

EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA DE LOS DELANTEROS DE FÚTBOL EN PRESENCIA DE OUTPUTS NO DESEADOS

*Sala-Garrido, R. (sala@uv.es) Oliver-Borrás, A. (Asuncion.Oliver@uv.es) y
Molinos-Senante, M. (Maria.Molinos@uv.es)
Departamento de Matemáticas para la Economía y la Empresa
Universitat de València*

RESUMEN

Tradicionalmente la evaluación de la eficiencia de los jugadores de fútbol se ha realizado en base a sus inputs y outputs sin tener en cuenta que algunas de sus acciones no son deseadas. Es por ello que en este trabajo evaluamos la eficiencia y el cambio en la productividad de un conjunto de delanteros utilizando dos enfoques: i) tradicional considerando como inputs los minutos jugados y los pases recibidos y como output el número de goles marcados y ii) alternativo integrando adicionalmente como outputs no deseados los remates lanzados fuera de la portería y las fueros de juego en que ha incurrido el delantero. Los resultados obtenidos muestran que la introducción de las acciones no deseadas altera considerablemente la consideración de jugador eficiente e ineficiente. En cuanto al cambio a la productividad, para la mayoría de los jugadores, la introducción de outputs no deseados implica un menor incremento tanto del índice de productividad como de sus componentes, el cambio en la eficiencia y el cambio tecnológico.

ABSTRACT

The assessment of the efficiency of football players has traditionally been done using their inputs and outputs ignoring that some of their actions are undesirable. In order to overcome such limitation, in this paper it is evaluated the efficiency and the productivity change over time of a sample of forwards following two approaches: i) traditional considering as inputs the minutes played and the received passes and as outputs the number of goals and ii) alternative integrating additionally as undesirable outputs the shots fired outside and the offside incurred. Results shown that the introduction of undesirable actions modify significantly the identification of efficient and inefficient forwards. Regarding the productivity change, for most of the players, the consideration of undesirable outputs involves a lower increase of the productivity index and their components, the efficiency change and the technological change.

Palabras claves:

Eficiencia; productividad; delanteros; fútbol; outputs no deseados; análisis envolvente de datos.

Área temática: Aspectos cuantitativos de problemas económicos y empresariales.

1. INTRODUCCIÓN

El análisis de la eficiencia a través de modelos DEA (Data Envelopment Analysis) en el ámbito deportivo es extenso. Así, en el caso particular del fútbol, se han desarrollado numerosas aplicaciones empíricas [Kulikova y Goshunova, 2013]. No obstante, la mayoría de ellas hacen referencia al cálculo de la eficiencia de los equipos de fútbol y muy escasas toman como DMU (Decision Making Unit) a los futbolistas. Tiedeman et al. (2011) calculan el rendimiento de los jugadores de la liga alemana utilizando para ello un modelo de metafrontera; Arabzad y Sahin (2013) evalúan y ordenan un grupo de jugadores de la Premier y; Santin (2014) mide la eficiencia de las “leyendas” futbolísticas del Real Madrid usando modelos BCC y supereficiencia.

Como en la mayoría de trabajos que analizan la eficiencia haciendo uso de la metodología DEA, Tiedeman et al. (2011); Arabzad y Sahin (2013) y; Santin (2014), consideran un conjunto de inputs y outputs para los jugadores analizados. Los outputs son entendidos como acciones positivas realizadas por los jugadores tales como goles, remates etc. Sin embargo, los jugadores también realizan acciones negativas, entendidas como acciones que perjudican al equipo en su conjunto. Por ello, la aplicación empírica desarrollada en este trabajo incorpora estas acciones negativas como outputs no deseados.

El objetivo de este trabajo es evaluar cómo la introducción de outputs no deseados modifica los scores de eficiencia de un conjunto de jugadores de fútbol. Para ello, nos proponemos primero evaluar la eficiencia de los jugadores usando únicamente outputs deseados, es decir, acciones positivas y a continuación analizar la eficiencia de los mismos jugadores incorporando outputs no deseados.

