

columna).

El resultado de la multiplicación es el número que se encuentra en la misma fila que el 1. En el caso de que en las divisiones apareciese un número impar, se marca esa fila y se le resta uno, para poder seguir el proceso con normalidad. En este caso, el resultado de la multiplicación sería la suma del número que se encuentra en la fila del uno, más todos los que se encuentren en las filas marcadas. Veamos dos ejemplos, uno en el que no aparezcan impares y otro en el que sí:

$24 \times 8 = 192$	$115 \times 23 = 2645$	
24    8	115    →    23(22)    1840	
48    4	230    →    11(10)    460	
96    2	460    →    5(4)    230	
192   1	920                    2            +115	
	1840                   1	
		2645

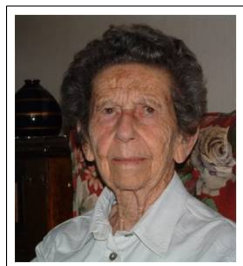
*Actividades para el lector*

MUJERES Y MATEMÁTICAS

# Emma Castelnuovo

## Las matemáticas de lo cotidiano

Isabel María Ortiz Rodríguez  
Maribel Ramírez Álvarez  
Universidad de Almería



Emma Castelnuovo

El pasado 13 de abril falleció en Roma la matemática italiana Emma Castelnuovo (1913-2014).

Su pasión eran las matemáticas vivas, capaces de activar la inteligencia de niños, niñas y adolescentes. Destacó por su innovación en la forma de enseñar, particularmente la geometría euclídea. Queremos

rendir homenaje a Emma con estas líneas sobre su vida, obra y personalidad.

*Su biografía*

Emma nació en Roma el 12 de diciembre de 1913. Hija del geómetra italiano Guido Castelnuovo (1865-1952) y de Elbina Enriques. Tanto su padre como su tío, Federico Enriques (1871-1946), también matemático, tuvieron en ella una gran influencia en su carrera profesional.

Estudió en el *Instituto Matemático* de la Universidad de Roma, donde obtuvo la licenciatura en Matemáticas en el año 1936. Al terminar sus estudios trabaja como bibliotecaria en el mismo *Instituto Matemático*. En 1938 obtuvo una plaza de profesora de secundaria, de la que fue desposeída unos días más tarde en aplicación de las leyes raciales de Mussolini por ser judía. Por la misma razón perdió su trabajo de bibliotecaria.

- Proponemos al lector que realice algunas multiplicaciones, como  $54 \times 35$  o  $46 \times 18$ , utilizando el método que más le haya llamado la atención. Además, en el método chino se puede intentar hacer una multiplicación algo más complicada, como  $304 \times 516$ . Esta operación tiene dos hándicaps extra, por un lado un cero intercalado, y por otro una multiplicación de dos números de tres factores, donde se podrá observar que el dibujo se hace más intrincado.
- Otra técnica más conocida que las que aquí se exponen la tenemos en el ábaco. Resulta interesante el documento que podéis encontrar en esta página web <sup>7</sup>, donde se trata de una iniciativa de multiplicación para personas invidentes.

## Referencias

[1] [formasdemultiplicar.webnode.es/culturas](http://formasdemultiplicar.webnode.es/culturas).



Desde 1939 a 1943 trabaja como profesora en la *Escuela Israelita* de Roma, organizada en ese periodo. En 1943 la familia Castelnuovo escapa de las redadas nazis, refugiándose en casas de amigos, hospitales e instituciones religiosas. Emma imparte clases clandestinas de casa en casa, para refugiados y perseguidos. La liberación de Roma en 1944 le permite obtener una cátedra de Enseñanza Secundaria y trabajar en el *Instituto Torquato Tasso* de Roma, aquí permaneció hasta su jubilación en 1979.

*Sus obras*

Desde 1946 escribe numerosos artículos y libros sobre el método intuitivo para enseñar geometría a alumnos entre 11 y 14 años: *Geometría intuitiva* (1948, edición en español en 1963), *Didáctica de la Matemática Moderna* (1963, edición en español en 1970), *De viaje con la matemática: imaginación y razonamiento matemático* (1993, edición en español en 2001). Otros de sus libros *Documenti di un'esposizione matematica* (1972) y *Matematica nella realtà* (con Mario Barra, 1976) tratan de exposiciones de sus alumnos.

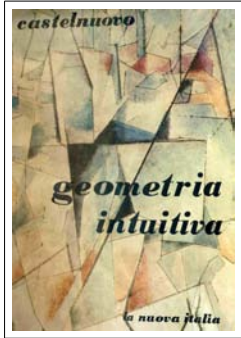
«...el curso de geometría intuitiva debe suscitar, a través de la observación de miles de hechos, el interés del alumno por las propiedades fundamentales de las figuras geométricas y el gusto por la investigación. Este gusto nace haciendo participar al alumno en el trabajo creativo...»

