

## LA NECESIDAD DE DECIDIR EN PERÍODOS DE CRISIS: LA MATEMÁTICA UNA HERRAMIENTA ALIADA

Gabriela M. Fernández Barberis<sup>(1)</sup>, M<sup>a</sup> Carmen Escribano Ródenas<sup>(2)</sup>

(1) Universidad CEU San Pablo, Madrid, España, [ferbar@ceu.es](mailto:ferbar@ceu.es)

(2) Universidad CEU San Pablo, Madrid, España, [escrod@ceu.es](mailto:escrod@ceu.es)

### Resumen

Las decisiones se toman y se llevan tomando desde el origen del hombre, y además con diversidad de criterios enfrentados. Desde un milenio antes de Cristo, aproximadamente, se tienen fuentes escritas, como la Biblia, con lo que hoy llamamos problemas de Toma de Decisiones Multicriterio (MCDM). La Teoría de la Decisión ha ido avanzando hasta consolidarse como disciplina científica con sus herramientas matemáticas que le dan rigor y hacen que se hayan podido desarrollar diferentes metodologías y software específicos.

En el presente trabajo se presentan las aportaciones más importantes a esta Teoría y su andadura a través de los diferentes períodos de conflicto, con especial mención a los científicos más relevantes de cada momento y de cada metodología.

**Palabras Clave:** Teoría de la Decisión; Matemáticas; Decisión Multicriterio; Historia.

## THE NEED TO DECIDE IN PERIODS OF CRISIS: MATHEMATICS AN ALLIED TOOL

### Abstract

From the origin of man, decisions have to be taken and also with a variety of conflicting criteria. Since a Millennium before Christ, approximately, written sources, such as the Bible, have situations that, at present, we call problems of Multicriteria Decision Making (MCDM). The Theory of Decision has been improved to consolidate itself as a scientific discipline with its own mathematical tools that give severity to it and make possible to develop specific methodologies and software.

In this work, the most important contributions to this Theory are presented. Moreover, the path of this discipline through different periods of conflict is studied with special mention to the most relevant scientists of every moment and each methodology.

**Keywords:** Theory Decision; Mathematics; Multicriteria Decision; History.

### 1. LOS PRIMEROS PASOS

Los primeros científicos que se cuestionaron sobre la capacidad del hombre para tomar decisiones fueron Aristóteles, Platón y Santo Tomás de Aquino. Sin embargo, tanto San Ignacio de

Loyola (1491-1556)<sup>1</sup> como Benjamín Franklin (1706-1790)<sup>2</sup> son los primeros que intentan establecer la relación entre la toma de decisiones y la comparación entre distintas posiciones, algunas a favor de la decisión y otras en contra. B. Franklin utilizaba una hoja de papel donde iba colocando en un lado los argumentos a favor de tomar la decisión, y en otro lado los que estaban en contra. A continuación iba tachando un argumento a favor y otro en contra de la misma importancia. Así, al finalizar este proceso en una de las partes, quedaban los argumentos no tachados que indicaban lo que se debía decidir. Este método lo utilizaba tanto en su vida profesional en la política como en su vida privada. Este método fue denominado “álgebra moral o prudencial”<sup>3</sup>.

También en este siglo XVIII, algunos científicos como Daniel Bernoulli (1700-1782) discutían la paradoja del “individuo prudente” (1738)<sup>4</sup>. La resolución de esta paradoja puede considerarse como una versión primitiva de la teoría de la utilidad según la cual la utilidad del dinero se incrementa a una tasa decreciente. Su legado es indudable en las teorías de la utilidad esperada aparecidas posteriormente, y también en el principio de utilidad marginal decreciente del bienestar, muy popular en la economía del siglo XIX<sup>5</sup>. El trabajo de Stigler (1950) es esencial para vislumbrar el planteamiento de los problemas actuales de Decisión Multicriterio<sup>6</sup>.