Los jugadores analizados son los delanteros que han actuado en las dos últimas ligas españolas, es decir, la correspondiente a 2012/13 y la actual 2013/14. Dado que a la fecha de elaboración del trabajo no ha finalizado la liga 2013/14, hemos tomado como referencia los datos hasta la jornada 26. El uso de dos temporadas consecutivas nos ha permitido realizar no sólo un análisis estático sino también dinámico. La evolución temporal de la eficiencia entre ambas temporadas se ha realizado a través del Índice de Malmquist y el Índice de Malmquist-Luenberger.

2. METODOLOGÍA

2.1. Análisis de eficiencia

El análisis de la eficiencia tanto con outputs deseados como outputs no deseados se ha realizado a través de la metodología DEA. Se trata de una metodología consolidada con amplias referencias en diversos ámbitos. Una descripción detallada de la metodología DEA puede ser consultada en el libro de Cooper et al. (2007).

En particular, para evaluar la eficiencia sin la consideración de outputs no deseados, usamos el modelo BCC, modelo radial con rendimientos variables:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \theta \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{i0} \quad i = 1, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{r0} \quad j = 1, \dots, s \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
 & \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{1}$$

En ausencia de outputs no deseados, el criterio de eficiencia asume que el objetivo es producir el máximo de outputs minimizando el uso de inputs. Sin embargo, en presencia de outputs no deseados, esta idea básica debe ser reformulada. Así, numerosos autores han propuesto diferentes modelos para este objetivo. Aunque puede usarse cualquier tipo de modelo DEA, lo habitual en estos casos es usar el modelo SBM, ya que se trata de un modelo no radial y no orientado y que toma en consideración las holguras de las restricciones. Por ello, se usa dicho modelo como base y se modifica para poder incorporar los outputs no deseados.

El modelo SBM (slack based measure) puede ser planteado en dos variantes:

- Modelos con outputs no deseados. En estos modelos aparecen los inputs, los outputs y los outputs no deseados de forma independiente.
- Modelo no separable. Dicho modelo supone la relación directa entre outputs deseados y no deseados, es decir, que disminuir los outputs no deseados significa disminuir los outputs deseados y además, en la misma proporción.

En presencia de outputs no deseados, una unidad (x^0, y_0^g, y_0^b) es eficiente si no existe ningún vector $(x, y^g, y^b) \in P$ (conjunto de posibilidades de producción), tal que $x_0 \geq x, y_0^g \leq y^g, y_0^b \geq y^b$, con al menos una desigualdad estricta.

Una unidad es eficiente si y solo si: $\rho^* = 1$ y con todas las holguras (s) iguales a cero. En otro caso es considerada ineficiente, y puede llegar a ser eficiente reduciendo sus inputs y outputs no deseados y aumentando los outputs deseados, según las proyecciones que consideran los valores originales y las variables de holgura.

El modelo que se resuelve incluye la ponderación de los outputs deseados y no deseados, según la apreciación del decisor. Matemáticamente es:

$$\rho^* = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_{i0}^-}{x_{i0}}}{1 + \frac{1}{s} \left(W_1 \sum_{r=1}^{s_1} \frac{s_r^g}{y_m^g} + W_{12} \sum_{r=1}^{s_{21}} \frac{s_r^b}{y_m^b} \right)}$$

$$x_0 = X\lambda + s^-$$

$$y_0^g = Y\lambda - s^g$$

$$y_0^b = Y\lambda + s^b$$

$$L \leq e\lambda \leq U$$

$$s^-, s^g, s^b, \lambda \geq 0 \tag{2}$$

2.2. Análisis de productividad

Para medir la evolución temporal de la eficiencia usaremos dos de las medidas más comunes en estos casos: el Índice de Productividad de Malmquist (IPM) para el caso en el que únicamente se consideran los outputs deseados y el Índice de Productividad de Malmquist-Luenberger (IPML) cuando se consideran tanto los outputs deseados como no deseados.

