Modelo interno para el cálculo del capital de solvencia obligatorio para el riesgo de mortalidad en Solvencia II

Pons Cardell, Mª Àngels; mapons@ub.edu
Sarrasí Vizcarra, F. Javier; sarrasi@ub.edu
Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial
Universidad de Barcelona

RESUMEN

Solvencia II ofrece a las compañías de seguros la posibilidad de utilizar distintos métodos para calcular el capital de solvencia obligatorio; éstos se basan en los denominados modelo estándar y modelo interno. En este trabajo se propone un modelo interno para el cálculo del capital de solvencia obligatorio que cuantifica el riesgo de mortalidad, para una cartera formada por seguros de vida, en el que la compañía de seguros garantiza un único pago al beneficiario en caso de fallecimiento del asegurado. Se asume la interpretación del capital de solvencia obligatorio como el valor en riesgo, al 99,5%, de la diferencia entre el valor actualizado de los activos menos los pasivos de dos años consecutivos. La metodología propuesta para su cálculo se basa en simular por el método de Monte Carlo la evolución de siniestralidad de la cartera. Por último se compara, para una misma cartera, el capital de solvencia obligatorio obtenido por modelo interno propuesto con el que resulta de utilizar el modelo estándar.

ABSTRACT

Solvency II offers insurers the ability to use different methods to calculate the Solvency Capital Requirement (SCR). These methods are based on the standard model and on the so called internal model. In this paper we propose an internal model to calculate the SCR of the mortality risk of a life insurance portfolio in which the insurance company guarantees a single payment to the beneficiary in the event of death. It is assumed that SCR is the Value at Risk with 99.5% of confidence of the difference between the present values of assets minus liabilities corresponding to two consecutive years. The methodology used to compute the SCR is based on the Monte Carlo method to simulate the claims experience. Finally, a comparison of the SCR obtained for a given portfolio by using the proposed internal method and the standard is carried out.

***Palabras claves*:** Solvencia II; capital de solvencia obligatorio; simulación; valor en riesgo.

***Área temática*:** A2. Matemáticas Financieras y Cálculo Estocástico para Matemática Actuarial y Finanzas.

1. INTRODUCCIÓN

Desde el 1 de enero de 2016 está en vigor Solvencia II, que establece un nuevo marco regulador común en la Unión Europea para las compañías de seguros y reaseguros. El objetivo de Solvencia II es garantizar la estabilidad financiera y mejorar la protección del consumidor en el mercado de seguros.

Como es sabido, Solvencia II se estructura en tres pilares que centran su atención, respectivamente, en la medición de activos, pasivos y capital, en el proceso de supervisión y en los requerimientos de transparencia.

En el Pilar I, el de los requerimientos cuantitativos, tiene una especial relevancia el cálculo del capital de solvencia obligatorio, SCR, (*Solvency Capital Requirement*).

En la Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo, de 25 de noviembre de 2009, sobre el seguro de vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio, se encuentran dos definiciones del capital de solvencia obligatorio:

- Al inicio, la Directiva incluye una enumeración de consideraciones y la número 64 dice que "el capital de solvencia obligatorio debe corresponderse con el capital económico que han de poseer las empresas de seguros y de reaseguros para limitar la probabilidad de ruina a un caso por cada 200 o, de forma alternativa para que las empresas todavía estén en situación, con una probabilidad del 99,5% como mínimo, de cumplir sus obligaciones frente a tomadores y beneficiarios de seguros en los doce meses siguientes".
- Por otro lado, el artículo 101 de la Directiva dice que "El capital de solvencia obligatorio será igual al valor en riesgo de los fondos propios básicos de una empresa de seguros o de reaseguros, con un nivel de confianza del 99,5%, a un horizonte de un año".

Desde el punto de vista matemático hay diferentes formalizaciones para el cálculo del SCR, según la interpretación de la definición asumida, como puede verse en Christiansen y Niemeyer (2012 y 2014).

