

# Redes neuronales artificiales en la producción de tecnología educativa para la enseñanza de la diagonalización<sup>1</sup>

LENNIET COELLO BLANCO<sup>2</sup>, LAURA CASAS<sup>3</sup>, OLGA LIDIA PÉREZ GONZÁLEZ<sup>4</sup>,  
YAILÉ CABALLERO MOTA<sup>5</sup>

UNIVERSIDAD DE CAMAGÜEY, CUBA

Recibido, febrero 04 de 2015  
Concepto evaluación, marzo 06 de 2015  
Aceptado, abril 06 de 2015

**Referencia:** Coello Blanco, L.; Casas, L.; Pérez González, O.L.; Caballero Mota, Y. (2015). "Redes neuronales artificiales en la producción de tecnología educativa para la enseñanza de la diagonalización". *Revista Academia y Virtualidad*, 8, (1), 12-20

## Resumen

La presente investigación surgió para resolver el déficit de promoción en la asignatura de álgebra lineal de los estudiantes de las carreras de ciencias técnicas de la Educación Superior. La solución se basó en incorporar redes neuronales artificiales como tecnología educativa para apoyar al estudiante durante su estudio independiente, acumulando conocimiento y simulando el rol de un profesor. Este artículo ofrece una guía que comprende tres etapas para aquellas personas que deseen desarrollar sistemas inteligentes basados en redes neuronales artificiales para dicha asignatura.

**Palabras clave:** álgebra lineal, diagonalización, redes neuronales artificiales, tecnología educativa.

## Artificial neural networks to generate educational technology for teaching diagonalization

## Abstract

This research has been generated to solve a deficit of linear algebra for higher education students of technical sciences. The solution was based on artificial neural networks and incorporated as an educational technology to support students during their autonomous tasks, accumulating knowledge and simulating the teacher role. This paper provides a guide involving three stages for those who wish to develop intelligent systems based on artificial neural networks for such a subject.

1. Artículo de Investigación Científica y Tecnológica.
2. Máster en Enseñanza de la Matemática, Profesora del Departamento de Computación. Universidad de Camagüey, Cuba.  
Contacto: [lenniet.coello@reduc.edu.cu](mailto:lenniet.coello@reduc.edu.cu)
3. Máster en Enseñanza de la Matemática, Profesora del Departamento de Matemática. Universidad de Camagüey, Cuba.  
Contacto: [laura.casas@reduc.edu.cu](mailto:laura.casas@reduc.edu.cu)
4. Doctora en Ciencias, Profesora del departamento de Matemática, Universidad de Camagüey, Cuba.  
Contacto: [olga.perez@reduc.edu.cu](mailto:olga.perez@reduc.edu.cu)
5. Doctora en Ciencias, Profesora del departamento de Computación, Universidad de Camagüey, Cuba.  
Contacto: [yaile.caballero@reduc.edu.cu](mailto:yaile.caballero@reduc.edu.cu)

**Keywords:** linear algebra, diagonalization, artificial neural networks, educational technology.

## Redes neuronais artificiais na produção de tecnologia educativa para o ensino da diagonalização

### Resumo

A presente pesquisa apareceu para resolver o déficit de promoção na matéria de álgebra lineal dos estudantes das carreiras de ciências técnicas da Educação Superior. A solução baseou-se na incorporação de redes neuronais artificiais como tecnologia educativa para o apoio do estudante durante o seu estudo independente, onde de um lado acumula conhecimento e de outro simula o role de um professor. Este artigo oferece uma guia que compreende três etapas para aquelas pessoas que desejarem controlar sistemas inteligentes baseados em redes neuronais artificiais para a dita matéria.

**Palavras-chave:** álgebra lineal, diagonalização, redes neuronais artificiais, tecnologia educativa.

### Introducción

Nos encontramos en una nueva era, la era digital, la cual ha desencadenado profundos procesos de cambio en casi todos los sectores de la sociedad. “En el ámbito de la formación universitaria, la aparición de las nuevas tecnologías digitales está imponiendo a los docentes cambios pedagógicos y metodológicos muy radicales” (Coello, Pérez y Caballero, 2011, pp. 2). Por su parte, Docampo, Casas, Pérez y Caballero (2010) concluyen que la diversidad de software que anualmente se genera en la esfera de la Enseñanza Asistida por Computadora (EAC) es muy amplia. No obstante, resulta difícil encontrar software educativo que se ajuste a los requerimientos de un proceso activo de aprendizaje. De hecho, el software permite que las computadoras desempeñen ciertas tareas de forma más eficiente que el propio ser humano; sin embargo, no se puede afirmar lo mismo cuando se pretende replicar la actuación de un buen maestro.