La siguiente paradoja en resolverse fue la del voto<sup>7</sup>. Ya el español Ramón Llull (1232-1316) había comparado dos a dos las alternativas, y Nicolaus Cusanus (1401-1464) había establecido el método de puntuaciones (scoring method). Sin embargo, es el Marqués de Condorcet (1743-1794) el que la resuelve en 1785 mediante un razonamiento probabilístico, intentando detectar al candidato más deseable o con más méritos en las elecciones que carecen de un candidato mayoritario. Respecto a la votación orientada a la elección social, si tenemos en cuenta la “agregación de las preferencias individuales”, se puede decir que a raíz de ella han surgido numerosas metodologías que se aproximan cada vez más a su posible resolución, aunque hoy en día aún suscita investigaciones. Ramón Llull (1232-1316) y Nicolaus Cusanus (1401-1464) también se preocuparon por este asunto, aunque los primeros resultados los encuentran el Caballero Jean-Charles de Borda<sup>8</sup> (1733-1799) y Marie Jean Antoine Nicolas de Caritat<sup>9</sup>, el Marqués de Condorcet<sup>10</sup>, ambos matemáticos y politólogos, aunque discrepan en sus argumentos, el primero utilizó ordenamientos sumados (lo que hoy es semejante a las teorías del valor y de la utilidad), mientras que Condorcet aboga por preferencias de la mayoría intransitivas, a pesar de ser transitivas las preferencias individuales. Esto se conoce hoy en día como *ciclo de las preferencias*, y tiene que ver con los actuales métodos de relaciones de superación del análisis de decisión multicriterio.

Jeremy Bentham (1748-1832)<sup>11</sup> también estudió la agregación de las preferencias individuales, planteando el cálculo utilitario para obtener la función de utilidad total para la sociedad a partir de la agregación de los intereses personales de los individuos de una comunidad.

En la actualidad para resolver un problema de elección colectiva se utiliza inicialmente el Método de Borda-Kendall para la agregación de las preferencias individuales. En 1781 Borda fue

<sup>1</sup> Véase FORTEMPS Y SLOWINSKI [2002, vol. 1, pp. 93-11].

<sup>2</sup> Véase MAC CRIMMON [1973, pp. 18-43].

<sup>3</sup> Véase MATEOS-APARICIO [2004, vol. II, pp. 139-155].

<sup>4</sup> El porqué algunos individuos no tenían en cuenta el principio de maximización de la rentabilidad esperada (Véase FISHBURN [1991, vol. 103, pp. 27-32]), cuando jugaban a un juego de azar de expectativa infinita, en el que pagando como mucho unas pocas libras para participar, podía devolver 2n chelines si las primeras “caras” en una sucesión de lanzamientos de moneda se producen en el lanzamiento n-ésimo.

<sup>5</sup> Véase STIGLER [1950, vol. 58, Nº 4, pp. 307-327].

<sup>6</sup> El origen de esta Decisión Multicriterio puede establecerse en la Economía del Bienestar y en la Teoría de la Utilidad.

<sup>7</sup> Mayorías cíclicas en las elecciones colectivas en las que no había ningún candidato mayoritario que pudiera derrotar o empatar a los demás candidatos bajo comparaciones de mayoría simple fundamentadas en el ranking de preferencia electoral.

<sup>8</sup> En 1781 publicó su Memoria sobre las elecciones en escrutinio.

<sup>9</sup> En 1785 publicó su famoso “Essai sur l’Application de l’Analyse à la Probabilité des Décisions Rendus à la Pluralité de voix”

<sup>10</sup> Véase FIGUEIRA *et al.* [2005, pp. xxiii-xxiv].

<sup>11</sup> Véase BENTHAM [1988].

quien abordó y dio solución a este problema, analizando los sistemas de elección por votación. El interés práctico se ve reforzado por la fundamentación teórica propuesta por Kendall, casi dos siglos después del primer trabajo de Borda. Asimismo, resulta muy lógico pasar posteriormente a la desagregación de dichas preferencias y analizar la existencia o no del Efecto Condorcet; nombre con el que se conoce al fenómeno con el que se llega a un resultado incoherente que refleja una profunda división en la población de votantes.

## 2. EL SIGLO XIX

El Marqués de Laplace (1749-1827) establece los actuales elementos de un problema de decisión, en su famoso libro *Ensayo filosófico sobre probabilidad* de 1812, con la metodología<sup>12</sup> bayesiana<sup>13</sup>. En la actualidad las decisiones son las estimaciones, los estados de la naturaleza son un subconjunto de números reales, la función de resultado es el valor que se asigna a las diferentes opciones y las observaciones son la muestra estadística de Laplace.

