

FERMAT Y LA ARQUEOLOGÍA DE UN PROBLEMA NEWTONIANO

Eloy Rada García

U.N.E.D. Madrid

I. Pese a la indudable dedicación con la cual han estudiado la obra de Newton cuantos estudiosos han puesto mano en ella desde Sir David Brewster, J. Edleston, W.W. Russe Ball hasta Koyré, Cohen, el matrimonio Hall o Whiteside en nuestros días, quedan algunas cosas difíciles de aclarar, seguramente más por causa de la propia idiosincrasia de Newton que por falta de perspicacia, paciencia o seriedad en el intento de los historiadores de esclarecer su figura y su obra. Algunas de esas cuestiones se refieren a los primeros pasos, los primeros tanteos y los primeros borradores que llevaron a la construcción de los Principia - si bien es preciso reconocer enseguida que gracias a la constancia, sagacidad y competencia de los historiadores hoy sabemos del tema más y mejor que los propios contemporáneos de Newton y ello pese a que él mismo ni dió entonces ni da ahora mayores facilidades para penetrar en sus personales secretos.

Mi intento aquí se limita a destacar algo que no me parece totalmente imposible y acaso hasta razonable y que ya ha sido insinuado por el prof. Koyré de modo explícito¹ y también reconocido en parte por el prof. Cohen², si bien no conozco que le hayan dedicado un análisis específico: se trata de la relación que pudo haber entre la curva de Fermat (llamada también espiral de Galileo) y el problema de la revolución en elipses de los planetas en tanto que cuerpos que caen hacia un centro.

II. Según creo, la correspondencia cruzada entre Newton y Hooke en el invierno de 1679-80³ tiene gran importancia - mayor quizá de la que es demostrable - si se toma en cuenta quién y cómo era uno de los dos correspondientes. (Por lo demás, constituye uno de los textos básicos para el objetivo de esta comunicación.)

Dos cosas pueden destacarse inicialmente en dicha correspondencia: a) que las cartas en su conjunto son un desafío en tanto en que presentan un

problema no resuelto todavía y permiten mostrar quién posee una teoría o un método, como se decía, más capaz de resolverlo. Para Newton, aunque el problema fuese propuesto por él con cualesquiera intenciones, el desafío tenía algo de personal (frente a Hooke) y mucho de profesional como "filósofo" y como matemático. b) En segundo lugar estas cartas logran (y este es uno de sus méritos) formular el problema con tal precisión y con tal economía que, como dice Cohen, resolverlo es resolver "el matemática y físicamente equivalente problema de la órbita planetaria".

Siendo esto así, escasamente podrá exagerarse la importancia que esta correspondencia pudo tener en el origen de la construcción de los Principia.

Sólo conjeturas cabe hacer sobre el grado en que Newton fué estimulado por dicha correspondencia por el hecho de venir de quien venía. La aversión patológica e inexplicable que mostró por su ilustre colega de la Royal Society, podría tener algo que ver con esta correspondencia, aunque quizá sea un tema más adecuado para psicoanalistas. Aunque se puede imaginar que esta correspondencia primero encendió el genio y después el odio de Newton, poco más cabe hacer que imaginar, porque tampoco aquí los enigmas son menores. Pero lo que sí es posible es formular algunas preguntas: ¿por qué eligió Newton la cuestión de la trayectoria de la caída de un grave como experimento a realizar por la R.S. en su carta de 28 de noviembre de 1679? Si ya había dicho su adiós a la filosofía, como asegura Hooke, ¿por qué propone ahora una experiencia tan singular? ¿por qué la describe tan minuciosamente y predice el resultado tan contundentemente? ¿Por qué dice y dibuja que el cuerpo de prueba, en su caída hacia el centro de la Tierra "describirá una espiral"?

Es difícil, por no decir imposible, dar respuestas documentadas a estas cuestiones tan "subjetivas". Hasta podemos renunciar a saber por qué Newton salió con una cuestión tan particular. Puede creerse que Newton sincera y amigablemente quiso alentar las especulaciones de Hooke (que de hecho conocía, pese a su explícita negación) o puede ser que lo hiciera para poner a prueba a su rival y conocer mejor así el resultado a que había llegado en sus trabajos, o puede ser que, más retorcido aún, pretendiese poner a Hooke en ridículo ante la propia Royal Society. Pero estas y otras suposiciones no tienen base documental alguna y será mejor prescindir de ellas. Sin embargo, hay algunos hechos que pueden tener interés:

El primero es que, al disponer de los textos completos de las cartas, se comprueba que Hooke corrigió a Newton por dos veces muy pertinente y

significativamente.

