



Ano 6, Vol XI, número 2, 2013, Jul-Dez, pág. 289-323.

A CONTRIBUIÇÃO DE GALPERIN NA AVALIAÇÃO DE PROVAS DE LÁPIS E PAPEL DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

Dr. Héctor José García Mendoza¹
Dr. Oscar Tintorer Delgado²

RESUMO: O processo de ensino aprendizagem deve estar fundamentado por teorias de aprendizagem que expliquem à internalização do objeto de estudo e os instrumentos de avaliação tem um rol importante na coleta de informação para a retroalimentação e correção. Este trabalho tem por objetivo avaliar qualitativamente a aprendizagem através de provas de lápis e papel utilizando a Atividade de Situações Problema em Matemática. A atividade mencionada consiste em uma estratégia para a resolução de problemas matemáticos que pode ser usada pelo o professor como uma metodologia de ensino fundamentada na teoria de formação por etapas das ações mentais de Galperin. Ela está formada por quatro ações compreender o problema, construir o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução. Usando categorias relacionadas a Atividade Situações Problema e o processo de assimilação segundo Galperin se analisam as provas de lápis e papel a partir de uma experiência dos autores para refletir sobre o processo de aprendizagem.

Palavra Chaves: formação por etapas das ações mentais; atividade de situações problema em matemática; provas de lápis e papel.

ABSTRACT:The teaching learning process should be based on learning theories that explain the internalization of the object of study and evaluation instruments has an important role in gathering information for the feedback and correction. This work aims to evaluate qualitatively to learning through pencil and paper tests using the Activity of Problem Situations in Mathematics. The mentioned activity consists of a strategy for solving mathematical problems that can be used by the instructor as a teaching methodology based on the theory of stage formation of mental actions of Galperin. It is comprised by four actions: to understand the problem, construct the mathematical model, solve the mathematical model and interpret the solution. Using related categories Activity Problem Situations and the process of assimilation according to Galperin are analyzed the test of pencil and paper from an experience of the authors to reflect on the learning process.

Keywords: stage formation of mental actions; activity of problem situations in mathematics; pencil and paper tests.

¹ Professor do departamento de matemática da UFRR, email: hector.mendoza@live.com

² Professor do departamento de física da UERR, email: tintorer@bol.com.br



1.- INTRODUÇÃO

O processo de ensino aprendizagem deve estar fundamentado por uma teoria de aprendizagem que explique o papel mediador do professor na direção da transformação por etapas dos conteúdos da forma externa à interna nos estudantes.

O ponto de partida do processo de ensino aprendizagem devem ser os problemas. Ou seja, o ensino dos conteúdos deve partir de problemas contextualizados, o que nos nossos dias não é muito usual, em virtude que muitos professores preferem iniciar o ensino com a teoria e mais tarde, se restar fica tempo, tratam de resolver problemas como aplicação do conteúdo.

Por outra parte o professor necessita controlar o processo de assimilação em cada uma de suas etapas, coletar informações, para posteriormente realizar as correções. Para avaliar o processo pode-se utilizar diferentes instrumentos formais, informais e semiformais. Este trabalho tem por objetivo analisar a avaliação da aprendizagem através de provas de lápis e papel de situações problema em matemática fundamentada na teoria de formação por etapas das ações mentais de Galperin.

Num primeiro momento será apresentado os fundamentos teóricos que consiste na construção da Atividade de Situações Problema em Matemática. Ela é uma estratégia aos estudantes para a resolução de problema baseada na teoria da atividade de formação por etapas das ações mentais, nos princípios de resolução de problemas matemáticos de Polya e na direção da atividade de estudo.

Posteriormente na fundamentação metodológica será explicado a construção das provas de lápis e papel a partir da Atividade de Situações Problema em sistema de equações lineares no contexto da disciplina de Álgebra Linear num curso superior de bacharelado em Sistema de Informação. Por último, serão interpretadas as provas de lápis e papel de um estudante do curso mencionado.

2.- A ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA EM MATEMÁTICA

Neste epígrafe serão expostos, num primeiro momento elementos da

teorias da atividade de formação das ações mentais, tomando como base a Leóntiev, Galperin, Talízina e os próprios autores deste trabalho. Aqui não tem o objetivo de aprofundar na teoria mencionada, mas se aconselha ler outras fontes de informação. Posteriormente se construirá o sistema de ações para resolução de problemas matemáticos como metodologia de ensino. Por último, se explicará a direção da atividade de resolução de problema a partir da teoria de formação por etapas de formação das ações mentais.

2.1.- UMA APROXIMAÇÃO A TEORIA DA ATIVIDADE

A avaliação é um elemento intrínseco ao processo didático, como todo processo de direção; é a forma de ter uma retroalimentação do sucesso ou não das ações realizadas e permite a correção daquelas que sejam possíveis de melhorar.

