

Significados de la probabilidad en el currículo español para la educación primaria

Emilse Gómez¹ y J. Miguel Contreras²

¹Universidad Nacional de Colombia

²Universidad de Granada

Resumen

Los currículos más recientes, de algunos países como España, promueven que el niño tenga contacto con el azar y la probabilidad desde los primeros años de escolaridad. Sin embargo, esta no es una tarea fácil dado que la probabilidad desde su comienzo ha recibido diversos significados que coexisten en la actualidad; y aunque estos significados son complementarios, sus diferencias epistemológicas han sido fuente de debate y de conflictos cognitivos. En consecuencia los profesores debieran conocer estos diversos significados, sus problemáticas y la forma de introducirlos en la formación escolar. El objetivo de este trabajo es analizar, con algunas herramientas del enfoque onto-semiótico, los significados que se sugieren desde las orientaciones curriculares españolas para la Educación Primaria, con la finalidad de orientar a los profesores encargados de su enseñanza hacia una introducción paulatina y articulada. Desde este enfoque, la identificación en el currículo de objetos primarios ligados a cada significado institucional permite establecer un significado de referencia para el ejercicio docente; esta caracterización puede conllevar una disminución en los conflictos durante el desarrollo del pensamiento probabilístico en los escolares.

Palabras clave: Probabilidad, orientaciones curriculares, significados

1. Introducción

El currículo en España está definido a nivel nacional y se concreta luego a nivel autonómico. En este trabajo revisamos las orientaciones curriculares sobre probabilidad en la educación primaria aplicables en la Comunidad Autónoma de Andalucía. En primer lugar presentamos resumidamente los significados de la probabilidad relevantes para nuestro estudio; posteriormente, sintetizamos los elementos del enfoque onto-semiótico (EOS) que utilizaremos en nuestro estudio. A continuación analizamos las enseñanzas mínimas en el currículo nacional (MEC, 2006), éste incluye por primera vez la probabilidad en todos los niveles, y las orientaciones de la Junta de Andalucía (Consejería de Educación, 2007). Este análisis concluye con una descomposición en elementos básicos de los significados de la probabilidad presentes en estas orientaciones curriculares, que sirven de orientación para el ejercicio profesional del profesor de matemáticas en primaria para Andalucía, y se puede adaptar a otras comunidades autonómicas o a otros países con currículos similares.

2. Objetos básicos del enfoque onto-semiótico

La actuación de las personas o instituciones frente a un tipo de situaciones problemáticas relacionadas con un cierto objeto (por ejemplo, probabilidad) está dada por sus sistemas de prácticas de las cuáles surge el objeto, denominado en el EOS *significado del objeto matemático* (Godino, 2003). Entendida la *institución* como el grupo de personas que, además de tener intereses comunes, comparte instrumentos, reglas y modos de funcionamiento propios de la institución.

A nivel institucional, Godino (2003) identifica cinco tipos de significado: el *holístico* (sistema de prácticas en el sentido más amplio), el *referencial* (sistema de prácticas base), el

pretendido (sistema de prácticas para la planificación de un proceso de enseñanza), el *evaluado* (subsistema que utiliza el docente para valorar los aprendizajes), y el *implementado* (sistema de prácticas implementado por el docente). Este análisis de lineamientos curriculares corresponde a un significado referencial de la institución escolar.

Estos significados se caracterizan, entre otros elementos, por los siguientes objetos primarios (Godino, Batanero y Font, 2007): *Situaciones problema*, aplicaciones extra-matemáticas, ejercicios, problemas, que inducen una actividad matemática; *lenguaje*, términos, expresiones, notaciones, gráficos que se utilizan para representar los datos del problema, operaciones con estos datos, objetos que se utilizan y soluciones encontradas; *conceptos*, se usan implícita o explícitamente en la resolución de un problema; *proposiciones*, enunciados sobre relaciones o propiedades de los conceptos; *procedimientos*, algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo que se aplican; y *argumentos*, enunciados usados para validar o explicar proposiciones y procedimientos, o bien la solución de los problemas. Nuestro análisis se desarrolla a la luz de estas definiciones.