El segundo es que las dos cartas centrales de la correspondencia y que documentan la relativa mejor intuición inicial de Hooke se hallaban⁴ separadas y "extraviadas" del resto, como si una mano bien orientada hubiese querido separarlas del resto de las cartas por cuanto pudiesen argüir en favor de Hooke más de lo que fuese deseable.

Independientemente de esto, pero en relación con ello, cabe recordar que Newton reconoce en carta a Halley⁵ que su interés por estos problemas partió de esta correspondencia. También hay que tener presente que cuando Halley visitó a Newton en Cambridge en agosto de 1684 con la célebre cuestión de la trayectoria bajo la condición de la ley del inverso del cuadrado, recibió una respuesta inmediata de parte de Newton y la confesión de que "lo había calculado". ¿Cuándo? sin duda antes de agosto de 1684, pero después del 28 de noviembre de 1679. Esto parece claro si es que la correspondencia con Hooke de 1679-80 refleja el estado de los conocimientos de Newton en la materia. Así pues no parece descabellado suponer que Newton en esas fechas no había ido más allá de lo que refleja esta correspondencia, al menos por lo que al problema planteado se refiere.

Es cierto que había algunos datos en favor de reflexiones previas, ya desde 1666-69, pero es seguro que no estaban directamente conectadas con los términos del problema y sobre todo no parece que en aquellos momentos dispusiese del instrumental matemático contrastado de que disponía ahora y tampoco de un sistema de conceptos físicos suficiente, cosa que tampoco parece estar a punto al iniciarse la correspondencia de 1679-80 con Hooke. Pero las sugerencias de éste parecen hacer despertar a Newton y hacerle comprender la importancia de las cuestiones que se plantean así como la dirección en que hay que proseguir, como le sugiere Hooke por dos veces. "La importancia de este problema, dice Cohen, está en hallar la trayectoria de un cuerpo en caída libre sobre la Tierra en rotación que es matemática y físicamente equivalente a hallar una órbita planetaria. Pues el cuerpo que cae partirá igual que si se le hubiera dado un impulso o tuviese un componente de movimiento inercial (tangencial) y después se sentirá continuamente atraído hacia un centro (en este caso la Tierra)"⁶.

Si Newton llegó a ver esto así, más o menos, no cabe duda de que debía a Hooke una buena indicación de cómo y por dónde había que abordar la cuestión. De que Newton persiguió la liebre y fué el mejor no cabe duda. Pero la afirmación de Cohen de que "la repugnancia de Newton a tratar directa y públicamente el problema planteado por Hooke es perfectamente comprensible

ble" se vuelve contra Newton en una buena medida, ya que hacerlo públicamente hubiera significado conceder a Hooke más de lo que Newton estaba dispuesto a conceder.

Sea ello como fuera, para mí está por ahora claro que Newton el 28 de noviembre de 1679 no tenía mejor idea sobre la caída de un cuerpo en un espacio libre que la que da a conocer en su carta y que ya el 13 de diciembre ha pensado algo mejor y que parece que sigue en esa línea. Me parece pues, que no hay mayores inconvenientes históricos en afirmar que parte del planteamiento de su carta de 28 de noviembre y progresa hasta las proposiciones XVI-XVII del Lib. I de los Principia.

La espiral a que se refiere (y dibuja) Newton en su carta de noviembre es una espiral que tiene una larga trayectoria en la literatura anterior a Newton⁸. Es debida a Fermat y fué divulgada por el P. Mersenne de modo más que suficiente. Es en términos de esa espiral de Fermat como Newton propone el experimento de su carta, aunque sutilmente añade una precisión cuyo sentido arguye una lectura y aplicación del Horologium Oscilatorium de Huygens, merced a la cual hace la predicción de la caída al Este de la vertical. Pero en su conjunto la propuesta es netamente galileana, entendiéndose por tal el límite al que los análisis pre-newtonianos habían llegado para este problema de la caída de los graves, suponiendo la Tierra en rotación y la ley de Galileo.