Si NAV_t es el valor neto actualizado de los activos menos los pasivos en el momento t, una interpretación matemática de la consideración número 64 de la Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo, de 25 de noviembre de 2009, viene dada por:

$$SCR_0 = \inf\{NAV_0 \in \Re : P(NAV_1 \geq 0) \geq 0{,}995\}.$$

Del mismo modo, si NAV_t es el valor neto actualizado de los activos menos los pasivos en el momento t, y $v(0,t)$ es el factor de descuento para el plazo $[0,t]$, una posible interpretación del artículo 101 de la Directiva antes citada es:

$$SCR_0 = VaR_{0{,}995}(NAV_0 - v(0{,}1) \cdot NAV_1).$$

Y si se desprecia el factor de descuento, otra posible interpretación del artículo 101 de la Directiva es:

$$SCR_0 = VaR_{0{,}995}(NAV_0 - NAV_1) = VaR_{0{,}995}(DNAV_0).$$

En las definiciones antes citadas hay un problema añadido. NAV_t se calcula como la diferencia, en el momento t, entre el valor de mercado de los activos, A_t, y los pasivos , L_t, y éstos, a su vez, están formados por la suma dos componentes, la mejor estimación de las obligaciones futuras, BEL_t, y el margen de riesgo, MR_t, esto es, $L_t = BEL_t + MR_t$. Pero resulta que el margen de riesgo depende del capital de solvencia obligatorio de manera que hay una relación circular entre ambos. La solución adoptada es que en el cálculo del valor de mercado de los pasivos, L_t, sólo se considera la mejor estimación de las obligaciones futuras, BEL_t. Esto equivale a considerar que el margen de riesgo es estable en el tiempo, de forma que MR_0 y MR_1 son iguales y al calcular la diferencia $DNAV_0$ se simplifican. Por ello se asume que $NAV_t = A_t - BEL_t$. (CASTAÑER, A. Y CLARAMUNT, M.M., 2014).

Este trabajo se centra en el cálculo del SCR para el riesgo de mortalidad de una cartera formada por seguros de vida, en el que el asegurador garantiza un único pago al beneficiario en caso de fallecimiento del asegurado.

Solvencia II ofrece la posibilidad de calcular el SCR mediante unas fórmulas genéricas, es el denominado modelo estándar, o bien, mediante modelos internos basados en la experiencia de la compañía, siempre y cuando estén convenientemente justificados y aprobados por el órgano supervisor.

Según QIS5, el modelo estándar calcula el SCR para el riesgo de mortalidad como un cambio en el valor neto actualizado resultante de un aumento permanente en las tasas de mortalidad, esto es:

$$SCR_0 = NAV_0 - (NAV_0 | shock\ de\ mortalidad).$$

El shock consiste en un incremento del 15% de la tasa de mortalidad de forma permanente para cada edad y cada póliza contingente en riesgo de mortalidad.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo interno para calcular el SCR para el riesgo de mortalidad basado en la interpretación del artículo 101 de la Directiva, cuando se desprecia el factor de descuento, esto es, basado en la fórmula:

$$SCR_0 = VaR_{0,995}(NAV_0 - NAV_1) = VaR_{0,995}(DNAV_0).$$

La metodología propuesta para su cálculo consiste en simular por el método de Monte Carlo la evolución de siniestralidad de la cartera.

Por último, se compara, para una misma cartera, el capital de solvencia obligatorio obtenido con el modelo interno propuesto con el que resulta de utilizar el modelo estándar.

2. MODELO INTERNO

Se asume que la cartera de una compañía de seguros en el momento del análisis, $t = 0$, está constituida por el colectivo N_0 formado por n_0 asegurados, donde cada asegurado i, con $i = 1,2, \dots, n_0$, tiene edad actuarial x_i. También se asume la hipótesis que cada asegurado tiene contratado con la compañía un seguro de vida cuyas prestaciones y contraprestaciones son conocidas en el momento del análisis, $t = 0$.

El SCR_0 asociado al colectivo N_0 se calculará como el $VaR_{0,995}$ de la variable aleatoria diferencia del valor neto de los activos en cero, $DNAV_0$, siendo, $DNAV_0 = NAV_0 - NAV_1$, esto es:

$$SCR_0 = VaR_{0,995}(DNAV_0).$$

El valor neto de los activos se define como:

$$NAV_0 = A_1 - BEL_1 = \sum_{t=0}^{Q}(a_t - b_t) \cdot [1 + I_1(0,t)]^{-t},$$

$$NAV_1 = A_1 - BEL_1 = \sum_{t=1}^{Q}(a_t - b_t) \cdot [1 + I_1(1,t)]^{-(t-1)},$$

donde:

- $t = 0,1,2, \dots, Q$, es el horizonte temporal de la operación, expresado en años.
- Q es el primer año en que la compañía de seguros queda liberada del pago de prestaciones. En el caso particular que todos los asegurados hubiesen contratado un seguro de vida vitalicio, coincidiría con el año de extinción del colectivo.
- a_t, con $t = 0,1,2, \dots, Q$, es la variable aleatoria valor de los activos en t. En el caso particular $t = 0$, A_0 es un valor cierto y para $t = Q$, $A_Q = 0$ puesto que la compañía ya no recibe activos del colectivo.
- b_t, con $t = 0,1,2, \dots, Q$, es la variable aleatoria valor de los pasivos satisfechos en t por la compañía de seguros, que como ya se ha indicado se asume que coincide con la mejor estimación de las obligaciones futuras. En el caso particular $t = 0$, b_0 es un valor cierto y vale 0 si el colectivo N_0 es de nueva creación.
- $I_1(0,t)$, con $t = 0,1,2, \dots, Q$, son los tantos efectivos al contado de frecuencia anual, donde $I_1(0,0) = 0$.
- $I_1(1,t)$, con $t = 1,2, \dots, Q$, son los tantos efectivos implícitos de frecuencia anual, que se obtienen a partir de los tantos efectivos al contado (FONTANALS, H. Y RUIZ, E., 2014), donde:

$$I_1(1,1) = 0,$$

$$I_1(1,t) = \left[\frac{[1 + I_1(0,t)]^t}{1 + I_1(0,1)}\right]^{1/t-1} - 1 \quad \text{para} \quad t > 1.$$

Para calcular las variables aleatorias NAV_0 y NAV_1 y, por convolución de las anteriores, la variable aleatoria $DNAV_0$, es necesario conocer la evolución del colectivo N_0 en el tiempo. Su evolución se obtiene a partir de la variable aleatoria T_{N_0}, que proporciona el número de años enteros que van a permanecer con vida los n_0 asegurados que forman el colectivo N_0 en el momento 0:

$$T_{N_0} = (T_{x_1}, T_{x_2}, \dots, T_{x_i}, \dots, T_{x_{n_0}}),$$

donde T_{x_i}, con $i = 1, \dots, n_0$, es la variable aleatoria número de años enteros que permanece con vida el asegurado i de edad actuarial x_i. Su distribución de probabilidad se muestra en la Tabla 1, donde t_{x_i}, con $i = 1, \dots, n_0$, son las realizaciones de la variable aleatoria T_{x_i} , w la primera edad no alcanzable en las tablas de mortalidad consideradas y t/q_{x_i} la probabilidad que una persona de edad actuarial x_i viva t años y fallezca en el año siguiente.

Tabla 1. Función de distribución de T_{x_i}

t_{x_i}	$P[T_{x_i} = t_{x_i}]$
0	q_{x_i}
1	$1/q_{x_i}$
2	$2/q_{x_i}$
…	…
t	t/q_{x_i}
…	…
$w - x_i - 1$	$w - x_i - 1/q_{x_i}$

Fuente: Elaboración propia

Las realizaciones de la variable aleatoria T_{N_0} son vectores, $\overrightarrow{t_{N_0}}$, que tienen tantas componentes como asegurados n_0 tiene el colectivo N_0:

$$\overrightarrow{t_{N_0}} = (t_{x_1}, t_{x_2}, \dots, t_{x_i}, \dots, t_{x_{n_0}}).$$

Cada realización $\overrightarrow{t_{N_0}}$ de la variable aleatoria T_{N_0} muestra una trayectoria de evolución del colectivo N_0 frente al fenómeno de la mortalidad. El número de trayectorias de evolución del colectivo, NT, o realizaciones de la variable aleatoria T_{N_0}, viene dado por la expresión:

$$NT = \prod_{i=1}^{n_0} (w - x_i).$$

Debido al elevado número de realizaciones que tiene la variable aleatoria T_{N_0} es imposible trabajar directamente con su función de distribución, y se resuelve este problema simulando, por el método de Monte Carlo, dicha variable.

