

EL APENDICE “HOMOGENEIDAD DIMENSIONAL” EN EL MARCO DE LA ESCUELA ESPAÑOLA DE ANÁLISIS DIMENSIONAL

F. González de Posada
Universidad de Santander

RESUMEN

En la historia del Análisis Dimensional, disciplina de índole físico-matemática que suele integrarse en los Fundamentos de las Teorías Físicas, ocupa un lugar importante la “Escuela española” sin la cual aquélla no puede escribirse completamente; el Análisis Dimensional constituye una de las pocas disciplinas científicas en las que una obra imprescindible –la de Julio Palacios– se ha escrito en lengua castellana. En este marco se sitúa y valora el apéndice “Homogeneidad Dimensional” inserto en el volumen 3 del “Análisis Matemático” de Rey Pastor, Pi Calleja y Trejo.

0. Notas introductorias

Nuestra presencia aquí y nuestra comunicación responden al deseo de participar en el merecido homenaje a un científico español que representa este “Simposio sobre Julio Rey Pastor”; tienen la consideración prioritaria, y casi exclusiva, de testimoniar nuestra *adhesión a esta conmemoración*, nuestra participación en el recuerdo común. Quiero unir mi esfuerzo, colaborando modesta pero activamente, al de aquellos que habéis tenido la noble idea y habéis realizado el fecundo y ejemplar esfuerzo de organizar este I Simposio, numerado, es decir, con la intención de reediciones futuras.

La presente contribución, pequeña y casi marginal, no merece ocupar un lugar entre los destacados trabajos que profesionales de la historia de la ciencia y de la matemática nos presentan en estas jornadas; sirva simplemente

te, ya lo hemos dicho, como homenaje, como recuerdo, como testimonio de una persona que admira a sus maestros y que quiere ser agradecida con el legado que ha recibido y, sobre todo, con aquellos que lo han hecho posible; una parte no despreciable de nuestro bagaje matemático se lo debemos a Julio Rey Pastor. ¡Gracias!

Conviene decir que la obra de Rey Pastor ha sido, en alguna medida, obra colectiva; D. Julio también supo asociar colaboradores a sus trabajos. El programa oficial del simposio, en términos formales, quizá no recoja suficientemente dicho aspecto. En esta línea nuestra comunicación se refiere a un trabajo inicialmente escrito por P. Pi Calleja (1) en el que se basa el Apéndice "Homogeneidad Dimensional", objeto de nuestra atención, inserto en la obra "Análisis Matemático" (2) de Rey Pastor, Pi Calleja y Trejo.

Puede afirmarse que estos trabajos no se conocen, no se citan, no se encuentran suficientemente registrados en los centros de documentación científica; pero no solamente están ausentes en las referencias de artículos de investigación —lo que podría considerarse hasta cierto punto natural por estar desplazados de los lugares más adecuados para este tema— sino que ni siquiera se refieren en textos pedagógicos o de aplicaciones en los que deberían ocupar un digno lugar. Tampoco son conocidos por los científicos e ingenieros españoles que se dedican de diferentes maneras a temas relacionados con el Análisis Dimensional a pesar de que la práctica totalidad hemos sido alumnos, directa o indirectamente, de Rey Pastor y en sus libros hemos adquirido bastantes de nuestros conocimientos. La ocasión presente nos brinda una primera posibilidad de reflexionar acerca de dicho Apéndice. Estas reflexiones, como podrá apreciarse, constituyen un intento —no logrado— de evasión de los conceptos intrínsecos del Análisis Dimensional para mantenerse en el marco de las consideraciones históricas más propias del Simposio. A fuer de querer y no poder es posible que no se haya logrado ni lo uno ni lo otro.

1. CONSIDERACIONES EN TORNO A LA "ESCUELA ESPAÑOLA DE ANÁLISIS DIMENSIONAL"

La primera pregunta —con sorpresa— que todavía puede formularse el oyente —o lector— es ¿ha existido, o existe, una "escuela" española de Análisis Dimensional? Hay, como es sabido, diferentes conceptos en torno al vocablo "escuela" referido al quehacer científico. No es éste el lugar y momento adecuados para discutirlo. El día 1 de diciembre de 1980 tuvimos la osadía y el honor de pronunciar una conferencia titulada "La escuela española de Análisis Dimensional" en un ciclo de once dedicado a analizar la Física española a lo largo de la historia, en la sede de la Fundación Marcelino Botín de Santander. Parece oportuno, en esta ocasión, el recuerdo reiterado de la contribución española en esta materia reafirmando la idea de la existencia histórica de una escuela y la esperanza, fundada, de su definitiva consolidación actual.