Hacia 1812, Laplace plantea algunas cuestiones en las que se vislumbran los elementos básicos de un problema de decisión: las decisiones, los estados de la naturaleza, la función de resultados y las observaciones. De esta forma, puede considerarse que Laplace sentó las bases de la filosofía de lo que hoy conocemos como *análisis de decisiones*, tal como puede comprobarse al leer su famoso ensayo publicado un siglo después.

En 1821, Gauss avanza en sus estudios llegando a demostrar que la media de una distribución hace mínimo el error cuadrático esperado. En consonancia con los resultados obtenidos por Laplace, considera que ambos son casos particulares de una función de pérdida más general. Esas fundamentaciones le permiten demostrar el conocido teorema de Gauss-Markov.

Georg Cantor (1845-1918) y Francis Ysidro Edgeworth<sup>14</sup> (1845-1926) desarrollan y aplican los fundamentos matemáticos a la teoría de la decisión. Y la definición de optimalidad creada por Vilfredo Federico Dámaso Pareto (1848-1923) dio un impulso fundamental a la teoría de la decisión, dando lugar a los nuevos conceptos de dominancia y eficiencia<sup>15</sup>. Pareto fue muy crítico con las políticas económicas del gobierno italiano, a pesar de que no estudió seriamente Economía hasta los cuarenta años de edad. En 1893 sucedió a León Walras como Profesor de Economía de la Universidad de Lausanne. Sus publicaciones más relevantes fueron *Cours d'économie politique* (1896-1897) y *Manual of Political Economy* (1906). En 1923, fue nombrado para formar parte del gobierno de Mussolini aunque, posteriormente, no aceptó su ratificación como miembro.

En 1844 Jules Dupuit (1804-1866), establece por primera vez los nuevos conceptos sobre la Teoría de la Utilidad Marginal<sup>16</sup>, al intentar construir una teoría de precios que maximice la utilidad. Introduce los conceptos de utilidad marginal y utilidad total y define el concepto de “exceso del consumidor” como la diferencia entre ambas utilidades, la total y la marginal. Esta teoría tiene grandes investigadores dentro del campo económico como Carl Menger (1840-1921), León Walras (1834-1910), William Stanley Jevons (1835-1882) y Alfred Marshall (1842-1924). Sin embargo, los axiomas de probabilidad subjetiva y de utilidad de Leonard Savage (1917-1971) proceden de las ideas de Frank Plumpton Ramsey (1903-1930) y Bruno De Finetti<sup>17</sup> (1906-1985). Además, éste último

<sup>12</sup> Thomas Bayes (1702-1761) estudia la teoría de la probabilidad e inferencia inductiva que facilita la corrección de las probabilidades subjetivas.

<sup>13</sup> MATEOS-APARICIO [2002, vol. I, pp. 1-18]

<sup>14</sup> La caja de Edgeworth es una forma muy original de representar distintas distribuciones de recursos. Edgeworth describe la caja en su famoso libro: *Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences* (1881).

<sup>15</sup> También llamada optimalidad Paretiana. Una asignación de recurso es Pareto-óptima si no es posible que ningún individuo mejore su situación si no empeora, al menos, la de otro individuo.

<sup>16</sup> Utilidad marginal, utilidad total y “exceso del consumidor” (diferencia entre ambas utilidades).

<sup>17</sup> De Finetti considerando las ideas de Pareto de optimalidad y equidad imaginó un nuevo sistema económico.

desarrolló la inferencia bayesiana, la Teoría de la Probabilidad, Pedagogía, Justicia Social y Economía.