La cuantificación del IPM se basa en la estimación de la función distancia para los dos periodos de tiempo analizados. Matemáticamente, el IPM se formula como:

$$IPM_o(y_t, x_t, y_{t+1}, x_{t+1}) = \frac{D_o^{t+1}(y_{t+1}, x_{t+1})}{D_o^t(y_t, x_t)} \sqrt{\frac{D_o^t(y_{t+1}, x_{t+1}) D_o^t(y_t, x_t)}{D_o^{t+1}(y_{t+1}, x_{t+1}) D_o^{t+1}(y_t, x_t)}}$$

$$= MECH * MTCH \tag{3}$$

Tal y como se observa en la Eq. (3), el IPM es el producto del cambio en la eficiencia (MECH) y el cambio tecnológico (MTCH).

El IPML a diferencia del IPM se basa en la función distancia direccional cuya principal ventaja es que permite simultáneamente la expansión de los outputs deseados y la contracción de los inputs. La función distancia direccional se define como:

$$D_t: \mathfrak{R}^{N+M} \times \mathfrak{R}^{N+M} \rightarrow \mathfrak{R} \cup \{-\infty\} \cup \{+\infty\} \text{ es definida por:}$$

$$D_t(x_t, y_t; g) = \begin{cases} \sup\{\delta: (x_t - \delta h; y_t + \delta k) \in T_t\} \text{ if } (x_t - \delta h; y_t + \delta k) \in T_t, \delta \in \mathfrak{R} \\ -\infty \text{ en otro caso} \end{cases} \quad (4)$$

La Eq. (4) muestra la función direccional en la dirección $g = (h, k)$. En nuestra aplicación consideramos la dirección $g = (x, y)$. Por lo tanto, la función distancia direccional se basa en la modificación proporcional de los inputs y outputs.

Así, el IPML se define como:

$$IPML_t^{t+1} = \left[\frac{(1 + \bar{D}_0^t(x^t, y^t, b^t; g^t))}{(1 + \bar{D}_0^t(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}, g^{t+1}))} * \frac{(1 + \bar{D}_0^{t+1}(x^t, y^t, b^t; g^t))}{(1 + \bar{D}_0^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}, g^{t+1}))} \right]^{1/2} \quad (5)$$

Al igual que el IPM, el IPML también puede descomponerse en dos componentes: cambio en la eficiencia (MLECH) (Eq. 6) y cambio tecnológico (MLTCH) (Eq. 7):

$$MLECH_t^{t+1} = \frac{(1 + \bar{D}_0^t(x^t, y^t, b^t; g^t))}{(1 + \bar{D}_0^t(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}, g^{t+1}))} \quad (6)$$

$$MLTCH_t^{t+1} = \left[\frac{(1 + \bar{D}_0^{t+1}(x^t, y^t, b^t; g^t))}{(1 + \bar{D}_0^t(x^t, y^t, b^t; g^t))} * \frac{(1 + \bar{D}_0^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}, g^{t+1}))}{(1 + \bar{D}_0^t(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}, g^{t+1}))} \right]^{1/2} \quad (7)$$

Para calcular el IPML, se han de resolver 4 problemas para cada una de las DMU's (delanteros en nuestro caso). Dos problemas (Eq. 8 y 9) se resuelven con todas las observaciones en el mismo periodo de tiempo (t y t+1, respectivamente), y los otros 2 problemas (Eq. 10 y 11) son mixtos. Los problemas lineales a resolver son:

$$\begin{aligned} \bar{D}_0^t(x_k^t, y_k^t, b_k^t; g_k^t) &= \text{Max } \beta \\ \text{s. t.:} \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k^t y_{km}^t &\geq (1 + \beta) y_{k'm}^t, & m = 1, 2, \dots, M \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k^t b_{ki}^t &= (1 - \beta) b_{k'i}^t, & i = 1, 2, \dots, I \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k^t x_{kn}^t &\leq x_{k'n}^t, & n = 1, 2, \dots, N \\ \lambda_k^t &\geq 0, & k = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \bar{D}_0^{t+1}(x_{k'}^{t+1}, y_{k'}^{t+1}, b_{k'}^{t+1}; g_{k'}^t) &= \text{Max } \beta \\ \text{s. t.:} \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k^{t+1} y_{km}^{t+1} &\geq (1 + \beta) y_{k'm}^{t+1}, \quad m = 1, 2, \dots, M \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k^{t+1} b_{ki}^{t+1} &= (1 - \beta) b_{k'i}^{t+1}, \quad i = 1, 2, \dots, I \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k^{t+1} x_{kn}^{t+1} &\leq x_{k'n}^{t+1}, \quad n = 1, 2, \dots, N \\ \lambda_k^{t+1} &\geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \bar{D}_0^{t+1}(x_{k'}^t, y_{k'}^t, b_{k'}^t; g_{k'}^t) &= \text{Max } \beta \\ \text{s. t.:} \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k^{t+1} y_{km}^{t+1} &\geq (1 + \beta) y_{k'm}^t, \quad m = 1, 2, \dots, M \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k^{t+1} b_{ki}^{t+1} &= (1 - \beta) b_{k'i}^t, \quad i = 1, 2, \dots, I \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k^{t+1} x_{kn}^{t+1} &\leq x_{k'n}^t, \quad n = 1, 2, \dots, N \\ \lambda_k^{t+1} &\geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \bar{D}_0^t(x_{k'}^{t+1}, y_{k'}^{t+1}, b_{k'}^{t+1}; g_{k'}^t) &= \text{Max } \beta \\ \text{s. t.:} \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k^t y_{km}^t &\geq (1 + \beta) y_{k'm}^{t+1}, \quad m = 1, 2, \dots, M \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k^t b_{ki}^t &= (1 - \beta) b_{k'i}^{t+1}, \quad i = 1, 2, \dots, I \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k^t x_{kn}^t &\leq x_{k'n}^{t+1}, \quad n = 1, 2, \dots, N \\ \lambda_k^t &\geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (11)$$

3. DATOS Y RESULTADOS

Tal y como se ha comentado en la introducción, para realizar la aplicación empírica se ha seleccionado el conjunto de delanteros que han disputado más de 500 minutos durante las dos últimas temporadas de la liga de fútbol profesional de España. Son 21 jugadores los que reúnen estas dos características y por lo tanto, los delanteros analizados.

Para realizar el análisis tanto de eficiencia como de productividad se han considerado los siguientes inputs, outputs deseados y outputs no deseados:

Inputs: i) minutos jugados (I1) y ii) pases recibidos (I2).

Outputs deseados: i) goles marcados (O1).

Outputs no deseados: i) remates realizados fuera de la portería (OND1) y ii) fueras de juego incurridos (OND2).

Para determinar la importancia de las diferentes variables se ha realizado un análisis de correlación con relación al input minutos jugados (O1). Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 1 y justifican la selección del input pases recibidos

(O2) y de los outputs tanto deseados como no deseados para evaluar la eficiencia y productividad de los delanteros.

Variable	Temporada	
	12/13	13/14
I2	0,70	0,67
O1	0,56	0,61
OND1	0,51	0,60
OND2	0,78	0,53

Tabla1: Correlaciones de los datos respecto al input I1: minutos jugados.

A continuación (Tabla 2) se muestra un resumen estadístico de los datos utilizados en la aplicación empírica.

Variable	Temporada 12/13		Temporada 13/14	
	Media	Desviación	Media	Desviación
I1	2213	451	1184	276
I2	898	348	420	136
O1	13	9	8	5
OND1	20	7	11	6
OND2	22	14	13	6

Tabla 2: Estadística de los datos de análisis (media y desviación típica).