(Fragmento del libro *Geometría intuitiva*)

<sup>7</sup> [www.colombiaaprende.edu.co/recursos/software/palabrasycuentas/OrientacionesAbierto.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/recursos/software/palabrasycuentas/OrientacionesAbierto.pdf)

### Su didáctica

Emma Castelnuovo revolucionó la forma de enseñar las matemáticas. Siempre fomentó que sus estudiantes pensarán por sí mismos y fueran creativos. Su método didáctico era la enseñanza activa, solo si el alumno participa en la construcción de su conocimiento puede llegar a aprender.



En 1951 es nombrada miembro de la recién creada *Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas* (CIEAEM) cuyo objetivo era y sigue siendo, estudiar las condiciones de la enseñanza de las matemáticas y analizar las posibilidades de realizar cambios y mejoras en el futuro con vistas a incrementar la calidad tanto de la enseñanza

como del aprendizaje de esta materia.

Emma tiene una gran influencia en la reforma de la Enseñanza Secundaria italiana en 1979. Esta reforma fue precedida de un movimiento de renovación en la educación matemática, promovido por diversas iniciativas personales y organismos oficiales.

También fue profesora de matemáticas en África, especialmente en Níger, convencida de que las matemáticas son «una parte integrante de la emancipación humana».

Su influencia ha seguido vigente a través de muchos de sus discípulos que se ocupan de la formación metodológica y actualización de los profesores en el *Laboratorio Didáctico del Instituto Matemático* de Roma. Constituyen una generación de maestros empeñados en continuar transmitiendo la «bellezza della matematica».

### Reconocimientos



Emma durante el homenaje por sus 90 años. Con su cordel muestra que se pueden hacer muchos rectángulos con el mismo perímetro, pero el área de todos ellos ¿es la misma?

En 2009 fue galardonada con el honor de *Gran Oficial de la Orden del Mérito de la República Italiana*, por la pasión y el compromiso en su trabajo, lo que le permitió desarrollar propuestas educativas verdaderamente innovadoras.

En 2013 recibió el premio *Nesi* por haber dedicado su vida e inteligencia a la teoría y práctica de la enseñanza

de las matemáticas activas, como componente esencial de la educación cultural de los ciudadanos.

Este año la *Comisión Internacional de Instrucción Matemática* (ICMI) ha creado el *Premio «Emma Castelnuovo»* en reconocimiento de los logros excepcionales en la práctica de la educación matemática <sup>8</sup>.

### ¿Cómo era Emma?

Con motivo de su 90 aniversario, desde el Ayuntamiento de Roma se organizó un homenaje al que asistieron amigos, alumnos y compañeros. En el número 45 de la revista *SUMA* se publicó un artículo sobre este acontecimiento, a continuación entresacamos algunos comentarios de aquellos que la conocieron.

- Uno de sus alumnos, Walter Veltroni, alcalde de Roma de 2001 a 2008, destaca entre sus rasgos como profesora su seriedad, rigor y compromiso.
- Francisco Martín Casallerrey de la *Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas «Emma Castelnuovo»* subraya el compromiso permanente de Emma con los alumnos en primer lugar, y después con la enseñanza y los docentes de matemáticas. «Emma es más que una profesora de tiza, es la profesora de lo tangible, de la visualización, de la geometría intuitiva, de las cazuelas y de las sombras».
- Carla degli Esposti, del *Centro Territoriale di Formazione Permanente «Nelson Mandela»*, Roma, estudió Matemáticas e hizo las prácticas de enseñanza con Emma. En el transcurso de las prácticas, mientras observaba la clase, entendió que enseñar es un verdadero arte, que es fundamental conocer a fondo una disciplina, que se necesita rigor y humanidad en la relación con los alumnos. Y aún más: que las matemáticas pueden llegar al cerebro empezando por las manos, que es necesario utilizar un lenguaje simple, pero eficaz para hablar a los chicos, que mirar el mundo con los ojos de las matemáticas crea verdaderas emociones. Destaca Carla que Emma seguía de lejos a sus alumnos hasta que se hacían adultos y, en caso de que lo necesitaran, estaba dispuesta a escucharles, sin escandalizarse, sin prejuicios, libre de los normales miedos de los padres, capaz así de mirar objetivamente a la realidad y aconsejar.