Los programas de software educativo que más se producen en la actualidad están principalmente encaminados a hacer más cómodo el acceso a la información y más rápida su búsqueda, a facilitar el proceso de cálculo, a contribuir al

desarrollo de habilidades y otras que incluyen actividades evaluables de forma interactiva. Todas estas tareas se pueden categorizar como procesadoras de información, pero no están orientadas a la búsqueda del conocimiento; por lo tanto, se hace necesaria la sustitución del producto “información” por el producto “conocimiento” y de “sistemas que permiten procesar información” por sistemas que generan o entregan conocimientos, es decir que aseguren el uso productivo de la información, que guíen una toma de decisión óptima (Bueno, 2001), que sean capaces de tomar decisiones inteligentes en una asignatura, con la capacidad de adquirir nuevos conocimientos y perfeccionar el que posee, que permitan al estudiante justificar sus conclusiones y explicar por qué hacen una pregunta. La información no es más que datos a nuestro alcance que podemos comprender. La información se olvida, y caduca pronto. Por otra parte, el conocimiento es lo que nos permite tomar decisiones y actuar, crear habilidades, actitudes, valores, conocimientos técnicos, entre otros. Su materia prima es la información, pero ésta no permite actuar hasta que se convierte en conocimiento. La información es el camino al conocimiento

Lenniet Coello Blanco , Laura Casas , Olga Lidia Pérez González , Yailé Caballero Mota

Para dar solución, desde la perspectiva de las herramientas informáticas, a este problema y todas las dificultades que esto engloba, como son las dificultades de los estudiantes en el trabajo independiente, es de vital importancia desarrollar investigaciones dirigidas a su resolución, apoyados en el actual desarrollo de las nuevas tecnologías de información y los resultados de las investigaciones pedagógicas.

Para el desarrollo de herramientas educativas, las técnicas de inteligencia artificial (IA) resultan de mucho interés, debido a todos los métodos desarrollados para la adquisición del conocimiento y el aprendizaje automático, lo que sugiere un estudio teórico-práctico de las relaciones que se puedan establecer entre la IA y la autoevaluación del estudiante; de forma que con el empleo de las técnicas de aprendizaje se puedan desarrollar herramientas de apoyo a la actividad independiente que realizan los estudiantes y al sistema de ayudas pedagógicas que respondan a las especificidades de cada asignatura (Caballero, Pérez, Docampo, Casas, Yordi, Coello, 2011). Por tanto, la IA permite fundamentar una nueva línea de trabajo, orientada a diseñar productos útiles y rentables, fundamentados didácticamente, para la autoevaluación del estudiante.

La aplicación total de los software educativos es progresiva, se priorizan las materias que requieren consultar grandes volúmenes de información y aquellas que presentan complejidades y altos niveles de dificultad entre los estudiantes.

En esta última se encuentra la matemática, y entre las diferentes áreas matemáticas se encuentran la aritmética, el álgebra y la geometría, donde

[...] uno de los problemas más frecuentes al que se ve enfrentado el estudiante de ingeniería en su nivel básico son los problemas del Álgebra (...) dado fundamentalmente por el grado de abstracción que tiene este contenido y los sistemas de tareas que en él se desarrollan, donde los alumnos tienden a memorizar los procedimientos estudiados” (Yordi, 2004).

En este punto se hace evidente la necesidad de una tecnología educativa que se especialice en el álgebra lineal permitiendo a los estudiantes buscar soluciones a sus dificultades en la materia.

La influencia y dependencia que tiene en varias áreas dentro y fuera del álgebra lineal constituye una de las principales razones para crear un sistema que respalde la enseñanza-aprendizaje de la diagonalización. Los temas de diagonalización son una vía de simplificar las extensas soluciones algebraicas a través de sus conceptos y métodos. “Los valores y vectores propios son esenciales para plantear y resolver problemas de física e ingeniería relacionados con sistemas dinámicos, oscilatorios, teoría general de la estabilidad y mecánica cuántica entre otros” (Yordi, 2004).

