistema de ecuaciones no lineal (propio de problemas de optimización libre y con restricciones). El porcentaje cae a un 22% cuando se trata de resolver un sistema de ecuaciones lineales.

Podemos destacar la pregunta 19, con un índice del 76%. Se trataba simplemente de la operación $5+\frac{2}{4}-\frac{2}{5}$, el índice de dificultad tendría que aproximarse al 100%. La pregunta 8 consiste en calcular un límite sin indeterminación de la forma $\lim_{x\to 2}\left(\frac{3x-2}{x^2}\right)$ y el índice de dificultad es del 75%. Las preguntas 20 y 24, con índices del 65%, son simplificaciones de expresiones algebraicas como $\frac{-7x^2}{24x^3+24x^2}$ y la función de una ecuación de primer grado $\frac{9x-15-12-2x}{6}=-1$. Con menos de un 60% nos encontramos las preguntas 1, 13, 12 y 6. La pregunta 1 es la derivada de una función $y=x^3+\ln(x)$, mientras que la pregunta 13, que trata sobre el cálculo de la ecuación de una recta, dada la pendiente y un punto. La pregunta 12 es una aplicación del Teorema de Pitágoras y finalmente en la pregunta 6, se trata de calcular el dominio de la siguiente función: $y = \sqrt{x-3}$. Como ejemplo de preguntas con un índice de dificultad en el tramo de 40 a 50, podemos destacar la resolución de la ecuación de segundo grado $3x^2 = 6x$. Con porcentajes inferiores al 30 y que por tanto podemos considerar preguntas de gran dificultad para nuestros estudiantes son las asociadas al cálculo de los puntos de corte de la parábola $y = 3x^2 + 15x + 18$ con los ejes de coordenadas. Finalmente, con porcentajes muy bajos y por tanto con índices muy altos de dificultad tendríamos conceptos como: descomposición factorial de polinomios ($p(x) = x^3 - 4x$), cálculo de los intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función polinómica $y = x^2 - 6x$, resolución de un sistema de ecuaciones lineales homogéneo $\{x + y + 3z = 0, 2x + y + 3z = 0\}$, concepto de continuidad de una función real de variable real a partir de una gráfica, cálculo de la recta tangente a una función en un punto, ecuación de una circunferencia y cálculo de los óptimos de una función real de variable real. Estos resultados no sólo nos confirmaron nuestras sospechas respecto al nivel de conocimientos, sino que nos sorprendieron, ya que algunos de estos conceptos son de educación primaria.

4.1.2. Índice de discriminación

Los alumnos que acceden a nuestros estudios se caracterizan por la heterogeneidad, ya que tenemos estudiantes procedentes de bachillerato, mayoritariamente de ciencias sociales, de ciclos formativos de grado superior, mayores de 25 años y otros. Esta heterogeneidad en la procedencia se traduce en unos conocimientos también muy heterogéneos. Nuestra experiencia en cursos de introducción a las matemáticas durante prácticamente 10 años nos ha hecho encontrar alumnos con necesidades muy diversas: algunos han considerado que el nivel de los contenidos del curso eran demasiado bajos y otros demasiado altos. Por esta razón consideramos adecuado separar los alumnos en dos grupos, que podemos llamar grupo superior y grupo inferior, es decir, los que más saben y los que menos saben, y ofrecerles algunos recursos que se ajusten a sus necesidades de la forma más adecuada. Por eso intentamos que el test discrimine de la mejor manera posible.

Los índices de discriminación expresan en que medida cada pregunta separa los que más y menos saben.

El índice de discriminación se define como:

$$D_{c_1} = \frac{AS - AI}{N}$$

AS: número de acertantes en el grupo superior (con puntuación total más alta).

AI: número de acertantes en el grupo inferior (con puntuación total más baja).

N: número de sujetos analizados en cada uno de los grupos

(Los dos grupos tienen idéntico número de sujetos).

De los índices que podríamos haber escogido, posiblemente este índice de discriminación es el más utilizado. Técnicamente su cálculo consiste en la diferencia entre la proporción de aciertos en el grupo superior (*AS*/*N*) y la proporción de aciertos en el grupo inferior (*AI*/*N*). El valor de este índice nos expresa el valor de discriminación de la pregunta en cuestión. De esta forma, se establecen diferencias y su valor situará a un individuo en el grupo óptimo o en el malo. Cuanto mayor sea la diferencia en número de aciertos entre los grupos superior e inferior, el ítem será más discriminante, lo que nos confirma que este índice se encargará de situar un sujeto entre los primeros o los últimos.