Os autores coincidem com Talízina (1984, 1988, 1994, 2000) quanto a necessidade de organizar a atividade de estudo considerando a teoria geral da direção, onde esta seja transparente e cíclica. Mas se temos em conta a teoria de Galperin então é possível realizar a direção etapa a etapa o que permite corrigir com maiores possibilidades de sucesso e não apenas ao final do processo.

Segundo Leóntiev os conteúdos (objeto externo) se relaciona com o estudante através de um sistema de ações com suas operações para alcançar o objetivo de ensino, a qual denominou atividade de estudo. Para uma maior efetividade no processo de aprendizagem a motivação dos estudante deve coincidir com o objetivo de ensino

Os conteúdos antes de ser internalizado pelos estudantes o sistema de ações da atividade devem passar por cinco etapas qualitativas que são: E^0 , Motivação; E^1 , formação da Base Orientadora da Ação (BOA); E^2 , formação da ação em forma material ou materializada; E^3 , formação da ação em verbal externa; E^4 , formação da ação em linguagem externa par si e E^5 , formação da ação em linguagem interno

O processo de ensino aprendizagem deve estar sob o comando do professor seguindo os princípios da teoria geral de direção, constituída por: o

objetivo de ensino (D^1), o estado de partida da atividade psíquica dos estudantes (D^2), o processo de assimilação (D^3), a retroalimentação (D^4) e a correção (D^5). Este processo deve ser cíclico e transparente visando, como elemento principal, o processo de transformação da atividade externa à atividade interna (Talízina, 1984, 1988, 1994, 2000).

Se representará a direção da atividade a partir da figura 1, onde E^1 , E^2 até E^5 significa as cinco etapas de formação das ações mentais.

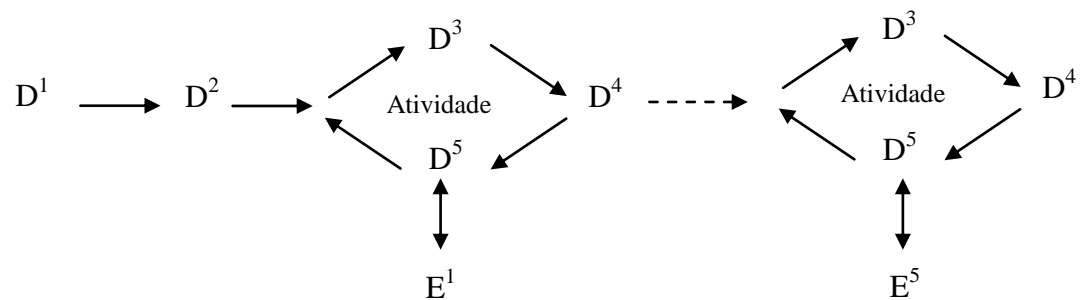


Figura 1: Direção da Atividade de Estudo

2.2.- A RESOLUÇÃO DE PROBLEMA COMO METODOLOGIA DE ENSINO

Esta metodologia pressupõe que o professor inclua sempre em seus objetivos de ensino que o estudante se apropriem dos conteúdos específicos de sua disciplina e ao mesmo tempo desenvolva sua capacidade cognitiva mediante a resolução de problema que utilizam esses mesmos conteúdos. Além do sistema de ações para o aprendizagem dos conteúdos matemáticos os estudantes devem possuir habilidades para a resolução de problemas.

Tomando como base os princípios de resolução de problemas matemáticos de Polya (1975) e a teoria de formação por etapas das ações mentais de Galperin foi criado a Atividade de Situações Problema em Matemática, onde o professor utilizará os princípios da teoria geral de direção (Mendoza, 2009; Mendoza et al., 2009; Mendoza; Tintorer, 2010; Tintorer; Mendoza; Castañeda, 2009)

Ela tem como objeto os problemas que estejam vinculados a modelos matemáticos, com objetivo de prover ao estudante de uma estratégia para a resolução de problemas matemáticos. Esta atividade está formada por quatro

ações invariantes que são: compreender o problema, construir o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução. Em cada ação existe um conjunto de operações.

A primeira ação é compreender o problema e está formada pelas operações: ler o problema e extrair todos os elementos desconhecidos; estudar os dados e suas condições e determinar o(s) objetivo(s) do problema.

A segunda ação é construir o modelo matemático onde é necessário determinar as variáveis e incógnitas; nominar as variáveis e incógnitas com suas unidades de medidas; construir o modelo matemático a partir das variáveis, incógnitas e condições e por último realizar a análise das unidades de medidas do modelo matemático.

Solucionar o modelo matemático é a terceira ação formada pelas operações: selecionar o(s) método(s) matemático(s) para solucionar o modelo; selecionar um programa informático que contenha os recursos necessários do(s) método(s) matemático(s) para solucionar posteriormente o modelo matemático.