La diagonalización es un proceso que involucra todos los temas anteriores en el plan de estudio de la asignatura: sistemas de ecuaciones lineales, matrices y determinantes, espacios vectoriales, sub-espacios, transformaciones lineales, núcleo, imagen, entre otros. Diremos que una matriz  $A$  es diagonalizable si todos sus valores propios distintos. Además cuando se da esta situación diremos que  $A$  y su matriz diagonal son semejantes (Yordi, 2004). Por lo tanto, el objetivo de esta investigación es publicar una tecnología educativa respaldada por técnicas de Inteligencia Artificial, que posibilite a los estudiantes que cursan la materia de álgebra lineal mostrar la vía de solución a problemas de diagonalización, y que esta sirva como guía para la implementación de otros sistemas inteligentes que apoyen el proceso de enseñanza del álgebra lineal. Para desarrollar este sistema inteligente se realizó un estudio experimental sobre la eficiencia de las redes neuronales artificiales (RNA), específicamente la red Multilayer Perceptron (MLP), para clasificar las diferentes vías de solución que pueden tener los problemas de diagonalización planteados por los estudiantes.

## Metodología

Para mejorar el proceso de enseñanza de la diagonalización, desde la perspectiva de las herramientas informáticas, se desarrolló en la facultad de Informática de la Universidad

de Camagüey un software que posee como principal funcionalidad posibilitar al estudiante obtener la vía de solución a un problema que el mismo conforme, seleccionando los datos y los problemas que le resulten complejos del tema de diagonalización.

Para este propósito se decidió usar el clasificador MLP de la RNA por su alta precisión en problemas de predicción. El uso de las RNAs facilita el diseño de productos útiles y rentables para los procesos de aprendizaje y brinda la posibilidad de tomar decisiones inteligentes lo cual resulta motivador para el estudiante. Se desarrolló una guía compuesta por tres etapas para desarrollar otros sistemas inteligentes basados en RNA para el álgebra lineal, siendo este el principal aporte del trabajo.

### **Generalidades del álgebra lineal y su cognición**

El álgebra, dado lo abstracto de su contenido, necesita de una herramienta que permita la total absorción del conocimiento y la creación de habilidades. El álgebra enlaza los contextos gráficos, geométricos y tabulares, haciendo del lápiz y papel una actividad estática y no como se haría con el uso de las TIC que lo hace más dinámico.

El álgebra constituye una herramienta fundamental en el quehacer científico de la actualidad. Es un área activa que tiene conexiones con muchas áreas dentro y fuera de las matemáticas como análisis funcional, ecuaciones diferenciales, investigación de operaciones, gráficas por computadora, ingeniería, entre otros. Dentro de las matemáticas, el álgebra se ha desarrollado en la teoría de módulos donde reemplaza al cuerpo en los escalares por un anillo; en el álgebra multilineal, uno lidia con ‘múltiples variables’ en un problema de mapeo lineal, en el que cada número de las diferentes variables se dirige al concepto de tensor; en la teoría del espectro de los operadores de control de matrices de dimensión infinita; entre otros.

La enseñanza del álgebra ha transcurrido por varias etapas, todas encaminadas a minimizar los altos niveles de abstracción y hacerla descifrable para su aplicación. En la década de los 60 y 70 se procuró simplificar su

enseñanza lo que produjo un deterioro del dominio del Álgebra que implicó un caída del desarrollo cognitivo de los estudiantes quienes no aprendían los conceptos y seguían sin dominar las rutinas básicas del cálculo. El problema siempre ha sido lograr que los alumnos manejen con destreza la materia a través de un alto nivel cognitivo. Entrando en el marco que ocupa esta investigación, el álgebra lineal en las carreras de ingenierías consta de pocas horas por lo que solo quedan retenidas habilidades muy básicas en el estudiantado.

Desde el punto vista didáctico (Casas, Pérez, Docampo, Caballero, Coello, Yordi y Martín, 2013), se ha trabajado con la estructuración sistémica de la asignatura, para favorecer la enseñanza aprendizaje de esta asignatura. En este sentido se han determinado cinco problemas tipos que relacionan el contenido entre los temas y el contenido dentro del tema y que serán asumidos en esta investigación. Los cinco problemas tipos son: directo, indirecto, homogéneo, consistencia y mixto. Esos problemas favorecen la estructuración sistémica de la asignatura y permiten orientar al estudiante en la ejecución de las tareas, en su actividad de estudio semipresencial (Coello, 2012).