### 3. EL SIGLO XX

Los grandes conflictos bélicos de la primera mitad de este siglo hacen avanzar los problemas prácticos y se desarrolla el control de calidad, los juegos de estrategia, la inspección por muestreo, la codificación de señales, y además los avances tecnológicos dan la posibilidad de crear softwares específicos y nacen la programación por objetivos y por metas<sup>18</sup>. John von Neumann (1903-1957) Oskar Morgenster (1902-1977), Kenneth Arrow (1921- )<sup>19</sup> y Leonard J. Savage (1917-1971) son los investigadores que trabajan la teoría de juegos, la axiomatización de la utilidad esperada subjetiva con comparaciones entre expectativas de riesgo<sup>20</sup>, y las probabilidades subjetivas o personales para eventos inciertos que fueron obtenidas a partir de preferencias entre posibilidades. También John Nash<sup>21</sup> (1928- ) favoreció la Teoría de Juegos, al igual que Paul Samuelson (1915-2009) concibió el nuevo concepto de *preferencia revelada*.

Herbert Simon (1916-2001) aportó la teoría del comportamiento sobre racionalidad limitada<sup>22</sup>, cambiando la noción de eficiente por la de satisfaciente. Su planteamiento era totalmente contrario al pensamiento económico prevaleciente.

Otros nombres importantes son: Amartya Sen (1933- )<sup>23</sup> llevó a cabo la generalización de la Teoría de la Elección Social que ha producido un gran impacto en la MCDM<sup>24</sup>. Gerard Debreu (1921-2004) contribuyó con sus métodos topológicos en la Teoría de la Utilidad cardinal. R. Duncan Luce (1925- ) y Howard Raiffa (1924- ) considerados como predecesores de la decisión moderna por sus aportaciones en el área de la Teoría de Juegos y la Decisión. Ronald A. Howard, George. E. Kimball y James E. Matheson fueron pioneros en denominar a este nuevo campo científico como *Decision Analysis*. Ward Edwards (1927-2005) es considerado entre los investigadores como el padre de la decisión conductual. Peter Fishbur (1936- ) aportó numerosos trabajos en el área de las teorías de la elección social y de la utilidad. Bernard Roy (1934- ) y su equipo introdujeron los métodos ELECTRE, una nueva familia de métodos de decisión multicriterio, con sus software en diferentes versiones y reconocidos como métodos de relaciones de superación.

La programación matemática multiobjetivo es consecuencia de las investigaciones de George Dantzig (1914-2005), Leonid Kantorovich (1912-1986)<sup>25</sup>, y de Tjalling C. Koopmans (1910-1985)<sup>26</sup>. Continuaron su desarrollo Arthur M. Geoffrion (1937- ), Abraham Charnes (1917-1992), William Cooper (1914-2012) y R. O. Ferguson.

Thomas Saaty (1926- ) y de Saul Gass (1926- ) son los que inician la *Programación Paramétrica*. El algoritmo que diseñaron podría utilizarse para la generación de soluciones eficientes

<sup>18</sup> Véase FERNÁNDEZ Y ESCRIBANO [2012, vol. 29(1), pp. 55-77].

<sup>19</sup> El Teorema de Imposibilidad o Paradoja de Arrow demuestra que ningún sistema de votación puede convertir las preferencias individuales en preferencias comunes (ordenamiento colectivo), mientras haya ciertos criterios (de dominio irrestricto, no-dictadura, eficiencia de Pareto e independencia de alternativas irrelevantes) razonables con tres o más opciones discretas entre las que elegir.

<sup>20</sup> Véase FISHBURN [1991, vol.. 103, pp. 27-32].

<sup>21</sup> Obtuvo el Premio Nobel de economía en 1994.

<sup>22</sup> Véase KÖRSALAN, WALLENUS Y ZIONTS [2013, Nº20, 87-94].

<sup>23</sup> La obra más reconocida de Amartya Sen es su ensayo *Pobreza y hambruna: Un ensayo sobre el derecho y la privación (Poverty and Famines: An Essay on Entitlements and Deprivation)* de 1981.

<sup>24</sup> Véase ARROW Y RAUNAUD [1986].

<sup>25</sup> Kantorovich fue galardonado con el Premio Nobel de Economía en 1975. El desarrollo del computador digital casi al mismo tiempo que las contribuciones de Dantzig y Kantorovich fue realmente muy importante, pues permitió que el algoritmo del Simplex pudiera utilizarse para resolver casos reales. La programación lineal adquirió, rápidamente, gran importancia en el sector industrial.