3. Significados de la probabilidad

La probabilidad, desde su nacimiento ha tenido un doble sentido (Hacking; 1995), como grado de creencia y como evidencia aceptable para el científico, dando origen a diferentes definiciones posteriores de probabilidad, que aún coexisten. Batanero (Batanero, 2005; Batanero y Díaz, 2007) describe las más adecuadas en la enseñanza; a continuación resumimos las situaciones problema ligadas a su surgimiento, que parcialmente dan cuenta de su complementariedad, y las sugerencias de esta autora para la enseñanza.

- *Significado intuitivo*. Las primeras ideas intuitivas surgen ligadas a las apuestas, esperanza y ganancia en un juego, así como al concepto de juego equitativo y no se precisaron hasta que se trató de asignar números para poder comparar la verosimilitud de diferentes sucesos. Aunque estos juegos son tan antiguos como el hombre, el desarrollo de la teoría de probabilidades tardó siglos, pues según Batanero, Henry y Parzys (2005) se consideraba impensable cualquier predicción sobre los sucesos aleatorios, pues se suponía que el futuro era solo conocido por los dioses.

En la enseñanza, se puede comenzar a partir de este significado intuitivo y aprovechar el interés de los niños por los juegos para introducir la noción de probabilidad. Para asignar probabilidades a sucesos, en este nivel, se puede hacer comparaciones de la verosimilitud de sucesos con palabras del lenguaje habitual; a pesar de que no saber cuál de ellos ocurrirá en una prueba particular, algunos de ellos merecen más confianza que otros, en función del conocimiento previo sobre las condiciones de realización del experimento.

- *Significado clásico*. La correspondencia de Pascal y Fermat, resolviendo problemas de reparto o ganancia esperada en juegos de azar, se considera el punto de partida de la teoría de la probabilidad, en la década de 1650. En 1814, Laplace dio la definición que hoy enseñamos con el nombre de “regla de Laplace”. Godino, Batanero y Cañizares (1987) indican que esta definición fue discutida desde su publicación, debido a debilidades tales como: es circular, utiliza el término que quiere definir (equiprobable), e introduce un elemento subjetivo asociado a la necesidad de juzgar la equiprobabilidad de diferentes resultados. Por otro lado, esta definición no es aplicable cuando los experimentos tienen posibilidades infinitas (la variable es continua) o no se cumple la equiprobabilidad (el espacio muestral finito no es simétrico).

A nivel escolar, este significado ha sido enseñado durante muchos años; pues resultaba fácil calcular las probabilidades de los sucesos elementales en ejemplos de juegos con dados o monedas, que hacen parte de la vida cotidiana del niño. Sin embargo, una vez se pasa de la probabilidad simple a la compuesta el cálculo se complica, pues se requiere razonamiento combinatorio, que se dificulta para los estudiantes.

- *Significado frecuencial.* En 1713, Bernoulli sugirió que podríamos asignar probabilidades a los sucesos a partir de la frecuencia relativa observada en una serie grande de ensayos del experimento. Su demostración de la primera ley de los grandes números, fue aceptada como un apoyo al carácter objetivo de la probabilidad. En esta visión se define la probabilidad como el número hacia el cual tiende la frecuencia relativa al estabilizarse. Algunos problemas filosóficos de este enfoque (Godino, Batanero y Cañizares, 1987) son los siguientes: No se obtiene un valor exacto para la probabilidad, sino que siempre se dan aproximaciones; no se sabe con certeza el número de experimentos idóneo para aceptar la estimación; a veces es imposible contar con idénticas condiciones en la experimentación. Otra objeción es que no se podría aplicar en algunos campos del conocimiento, que por su naturaleza son sucesos irrepetibles.

A nivel escolar, la enseñanza bajo el enfoque frecuencial es adecuada, se pueden encontrar muchos ejemplos de fenómenos de la vida cotidiana, como la distribución de características demográficas para los cuáles se poseen datos fiables de grandes poblaciones. En la actualidad hay una ventaja adicional, y es que el trabajo con ordenadores y las herramientas disponibles en internet, con *applets* o simuladores de fácil manejo, permiten simular en forma artificial miles de repeticiones virtuales del mismo experimento en segundos e ilustrar rápidamente el efecto del número de repeticiones y la rapidez o lentitud de la convergencia (Batanero, Henry y Parzysz, 2005; Fernández et al., 2009).