A pesar de los buenos presagios de los modelos de enseñanza para el álgebra siguen existiendo imperfecciones en su cognición (Sierpinski, 1996). Con el auge de las nuevas tecnologías de la información, la era digital demanda su participación en la educación, la instrucción y posterior autoevaluación de los estudiantes. Las plataformas informáticas han demostrado que podrían ser la solución a siglos de incertidumbre sobre cómo lograr un entendimiento y una inteligencia humana superior.

### **Redes neuronales artificiales (RNA)**

Una red neuronal artificial es un conjunto de modelos matemáticos-computacionales reales e ideales de una red neuronal y se emplea en estadística psicológica e inteligencia artificial. Las RNA no son más que un modelo artificial y simplificado del cerebro humano, es un nuevo sistema para el tratamiento de la información

cuya unidad básica de procesamiento está inspirada en la célula fundamental del sistema nervioso humano: la neurona.

Este tipo de red neuronal consiste en un conjunto de elementos computacionales simples unidos por arcos dirigidos. Cada arco tiene asociado un peso numérico  $w_{ij}$  donde  $(i)$  ( representa la entrada y  $(j)$  la salida, este peso indica la significación de la información que llega por este arco. “Dentro del campo de las redes neuronales artificiales, existen varios modelos de redes y variadas arquitecturas, entre ellas se tienen: el modelo neuronal de McCulloch y Pitts. Los modelos ADALINE y MADALINE, que constituyen un tipo de red neuronal artificial desarrollada por Bernie Widrow y Marcian Hoff, en la Universidad de Stanford en 1959” (Wismark, 2008). El MLP es reconocido por sus resultados en comparación con otros modelos como la mejor red neuronal para solucionar un problema de clasificación a partir de ejemplos.

Asimismo, se encuentra el Perceptron Multicapa o MLP (Multi-Layer Perceptron por sus siglas en inglés), es una red neuronal formada por múltiples capas que tienen como base un Perceptron, su propósito fundamental es resolver la limitación del Perceptron de poder resolver solamente problemas linealmente separables. Para ello la topología de este tipo de red incorpora una nueva capa, llamada capa oculta, de esta manera la red puede tener tantas capas ocultas como se quiera.

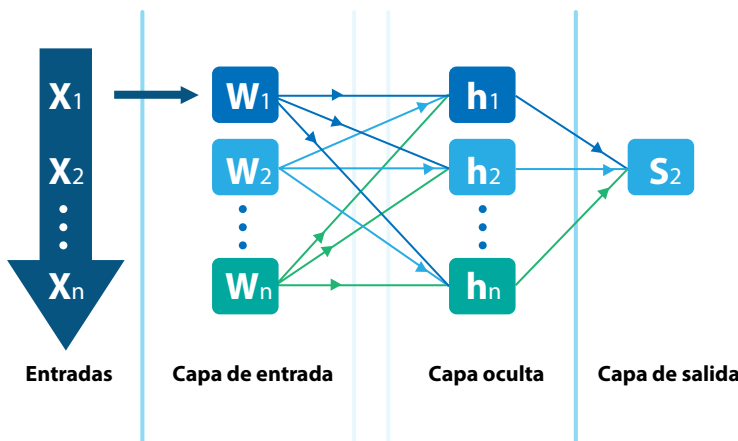


Figura 1. Topología de un MLP.

Como en la red Perceptron, la capa de entrada no realiza procesamiento alguno sino solamente se encarga de asignar los pesos a las entradas. A partir de allí la información pasa a las capas ocultas las cuales transmiten sus salidas a las neuronas de las capas posteriores. Por último la información llega a la capa de salida que es la encargada de producir la respuesta de la red.