De esta forma, las realizaciones de la variable T_{N_0} dependerán del número de simulaciones que se realicen del colectivo, y se tendrán tantas realizaciones como número de trayectorias se simulen del mismo. Si se simulan z trayectorias de evolución del colectivo, las realizaciones de T_{N_0} vendrán dadas por el siguiente conjunto discreto:

$$\{\vec{p}^1, \vec{p}^2, \dots, \vec{p}^l, \dots, \vec{p}^z\},$$

donde $\vec{p}^l$ es la realización asociada a la simulación l, con $l = 1, \dots, z$, de la variable aleatoria T_{N_0}, que a su vez es un vector,

$$\vec{p}^l = \left(t_{x_1}^l, t_{x_2}^l, \dots, t_{x_i}^l, \dots, t_{x_{n_0}}^l\right),$$

siendo $t_{x_i}^l$, con $i = 1, \dots, n_0$, la realización asociada a la trayectoria de evolución del colectivo l, con $l = 1, \dots, z$, de la variable aleatoria T_{x_i}. Proporciona el número de años enteros que permanece con vida el asegurado i de edad actuarial x_i asociada a la trayectoria de evolución del colectivo l. Su campo de variabilidad viene dado por el conjunto discreto $\{0,1,2, \dots, s, \dots, w - x_i - 1\}$.

Cada una de las componentes $t_{x_i}^l$ de $\vec{p}^l$, con $i = 1, \dots, n_0$ y $l = 1, \dots, z$, se obtiene simulando por Monte Carlo la variable aleatoria T_{x_i}, con $i = 1, \dots, n_0$. Simular consiste en generar un número aleatorio uniformemente distribuido entre 0 y 1, el cual se corresponderá con un determinado valor de la probabilidad acumulada de dicha variable aleatoria, de manera que si U es el número aleatorio generado en la trayectoria de evolución del colectivo l , con $l = 1, \dots, z$, para el asegurado de edad x_i, con $i = 1, \dots, n_0$, entonces el valor simulado de $t_{x_i}^l = s$ sí y sólo sí $\sum_{r=0}^{s-1} P\left[T_{x_i} = r\right] < U \leq \sum_{r=0}^{s} P\left[T_{x_i} = r\right]$.

La probabilidad asociada a cada realización de T_{N_0} es siempre la misma, y su valor depende del número de trayectorias de evolución del colectivo simuladas, z:

$$P\left[T_{N_0} = \vec{p}^l\right] = \frac{1}{z} \qquad \text{con } l = 1,2, \dots, z.$$

A partir de T_{N_0} se obtienen el resto de variables aleatorias relevantes del modelo, siendo las realizaciones de las variables aleatorias a_t, b_t y $DNAV_0$, respectivamente:

$$a_t = \{a_t^1, a_t^2, \dots, a_t^l, \dots, a_t^z\}, \text{ con } t = 0,1,2, \dots, Q^l,$$

$$b_t = \{b_t^1, b_t^2, \dots, b_t^l, \dots, b_t^z\}, \text{ con } t = 0,1,2, \dots, Q^l,$$

$$DNAV_0 = \{DNAV_0^1, DNAV_0^2, \dots, DNAV_0^l, \dots, DNAV_0^z\},$$

donde:

- a_t^l, con $l = 1,2, \dots, z$, es la realización de la variable aleatoria a_t asociada a la trayectoria de evolución del colectivo l.

- b_t^l, con $l = 1,2, \dots, z$, es la realización de la variable aleatoria b_t asociada a la trayectoria de evolución del colectivo l.

- Q^l, con $l = 1,2, \dots, z$, es el primer año, asociado a la trayectoria de evolución del colectivo l, en que la compañía de seguros queda liberada del pago de prestaciones.

- $DNAV_0^l$, con $l = 1,2,\dots,z$, es la realización de la variable aleatoria $DNAV_0$ asociada a la trayectoria de evolución del colectivo l.