<sup>26</sup> Koopmans fue premiado en el año 1975 con el Nobel de Economía.

a partir de la variación de los pesos de una función de valor agregada. Los autores utilizaron de forma usual una función de valor lineal aditiva, pero rápidamente se dieron cuenta que la técnica no podría utilizarse para generar soluciones eficientes no confirmadas o aceptadas. Luego de medio siglo de debates, Andrzej Wierzbicki presenta su función de logro que terminaría de configurar el *proceso analítico jerárquico*.

Lotfi Zadeh (1921- ) comenzó el desarrollo de Técnicas Difusas para la Toma de Decisiones.

El último tercio del siglo XX ha dado lugar a un crecimiento exponencial de las nuevas aplicaciones y desarrollos<sup>27</sup>. Ahora los investigadores se multiplican: Ralph Keeney y Howard Raiffa, estudian la utilidad Multiatributo, Jared Cohon la programación y planificación multiobjetivo, Milan Zeleny la Decisión Multicriterio, Craig Kirkwood y Rakesh Sarin analizan la posibilidad de conseguir ordenamientos de alternativas con información parcial o en presencia de riesgo, y Zimmermann consigue una formulación de programación lineal combinando objetivos múltiples con operadores difusos, Brans, Mareschal y Vincke crean los métodos PROMETHEE, Bana e Costa desarrolla el método MACBETH con evaluaciones cualitativas, Carlos Romero, James Ignizio, Sang y Moon Lee amplían la programación por metas, y Schaffer explica el primer algoritmo genético multiobjetivo.

En los últimos años, desde el desarrollo tecnológico de los ordenadores personales y la creación de algoritmos y herramientas informáticas, el avance ha sido mucho más importante y se volvió a trabajar en equipos multidisciplinarios de investigadores de diferentes ámbitos de la ciencia que ha expandido de forma exponencial los avances de la Teoría de la Decisión. Ahora es casi imposible hacer una relación de personas implicadas, pero sí es posible una relación de sucesos que han hecho avanzar la Teoría de la Decisión. Para comenzar hay que mencionar la creación de la Red Informática Mundial (World Wide Web), que ha cambiado el horizonte universal en todos los ámbitos, como también en el campo que nos ocupa. Por ejemplo, es importante señalar que el primer soporte de decisiones multicriterio en la web se crea a mitad de la década de los 90. También por esta época se empieza a desarrollar la optimización evolucionaria multiobjetivo. Otro hecho fundamental fue la utilización de interfaces sofisticadas y amistosas que disponen de gráficos interactivos. En este contexto las aplicaciones prácticas de la teoría de la decisión se realizan en la actualidad en todos los campos del saber<sup>28</sup>.

En los inicios del siglo XXI no se puede dudar ya de la importancia de la Toma de Decisiones en general y de la Decisión Multicriterio en particular. Con más fuerza cada vez el Análisis Envolvente de Datos (DEA) sigue consiguiendo importancia y merece destacarse su relación con la programación lineal multiobjetivo (MOLP). También es de resaltar que la optimización multiobjetivo combinatoria ha comenzado como una nueva rama de investigación con gran acogida por parte de los jóvenes investigadores.

#### 4. CONCLUSIONES

Las decisiones se toman todos los días y en todo momento, ahora y desde el origen de la humanidad. Además, la literatura recoge este tema de toma de decisiones, incluso desde mil años antes de Cristo, como muestra la Biblia y la decisión del Rey Salomón.

Los primeros argumentos formales los dan los filósofos y científicos tales como Aristóteles, Platón, Ramón LLull, Nicolás Cusanus, Santo Tomás de Aquino, San Ignacio de Loyola, Benjamín Franklin, J. Priestley, Bernouilli, condorcet y el Caballero de Borda. Así se llega hasta el siglo XIX

<sup>27</sup> Véase FERNÁNDEZ Y ESCRIBANO [2012, vol. VI; pp. 243-260],

<sup>28</sup> Análisis envolvente de datos (DEA), ciencia de la negociación, comercio electrónico, finanzas, ingeniería, medicina, políticas medioambientales, problemas de localización, tratamiento de desperdicios nucleares, reparto de la riqueza, etc.

donde el crecimiento de esta nueva ciencia pasa a ser exponencial, con investigadores de la talla de Laplace, Gauss, Cantor, Pareto, Walras, Edgeworth, Dupuy, Ramsey, De Finetti, y Savage.