El hecho de que este tipo de red se aplique para resolver con éxito multitud de problemas se debe a la utilización del algoritmo de aprendizaje que actualmente está más extendido, el algoritmo o regla BackPropagation, el cual es una generalización de la regla LMS (Least Mean Square); por lo tanto, también se basa en la corrección del error. Básicamente el proceso BackPropagation consiste en dos pasadas a través de las diferentes capas de la red, una pasada hacia adelante y una pasada hacia atrás. En la pasada hacia adelante, se aplica en la capa de entrada un patrón o vector de entrada, éste propaga su efecto a través de las diferentes capas y como consecuencia produce un vector de salida. Durante este proceso, los pesos sinápticos de la red son fijos y no se modifican (Wismark, 2008).

### Metodología para el diseño de tecnologías educativas basadas en redes neuronales artificiales para la enseñanza de la diagonalización

La metodología para desarrollar el trabajo se define para generalizar a través de tres etapas los pasos que han de seguirse para la producción de tecnología educativa utilizando RNA para el álgebra lineal. En la primera etapa se confeccionó una *base de conocimientos* (BC) para el tema de diagonalización. Una base de conocimiento es en la cual –mediante una forma de representación– se almacena el conocimiento especializado extraído del experto en el dominio.

El conocimiento necesario para el desarrollo de una base de casos se puede obtener desde fuentes variadas tales como libros, reportes, bases de datos, estudio de casos, datos empíricos y experiencia personal. Las fuentes usadas fueron: experiencia personal de profesores experimentados en la materia, libros y casos de estudios. Para la extracción del conocimiento los ingenieros del

conocimiento no se centraron en la programación en sí sino en el hecho de “descubrir” dentro del universo intelectual de los expertos humanos todas las reglas no escritas que han lo-grado establecer a través de muchos años de trabajo, de experiencias vividas y de fracasos.

Para obtener el conocimiento de los expertos el método que se empleó fue la interacción directa de los ingenieros del conocimiento con los expertos (Docampo *et al.*, 2010), en este orden: Experto --> Ingeniero del Conocimiento --> Bases de Conocimientos. Los profesores que aportaron su experiencia fueron: Dra. Isabel Cristina Yordi González y Dra. Olga Lidia Pérez González.

Para la extracción del conocimiento, además de la consulta a expertos, se analizaron los ejercicios propuestos y resueltos de estos temas, publicados en bibliografías consultadas por los alumnos. Esto se hizo con el fin de abarcar la mayor cantidad posible de dudas que se les pudieran presentar a los estudiantes tratando de dar solución a algunos de estos problemas. La bibliografía utilizada fue:

- Libro Álgebra Lineal, 1986, el cual se les entrega a los estudiantes durante el estudio de la asignatura.
- Manual de estudio para cursos por encuentro.
- Conferencias de clases de la Universidad de Camagüey y la Universidad de Ciencias Informáticas.

Desde el punto vista didáctico, se ha trabajado con la estructuración sistémica de la asignatura, para favorecer la enseñanza aprendizaje de esta asignatura en este sentido se han determinado cinco problemas tipos que relacionan el contenido entre los temas y el contenido dentro del tema y que serán asumidos en esta investigación. Esos problemas favorecen la estructuración sistémica de la asignatura y permiten orientar al estudiante en la ejecución de las tareas. Mediante estos cinco problemas tipos se soluciona cualquier problema de cualquier tema.

Estos problemas son: directo, indirecto, homogéneo, consistencia y mixto. Las clases de la base de caso están determinadas por los cinco problemas tipos del álgebra lineal mencionados anteriormente. Es muy difícil

considerar en una base de casos todas las selecciones que puede realizar un estudiante, algunas, en un número elevado de casos, carentes de coherencia y sentido lógico y totalmente alejadas de los conceptos de álgebra lineal. Es por este motivo que se decidió incluir una sexta clase que agrupa estos últimos casos. Luego se comenzaron a adicionar casos a la base para lo cual fue necesario realizar varias consultas a expertos (Casas *et al.* 2010).