En síntesis, existen tres obras, productos finales cada una de ellas de largos estudios y trabajos, que merecen ser conocidas: 1) la “*Teoría de las magnitudes físicas y sus fundamentos algebraicos*” de R. SAN JUAN (3), 2) el “*Análisis Dimensional*” de J. PALACIOS (4), y 3) el “*Apéndice Homogeneidad Dimensional*”, objeto de estudio principal en esta comunicación, que puede atribuirse a PI CALLEJA y REY PASTOR (2). Las tres integran una época de contribución original, de creación, que puede situarse entre 1941 y 1956. Estos autores reconocen sus mutuas influencias, sus relaciones, y manifiestan públicamente su aprecio por los trabajos de los colegas. Así, por ejemplo: a) En el prólogo del libro de R. San Juan se dice:

“Por consejo de nuestro querido amigo y profesor el Excmo. Sr. D. Julio Palacios que me inició y guió en estas cuestiones vamos a desarrollar sistemáticamente... las ideas sobre dimensiones de las magnitudes...”

“Quien conozca a fondo los capítulos sobre magnitudes del “Análisis Algebraico” y del “Curso Cíclico” de Rey Pastor... puede evitarse la asistencia”.

b) En el prólogo del libro de J. Palacios se dice:

“...creo haber construido una teoría clara y sencilla de las magnitudes físicas. Mi confianza se basa en el beneplácito de mi colega el profesor Ricardo San Juan, que ha examinado minuciosamente mi manuscrito y me ha sugerido acertadas modificaciones”.

y c) En la bibliografía comentada del Apéndice del “Análisis Matemático”, 3ª edición, se dice:

“Precedida de una exposición de teorías algebraicas modernas a aplicar a la fundamentación del concepto de magnitud, con interesantes resultados matemáticos originales, un detallado estudio de las ecuaciones funcionales clásicas de la teoría y de las funciones homogéneas generalizadas, es la extensa memoria: R. SAN JUAN:...”

“...de quien recientemente se ha publicado la notable obra, ya traducida a otros idiomas: J. PALACIOS: *Análisis Dimensional* (Espasa-Calpe, Madrid, 1956)”.

La “*Teoría de las magnitudes físicas y sus fundamentos algebraicos*” constituye, a nuestro juicio, una valiosa aportación y una primera manifestación española de importancia en este ámbito científico. Conviene destacar, como indica su título, que se trata *fundamentalmente* de una teoría algebraica de las magnitudes físicas, no de una teoría del Análisis Dimensional, aunque éste precise de aquella.

En un trabajo anterior (5) hemos dedicado unos párrafos a la construcción de una primera aproximación sintética a la evolución del Análisis Dimensional, destacando el papel histórico –al margen de la evaluación y de la crítica científicas que se harán en otro momento– desempeñado por la obra de Palacios; uno de ellos puede reproducirse en este lugar aunque se extraiga del proceso histórico descrito en el que se situó y en el que adquiere su más completo sentido:

“En 1956 aparece el “Análisis Dimensional” de JULIO PALACIOS, obra que el autor presenta como revolucionaria en la materia con estas palabras del pró-