A partir del siglo XX se produce un crecimiento exponencial de ideas y conceptos novedosos en la Teoría de la Decisión que dan lugar a trabajos y resultados en todos los campos del conocimiento. Estas manifestaciones junto con el desarrollo tecnológico hacen posible que se desarrollen software específicos para ayuda a la decisión. La nómina de científicos ahora es mucho más larga, prácticamente interminable, pero pueden citarse algunos como: Von Neumann, Morgenstern, Arrow, Savage, Sen, Luce, Raiffa, Edwards, Fishburn, Roy, Dantzig, Kantorovich, Koopmans, Geoffrion, Charnes, Cooper, Ferguson, saaty, Gass, Wierzbicki, Zadeh, Dyer, Feinberg, Zions, Wallenius, Zeleny, Steuer, Merkhofer, Keeny, Kirkwood, Sarin, Zimmermann, Brans, Mareschal, Vincke, Jacquet-Lagrèze, Siskos, Bana e Costa, Romero, Ignizio, Moon Lee, Schaffer, ...

Por último debe resaltarse la implicación de algunos investigadores españoles como Ramón Llull, Carlos Romero y otros mucho más modernos y jóvenes que están siguiendo sus huellas ya en pleno siglo XXI.

## 5. BIBLIOGRAFÍA

- ARROW, K., RAYNAUD, H. (1986) *Social Choice and Multicriterion Decision Making*. Cambridge, M.I.T. Press.
- BENTHAM, J. (1988) *The Principles of Morals and Legislation*. New York, Prometheus Books.
- FERNÁNDEZ, G.; ESCRIBANO, M. (2012) "After the steps of Decision Analysis: from its origin until the present days". *Boletín de Estadística e Investigación Operativa, B.E.I.O.*, 29(1), 55-77.
- FERNÁNDEZ, G.; ESCRIBANO, M. (2012) "La Ayuda a la Decisión Multicriterio: orígenes, evolución y situación actual". En: J. Arribas; A. Almazán; B. Mañas; A. Vallejos (eds.) *Historia de la Probabilidad y de la Estadística VI*. Madrid, Editorial UNED, 243-260.
- FIGUERA, J.; GRECO, S.; EHRGOTT, M. (2005) *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. Springer's International Series.
- FISHBURN, P.C. (1991) "Decision Theory: The next 100 years". *The Economic Journal*, 101, 27-32.
- FORTEMPES, PH., SLOWINSKI, R. (2002) "A graded quadrivalent logic for preference modelling: Loyola-like approach". *Fuzzy Optimization and Decision Making* 1 (1), 93-111.
- JACQUET-LEGRÈZE, E.; SISKOS, J. (1982) "Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision-making, the UTA method". *European Journal of Operational Research* 10(2), 151-164.
- KÖRSALAN, M.; WALLENUS, J.; ZIONTS, S. (2011) *Multiple Criteria Decision Making. From Early History to the 21<sup>st</sup> Century*. Singapore, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- KÖRSALAN, M.; WALLENUS, J.; ZIONTS, S. (2013) "An Early History of Multiple Criteria Decision Making". *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, 20, 87-94.
- MAC CRIMMON, K. (1973) "An overview of multiple objective decision making". En: J. Cochrane y M. Zeleny (eds.) *Multiple Criteria Decision Making*. University of South Carolina Press, 18-43.
- MATEOS-APARICIO, G. (2002) "Historia de la Probabilidad (desde sus orígenes a Laplace) y su relación con la Teoría de la Decisión". En: A.H.E.P.E. (eds.) *Historia de la Probabilidad y la Estadística (I)*. Madrid. Editorial AC, 1-18.
- MATEOS-APARICIO, G. (2004) "Evolución histórica de los Métodos de Decisión a partir de Laplace". En: A.H.E.P.E. (eds.) *Historia de la Probabilidad y la Estadística (II)*. Delta Universidad, 139-155.
- SIGMUND, P. (1963) *Nicholas of Cusa and Medieval Political Thought*. Cambridge, Harvard University Press.
- STIGLER, G. (1950) "The Development of Utility Theory. I". *Journal of Political Economy*, 58(4), 307-327.