Un caso estará compuesto por un vector de datos y una clasificación. Los elementos que forman el vector van a ser los datos seleccionados por el estudiante como la información que tiene del problema y las incógnitas. La clasificación va a ser uno de los cinco problemas tipos definidos por los especialistas o la clase de los problemas absurdos. El dominio de los rasgos será numérico, solo admisible 0 ó 1. Mientras que los valores de las clases serán discretos 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

De esta manera, se obtiene la base de casos para el tema de diagonalización con 18 atributos predictores, 1 rasgo de atributo objetivo con un dominio de 1-6 y 115 instancias o problemas. A continuación se muestran los 18 rasgos; del 1-9 que representan, los posibles datos de un ejercicio clásico de diagonalización, planteado por el alumno; y del 10-18, las posibles incógnitas del ejercicio:

1. Endomorfismo
2. Base canónica
3. Imágenes de los vectores
4. Matriz asociada a f
5. Ecuación característica
6. Polinomio característico
7. Valores propios
8. Subespacio propio
9. Base propia
10. Imágenes de los vectores
11. Matriz asociada a f
12. Valores propios
13. Subespacio propio
14. Base propia
15. Matriz diagonal
16. Matriz asociada a la base
17. Linealmente independiente
18. Diagonalizabilidad

Una vez construida la BC, en la segunda etapa, se pasa el proceso de experimentación o validación. Cuando se utilizan algún modelo de clasificación, se hace necesario evaluar su desempeño, al igual que se realiza la evaluación en cualquier problema de aprendizaje supervisado. La selección del tipo adecuado de arquitectura de la red neuronal (número de neuronas en cada capa y el número de capas) para cada caso concreto, es un problema empírico (prueba y error). Las RNA, y más concretamente el MLP, son presentadas como una estructura con capacidad de aproximación universal (Haykin, 1994).

El estudio experimental realizado consiste en buscar las configuraciones de una red neuronal MLP que mejor clasifiquen a la base de conocimiento confeccionada. Para obtener la mejor configuración de la red MLP, fue necesario conocer los parámetros que tiene en cuenta el WEKA para crear una red neuronal, estos parámetros que se muestran a continuación fueron los escogidos por el criterio de expertos para ser modificados en busca de la mejor configuración.

| Parámetro | Descripción                                      | Dominio | Valor por defecto |
|-----------|--|---------|-------------------|
| L         | Tasa de entrenamiento                            | 0-1     | 0.35              |
| M         | Tasa de progreso                                 | 0-1     | 0.2               |
| N         | Cantidad de iteraciones                          | Entero  | 500               |
| V         | % del conjunto de validación                     | 0-100   | 0                 |
| E         | Cantidad de Iteraciones después del último error | Entero  | 20                |
| H         | Capas ocultas                                    | a,l,o,t | a                 |

**Tabla 1.** Descripción de los parámetros utilizados para obtener la configuración de la red neuronal MLP.  
Fuente: los autores.

Los otros parámetros que conforman la configuración de una Red Neuronal MLP en el WEKA, tiene una baja influencia en el resultado de la clasificación por lo que se decidió no utilizarlos. Experimento: Buscar la configuración inicial de la Red Neuronal MLP del WEKA que mejor clasifique a la BC diagonalización.

Se ejecutaron 30 entrenamientos para la red neuronal MLP del WEKA, cambiando los parámetros anteriormente descritos, estas variaciones se llevaron a cabo teniendo en cuenta la sugerencia de expertos y en algunos casos usando valores aleatorios dentro del dominio de cada uno

de ellos. A continuación se muestran las corridas donde se encontró el valor más alto de instancias clasificadas correctamente, se puede apreciar también en la tabla la configuración con que se obtuvieron los resultados. La selección de la mejor configuración está dada primero por el por ciento de instancias clasificadas correctamente, luego por el error absoluto y si persiste el empate por la estadística Kappa.

| Parámetros |     |      |    |     |    | Instancias Clasificadas Correctamente (1) | Estadística Kappa(3) | Error absoluto(2) |
|------------|-----|------|----|-----|----|---|----------------------|-------------------|
| L          | M   | N    | V  | E   | H  |   |                      |                   |
| 0.3        | 0.3 | 8500 | 0  | 420 | 6  | 89.2019                                   | 0.5833               | 0.1156            |
| 0.3        | 0.6 | 8500 | 60 | 20  | 16 | 89.2019                                   | 0.5623               | 0.155             |
| 0.6        | 0.9 | 500  | 0  | 620 | 16 | 89.2019                                   | 0.6432               | 0.1382            |
| 0.9        | 0.9 | 6500 | 0  | 20  | 6  | 89.2019                                   | 0.6357               | 0.121             |
| 0.6        | 0.9 | 500  | 0  | 820 | 11 | 89.2019                                   | 0.6622               | 0.1054            |
| 0.6        | 0.9 | 2500 | 30 | 620 | 1  | 89.2019                                   | 0.6689               | 0.1307            |