logo fechado en Lisboa, febrero de 1955: “Este libro ha resultado desmesurado. Lo que hay en él de fundamentalmente nuevo cabría en un par de capítulos. Pero la novedad es tal, y se halla tan en pugna con las ideas de cuantos autores se ocupan en cuestiones relacionadas con Análisis Dimensional y hasta con las doctrinas filosóficas aceptadas por la mayoría de los físicos contemporáneos, que he juzgado imprescindible justificar mis asertos hasta la saciedad, y demostrar que, en todos los capítulos de la Física, el *nuevo método* aventaja a los preconizados por los tratadistas. Tras ensayos y rectificaciones que han durado muchos años, creo haber *construido una teoría* clara y sencilla de las magnitudes físicas”(*). Al margen del juicio que a unos y a otros merezca el libro y de los comentarios que sugiera la lectura de estos párrafos del breve prólogo lo cierto es que el texto de Palacios hace época, se paralizan las ediciones de Bridgman y Langhaar, y la obra de nuestro insigne físico se traduce al francés en 1960 (“Analyse Dimensionnelle”. Trad. J. Prévot. Gauthier-Villars. París) y al inglés en 1964 (“Dimensional Analysis”, trad. P. Lee y L. Pooth. Mc Millan. Londres) año en el que se publica la 2ª edición española; Palacios se convierte en el primer físico español que recibe los honores de estas traducciones, honores aún no alcanzados por ningún otro según nuestras noticias. Como complemento anecdótico puede comprobarse que la versión inglesa se cita 12 veces en el libro “Foundations of Measurement” de Frantz, Luce, Suppes y Pversky, de 1971. Los años comprendidos entre 1956 y 1971 son de entrada y apoteosis de Palacios en la Historia del Análisis Dimensional. Este texto en lenguas inglesa, francesa y española se sitúa en la cúspide internacional en la década de los 60. Palacios se convierte en la máxima autoridad mundial en la materia en esos años; Bridgman pasa a segundo plano. La escuela francesa calla o espera. Los textos clásicos no se reeditan, tampoco se escriben otros nuevos con su desaparición física, 21 de febrero de 1970, comienza el olvido y la marginación de su obra: el Análisis Dimensional no interesa a los físicos, el texto de Palacios tampoco.”

El “Análisis Dimensional” de Palacios representa, desde nuestra óptica, el primer *intento* serio de construir una *teoría del Análisis Dimensional*, de modo que se eleve éste del nivel de “método” al de “teoría”. (Teoría un tanto especial en cuanto teoría física, por ser diferente de las “teorías físicas” –cuyo referente es la naturaleza–. El Análisis Dimensional es una *teoría para las teorías físicas*, y no exclusivamente matemática ya que se puede someter al test de contraste de sus resultados con las “experiencias teóricas” –consecuencias– de las diferentes teorías físicas. Por ello venimos denominando teoría físico-matemática a la que estamos construyendo y en la que fundamentamos las aplicaciones):

Discípulos directos de Palacios –Arenas, Díaz, Herranz, Sánchez– continuaron en diferentes medidas y momentos la obra del maestro, pero la gloria de éste se eclipsó y en la sombra quedaron uno, otros y su obra. En época actual han comenzado a publicarse algunos trabajos y defenderse tesis doctorales y tesinas sobre Análisis Dimensional en Santander y Madrid, que suponen una cierta resurrección de la dedicación de científicos españoles al tema. Más recientemente se ha creado un “Grupo de trabajo de Análisis

(*). Los subrayados son nuestros.

Dimensional”, con sede en Madrid, que ha permitido el reencuentro de los discípulos de Palacios encariñados con las enseñanzas y el recuerdo del maestro, con el grupo de Santander y con otros científicos que de manera independiente estaban trabajando en la disciplina, como es el caso singular del Profesor Castaños, presidente del grupo, hace unos días galardonado con el premio de Física de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid, precisamente por un trabajo titulado “Aplicación de la discriminación dimensional al estudio de las capas inferiores de la atmósfera”.

2. EL MARCO DE REFERENCIA DEL APENDICE

El trabajo de REY PASTOR, PI CALLEJA y TREJO se inscribe en la época histórica, cultural-científica, que puede expresarse para el objeto de nuestras consideraciones en un sistema de referencia de dos coordenadas: el *operacionalismo* y la concepción clásica del Análisis Dimensional como *método* para el enfoque de problemas físicos.

Desde el punto de vista de la Filosofía de la Física (6) el texto se enmarca en la época de predominio absoluto del *operacionalismo*. Así, por ejemplo, citemos algunas frases textuales:

.“Hasta que no interviene la medición puede hablarse de fenómeno, pero no de magnitud”.