Pero si se lee esta carta junto con las dos siguientes (Hooke a Newton de 9 de diciembre y Newton a Hooke de 13 de diciembre) ¡que eran las dos extraviadas!, el problema adquiere un planteamiento absolutamente nuevo, y esta novedad viene de Hooke. El planteamiento ahora es el matemática y físicamente equivalente al de las órbitas planetarias. Y Hooke de modo expreso lo hace ver cuando asegura que de no moverse en medio resistente el cuerpo de prueba, giraría en una curva "eliptoide" sin caer en el centro. ¿Cuál es la ley de esta curva? Esta cuestión así puesta me parece que resultó decisiva para Newton y su respuesta es inmediata, mejora sustancialmente su propuesta del 28 de noviembre y además reconoce que "su carta tan penetrante me ha incitado a profundizar en la naturaleza de esta curva y podría añadir algunas cosas relativas a su descripción por puntos quam proxime". Y de modo más concreto, pone sobre la pista en su carta de 17 de enero de 1680 cuando invita a Newton a "conocer la propiedades de una curva (ni circular ni concéntrica) engendrada por una fuerza de atracción central que hace que las velocidades de caída con respecto a la tangente, esto es, a un movimiento rectilíneo uniforme, sean a todas las dis-

tancias, inversamente proporcionales a los cuadrados de esas distancias".

Es verdad que Hooke no sabía calcular la trayectoria de la curva ni aunque hubiese dispuesto de todos los datos necesarios para ello y por eso no lo hizo antes, ni entonces, ni después. En cambio Newton disponía o era capaz de hallar el método para hacerlo y eso es lo que hizo. Creo que por aquí empezaron los primeros esbozos que, ampliados y generalizados, acabaron convirtiéndose en el De Motu, primero y en los Principia después. Y así entiendo que cuando llegó Halley a Cambridge con su cuestión, pudo encontrarse con la afirmación de Newton: "porque lo he calculado".

III. No se conservan (que sepamos) entre los miles de folios manuscritos de Newton esos cálculos primitivos. Y hasta él parece que los había traspapelado y por ello prometió a Halley "rehacerlos". Si esto es así, los cálculos "rehechos" sólo pueden ser un trasunto de los primitivos. No obstante podemos establecer tres momentos, perfectamente distinguibles:

- a) La carta de Newton de 28 de noviembre de 1679 en la cual el problema se plantea aún de modo "galileano", en términos de espiral al centro, respondiendo al estado de análisis en que la propusieron Fermat-Mersenne.
- b) Las cartas de diciembre y enero de 1679-80 en las cuales se perfila el problema en términos mucho más precisos y cercanos a la solución final de los Principia. En concreto, se busca la ley de una curva "eliptoide" bajo la condición de la ley del inverso del cuadrado, la no caída al centro, la fuerza centrífuga, la distancia a la tangente, la composición de la curva entre movimiento tangencial y atracción al centro.
- c) Los documentos que fueron base de los Principia, que, para mi propósito aquí, no hay que olvidar que fueron "rehechos", al menos en lo que toca a la solución del problema y de modo análogo las Proposiciones I a XVII del Lib. I de los Principia en su primera redacción (que considero más cercana a los originales que el resto o las correcciones).

Puede ponerse en relación el problema de Newton con el Attempt to prove the Motion of the Earth by Observation, de Hooke y considerar que Newton quiere obsequiarle con un modo de probar lo que pretende. Pero la cuestión para mí está en saber de dónde ha partido Newton con su problema y con el diseño del mismo y sobre todo si la concepción que soporta al problema es la que, prima facie, se desprende de sus términos. La discusión sobre la curva que describe un grave en caída libre con la Tierra en rotación es muy antigua y amplia y no parece descabellado que Newton la conociera hasta en detalle. Le hubiera bastado seguir los datos que proporcionase⁹ Jacob Gregory en su comunicación a la Royal Society en 1668 para