**Tabla 2.** Mejores resultados para la BC de diagonalización.  
Fuente: los autores.

Analizando estos resultados se llega a la conclusión de que la configuración que debe tener el mecanismo de inferencia basado en una red neuronal de tipo MLP, para clasificar casos de esta base de conocimiento, es aquella donde la tasa de entrenamiento sea igual a 0.6, la tasa de progreso a 0.9, la cantidad de iteraciones sea 500, el porcentaje del conjunto de validación sea 0 %, donde se realicen 620 iteraciones después del último error y tenga una sola neurona en la capa oculta.

En una tercera y última etapa fase se procede a inferir a partir de la base de conocimiento, clasificando con el MLP todos los casos nuevos mediante una función que asigna una etiqueta clase a una instancia descrita por el conjunto de atributos. Para la implementación del método de clasificación como ya se ha dicho se utilizó una red neuronal MLP. Las redes MLP entrenadas por el algoritmo BackPropagation, son consideradas quizás las más generales de las RNA. Son usadas en problemas de predicción, clasificación, reconocimiento de patrones, estimación de parámetros y resolución de señales. Este algoritmo de entrenamiento de las RNA, tiene la ventaja de no necesitar un conocimiento previo de la forma de la señal analítica tratada, o sea, puede ser usado para

modelar el sistema, que es de gran utilidad en los casos en que el modelo matemático que describe el sistema es desconocido (Corrales y Ramírez, 2013).

La red primero debe ser entrenada con un conjunto de entrenamiento, el cual incluye ejemplos de datos. Al finalizar el entrenamiento, la red deberá estar lista para reconocer los ejemplos aprendidos, y clasificar otros nuevos basándose en las generalizaciones hechas a partir del aprendizaje. Para usarla se emplea como una función, la cual se evalúa y da un resultado. En la evaluación, la red recibe un vector de entrada de componentes reales que identifica a un patrón determinado, y luego de analizar este vector, devuelve la clase o patrón al cual debe pertenecer.

El entrenamiento es el proceso durante el cual la red MLP aprende los ejemplos que se le enseñen y durante el mismo clasifica a cada ejemplo del conjunto de entrenamiento y, en dependencia del error que comenta, se rectificará ella misma, para cuando vuelva a evaluar a ese ejemplo, intentar hacerlo mejor. Luego de clasificar a todos los ejemplos, se considera que la red ha efectuado un paso del algoritmo de entrenamiento. Este proceso se ejecutará hasta que se cumpla una condición de parada (Corrales y Ramírez, 2013).

Explicación de los pasos para obtener la vía de solución:

- 1- Seleccionar los problemas: En este paso se le muestra al estudiante los 20 atributos predictores. Esto tiene como objetivo que el estudiante seleccione que problemas presenta, lo mismo en datos que le proporcione el ejercicio como en la respuesta que este tenga que dar. Luego de que el estudiante escoja estos casos el sistema clasifica con la Red Neuronal Artificial la respuesta para este tema.
- 2- Mostrar vía de solución: Por último se le muestra al estudiante cual es la vía de solución de su problema, como puede resolver este problema.

Sin lugar a dudas, la topología de red neuronal mejor conocida y más utilizada en la actualidad para la solución de problemas de clasificación es el MLP.

## Resultados y discusión de la propuesta

El sistema está fundamentalmente concebido para estudiantes y profesores de la Universidad de Camagüey Ignacio Agramante y Loynaz, sin embargo puede ser usado también en otras universidades del país y de América Latina, en aras de mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura álgebra lineal. A través de su implementación y puesta en funcionamiento se estudió si realmente el sistema es utilizado por los estudiantes como apoyo durante su estudio independiente y si ellos consideraban que el sistema les ayudaba a obtener la vía de solución a los problemas que ellos deseaban resolver. En todos los cursos se aplicó una encuesta dirigida a conocer las opiniones de los estudiantes y los resultados fueron favorables. Una vez que se adquiere el sistema puede ser duplicado lo cual reduce sus costos.