Para cada uno de los delanteros evaluados, se han aplicado los modelos descritos en la sección 2 haciendo uso de los softwares DEA-Solver y MAXDEA. En relación a la evaluación de la eficiencia, los resultados obtenidos para la temporada 12/13 se muestran en la Tabla 3.

En el análisis tradicional de eficiencia en el que únicamente se considera como output los goles marcados, son 4 los delanteros eficientes (Agirretxe, Colunga, Cristiano Ronaldo y Messi). Sin embargo, cuando en el análisis se introducen también los outputs no deseados, es decir, los remates realizados fuera de la portería y los fuera de juego incurridos, otros 5 jugadores adicionales son identificados como eficientes (Alexis, Javi Guerra, Santa Cruz, Stuani y Villa). Debe destacarse que los cinco jugadores que son eficientes bajo el modelo tradicional también lo son en el modelo alternativo cuando se introducen los outputs no deseados. Así, para Cristiano Ronaldo y Messi, que han realizado acciones no deseadas ligeramente superiores a la media (Ronaldo: 21/20 y

24/22; Messi: 16/20 y 25/22), el elevado número de goles marcados compensa la posible pérdida de eficiencia debido a las acciones no deseadas.

Jugador	Score de eficiencia		Diferencia score (2)-(1)
	OD (1)	OND (2)	
Aduriz	0,8369	0,7059	-0,1309
Agirretxe	1,0000	1,0000	0,0000
Alexis	0,7845	1,0000	0,2155
Benzema	0,8119	0,7244	-0,0875
Carlos Vela	0,5773	0,5022	-0,0750
Colunga	1,0000	1,0000	0,0000
Cristiano Ronaldo	1,0000	1,0000	0,0000
Diego Costa	0,6922	0,6330	-0,0592
El-Arabi	0,6721	0,5763	-0,0958
Giovani	0,5286	0,4249	-0,1037
Javi Guerra	0,8224	1,0000	0,1776
Jonas	0,6239	0,6045	-0,0194
Jorge Molina	0,8052	0,7962	-0,0090
Larrivey	0,6922	0,6330	-0,0592
Messi	1,0000	1,0000	0,0000
Pedro	0,6325	0,5334	-0,0991
Piti	0,6908	0,6758	-0,0150
Santa Cruz	0,8166	1,0000	0,1834
Sergio García	0,5400	0,4696	-0,0703
Stuani	0,6373	1,0000	0,3627
Villa	0,9905	1,0000	0,0095

Tabla3: Análisis de eficiencia considerando únicamente outputs deseados (OD) e introduciendo adicionalmente outputs no deseados (OND) correspondientes a la temporada 12/13.

La última columna de la Tabla 3 indica la diferencia en el score de eficiencia entre ambos modelos. Así, valores negativos indican que la eficiencia cuando únicamente se consideran los goles marcados es mayor que cuando se introducen los outputs no deseados. Así, 12 de los 21 jugadores evaluados (57%) registran una pérdida de eficiencia al introducir los outputs no deseados en el análisis. Es especialmente significativo el caso de Aduriz debido a que cometió más “errores” que la media de los jugadores (21/20 y 27/22). Por el contrario, 9 de los 21 jugadores (43%) incrementan su eficiencia al considerar los remates realizados fuera de la portería los fueros de juego

incurridos como outputs. Por ejemplo, Stuani era ineficiente cuando se considera únicamente el output deseado (0,63) mientras que al introducir los outputs no deseados, es eficiente (1,00).