Las realizaciones de las variables aleatorias a_t, b_t y $DNAV_0$, se obtienen a partir de las realizaciones de la variable aleatoria T_{N_0}. De esta manera, dada la simulación l, con $l = 1,2,\dots,z$, y calculadas las realizaciones $\vec{p}^l$ de la variable aleatoria T_{N_0}, se determinan los vectores $\vec{n}_t^l$, con $t = 0,1,2,\dots,Q^l - 1$, y $\vec{d}_t^l$, con $t = 1,\dots,Q^l$, dónde:

- $\vec{n}_t^l$ es el vector formado por ceros y unos, que tiene tantas componentes como asegurados tiene el colectivo N_0, y muestra qué asegurados están vivos en t, con $t = 1,\dots,Q^l$, dada la trayectoria de evolución del colectivo l. Si la componente i, con $i = 0,1,\dots,n_0$, vale 1, indica que el asegurado i-ésimo está vivo en t, y si vale 0 es que está muerto.
- $\vec{d}_t^l$ es también un vector formado por ceros y unos, que tiene tantas componentes como asegurados tienen el colectivo N_0, pero en este caso muestra qué asegurados del colectivo inicial fallecen durante el año t, con $t = 1,\dots,Q^l$, dada la trayectoria de evolución del colectivo l. Si la componente i, con $i = 0,1,\dots,n_0$, vale 1, indica que el asegurado i-ésimo ha fallecido en el año t, y si vale 0 es que permanece vivo en t o ha fallecido en un año diferente de t.

A partir de estos dos vectores se obtienen las realizaciones de las variables aleatorias A_t y L_t para cada trayectoria de evolución del colectivo l, con $l = 1,2,\dots,z$. Para su cálculo se asume la hipótesis que los activos de la cartera de la compañía de seguros están formados exclusivamente por las primas satisfechas por los asegurados, y que los pasivos están constituidos por las sumas aseguradas que la compañía ha de satisfacer a los beneficiarios en caso de fallecimiento de los asegurados. De esta manera, las realizaciones a_t^l y b_t^l de las variables aleatorias a_t y b_t, asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo l, con $l = 1,2,\dots,z$, se obtienen respectivamente a partir de:

$$a_t^l = \begin{cases} \vec{n}_t^l \cdot \vec{P}_t & para \quad t = 0,1,\dots,Q^l - 1 \\ a_{Q^l} = 0 & para \quad t = Q^l \end{cases}$$

$$b_t^l = \begin{cases} b_0 & para \quad t = 0 \\ \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t & para \quad t = 1,2,\dots,Q^l \end{cases}$$

donde:

- $\vec{P}_t$ es el vector de primas que corresponde satisfacer en t a los asegurados del colectivo inicial N_0, suponiendo que todos están vivos en t.
- $\vec{S}_t$ es el vector de sumas aseguradas que tiene que pagar la compañía en t a los beneficiarios del colectivo inicial N_0, suponiendo que todos los asegurados falleciesen en el año t.

Por último, la realización $DNAV_0^l$ de la variable aleatoria $DNAV_0$ asociada a la simulación l, con $l = 1,2,\dots,z$, se obtiene de $DNAV_0^l = NAV_0^l - NAV_1^l$, donde:

$$NAV_0^l = \sum_{t=0}^{Q^l} \left(a_t^l - b_t^l\right) \cdot [1 + I_1(0,t)]^{-t},$$

$$NAV_1^l = \sum_{t=1}^{Q^l} \left(a_t^l - b_t^l\right) \cdot [1 + I_1(1,t)]^{-(t-1)}.$$

La simulación de la evolución del colectivo, realizada a través del método de Monte Carlo, permite conocer las realizaciones de la variable aleatoria $DNAV_0$ y obtener su función de distribución de probabilidad tal y como se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2. Función de distribución de $DNAV_0$

$dnav_0$	$P(DNAV_0 = dnav_0)$
$DNAV_0^1$	$1/z$
$DNAV_0^2$	$1/z$
…	…
$DNAV_0^l$	$1/z$
…	…
$DNAV_0^z$	$1/z$

Fuente: Elaboración propia

Conocida la función de distribución de probabilidad el SCR_0 se obtiene como el $VaR_{0,995}$ de la variable aleatoria $DNAV_0$:

$$SCR_0 = VaR_{0,995}(DNAV_0).$$

3. APLICACIÓN NUMÉRICA

En este apartado se ilustra un ejemplo del cálculo del *SCR*, utilizando el modelo estándar y el modelo interno propuesto, para el riesgo de mortalidad de una cartera formada por seguros de vida, en el que el asegurador garantiza un único pago al beneficiario en caso de fallecimiento del asegurado.