Con la implantación de este tipo de sistemas se personaliza el ambiente de aprendizaje al ser adaptable a las necesidades individuales de cada estudiante. Además se pueden hacer más flexibles los horarios de estudio para los estudiantes, permitiendo que los alumnos que trabajan o viven alejados de las instituciones educativas tengan la posibilidad de interactuar con el sistema según su propio ritmo de estudio. No es objetivo del sistema reemplazar a un profesor humano, sino que su implementación pueda ser útil en circunstancias donde se requiere de refuerzos en la enseñanza. De esta forma se puede manejar con mayor eficiencia los escasos recursos humanos disponibles, permitiendo al profesor hacerse cargo de manera personalizada solo de un cierto número de tareas que el sistema no puede realizar, o es muy complejo de implementar.

## Conclusiones

En este trabajo se ha analizado la fuerte relación que pueden tener las técnicas de Inteligencia artificial, especialmente las RNA, debido a la posibilidad que ofrecen para la elaboración de paquetes de software ventajosos y eficaces, orientados a la búsqueda del conocimiento por parte del estudiante, que asegure el uso productivo de



la información, que guíe una toma de decisión óptima, brindando la posibilidad de tomar decisiones inteligentes en el álgebra lineal.

El mecanismo de clasificación MLP, basado en RNA puede ser utilizado para clasificar los nuevos casos de la bases de conocimiento de diagonalización. Con las configuraciones recomendadas en la investigación se logra un porcentaje de instancias bien clasificadas superior al 85%, el cual que permiten realizar un correcta clasificación de las vías de solución de ejercicios de diagonalización. De esta forma se concluye que las RNA nos brindan la posibilidad de tomar decisiones inteligentes en cuanto a la enseñanza-aprendizaje del álgebra lineal.

Con su implementación se pronostica un uso de los recursos materiales y humanos con más eficiencia, además de la búsqueda de métodos y soluciones para una mayor comprensión de la asignatura.

Esta investigación también aporta una guía para desarrollar tecnologías educativas basadas RNA para apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra lineal.

## Referencias

Bueno, E. (2001). Estado del arte y tendencias en creación y gestión del conocimiento. Ponencia presentada en el Congreso Iberoamericano de Gestión del Conocimiento y la Tecnología IBERGECYT 2001, La Habana, Cuba.

Caballero, Y., Pérez, O., Docampo, L., Casas, L., Yordi, I., Coello, L. (2011). Sistema experto para el álgebra lineal. Ponencia presentada XII Congreso de la Sociedad Cubana de Matemática y Computación COMPUMAT2011, Villa Clara, Cuba.

Casas, L., Pérez, O., Docampo, L., Caballero, Y., Coello, L., Yordi, I., Martín, A. (2013). Sistema inteligente para el álgebra lineal. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol. 26, ISBN: 978-607-95306-6-2, México

Coello, L., Casas, L., Docampo, L., Pérez, O., Caballero, Y. (2012). Sistema Experto con Redes Bayesianas para el álgebra lineal. Ponencia presentada en UCIENCIA 2012, la Habana, Cuba.

Coello, L., Pérez, O., Caballero, Y. (2011). Sistema Experto para el álgebra lineal v2.0. Trabajo de grado, Ingeniería Informática, Universidad de Camagüey, Camagüey, Cuba.

Corrales, L y Ramírez, A. (2013). Clasificación de fallas con redes neuronales para grupos electrógenos. Ingeniería Energética versión. Energética Vol. 34, No.2, ISSN 1815-5901. La Habana.

Docampo, L., Casas, L., Pérez, O., Caballero, Y. (2010). Sistema Experto para el álgebra lineal. Trabajo de grado, Ingeniería Informática, Universidad de Camagüey, Camagüey, Cuba.

Haykin, S. (1994). *Neural networks. A comprehensive foundation*. IEEE Press.

Sierpinska A. (1996). Problems related to the design of the teaching and learning process in linear algebra. Research Conference in Collegiate Mathematics Education, Central Michigan University.

Wismark, R. (2008). MatLab & Redes Neuronales. *Revista de Información, Tecnología y Sociedad* No.1. ISSN 1997-4044. La Paz

Yordi, I. (2004). Metodología para formar en los estudiantes de Ingeniería Eléctrica la habilidad de calcular en álgebra lineal con sentido amplio. Disertación doctoral no publicada, Universidad de Camagüey, Cuba.