- *Significado subjetivo.* Un nuevo punto de vista aparece a través de la regla de Bayes, publicada en 1793, que permite transformar probabilidades a priori, de algunas causas, en probabilidades a posteriori, que incorporan la información de los datos observados. Las probabilidades podrían entonces revisarse y pierden de este modo el carácter objetivo, serían definidas como grados de creencia personal. La controversia sobre el estatuto científico de esta visión surge ante la dificultad de hallar una regla para asignar valores numéricos que expresen grados de creencia personal (Batanero, 2005). En la primera mitad del siglo XX, Ramsey y De Finetti propusieron una teoría que permite asignar las probabilidades subjetivas separando las creencias personales de las preferencias. Sin embargo, la comprensión de la probabilidad condicional causa dificultades a los estudiantes (Batanero, Contreras y Díaz, 2012).

La enseñanza del Teorema de Bayes no sería posible en la Educación Primaria; generalmente se estudia a partir de los 14-15 años (Díaz et al., 2012). Sin embargo, Godino, Batanero y Cañizares (1987) sugieren usar este enfoque en forma intuitiva en situaciones experimentadas por el niño. Para asignar probabilidades a sucesos, en este nivel, se puede hacer corresponder un valor numérico entre 0 y 1 a sucesos comparados previamente, o situar los sucesos de interés sobre un gráfico, mostrando la escala de la probabilidad. Estas probabilidades se podrían revisar posteriormente con nuevas experiencias.

- *Significado axiomático.* En el siglo XX, diferentes autores contribuyen a la axiomatización de la probabilidad. Borel contempla la probabilidad como un tipo especial de medida, y Kolmogorov aplicando la teoría de conjuntos para deducir una axiomática, que se acepta por todas las escuelas, independientemente del significado filosófico otorgado a la naturaleza de la probabilidad. Desde entonces, la probabilidad es un modelo matemático útil las ciencias, y en todos los campos de la actividad humana.

La enseñanza de la probabilidad, bajo esta axiomatización, sólo sería aconsejable a nivel universitario; cuando se hayan comprendido las definiciones clásica, frecuencial y subjetiva (Godino, Batanero y Cañizares, 1987), aunque los alumnos de secundaria podrían comprenderla a nivel intuitivo.

4. Decreto de Enseñanzas Mínimas

La enseñanza de las matemáticas para la Educación primaria se organiza en cuatro bloques de contenido (MEC, 2006): Números y operaciones; medida: estimación y cálculo de magnitudes; geometría; tratamiento de información, azar y probabilidad. Este último presenta contenidos explícitos de probabilidad para cada ciclo de formación; y también hay menciones en otros bloques, en concordancia con el carácter integrador del currículo.

a. Contenidos

A continuación presentamos los contenidos incluidos y el significado de la probabilidad al que corresponden los objetos matemáticos involucrados.

- Primer ciclo: Contenidos propios del significado intuitivo: “Distinción entre lo imposible, lo seguro y aquello que es posible pero no seguro, y utilización en el lenguaje habitual, de expresiones relacionadas con la probabilidad” (MEC 2006, p. 43098). Y los contenidos estadísticos necesarios en el trabajo con el significado frecuencial: “descripción verbal e interpretación de gráficos sencillos y la utilización de técnicas elementales para la recogida y ordenación de datos en contextos familiares y cercanos” (MEC 2006).
- Segundo ciclo: De nuevo, contenidos propios del significado intuitivo: “*Valoración de los resultados de experiencias en las que interviene el azar, para apreciar que hay sucesos más o menos probables y la imposibilidad de predecir un resultado concreto. Introducción al lenguaje del azar*” (MEC 2006, p. 43099). Y recursos estadísticos del significado frecuencial:

Iniciación al uso de estrategias eficaces de recuento de datos. Recogida y registro de datos sobre objetos, fenómenos y situaciones familiares utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. Lectura e interpretación de tablas de doble entrada de uso habitual en la vida cotidiana. Interpretación y descripción verbal de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos familiares. (MEC 2006, p.43099).