Se asume que la cartera está formada por un colectivo homogéneo en cuanto a edades, sexo y características de la operación, y que la cartera es de nueva creación. El colectivo está integrado por individuos de sexo masculino, con edad actuarial $x = 35$ años, donde cada uno de ellos tiene contratado un seguro inmediato, temporal de 5 años, a primas periódicas anuales y con una suma asegurada, $S = 1.000$ €.

Los datos técnicos de la operación son los siguientes:

- Tipo de interés técnico: $I_1 = 0{,}02$.
- Tablas de mortalidad: PASEM 2010.
- Estructura de tipos de interés al contado libres de riesgo (se ha obtenido del QIS5 y bajo la hipótesis de una prima de liquidez del 50%):

$$I_1(0{,}1) = 0{,}01475, \quad I_1(0{,}2) = 0{,}02051, \quad I_1(0{,}3) = 0{,}02458$$

$$I_1(0{,}4) = 0{,}02771, \quad I_1(0{,}5) = 0{,}03022, \quad I_1(0{,}6) = 0{,}03235.$$

Para esta cartera, y teniendo en cuenta que la prima periódica anual a pagar por cada asegurado asciende a 1,050167€, los vectores $\vec{P}_t$ y $\vec{S}_t$, son respectivamente:

$$\vec{P}_t = (1{,}050167, 1{,}050167, \dots, 1{,}050167) \text{ con } t = 0{,}1{,}2{,}3{,}4,$$

$$\vec{S}_t = (1.000, 1.000, \dots, 1.000) \text{ con } t = 1{,}2{,}3{,}4{,}5.$$

El número de componentes de cada vector coincide con el tamaño del colectivo que se considere.

En este caso al tratarse de un seguro inmediato y temporal de 5 años, $Q = 5$.

Los resultados que se muestran en la siguiente tabla, Tabla 3, para el modelo interno se han obtenido con el programa R y realizando 100.000 trayectorias de evolución del colectivo.

Tabla 3. *SCR* con el modelo interno

Tamaño del colectivo n_0	***SCR* del colectivo**	***SCR* individual**
2	15,21975	7,6098
3	16,61615	5,5387
5	19,16494	3,8329
10	24,2364	2,4123

50	77,07101	1,5414
100	139,3886	1,3938
200	252,3047	1,2615
1.000	1.125,517	1,1257
1.500	1.652,857	1,1019
3.000	3.230,406	1,076
6.000	5.567,07	0,9278
12.000	9.588,56	0,79904
13.000	9721.73	0,75362
16.000	11.242,29	0,70264
20.000	13.203,41	0,66015
35.000	19.235,11	0,5495

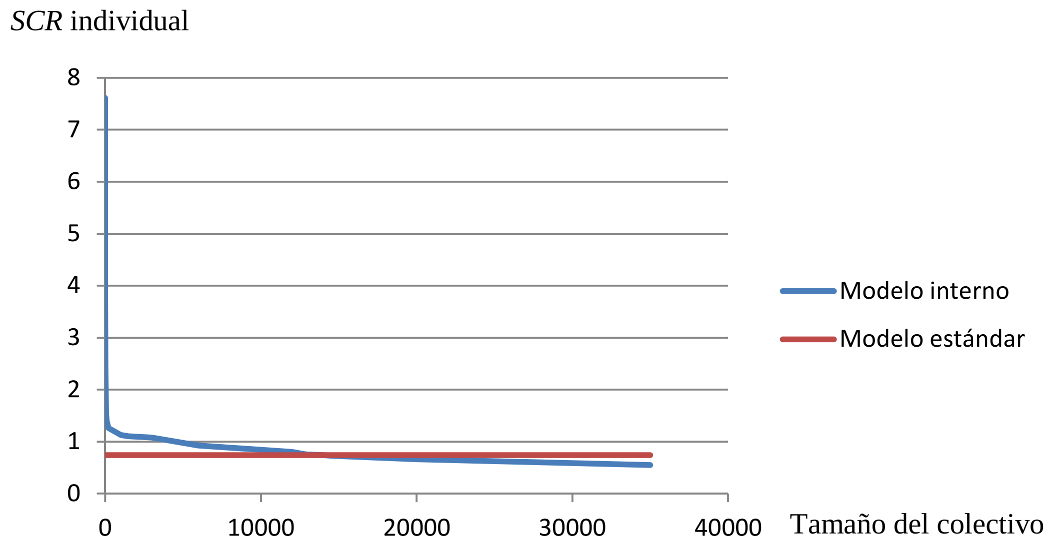
Fuente: Elaboración propia

El *SCR* individual aplicando el modelo estándar asciende a 0,7408878€.