Esto equivale a una estimación de la correlación ítem-total y puede interpretarse de la misma manera, de todas formas puede ser más clara una interpretación literal (diferencia entre dos proporciones).

Notemos que los valores extremos que puede abarcar este índice son 0 y ± 1.

Si todos responden correctamente (pregunta muy fácil): $D_{c_1} = 0$.

Si todos se equivocan (pregunta muy difícil): $D_{c_1} = 0$.

Es decir, las preguntas muy fáciles o muy difíciles no discriminan, no establecen diferencias, nos dicen que todos saben o no saben un pregunta, pero no quién sabe más o quien sabe menos. Estas preguntas no contribuyen a la fiabilidad, pero eso no quiere decir necesariamente que sean malas preguntas (únicamente lo son para discriminar).

Si todos y sólo los del grupo superior aciertan las preguntas, tendremos $D_{c_1} = 1$.

Si aciertan sólo los del grupo inferior, tendremos $D_{c_1} = -1$.

Por tanto, 1 y -1 son valores máximos de este índice. Las preguntas con discriminación negativa favorecen el grupo inferior y en principio habrían de ser revisadas.

Las preguntas que discriminan mucho (diferencian bien los que saben más de los que saben menos) no son muy difíciles. Tienden a ser de dificultad media (responden bien la mitad de los sujetos analizados), En este caso, (discriminación máxima porque aciertan sólo todos los del grupo superior) tendríamos que el índice de dificultad sería:

$$Df = \frac{N-0}{N+N} = 0.50$$

En general podemos decir que la mejor pregunta sería aquella en la que aciertan todos los que saben y ninguno de los que no saben. Tenemos estos casos:

- 0.35 o más: pregunta excelente (E).
- 0.25 a 0.34: pregunta buena (B)
- 0.15 a 0.24: pregunta límite (L)
- Menos de 0.15: pregunta mala (M)

Las tablas siguientes resumen los índices de discriminación obtenidos para cada una de las preguntas de la prueba de nivel.

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
Df	0.52 E	0.30 E	0.59 E	0.59 E	0.57 E	0.45 E	0.31 B

	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14
Df	0.28 B	0.36 E	0.47 E	0.40 E	0.61 E	0.51 E	0.41 E

	P15	P16	P17	P18	P19	P20	P21
Df	0.20 L	0.20 L	0.29 B	0.27 B	0.27 B	0.48 E	0.51 E

	P22	P23	P24	P25	P26	P27	P28
Df	0.43 E	0.40 E	0.45 E	0.39 E	0.15 M	0.16 L	0.17 L

	P29	P30	P31	P32	P33
Df	0.15 M	0.32 B	0.20 L	0.41 E	0.27 B

Utilizando este índice de discriminación para analizar las preguntas obtenemos que, en general, las preguntas son excelentes y buenas, por tanto el test construido discrimina bien entre los que más saben y los que menos saben. Las preguntas que tuvimos que analizar de cara al próximo curso fueron las que están al límite (L), la 15, 16, 27, 28, 31 y las preguntas malas (M), que son la 26 y 29. Por lo tanto, tuvimos que reconsiderar para el presente curso de qué manera preguntamos los conceptos asociados a estas preguntas:

- Conceptos económicos matemáticos. Magnitudes proporcionales.
- Optimización de una función objetivo con restricciones.
- Problemas aplicados a la economía.
- Ecuación de la recta tangente a una función en un punto.
- Óptimos de una función real de variable real.
- Simplificación de polinomios. Factorización.
- Ecuación de una circunferencia $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.
- Polinomios (divisibilidad de polinomios).