- Tercer ciclo: En este caso los contenidos corresponden al significado clásico y al frecuencial: “*Presencia del azar en la vida cotidiana. Estimación del grado de probabilidad de un suceso [...] Confianza en las propias posibilidades e interés por utilizar las herramientas tecnológicas en la comprensión de los contenidos funcionales*” (MEC 2006, p. 43101). De nuevo, los recursos estadísticos sugeridos son propios del significado frecuencial:

Recogida y registro de datos utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. Distintas formas de representar la información. Tipos de gráficos estadísticos. Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a través de gráficos estadísticos. Obtención y utilización de información para la realización de gráficos (MEC 2006, p. 43101).

La situación problemática común en los tres ciclos es cuantificar sucesos inciertos o expresar grados de creencias en los mismos (significado intuitivo); también aparecen problemas relacionados con los juegos de azar (significado clásico), aunque no se explicita la idea de juego equitativo. Podemos suponer que se sugiere la descripción de tendencias en fenómenos naturales a partir de datos (significado frecuencial) cuando se hace mención a la recogida e información de tales datos. No se explicitan los contextos en que la información disponible pueda cambiar la probabilidad (significado subjetivo). Es común la argumentación basada en ejemplos y contraejemplos, siendo la única en el primer ciclo; mientras en los otros dos se incluye la inducción a partir de datos experimentales o simulados, así como la generalización.

b. Criterios de evaluación

El Real Decreto propone los siguientes criterios de evaluación:

- *Primer ciclo*: La mención a la evaluación de la comprensión de la probabilidad en este ciclo es indirecta, en el siguiente criterio relacionado con la comprensión de gráficos se indica que “también se pretende evaluar si los niños y las niñas están familiarizados con conceptos y términos básicos sobre el azar: seguro, posible, imposible” MEC 2006, p. 43098).
- *Segundo ciclo*: No hay mención explícita al azar o a la probabilidad. Sin embargo se evalúan la construcción correcta y la lectura adecuada de las distintas representaciones; para realizar un recuento de datos efectivo y representar su resultado y para describir e interpretar gráficos sencillos relativos a situaciones familiares.
- *Tercer ciclo*: La comprensión de las ideas de azar y probabilidad se evalúan mediante el siguiente criterio: “Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones sencillas en las que intervenga el azar y comprobar dicho resultado” (MEC 2006, p. 43101). Se indica que se “comprobará que se empieza a constatar que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen, o que se repiten, siendo más o menos probable esta repetición. Estas nociones estarán basadas en la experiencia.” (p. 43101) Además, se repiten las recomendaciones respecto a la realización, lectura e interpretación de representaciones gráficas de un conjunto de datos.

c. Competencias

La enseñanza de la probabilidad en la educación primaria en este Decreto apoya el desarrollo de tres capacidades matemáticas generales: (a) Utilizar el conocimiento matemático para comprender y valorar situaciones de la vida cotidiana; (b) apreciar el papel de las matemáticas en la vida cotidiana y otras disciplinas; y (c) adquirir seguridad en las propias habilidades matemáticas para afrontar situaciones diversas.

Igualmente, aporta al desarrollo de competencias básicas mencionadas en el Decreto: Aporta en el conocimiento e interacción con el mundo físico porque hace posible una mejor comprensión y descripción más ajustada del entorno. Contribuye a la adquisición de competencia en tratamiento de la información y competencia digital. Fomenta el desarrollo de competencia en comunicación lingüística en la incorporación de lo esencial del lenguaje matemático a la expresión habitual y su uso adecuado en la descripción de razonamientos y procesos. Aporta a la competencia social y ciudadana mediante la aceptación de otros puntos de vista distintos al propio. Asimismo, aporta a la autonomía e iniciativa personal mediante los contenidos asociados a la resolución de problemas probabilísticos: la planificación en detalle de la situación; la gestión de los procesos de resolución; y la evaluación periódica del proceso.

5. Junta de Andalucía

El currículo de primaria en Andalucía (Consejería de Educación, 2007) hace énfasis en la transversalidad en matemáticas a partir de tres núcleos temáticos: la resolución de problemas, el uso de los recursos TIC para la enseñanza y aprendizaje, y la dimensión histórica, social y cultural. El “Tratamiento de la información, azar y probabilidad” es presentado en relación con otras materias, entre ellas Conocimiento del medio natural, social y cultural. Adopta los contenidos del decreto de enseñanzas mínimas, proponiendo tareas como la recogida de información y el uso de técnicas de recuento y agrupación, que más adelante se pueden potenciar para el entendimiento de la probabilidad desde el enfoque frecuencial. La introducción de la probabilidad e incertidumbre se sugieren explícitamente a través de juegos de azar; cuyo criterio de evaluación involucra al significado clásico: “*que el alumnado sea capaz de razonar sobre los posibles resultados de un experimento*”

aleatorio sencillo a la vez que pueda asignar probabilidades a sucesos equiprobables o no, utilizando distintas estrategias sobre técnicas de conteo” (Consejería de Educación, 2007, p.50).