A diferencia de lo que sucede en el modelo estándar, en el que el *SCR* para el riesgo de fallecimiento de cada individuo es independiente del tamaño del colectivo, en el modelo interno propuesto el valor del *SCR* para el riesgo de fallecimiento disminuye a medida que aumenta el tamaño del mismo, como puede observarse en el siguiente gráfico, Gráfico 1.

En el Gráfico 1 la curva azul ilustra el comportamiento del *SCR* de cada individuo, obtenido a través del modelo interno, con respecto al tamaño del colectivo. En color rojo se representa el *SCR* individual calculado mediante el modelo estándar, resultando ser un recta ya que su valor es independiente del tamaño del colectivo.

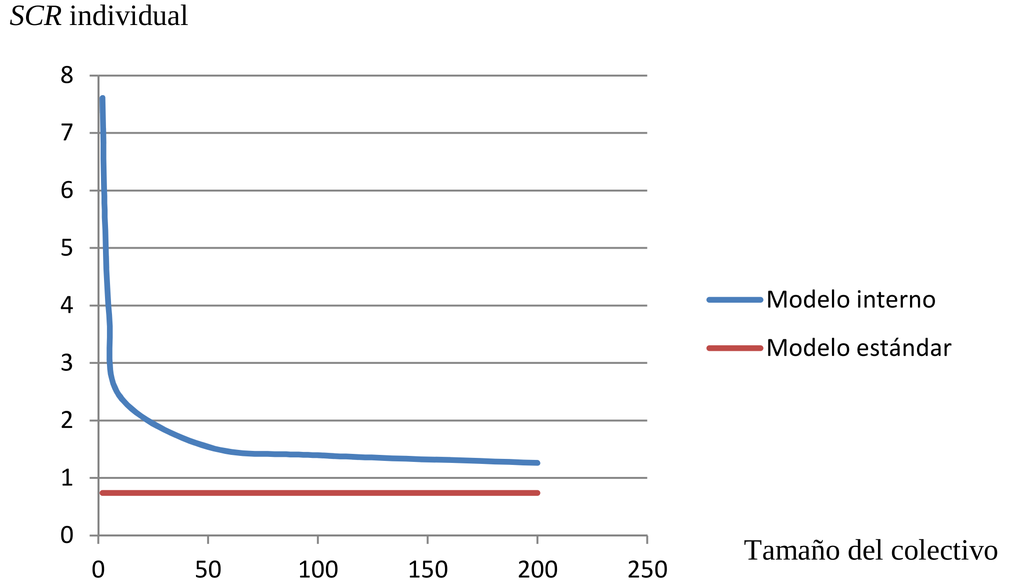
Gráfico 1. Relación SCR individual con el tamaño del colectivo



Fuente: Elaboración propia

En el Gráfico 2 se aprecia con mayor precisión como la sensibilidad del *SCR* individual en el modelo interno es mayor cuanto más pequeño es el colectivo, es decir, la tasa disminución que experimenta el *SCR* individual frente a variaciones positivas en el tamaño del colectivo es mayor cuanto más pequeño es el colectivo.

Gráfico 2. Relación SCR individual con el tamaño del colectivo



Fuente: Elaboración propia

Si se comparan los dos modelos, interno y estándar, para los escenarios considerados, cuando el tamaño del colectivo es de 16.000 individuos el modelo interno proporciona valores de *SCR* individuales menores que el modelo estándar.

En la Tabla 4 se compara el *SCR* del colectivo calculado con el modelo estándar y con el modelo interno propuesto y el ahorro que se genera al aplicar el modelo interno. Para calcular el *SCR* del colectivo con el modelo estándar sólo hay que multiplicar el *SCR* individual por el tamaño del mismo, esto es, hay que multiplicar 0,7408878€ por el tamaño del colectivo.