.“En la evolución del procedimiento de medición que va precisando la definición de una determinada magnitud, a partir de simples nociones cualitativas de nuestros sentidos, se pasa a nociones cuantitativas dadas por la ‘evaluación’ de un ‘instrumento-escopio’ que posee una escala graduada en forma arbitraria’.

.“el límite entre magnitudes fundamentales y derivadas no está trazado de un modo fijo e invariable por condiciones naturales, sino que es bastante arbitrario y depende de las reglas especiales que estimemos aptas para la definición de nuestros sistemas de medidas”.

Por otra parte, coherentemente con esa filosofía, el trabajo se estructura de modo que las primeras definiciones son:

- . Def. 1. “Medir”
- . Def. 2. “Procedimiento de medición”
- . Def. 3. “Medida de una magnitud escalar”
- . Def. 4. “Postular físicamente que el procedimiento de medición adoptado da una medida regular”.

También se explicita en el texto que

“...el procedimiento de medición de una magnitud es indirecto...”

aspecto que, en realidad, es una crítica a la filosofía a la que inconsciente o conscientemente se adhiere.

Desde el punto de vista de la historia del Análisis Dimensional, al comienzo de los años cincuenta esta disciplina se encuentra en un momento de esplendor, hoy perdido, caracterizado y dominado por la noción de

método –no de teoría– establecida por el Nobel Bridgman (7). (El Análisis Dimensional es un “método” repite Bridgman 7 veces en la página que dedica a Prefacio en su tratado clásico). Dado que no es éste el lugar más adecuado para la crítica científica, en síntesis diremos que, a nuestro juicio, esa concepción supone implícitamente la entronización de la arbitrariedad en esta rama de la ciencia, referida a la cuestión principal: el orden de multiplicidad de la base dimensional de una teoría física (o número de magnitudes fundamentales). Así, por ejemplo, veamos algunas frases del texto:

“La *estimación* de las magnitudes que podamos tomar como fundamentales en el caso que se investigue... es importantísima para la aplicación eficaz del análisis dimensional”(*).

“no tiene sentido hablar de las ‘dimensiones’ de una magnitud antes de establecer el sistema de medidas”

“no hay ‘dimensiones verdaderas’ de una magnitud”

“El criterio (para tomar magnitudes como de medida independiente) habrá de derivar de la experiencia”. (**)

“...clase y número de magnitudes fundamentales elegidas; todo depende del caso presentado y en cada caso se ha de elegir el sistema no contradictorio más apto”.

En resumen, la nota, según nuestro entender, más característica del trabajo es que éste se sitúa en su época y es fruto de ella, es decir, pertenece al ámbito caracterizado por el operacionalismo y la consideración del Análisis Dimensional como método, ámbito del que no sale; queda aprisionado en él. No introduce, en consecuencia, ninguna idea revolucionaria.

3. BREVE ANALISIS DEL CONTENIDO DEL APENDICE

Nuestro concepto del Análisis Dimensional define a éste fundamentado en un principio general de la física, el Principio de Homogeneidad, que es de raíz algebraica, e integrado por un conjunto de teorías coherentes y concatenadas relativas a: 1) las magnitudes físicas, 2) las leyes (o ecuaciones) físicas, 3) los problemas físicos, y 4) la semejanza física.

En ese ámbito conceptual disciplinar, que ciertamente desborda el enfoque del apéndice, puede afirmarse, no obstante, que dicho apéndice constituyó en su momento una monografía teórica de excepcional calidad con un completo tratamiento matemático relativo a teorías de magnitudes y de pro-

(*). El subrayado es nuestro. La teoría físico-matemática se fundamenta en la idea de que el número de magnitudes fundamentales debe determinarse algebraicamente de manera única, y también por razones algebraicas deben establecerse los subconjuntos de magnitudes de una teoría física que pueden constituir base.

(**). Nosotros pensamos que el criterio sólo puede derivarse de la propia teoría y no introducirse de manera extrínseca a ella.

blemas, como partes del Análisis Dimensional; es un texto pedagógico denso, profundo, sumamente interesante. No obstante, no se conoce, no se cita; la luz fulgurante de Palacios lo eclipsó.