5. ANÁLISIS POR GRUPOS

De los resultados obtenidos al analizar los porcentajes de las cuatro opciones de cada una de las preguntas y de las respuestas en blanco, para cada uno de los grupos en los cuales se ha hecho la prueba, podemos destacar que en lo referente a los conceptos de derivada de una función (tabla de derivadas) y derivada de las operaciones se deduce que, en general, no hay diferencias entre los cuatro grupos. De hecho, se comete el mismo error. Por ejemplo, cada grupo sabe derivar la función exponencial de base 2. También observamos que en la pregunta 4, un porcentaje muy significativo de los alumnos de ADE+Derecho respondió que la derivada de un cociente es el cociente de derivadas. Los conceptos básicos relativos a una función real de variable real (preguntas 6 y 7) presentan un grado de conocimiento bastante homogéneo entre grupos, No es así para el caso del cálculo de los intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función real de variable real, ya que los porcentajes de acierto son bajos, siendo más acusado para los grupos de tarde. Los conocimientos sobre cónicas, en nuestro caso, parábolas (preguntas 10 y 11) presentan porcentajes bajos, exceptuando el grupo de ADE+Derecho. No obstante, se observa que los conocimientos son pobres porque los cuatro grupos presentan altos porcentajes de respuestas en blanco, 40% y 50%. Aproximadamente el 50% de los alumnos de cada grupo sabe resolver un triángulo rectángulo. La ecuación punto pendiente de una recta, en general la tienen bastante clara. En este caso se destaca que el grupo ADE+Derecho que consigue unos porcentajes más elevados (casi veinte puntos porcentuales de diferencia respecto al resto de los grupos). La resolución de un sistema de ecuaciones no lineal (pregunta 14) obtiene un resultado pobre, sobretodo para el grupo ADE tarde. Esto se mantiene para el caso de sistemas de ecuaciones lineales (pregunta 17) donde los porcentajes son bajos, alrededor del 18%, excepto para el grupo de doble grado con un 26%. Hace falta resaltar que en los cuatro grupos se comete el mismo error y prácticamente con el mismo porcentaje: no saben obtener todas las soluciones de un sistema de ecuaciones no lineal. La pregunta 15 se refiere al concepto de magnitudes proporcionales y se pregunta en un contexto económico. Sorprenden los bajos porcentajes para unos alumnos que en su mayoría han optado por el bachillerato de ciencias sociales con asignaturas de economía. Con los mismos porcentajes, la pregunta 16 nos refleja la dificultad de plantear, en términos matemáticos, un problema que en este caso también es de carácter económico. En cambio, saben calcular un descuento sin ningún tipo de problema. El concepto de resto de una división también lo tienen claro, como no podía ser de otra manera, ya que se trata de un concepto de primaria. La simplificación de expresiones algebraicas no ofrece resultados muy homogéneos para los cuatro grupos. No obstante, este grado de homogeneidad se mantiene cuando se «complica » la expresión a simplificar pero reduciéndose aproximadamente 25 puntos en las preguntas 20 y 21.

Las propiedades de las potencias tienen porcentajes menores del 50%, que en sí es un mal resultado, ya que entra en el programa de bachillerato, pero hay una notable direferencia entre grupos de tarde y mañana. Los porcentajes de acierto para la resolución de una ecuación de primer grado son satisfactorios (pregunta 25). De todas formas remarcamos que la mayoría de los grupos no saben lo que es el discriminante de una ecuación de segundo grado, pregunta 26. Las últimas ocho preguntas las agrupamos en el sentido de tener unos porcentajes de aciertos bajos y de respuestas en blanco muy homogéneos para los cuatro grupos, es decir no se observa ninguna diferencia. Notemos que estas preguntas recogen conceptos tan importantes como la ecuación de una circunferencia, el cálculo de óptimos de una función derivable, el cálculo de la recta tangente a una función, la factorización de polinomios y la continuidad.

En general, en el análisis por grados y entre mañana y tarde no obtenemos diferencias significativas, exceptuando algunos ítems. Este resultado no es el que esperábamos, ya que el grupo de ADE+Derecho (ADE+D) tendría que tener mejores resultados como consecuencia de la nota de acceso. Este resultado también vale para ADE, tampoco se observan diferencias significativas entre tarde y mañana.

6. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CURSO DE TRANSICIÓN DE MATEMÁTICAS.

A partir de los primeros resultados obtenidos del estudio, desde el Decanato de la Facultad de Economía y Empresa se encargó al Departamento de Matemática

Económica, Financiera y Actuarial la realización de un curso de transición bachillerato-universidad de matemáticas de 15 horas de duración que se ha realizado durante la segunda y tercera semana de septiembre. Este curso está dirigido a los alumnos de nuevo acceso de los grados de ADE, Economía y Sociología. El número de alumnos matriculados ha sido de 1500 alumnos y ha implicado bastantes profesores de nuestro departamento. El plan docente se ha diseñado teniendo en cuenta los resultados del estudio. De esta manera se pasó una prueba de test muy sencilla de 20 preguntas el primer día de clase. Una vez finalizada la prueba, de una hora y cuarto de duración, los alumnos se intercambiaron los exámenes y se los corrigieron ellos mismos. Posteriormente, el criterio de desdoblamiento de los grupos se llevó a cabo de la siguiente manera. Se separaron las pruebas con una puntuación de 20, después de 19, de 18, de 17,....hasta obtener el 50% de los alumnos de clase. De esta manera se obtuvieron dos grupos de alumnos, que podemos denominar grupo superior e inferior, con "necesidades matemáticas diferentes". A cada uno de los grupos se les asignó un profesor que habría de tener en cuenta, a la hora de impartir la docencia, el nivel de conocimientos de los alumnos, para poder diseñar el contenido teórico y práctico del curso.