Jugador	Score de eficiencia		Diferencia score (2)-(1)
	OD (1)	OND (2)	
Aduriz	0,8015	0,1917	-0,6098
Agirretxe	0,9747	0,9367	-0,0380
Alexis	0,9381	0,9704	0,0323
Benzema	0,7628	0,4124	-0,3504
Carlos Vela	0,6329	0,3517	-0,2812
Colunga	1,0000	0,2461	-0,7539
Cristiano Ronaldo	1,0000	1,0000	0,0000
Diego Costa	1,0000	1,0000	0,0000
El-Arabi	0,9361	0,3798	-0,5563
Giovani	0,8846	0,3709	-0,5137
Javi Guerra	0,7604	0,8501	0,0897
Jonas	0,8050	0,4310	-0,3740
Jorge Molina	0,7410	0,2960	-0,4450
Larrivey	0,9160	0,1453	-0,7707
Messi	1,0000	1,0000	0,0000
Pedro	1,0000	1,0000	0,0000
Piti	1,0000	0,2191	-0,7809
Santa Cruz	1,0000	0,3359	-0,6641
Sergio García	0,6057	0,7303	0,1246
Stuani	0,7341	0,2864	-0,4477
Villa	1,0000	0,4900	-0,5100

Tabla 4: Análisis de eficiencia considerando únicamente outputs deseados (OD) e introduciendo adicionalmente outputs no deseados (OND) correspondientes a la temporada 12/13.

Una interpretación similar de los resultados puede realizarse para los scores de eficiencia correspondientes a la temporada 13/14 (Tabla 4). En este caso son 14 jugadores (67%) los que registran una pérdida de eficiencia al introducir los outputs no deseados en el análisis. Sin embargo, dichos jugadores no son los mismos que para la temporada 12/13. Así, en la temporada 13/14 Aguirretxe deja de ser un jugador eficiente bajo ambos modelos. Por el contrario, Diego Costa y Pedro que en la temporada 12/13 eran ineficientes, en la presente temporada son eficientes con y sin introducir las acciones no deseadas en la evaluación. Otros jugadores como Alexis, Javi Guerra, Santa

Cruz, Stuani y Villa que en la temporada 12/13 eran eficientes en presencia de outputs no deseados, en la temporada 13/14 dejan de serlo.

En relación al análisis dinámico, la Tabla 5 muestran los resultados del IPM (ausencia de outputs no deseados) y del IPML (presencia de outputs deseados) para los 21 delanteros evaluados.

Jugador	Productividad		Diferencia score (2)-(1)
	IPM (1)	IPML (2)	
Aduriz	1,3882	0,8902	-0,4980
Agirretxe	1,5646	0,9171	-0,6475
Alexis	2,0756	0,9845	-1,0911
Benzema	1,2583	1,0414	-0,2169
Carlos Vela	1,3062	2,1654	0,8592
Colunga	1,6254	1,2824	-0,3430
Cristiano Ronaldo	1,1192	1,0947	-0,0245
Diego Costa	1,8204	1,6192	-0,2012
El-Arabi	1,7246	1,6532	-0,0714
Giovani	1,8781	2,0957	0,2176
Javi Guerra	1,2193	1,1325	-0,0868
Jonas	1,5986	1,1319	-0,4667
Jorge Molina	1,1732	1,2417	0,0685
Larrivey	2,0531	1,2179	-0,8352
Messi	1,3939	0,6118	-0,7821
Pedro	3,0207	1,2511	-1,7696
Piti	2,0938	0,9926	-1,1012
Santa Cruz	2,0086	1,1513	-0,8573
Sergio García	1,2476	2,7660	1,5184
Stuani	1,4076	1,1006	-0,3070
Villa	1,2826	1,1381	-0,1445

Tabla 5: Productividad considerando únicamente outputs deseados (IPM) e introduciendo adicionalmente outputs no deseados (IPML).

El IPM muestra que para todos los jugadores evaluados, su productividad incrementó ya que presentar un índice superior a la unidad. Por el contrario, cuando las acciones no deseadas son introducidas en la evaluación de la productividad (IPML), 5 de los 21 jugadores evaluados (Aduriz, Agirretxe, Alexis, Messi y Piti) redujeron su productividad. La comparación del IPM y del IPML muestra que sólo para 4 jugadores (Carlos Vela, Giovani, Jorge Molina y Sergio García) la productividad considerando outputs no deseados fue mayor que cuando éstos son omitidos del análisis.