Es un texto conjunto, como hemos indicado, aunque ciertamente dis-junto de dos capítulos básicos del Análisis Dimensional según nuestra concepción: a) *Una teoría matemática de las magnitudes físicas*: la recogida en el trabajo se denomina “teoría de las magnitudes absolutas continuas” y se fundamenta en los conceptos de “procedimiento de medición” y de “medida regular”, establecidos anteriormente, como se reconoce en la bibliografía, y b) *Una teoría matemática del “método” del Análisis Dimensional*. Es un “método” para aplicar a los “problemas” físicos. La tesis central se expresa en la página 523:

“Resultan sinónimas las locuciones ‘función dimensionada’ (def. 15) o ‘función dimensionalmente homogénea’ (def. 14). Estas funciones forman una clase especial de las que estudia el Análisis Matemático y la teoría del Análisis Dimensional es precisamente la teoría matemática de carácter puramente algebraico de esta clase de funciones”. (*)

Otras frases importantes que centran con nítida precisión el REFERENTE del Análisis Dimensional, según la noción clásica de “método” de Bridgman que estamos señalando, son:

“El estricto análisis dimensional del problema”.

“...desde el exclusivo punto de vista del análisis dimensional del problema”

“ Toda la teoría del Análisis Dimensional queda resumida en el Teorema π ”

“La teoría matemática en que se basa el llamado ‘Análisis Dimensional’ es de carácter puramente algebraico y trata de las funciones dimensionalmente homogéneas”.

Esta concepción estricta, reducida, exige sólo una breve teoría soporte del instrumento matemático –el denominado teorema Pi, base del método del Análisis Dimensional para aplicación a los problemas– fundamentada en el principio de inalterabilidad de las ecuaciones por los cambios de unidades. Es una metodología para aplicar a los problemas físicos sin explicitar, axiomáticamente –por sus leyes– ni siquiera lingüísticamente el ámbito teórico –una teoría física determinada– en el que se sitúa cada problema.

Las dos teorías, de las magnitudes y de los problemas físicos, son independientes entre sí; falta una teoría de las leyes físicas que las una, que las relacione; éste fue el gran intento revolucionario de Julio Palacios.

Finalmente, parece justo destacar otros aspectos del texto tales como: a) la valentía al referirse a conceptos de filosofía de la ciencia y la aceptable calidad de los mismos; no era frecuente entonces, ni lo es ahora, en los tex-

(*) . El subrayado es nuestro.

tos estricta o específicamente científicos, y b) el estudio crítico en torno al denominado “problema de Boussinesq” de la transmisión del calor en el que se hace un análisis muy interesante de las soluciones de Rayleigh, Riabouchiski y Palacios poniendo de manifiesto las condiciones y características de las mismas, y ofreciendo una solución más general con la pretensión de integrar en ella las anteriores; es destacable la interpretación vectorial de dichas soluciones como subespacios vectoriales de la considerada general.

BIBLIOGRAFIA

1. PI CALLEJA P. “Las ecuaciones funcionales de la teoría de magnitudes”. 2º Symposium de Matemáticas. Villavicencio, Mendoza. Ed. Coni, Bs. As, 1954.
2. REY PASTOR J., PI CALLEJA P. y TREJO C.A. “Análisis Matemático” Vol. 3. 3ª ed. pág. 509-548. Kapelusz 1965. (1ª ed: 1959).
3. SAN JUAN R. “Teoría de las magnitudes físicas y sus fundamentos algebraicos” (Publicado anteriormente en la Rev. Real Ac. Cienc. Ex. Fís. Nat. de Madrid t. 39, 1945, y t. 40, 1946). Editada por Bermejo. Madrid, 1947.
4. PALACIOS J. “Análisis Dimensional”. Espasa Calpe. Madrid, 1956.
5. GONZALEZ DE POSADA F. “Hacia una nueva fundamentación del Análisis Dimensional”. Rev. Real Ac. Cienc. Ex. Fís. Nat. Madrid. t. 75, 1981, nº 4, 969-991.
6. BUNGE M. “Philosophy of physics”. Reidel. Holanda 1973. (Ed. castellana. Ariel. 2º ed. 1982).
7. BRIDGMAN P.W. “Dimensional Analysis”. Yale, 1931. (Reeditado 1978. AMS. New York).