Esta misma prueba se ha aprovechado para obtener información adicional: Procedencia del alumnado (Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales, Bachillerato de Ciencias y Tecnología, CFGS, mayores de 25 años...), nota de matemáticas de selectividad y nota global de selectividad. Esto nos permitirá ampliar y enriquecer nuestro estudio.

7. CONCLUSIONES

El objetivo principal de nuestro estudio era el de analizar los conocimientos matemáticos de los alumnos que acceden a nuestros estudios de Economía y Empresa, detectar las lagunas existentes en los alumnos de nuevo ingreso y buscar posibles soluciones o estrategias para intentar aumentar su rendimiento en la asignatura de

Matemáticas I, procurando que disminuya la tasa de abandono debido a la frustración y desmotivación que produce la falta de conocimientos previos.

Recordemos que la relevancia de la propuesta se basa en la problemática de la transición bachillerato-universidad respecto de las matemáticas (déficit de conocimientos, diferente origen sociocultural debido a la diversidad de centros de los cuales provienen, el hecho de que las matemáticas universitarias sean diferentes...).

Del análisis realizado destacamos que las preguntas en las que los alumnos tienen más dificultad, con un índice inferior al 35% son las relativas a los conceptos de función, porcentajes, división y operaciones con fracciones, cálculo de límites, simplificaciones algebraicas y resolución de ecuaciones. Notemos que estos conceptos están incluidos en los programas de bachillerato. Por lo tanto, es necesaria una reflexión en torno a los resultados obtenidos. Una primera solución es aumentar el nivel de las matemáticas de los cursos preuniversitarios, pero no está en nuestras manos. Equivalentemente podemos "rebajar" el nivel de las matemáticas de los grados de ADE y Economía. No obstante, esto se ha llevado a cabo durante los últimos cursos y el resultado es que los alumnos se "acomodan" al nuevo nivel. Por consiguiente volvemos a la situación inicial pero con un nivel más bajo.

Todo ello nos lleva a creer que la acción que debemos adoptar con el fin de "suavizar" el paso de la secundaria a la universidad es la de implementar algún tipo de curso de transición, que ayude en la medida de lo posible, a reducir el *gap* existente en cuanto a nivel de conocimientos entre secundaria y universidad. El análisis del índice de discriminación nos ha llevado a reformular el cuestionario. Ello nos ha permitido dividir a los alumnos de nuevo acceso del presente curso en dos grupos con necesidades distintas en cuanto a nivel de conocimientos matemáticos. Los resultados, todavía en fase de análisis, del curso que se ha diseñado, apuntan a una mejora del rendimiento.

Finalmente, notemos que el diagnóstico del nivel de conocimientos se ha llevado a cabo para alumnos de nuevo ingreso a los grados de ADE y Economía de la Universidad de Barcelona. Es lógico que nos preguntemos si estos resultados se siguen manteniendo para los mismos grados de otras universidades. Este diagnóstico a nivel interuniversitario nos permitirá extraer conclusiones más generalistas y profundas.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- GONZÁLEZ, J.L. y GALLEGO, M (1997). "Diagnóstico y evaluación de la comprensión del conocimiento matemático: un proyecto de investigación en el primer ciclo de económicas y ciencias empresariales". Rect@, Actas_5, pp. 1-19.
- ÁLVAREZ, P., BLANCO, M.A., GUERRERO, M.M. y QUIROGA, A. (1998): "Un diagnóstico del conocimiento básico matemático para la Economía y la Empresa". Rect@, Actas_6, pp.41-61.
- GARRIDO, R. y CÁMARA, A. (2002). ¿Qué matemáticas necesita la empresa? Rect@, Actas_10, pp.1-44.
- MORALES, P. (2010). "Las pruebas objetivas". Cuadernos monográficos del ICE, Serie didáctica Núm. 4 Universidad de Deusto.
- GIMENEZ, M.J y SERRANO, A. (2007). "Propuesta de una ingeniería didáctica: curso de Matemáticas-0", Rect@, Actas_15, pp.1-12.