También se abordan los significados intuitivo y subjetivo en el siguiente criterio de evaluación, que involucra objetos ligados a los significados frecuencial y subjetivo: *“la comprensión de las informaciones de los medios de comunicación, para suscitar el interés por los temas y ayudar a valorar el beneficio que los conocimientos estadísticos proporcionan ante la toma de decisiones” (Consejería de Educación, 2007, p.49).* La Junta de Andalucía sugiere el uso de las TIC para la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación en matemáticas, haciendo mención explícita al concepto de simulación que está tácito en el Decreto de Enseñanzas Mínimas. El análisis de funcionamiento de estas herramientas, también permite el desarrollo de nociones de incertidumbre, de variabilidad y la diferencia y pertinencia en la asignación de probabilidades con los diferentes significados.

6. Síntesis y conclusiones

Para sintetizar, en las Tablas 1 y 2 se presentan los objetos matemáticos que aparecen explícita o implícitamente en las orientaciones curriculares; su nivel de complejidad aumenta de un ciclo al siguiente, sin llegar a formalizarlos o definirlos. Algunos, tales como suceso seguro e imposible, sólo se presentan en este nivel educativo. Observamos que el Decreto incluye temáticas asociadas al significado intuitivo de la probabilidad en el primer ciclo (niños de 6 y 7 años); temáticas que permiten conectar la estadística con la probabilidad e introducir los significados subjetivo y frecuencial en el segundo ciclo (niños de 8 y 9 años); y temáticas que formalizan el significado clásico y frecuencial en el tercer ciclo (niños de 10 y 11 años). La Junta de Andalucía adiciona contenidos de iniciación al significado clásico y amplía los contextos de aplicación, hace énfasis en el entorno cercano al niño y juegos de azar como fuente de situaciones problema.

Tabla 1. Problemas, conceptos y propiedades presentes en el currículo de Educación Primaria

		Ciclo	1º	2º	3º
Situac. Probl.	Cuantificación de sucesos inciertos o expresión de grados de creencia		X	X	X
	Previsión de tendencias en fenómenos aleatorios a partir de datos			X	X
	Predecir o valorar los resultados en juegos de azar				X
Lenguaje	Expresiones cotidianas, incluido el lenguaje numérico		X	X	X
	Expresiones formales			X	X
	Simbólico				X
	Tabular			X	X
	Gráfico		X	X	X
Conceptos	Intuitivo: Azar, variabilidad; suceso, seguro e imposible; posibilidad		X		
	Clásico: Juego de azar; casos favorables, posibles; probabilidad; esperanza matemática, juego equitativo				X
	Frecuencial: población, atributos, frecuencia (absoluta, relativa), distribución, probabilidad teórica, valor estimado de probabilidad, simulación			X	X
	Subjetivo: Suceso incierto; probabilidad como grado de creencia			X	
Propiedades	Intuitivo	No se puede predecir con seguridad el resultado	X	X	
		Suceso posible: cualquier resultado de un experimento aleatorio	X	X	
		Suceso imposible: nunca se verifica	X		
		Suceso seguro: siempre ocurre	X		
	Frecuencial	La probabilidad se puede comparar	X		
		Colectivo: semejantes que difieren en atributos observables	X	X	
		El número de atributos en un colectivo puede o no ser finito	X	X	
	La frecuencia relativa está comprendida entre 0 y 1			X	
	Los atributos pueden o no ser equiprobables			X	
	Probabilidad: valor objetivo, hipotético, desconocido			X	