Tabla 4. Comparación *SCR* modelo interno y modelo estándar

Tamaño del colectivo n_0	***SCR* del colectivo modelo interno**	***SCR* del colectivo modelo estándar**	**Ahorro con el modelo interno**
2	15,21975	1,48177	-13,738
3	16,61615	2,22266	-14,3935
5	19,16494	3,70443	-15,4605
10	24,2364	7,40887	-16,7148
50	77,07101	37,04439	-40,0266
100	139,3886	74,08878	-65,2998
200	252,3047	148,17756	-104,127
1.000	1.125,517	740,8878	-384,629
1.500	1.652,857	1.111,3317	-541,525
3.000	3.230,406	2.222,6634	-1.007,74
6.000	5.567,07	4.445,3268	-1.121,74
12.000	9.588,56	8.890,6536	-697,906
13.000	9.721,73	9.631,5414	-90,188

16.000	11.242,29	11.854,08	611,79
20.000	13.203,41	14.817,756	1.614,346
35.000	19.235,11	25.931,073	6.695,963

Fuente: Elaboración propia

4. CONSIDERACIONES FINALES

El marco de Solvencia II, que entró en vigor el 1 de enero de 2016, ofrece la posibilidad de calcular el SCR de dos formas. La primera de ellas se basa en el modelo estándar y consiste en unas fórmulas genéricas definidas en los estudios de impacto cuantitativo (QIS), que llevó a cabo la European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA); el último estudio fue el QIS5 de 14 de marzo de 2011. La segunda forma de calcular el *SCR* que permite el regulador europeo es utilizar modelos internos, basados en la experiencia de la compañía, siempre y cuando estén convenientemente justificados y aprobados por el órgano supervisor.

En este trabajo se ha propuesto un modelo interno para el cálculo del *SCR* para el riesgo de mortalidad, basado en el método de simulación de Monte Carlo, y bajo la hipótesis que los activos de la cartera de la compañía de seguros están formados exclusivamente por las primas satisfechas por los asegurados, y los pasivos, por las sumas aseguradas que la compañía ha de satisfacer a los beneficiarios en caso de fallecimiento de los asegurados. A diferencia de lo que sucede con el modelo estándar, donde el valor del *SCR* de cada individuo es independiente del colectivo en el que se encuentra el asegurado, en el modelo interno propuesto el valor del *SCR* sí que depende de la estructura del mismo. Para ver la incidencia de la estructura del colectivo, en particular de su tamaño, en el *SCR* para el riesgo de mortalidad se han considerado en la aplicación numérica diferentes escenarios con tamaños de colectivos distintos, pero todos ellos homogéneos en cuanto a edades, sexo y características de la operación. En el estudio se observa la relación inversa entre el tamaño del colectivo y el *SCR* de cada asegurado, y cómo esta relación se acentúa conforme el tamaño del colectivo es más pequeño. Para los datos considerados y para colectivos pequeños, el modelo estándar propone un *SCR* individual más pequeño que el modelo interno, tendencia que se invierte cuando el colectivo supera un determinado umbral de individuos.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CASTAÑER, A.; CLARAMUNT, M.M. (2014). "Solvencia II". En OMADO (Objectes i materials docents). Dipòsit Digital de la UB. Col·lecció Omado. http://hdl.handle.net/2445/44823.
- CHRISTIANSEN, M.C. AND NIEEMEYER, A. (2014). "Fundamental definition of the solvency capital requirement in solvency II". ASTIN Bulletin, 44, pages 501-533. (http://www.journals.cambridge.org/article_S0515036114000105).
- FONTANALS, H.; RUIZ, E. (2014). *Risc de tipus d'interès*. Editorial UOC. Barcelona.
- EL PARLAMENTO EUROPEO Y EL CONSEJO DE LA UNIÓN EUROPEA (2009). DIRECTIVA 2009/138/CE DEL PARLAMENTO EUROPEO Y DEL CONSEJO, de 25 de noviembre de 2009. Diario oficial de la Unión Europea, L 335:1-155.(http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2009:335:0001:0155:ES:PDF)
- PITACCO, E. (1986). "Simulation in Insurance". In M. Goovaerts (eds.) Insurance and Risk Theory, D. Reidel Publishing Company.
- SARRASÍ, F.J. (1995). "Cobertura de márgenes de solvencia en seguros colectivos". Cuadernos Actuariales. Volumen 7, Parte 2. Editor: Colegio de Actuarios de Cataluña.
- UNESPA (2010). Especificaciones técnicas – QIS5. Pages 1-368. Traducción no oficial de las especificaciones técnicas de QIS5.