Emma se jubiló en 1979 pero se mantuvo muy activa hasta los 98 años, dedicando toda su vida a la enseñanza de las matemáticas y la promoción de una cultura científica moderna. Sus libros nos corroboran que dedicarse a la profesión de enseñar (y aprender) matemáticas



Figuras geométricas con pulseras

<sup>8</sup> [www.mathunion.org/icmi/activities/awards/emma-castelnuovo-award](http://www.mathunion.org/icmi/activities/awards/emma-castelnuovo-award).

puede ser una actividad creativa y reconfortante, que, de verdad, vale la pena.

## Referencias

[1] Guerrero, T. (2014) *La centenario que revolucionó la enseñanza de las matemáticas*. Diario El Mundo 1/4/2014.

[2] Guerrero, T. (2014) *La maestra que enseñaba matemáticas para la vida*. Diario El Mundo 22/4/2014.

[3] *Mujeres matemáticas*. Museo de la Ciencia y el Agua, 2007.

[4] Ramellini, G., Bas, M., Ferrán, J.M., Azacárate, C. (2004) *BIBLIOTECA: Libros de Emma Castelnuovo*. SUMA 45, 121-128.

[5] Ramellini, G., Veltroni, W., Martín, F., Esposti, C. degli (2004) *Emma Castelnuovo cumple noventa años*. SUMA 45, 5-16.

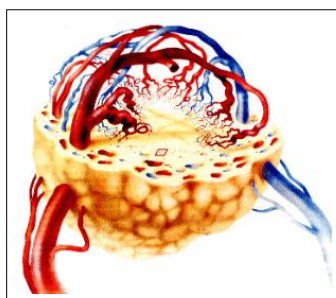
## MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

# Algunas aportaciones matemáticas al estudio del cáncer

Manuel Delgado Delgado  
Universidad de Sevilla

El cáncer es en realidad un conjunto de más de 150 enfermedades cuyo origen, desarrollo y mecanismo es diferente. Son además enfermedades en las que se desarrollan muchos procesos. Algunos son:

- Cambios genéticos que rompen el equilibrio normal de los procesos de división (mitosis) y muerte (apoptosis) de las células. Ello origina un aumento desordenado del número de células que forman el tumor.
- La lucha entre las células del sistema inmunitario del organismo y las células cancerígenas de genética anormal, invasoras.
- La emisión de sustancias químicas por parte de las células tumorales que debilitan a las células normales del entorno, para que el tumor pueda crecer.
- La emisión de sustancias químicas por parte de las células tumorales que atraen a los vasos sanguíneos próximos para crear una red de capilares que les asegure el aporte de oxígeno de nutrientes (proceso llamado angiogénesis).
- El viaje de las células tumorales por los vasos sanguíneos o linfáticos y su desembarco en otro lugar del organismo para crear un nuevo tumor (metástasis).



Angiogénesis

Estos procesos, mirados en detalle, son el resultado de complejas cadenas de reacciones bioquímicas que además son diferentes en distintos tipos de cáncer. Cada uno de ellos tiene además diferente importancia en diferentes fases de la enfermedad. Y

por otra parte se desarrollan en escalas temporales diferentes, es decir, unos son mucho más rápidos que otros; por ejemplo, la difusión de una sustancia química es más rápida que un proceso de división celular.

### Algunos modelos simplificados

Por lo dicho anteriormente, es misión imposible obtener un modelo universal válido para todos los cánceres o para todo el desarrollo de un tipo de cáncer. Se pueden estudiar modelos simplificados que se centren en aspectos particulares. Por ejemplo, se puede estudiar:

- El crecimiento del tumor en su fase inicial, antes de que se originen nuevos vasos sanguíneos. Aquí puede plantearse saber la forma que va a ir adoptando.
- El proceso de creación de nuevos vasos por donde puedan llegar a las células el oxígeno y los nutrientes necesarios para alimentar a las células tumorales y desarrollarse así el tumor.
- El proceso de traslado de las células cancerígenas para originar metástasis.
- El efecto de la medicación en cualquiera de estos procesos y las formas óptimas de la administración de fármacos.

### Utilidad de los modelos

Cuando se construye el modelo y se resuelve, uno puede comprobar con los datos de los enfermos que hay en los hospitales, si las predicciones se ajustan a la realidad o no. En caso de que no se ajusten, se debe variar el modelo (tener en cuenta factores despreciados o darles más o menos peso) hasta conseguir que los resultados se ajusten razonablemente a los datos. A esto se le llama *Validar el modelo*.

Una vez que el modelo se ha validado, se puede utilizar en nuevos enfermos para los que tendremos entonces una predicción razonable de lo que va a suceder. Esto es un dato, como otros muchos (radiografías, análisis, TAC,...), que se ponen a disposición del médico.