	Simulación; sustituir un experimento por otro	X
	Número de resultados finito y numerable	X
	Simetría de resultados	X
	Casos favorables: resultados que favorecen	X
Clásico	Casos posibles: todos los resultados	X
	La probabilidad sólo depende del número de resultados	X
	Regla de Laplace	X
	Suceso incierto: se tiene información, pero no es totalmente predecible	X
Sub.	Probabilidad: condicionada por conocimientos	X

Los estudiantes tienen contacto con todos estos significados, en relación con los conceptos. La aplicación con situaciones de la vida común les muestra el carácter interdisciplinar y la necesidad del pensamiento probabilístico y su lenguaje, en contextos públicos y privados. Se pretende que adquieran destrezas de cálculo e interpretación de probabilidades y uso adecuado del lenguaje probabilístico de uso cotidiano y algunos términos especializados.

Tabla 2. Procedimientos y argumentos presentes en el currículo de Educación Primaria

Intuitivo	Discriminar fenómenos aleatorios	X	X	
	Interpretar grado de posibilidad o creencia		X	
Frecuencial	Valoración cualitativa de posibilidades		X	
	Comparación cualitativa de probabilidades		X	
Procedimientos	Reconocer los sucesos seguro, imposible y posible	X		
	Enumerar o discriminar atributos en un colectivo	X	X	
	Calcular la frecuencia absoluta a partir de observaciones o datos	X	X	X
	Interpretar una distribución de frecuencias	X	X	X
	Calcular o representar gráficamente una distribución	X	X	X
	Leer e interpretar tablas de doble entrada (experimentos compuestos)		X	
	Estimar la probabilidad a partir de ensayos repetidos			X
	Reconocer el carácter aproximado de esta estimación			X
	Simular un experimento aleatorio con otro equivalente con tecnología			X
	Estudiar la equivalencia de los experimentos original y simulado			X
Subjetivo	Analizar experimentos en los que la asignación de probabilidades depende de la información de la persona que la asigna			X
	Valorar probabilidades a partir de experiencias personales		X	X
	Estimar probabilidades personales mediante cociente de posibilidades a favor y en contra			X
Clásico	Interpretación del grado de creencia personal			X
	Analizar diferentes juegos de azar	X	X	X
	Enumerar (contar) casos favorables/posibles con diagramas o combinatoria		X	X
	Diferenciar casos favorables y no favorables	X	X	X
	Asignar a cada suceso elemental una probabilidad $1/n$		X	X
	Comparar probabilidades con razonamiento proporcional			X
Argumentos	Asignar la probabilidad de sucesos compuestos con regla de Laplace			X
	Ejemplos y contraejemplos	X	X	
	Uso de gráficos para comprobación de propiedades	X	X	
	Inductivo, a partir de datos	X	X	

Generalización	X
Simulación	X

Reconocimiento:

Proyecto EDU2010-14947, FPI-BES-2011-044684 (MICINN-FEDER) y grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

Referencias

- Batanero, C. (2005). [Significados de la probabilidad en la educación secundaria](#). *Relime*, 8(3), 247-263.
- Batanero, C., Contreras, J. M. y Díaz, C. (2012). Sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza *Revista digital Matemática, Educación e Internet* 12(2).
- Batanero, C. y Díaz, C. (2007). Meaning and understanding of mathematics. The case of probability. En J.P Van Bendegen y K. François (Eds), *Philosophical dimmensions in mathematics education*. (pp. 107-127). New York: Springer
- Batanero, C., Henry, M. y Parzys, B. (2005). The nature of chance and probability. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). New York: Springer.
- Consejería de Educación. Junta de Andalucía (2007a). *ORDEN de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía*.
- Díaz, C. Contreras, J., M, Arteaga, P. y Batanero, C. (2012). Prospective teachers' difficulties in solving bayes problems. Trabajo presentado en *PME36*, Taipei, 2012. En Tai-Yih Tso (Ed.), *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (v.1, pp. 230). Taipei: PME Group.
- Fernández, J.A., Batanero, C., Contreras, J.M., y Díaz, C. (2009). [A simulação em Probabilidades e Estatística: potencialidades e limitações](#). *Quadrante XVIII* (1), 161-183.
- Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Trabajo de investigación. Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Cañizares, M. J. (1987). *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Hacking, I. (1995) *El surgimiento de la probabilidad*. Barcelona: Gedisa.
- MEC (2006). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria*. España: Ministerio de Educación y Cultura.