llegar hasta las fuentes. Koyré sugiere que Newton bien pudiera conocer el estado de la cuestión desde sus orígenes italianos a través de Mersenne cuya obra fué ampliamente difundida en Europa. No disponemos (que yo sepa) de evidencia sobre el grado de conocimiento que pudo tener Newton de los "cogitata Phisico-Mathematica" (1644) de M. Mersenne, pero hay indicios a favor de la sugerencia. El primero podría ser, como indica Koyré, la semejanza entre el dibujo de Newton y el que hace Mersenne al presentar la espiral de Fermat. Otro estriba en que la progresión de Newton en el análisis de la curva me parece que sigue muy fielmente los pasos que Fermat diera en el análisis de la suya. (Tampoco hay que olvidar que la obra de Fermat se publica este mismo año de 1679 y que algunos de sus trabajos ya habían merecido la atención de matemáticos como Pascal y Roberval). Y el propio Hooke pudiera estar al tanto de todo esto, ya que en su carta de 9 de diciembre se refiere ampliamente a la idea del cono cuya base fuese el paralelo de Londres y vértice en el centro de la Tierra, como que cumple también las propiedades de la espiral de Fermat, lo mismo que sobre el Ecuador, cosa que Mersenne explicita también. Por último, si Newton parte de la concepción de una espiral al centro y esta es la única espiral disponible en los análisis del momento, parece obvio que es de esta y de su análisis de donde se está partiendo.

Por otra parte, Newton confiesa a Halley en carta de 27 de julio de 1686 que la corrección de Hooke "de su espiral dió lugar a su descubrimiento del teorema por el cual más tarde verifiqué la elipse".

Puesto que los cálculos primitivos de la curva el mismo Newton los extravió, sólo nos es posible comparar aquello que por hipótesis pudo haber conocido de los análisis de Fermat-Mersenne con la versión final y acaso la única disponible en que vino a parar la reconstrucción. Si además tenemos presente que Newton pensaba con la pluma en la mano como quien dice, entonces hay que suponer que reconstruir en su caso es perfeccionar, añadir, cambiar y buscar algo mejor. Por ello hay que pensar que el resultado de dicha reconstrucción debió ser ya algo muy perfeccionado respecto al cálculo inicial.

En la carta de 13 de diciembre de 1679 dice a Hooke: "yo también creo que si el peso es supuesto constante no descenderá en espiral hacia el centro, sino que circulará con alternancia de subidas y bajadas provocadas por la fuerza centrífuga y la gravitación". Aquí ya entran en juego consideraciones que no estaban presentes dos semanas antes. La fuerza centrífuga al lado de la atracción central. Parece como si Huygens hubiese

entrado en escena.

Los primeros pasos debieron ser titubeantes y de recurso a principios o leyes, en busca de ideas claras sobre la dinámica de los cuerpos en movimiento. Cohen há puesto de relieve cómo la formulación de los Axiomas, Definiciones, etc. fué un proceso tentativo que sólo alcanzó forma definitiva en la redacción de los Principia. La descripción de la curva por puntos "quam proxime" que dice Newton no es sólo una cuestión de análisis matemático, sino que requiere algunos elementos de otro orden, aunque no estuviesen tan precisamente concebidos como en los Principia. ¿Pero de dónde podían proceder esos conceptos físicos? Dudo que el Escolio siguiente a los Corolarios de las Leyes, aunque diera algunas, nos proporcione todas las pistas. Ni siquiera todas las que allí aparecen fuesen operantes desde el principio. El racimo de conceptos que pudo manejar Newton en un primer análisis de su problema necesariamente debió ser menor y menos elaborado. Y debemos suponer que la reconstrucción primero y la redacción final después mejoraron el conjunto muy significativamente. Si no resulta demasiado atrevido, hasta podemos sintetizar el proceso diciendo que Newton pasó del problema a sus principios y de éstos a su generalización sin solución de continuidad lógica, aunque con ocasión de distintos "desafíos" el primero Hooke, el segundo Halley.

En cualquier caso, hay que suponer que Newton vislumbra en el primer momento una cierta forma de su tercera Ley y algunos de sus Corolarios (¿II, III, IV?) siquiera en la medida en que son condición necesaria para poder analizar la composición y descomposición de fuerzas de cuyo resultado surge la curva en cuestión, descrita, y su análisis por puntos "quam proxime".

En esta frase de su carta menciona Newton, aunque oscuramente, la segunda fuente principal de su éxito. Pero su deseo de incluir en los Principia su tratado de la cuadratura es un dato significativo, a falta de los papeles concretos en que realizó los cálculos, no sólo de la capacidad matemática de Newton sino también de la continuidad de pensamiento newtoniano entre análisis de curvas geométricas y curvas mecánicas. Los estudios de Newton sobre el particular databan de 1665-66 y habían proseguido después quizá hasta 1684. Ya desde los días del Waste Book se había entrenado en analizar curvas con métodos más generales y nuevos y en esos análisis se cuida de extender el alcance de su estudio a las curvas "mecánicas".