Tal y como se ha descrito anteriormente, tanto el IPM como el IPML pueden descomponerse en dos factores: el cambio en la eficiencia y el progreso tecnológico. Las Tablas 6 y 7 muestran los resultados obtenidos para cada uno de ellos considerando y omitiendo las acciones no deseadas.

Jugador	Cambio en la eficiencia		Diferencia score (2)-(1)
	MECH (1)	MLECH (2)	
Aduriz	0,9654	0,6330	-0,3324
Agirretxe	0,9624	0,5768	-0,3856
Alexis	1,4060	1,0000	-0,4060
Benzema	1,0037	0,7262	-0,2775
Carlos Vela	1,0498	1,3285	0,2787
Colunga	1,0000	1,0000	0,0000
Cristiano Ronaldo	1,0000	1,0000	0,0000
Diego Costa	1,4286	1,1480	-0,2806
El-Arabi	1,2874	1,3979	0,1105
Giovani	1,3699	1,7896	0,4197
Javi Guerra	0,9900	0,8456	-0,1444
Jonas	1,1966	1,0333	-0,1633
Jorge Molina	0,9811	0,6996	-0,2815
Larrivey	1,3034	1,1480	-0,1554
Messi	1,0000	1,0000	0,0000
Pedro	1,9826	1,1956	-0,7870
Piti	1,2983	1,0975	-0,2008
Santa Cruz	1,2471	1,0000	-0,2471
Sergio García	1,0709	1,5447	0,4738
Stuani	1,0104	1,0000	-0,0104
Villa	1,0173	1,0000	-0,0173

Tabla 5: Cambio en la eficiencia considerando únicamente outputs deseados (MECH) e introduciendo adicionalmente outputs no deseados (MLECH).

A diferencia de lo que se observa en la Tabla 4, en ausencia de acciones no deseadas (MECH) no todos los jugadores evaluados han mejorado su eficiencia en las dos últimas temporadas. Así, Aduriz, Agirretxe, Javi Guerra y Jorge Molina presentan valores inferiores a la unidad. Por otra parte, Colunga, Cristiano Ronaldo y Messi permanecieron constantes en relación al cambio de eficiencia. Cuando los outputs no deseados son introducidos en la evaluación, se observa que Benzema también retrocedió en su eficiencia. Al igual que ocurría con la productividad, la mayoría de los jugadores (14 de 21) presentan un mejor comportamiento cuando las acciones no deseadas son ignoradas del análisis.

En relación al cambio tecnológico o progreso tecnológico, la Tabla 6 muestra que en ausencia de outputs no deseados, todos los jugadores han experimentado un desplazamiento positivo de la frontera de producción. Dicha evolución es muy similar cuando las acciones no deseadas son adicionalmente introducidas ya que únicamente Alexis, Messi y Pitti presentaron un valor inferior a la unidad. Al igual que ocurría tanto en la estimación de la productividad como en el cambio de eficiencia, para la mayoría de los jugadores la introducción de outputs no deseados implica un menor incremento del índice de cambio tecnológico.

Jugador	Cambio tecnológico		Diferencia score (2)-(1)
	MTCH (1)	MLTCH (2)	
Aduriz	1,4380	1,4064	-0,0316
Agirretxe	1,6257	1,5900	-0,0357
Alexis	1,4762	0,9845	-0,4917
Benzema	1,2537	1,4340	0,1803
Carlos Vela	1,2442	1,6299	0,3857
Colunga	1,6254	1,2824	-0,3430
Cristiano Ronaldo	1,1192	1,0947	-0,0245
Diego Costa	1,2743	1,4105	0,1362
El-Arabi	1,3396	1,1826	-0,1570
Giovani	1,3709	1,1710	-0,1999
Javi Guerra	1,2317	1,3392	0,1075
Jonas	1,3360	1,0954	-0,2406
Jorge Molina	1,1959	1,7749	0,5790
Larrivey	1,5752	1,0609	-0,5143
Messi	1,3939	0,6118	-0,7821
Pedro	1,5237	1,0464	-0,4773
Piti	1,6127	0,9044	-0,7083
Santa Cruz	1,6106	1,1513	-0,4593
Sergio García	1,1650	1,7907	0,6257
Stuani	1,3932	1,1006	-0,2926
Villa	1,2608	1,1381	-0,1227

Tabla 6: Cambio tecnológico considerando únicamente outputs deseados (MTCH) e introduciendo adicionalmente outputs no deseados (MLTCH).