Para el caso que nos ocupa, dicho análisis por puntos implica la consideración de un punto cualquiera y el intento de determinar en él la ley

que lo vincula a otras variables que representan fuerzas, espacios, etc. Un punto de una curva mecánica es así una especie de entidad física compleja que, además de ser un punto cualquiera de una curva, es también un punto de una tangente, de un radio, de un triángulo o polígono y en suma viene a ser "resultante" de las interrelaciones de esos otros puntos, magnitudes, etc. y la ley de dicho punto es la ley matemática por la cual resulta o deviene como tal punto supuestas las demás relaciones. Por ello, "hallar las propiedades de una curva por puntos" equivale a determinar las relaciones de un punto de la curva y otros puntos o magnitudes (en este caso dotados de propiedades físicas, tales como inercia, viscentrípeta, etc.). Así es como pueden surgir expresiones tan extrañas como "la velocidad en un punto dado es como el área de tal o cual figura" o el tiempo en que se describe esta o aquella curva "es como el área descrita por alguna recta en giro sobre uno de sus extremos", etc. En suma, que determinar por puntos una curva como la del problema significa hallar unas relaciones, además de geométricas, físicas, entre puntos del espacio. Relaciones que por otra parte sólo pueden ser determinadas con procedimientos matemáticos específicos como los que Newton había logrado poner a punto para el estudio general de las cuadraturas. El mejor indicio de la continuidad conceptual (no sólo instrumental) entre las aplicaciones generales de estos procedimientos y las aplicaciones "mecánicas" puede verse en la temprana inclusión en los Lemas de la Sección Primera del Libro Primero de los Principia, aunque existan otros ejemplos.

Se puede afirmar que el problema que nos ocupa está resuelto al acabar la Sección III del Libro I. Y, a falta de mejores textos, es en ese tramo de los Principia donde habría que hallar los antecedentes fermatianos - si los hubiere - en el origen y planteamiento del problema.

Los datos posibles, los transmitidos por Mersenne, podrían ser:

- a) La curva no es un semicírculo.
- b) Es una espiral.
- c) La naturaleza de esta espiral no es arquimedea.
- d) La curva en cada punto obedece a una ley que establece una relación constante entre una potencia del radio y la distancia de ese punto al centro.
- e) Dicha ley es la que genera la curva "y por tanto habrá una ley general que exprese la relación del área del círculo y el área comprendida entre el eje y la espiral", concluye Mersenne¹⁰.

Newton hace el análisis de la espiral en la Prop. IX, en términos gene-

rales, esto es, para espirales con tangentes de cualquier ángulo. Pero ya ha determinado antes en los Lemas de la Sección I y en concreto en el Escolio subsiguiente a ellos que si la potencia del radio es mayor que 3, en ese caso la curva no se parecerá a un círculo, no se generarán curvaturas circulares o similares (elipses). Como por otra parte los corolarios de las Leyes han hecho equivalentes los estados de reposo y movimiento uniforme de los centros a efectos de los movimientos de los cuerpos que giran en torno a ellos y por tanto a efectos de determinar las trayectorias en función de los mismos, el problema de determinar una curva queda reducido al problema de determinar un sector de la misma, lo que será más exacto cuanto más se aproxima dicho sector a un punto.

Si aceptamos que el llamado por Newton Teorema de la elipse, es el Teorema V (Prop. VI) que da lugar a las Prop. X - XI del Lib.I, entonces, si o puede ser una figura circular (Problema III) ni tampoco una espiral cuyo ángulo de contacto con la tangente lleve a esta a alejar sus giros cada vez más (Problema IV), debe tratarse de una elipse, parábola o hipérbola (Prob. V,VI,VII) = (Prop. X,XI,XII), y con ello ya puede mostrar a Hooke (Prop. XVII, Problema IX) la solución del problema "por puntos quam proxime". Newton plantea ahora el problema en los términos siguientes:

"Hállese la línea que describe un cuerpo que parte de un lugar dado, con una velocidad dada y según una recta dada, suponiendo que la fuerza centrípeta sea inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al centro y que sea conocido el valor absoluto de dicha fuerza". El análisis del problema le sirve para mostrar que, cuando la velocidad dada es menor que unos valores, la curva será una elipse, si es mayor, hasta un límite, será una parábola y si es aún mayor, entonces será una hipérbola. Nótese que la solución del problema sólo responde en parte al planteamiento: la velocidad dada es una de las tres y si viniese representada por una cifra, nos daría un resultado (alguna de las tres cónicas) pero no las tres. Si Newton llega hasta los tres casos es porque ya lo sabe de antemano. Ha hecho el análisis en términos de fuerzas centrípetas para el círculo (Prop. IV), la elipse (Prop. VI), la espiral (Prop. IX) y se ha dado cuenta de que la ley de esta curva depende de dos fuerzas (centrípeta y tangencial) cuya suma algebraica es la constante que llamamos trayectoria. Pero dicha constante no es necesariamente elíptica sino que deviene elíptica cuando las relaciones entre ambas fuerzas se mueven dentro de unos márgenes dados y fuera de ellos ya no será una elipse. El análisis del paso de la órbita circular a la órbita espiral (y de la ley de una a la ley de la otra) com-

porta el paso intermedio de las órbitas cónicas.

Creo que este paso fué dado por Newton muy tempranamente y sus huellas permanecen en las Proposiciones IV a IX tal y como aparecen en su primera edición. Y aunque ahora no sea momento de ello, podría hallarse algún indicio específico en los Corolarios de la Proposición IV.

Si hay algo de lo dicho, siquiera sea aproximadamente, en el origen de los análisis newtonianos de la caída en espiral de los graves, entonces parece que no carece de sentido la sospecha de Koyré sobre la presencia consciente o no de los análisis de Fermat de la espiral de Galileo en la correspondencia con Hooke primero y en el desarrollo inicial después, de la cuestión. Hay al menos algo que llama la atención: Newton resuelve el problema acotándolo entre dos límites, la fuerza centrípeta ha de variar entre la proporcionalidad inversa del radio (Prop. IV) y la proporcionalidad inversa del cubo del radio (Prop. IX) esto es, entre la ley del círculo y la ley de la espiral. Y el análisis de Newton en la primera redacción es un típico análisis de casos. Solo que el instrumental es más sutil que el de Fermat. Donde Newton utilizó razones primera o últimas entre espacios o tiempos nacieses o evanescentes, Fermat sólo dispuso de razones enteras - o acaso racionales - y eso no permitiría llegar, dejando a parte su otra gran carencia "física", a una determinación de la curva por puntos "quam proxime".

NOTAS

- 1.- Confer: "Une lettre inédite de Robert Hooke a Isaac Newton", en Etudes Newtoniennes, pag. 306, nota 77, Gallimard, Paris, 1968. También véase nota 9 más abajo.
- 2.- The Newtonian Revolution, pag. 243, Cambridge U. Press, 1980.
- 3.- The Correspondence of Isaac Newton, vol. II (1960), ed. R. Hall, L. Tilling, pag. 297 ss. Cambridge U.Press. (Para la Royal Society).
- 4.- Estas cartas son: de Hooke a Newton, 9 de diciembre de 1679 y Newton a Hooke de 13 del mismo mes. La primera fué publicada por A. Koyré en Isis, 43, 1952, pag. 312-337. La segunda por J. Pelseneer en Isis, 12, 1929, pag. 237-254.
- 5.- Vide cartas de 14 de julio y de 27 de julio en Correspondence, vol. II, pag. 444 y 447. Por lo demás en la primera confiesa que "empezó su ensayo por la elipse" y que lo hizo estimulado por el planteamiento hecho por Hooke. Esto es, quizá, el mejor reconocimiento de sus débitos intelectuales que fuera Newton capaz de hacer.
- 6.- En The Newtonian Revolution, pag. 242.
- 7.- Ibid, pag. 245.
- 8.- Puede verse buena parte en "A. Koyré: Chute des corps et mouvement de la Terre, Vrin, Paris, 1973. Además de la Correspondencia de M. Mersenne o en la de Galileo. Y algunos textos centrales ya se hallaban en Varia Opera Mathematica D.Petri Fermat, Toulouse, J. Pech, 1679.

Fermat y Newton

9.- Vide en Koyré, Chute des..., pag. 85 ss. y antes en pag. 50 la sospecha de que el dibujo de la espiral de Newton se basase en el dibujo de Mersenné de la espiral de Fermat.

10.- Ibid, pag. 51-52.