El resultado más llamativo es el obtenido para Cristiano Ronaldo y Messi. Cristiano Ronaldo ha empeorado muy ligeramente debido a que ha disminuido ligeramente su rendimiento goleador respecto de la media de goles (2,64 en la

temporada 12/13 frente a 2,63 en la 13/14) mientras que en caso de Messi su empeoramiento ha sido muy notable ya que ha pasado de un índice de 3,56 a 1,05. Ello se debe a que estuvo casi dos meses sin competir debido a una lesión. Si el análisis se realizara de toda la temporada tal vez este efecto no se podría ver, pero al considerar solamente las 26 primeras jornadas dicha incidencia es más visible.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo evaluamos tanto la eficiencia como el cambio de la productividad de los delanteros de la Liga española durante las temporadas 12/13 y 13/14. Para ello, utilizamos dos enfoques: i) enfoque tradicional basado en la consideración de inputs y outputs y ii) enfoque alternativo en el que adicionalmente se consideran las acciones no deseadas. Los resultados muestran que la introducción de outputs no deseados altera la consideración de jugador eficiente y no eficiente.

Así en la mayoría de los jugadores evaluados se registra una pérdida de eficiencia cuando se introducen outputs no deseados en el análisis frente a la consideración de las acciones “positivas”. En particular, en la temporada 12/13 el porcentaje de jugadores con pérdidas de eficiencia se situó en el 57%, mientras que en la temporada siguiente este porcentaje incrementó hasta el 67%. De la comparación de los scores de eficiencia observamos que hay jugadores que en la temporada 12/13 fueron ineficientes mientras que en la temporada actual son eficientes como son los casos de Diego Costa y de Pedro.

Al considerar el análisis dinámico, también nos encontramos con casos de jugadores que han reducido su eficiencia (por ejemplo, Messi) mientras que otros la han aumentado (por ejemplo, Carlos Vela y Sergio García). Dos de los casos más llamativos son los de Cristiano Ronaldo y Messi. El primero de ellos ha empeorado muy ligeramente su productividad debido a que ha reducido ligeramente su rendimiento goleador mientras que el empeoramiento de Messi ha sido muy notable. Ello se debe a que estuvo casi dos meses sin competir debido a una lesión.

En definitiva, la aplicación empírica realizada en este trabajo muestra que la introducción de las acciones no deseadas en el análisis de la eficiencia y cambio de

productividad de los delanteros de fútbol implica una modificación sustancial de los resultados respecto al análisis tradicional.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- COOPER, W.W., SEIFORD, L.M. y TONE, K. (2007). *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*. Springer.
- KULIKOVA, L.I., y GOSHUNOVA, A.V. (2013). “Measuring efficiency of professional football club in contemporary researches”. *World Applied Sciences Journal*, 25, 2, pp. 247-257.
- MOHAMMAD ARABZAD, S., GHORBANI, M., y SHAHIN, A. (2013). “Ranking players by DEA the case of English Premier League”. *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, 15, 4, pp 443-461.
- SANTÍN, D. (2014). “Measuring the technical efficiency of football legends: Who were Real Madrid's all-time most efficient players?”. *International Transactions in Operational Research*. (In press).
- TIEDEMANN, T., FRANCKSEN, T., y LATACZ-LOHMANN, U. (2011). “Assessing the performance of German Bundesliga football players: A non-parametric metafrontier approach”. *Central European Journal of Operations Research*, 19, 4, pp. 571-587.