Por último a quarta ação é interpretar a solução formada pelas operações: interpretar o resultado; extrair os resultados significativos que tenham relação com o(s) objetivo(s) do problema; dar resposta ao(s) objetivo(s) do problema; realizar uma reflexão baseado no(s) objetivo(s) do problema; analisar a partir de novos dados e condições que tenham relação direta ou não com o(s) objetivo(s) do problema existindo a possibilidade de reformular o problema e assim construir novamente o modelo matemático, solucioná-lo e interpretar sua solução.

A partir da Atividade de Situações Problema em Matemática é construído a Atividade de Situações Problema em Sistema de Equações Lineares, ou seja, o modelo matemático é precisamente sistemas de equações lineares (Mendoza, 2009; Mendoza; Tintorer, 2011)

2.3.- A FORMAÇÃO DAS AÇÕES MENTAIS.

O primeiro passo a ser realizado é avaliar o ponto de partida dos estudantes (controle prévio), quanto aos conhecimentos prévios relacionados



com o tema a ser aprendido e as habilidades necessárias para executar as ações a realizar em cada uma das etapas do processo de assimilação para cumprir os objetivos de ensino. Este diagnóstico permite preparar a Base Orientadora da Ação – BOA acorde com o nível inicial dos estudantes.

A BOA deve permitir iniciar o processo de assimilação e a avaliação tem o objetivo de verificar se os estudantes compreendem as ações, com suas respectivas operações, que devem ser feitas para aprender o novo conteúdo. Lembremos que segundo Galperin não é possível apreender conceitos científicos apenas memorizando-os, é preciso utilizá-los em ações concretas como parte de uma atividade de estudo. (Galperin; Talízina, 1967; Galperin, 1982).

Não tem sentido para um ensino desenvolvimentista, tratar de continuar para a próxima etapa sem que a maioria dos estudantes estejam sabendo que se exigirá deles. Assim devemos definir que a avaliação em todas as etapas (controle do processo) é para servir como retroalimentação para corrigir. Se a aprendizagem da turma não se correspondem com as exigências dos objetivos de ensino, será necessário utilizar todos os recursos possíveis incluindo o reforço e o uso de recursos didáticos especiais. O papel do professor é determinante nesta etapa.

A segunda etapa é a realização das ações de forma material ou materializada, conseqüentemente com as orientações da BOA a partir de um modelo e um contexto dado. O que se deve avaliar aqui é se os estudantes são capazes de realizar as operações que conduzem para a execução das ações previamente orientadas, o que requererá uma quantidade suficiente de situações problema até cumprir o objetivo, conseqüentemente com o grau de generalização da BOA. Aqui o papel do professor ainda é muito importante, devendo exigir dos estudantes a realização das ações de forma esplanada e detalhada durante as aulas práticas. Desta maneira, o professor poderá corrigir as operações que impedem o sucesso da atividade. “Sem o controle das operações é impossível garantir a formação das ações cognitivas correspondentes em todos os estudantes” (Talízina, 2000, p 161). Talízina também enfatiza na necessidade de avaliar as características das ações que se



vão modificando em cada etapa: da material à mental, da esplanada à reduzida, da consciente à automatizada.

A etapa de verbalização, como etapa posterior, permite avaliar o grau de compreensão dos estudantes das ações que estão realizando, iniciando as ações mentais mediante a linguagem oral e/ou escrita. O modelo e o contexto continua sendo o mesmo mas, na avaliação, deve dar-se um maior papel aos estudantes como autoavaliadores de seus própria aprendizagem, assim como, avaliadores dos outros colegas. O professor pode organizar as aulas como seminários e/ou trabalho em grupos. As ações do professor começam a diminuir na medida que uma quantidade significativa de estudantes se envolvem com responsabilidade na etapa (Talízina, 2000). Todos devem participar e o professor tem a responsabilidade de encorajar aos mais tímidos e de estar alerta para corrigir erros de linguagem, incluindo a coerência conceitual e gramatical.

A quarta etapa é onde as ações mentais têm já um alto grau de verbalização para si; a responsabilidade do estudante é bem maior, o professor orienta situações problema em novos contextos necessitando utilizar modelos diferentes aos trabalhados até esse momento, é a etapa da generalização. Dependendo do grau de complexidade dos conceitos e procedimentos, associados aos objetivos de ensino, esta etapa pode requerer de muito tempo e por isso se recomenda utilizar os recursos materiais disponíveis que permitam aproveitar melhor o tempo, sempre escasso, do processo de ensino. Por exemplo, na resolução de problemas que necessitem de muitos cálculos o uso de calculadora ou inclusive do computador pode diminuir o tempo de cálculos mecânicos e dedicar mais tempo a interpretar e construir modelos de solução. (Mendoza, 2009)

Na avaliação da generalização deve realizar-se situação a situação de maneira de ir avançando de situações novas mais próximas das orientadas e trabalhadas nas etapas anteriores até situações que abrangem os limites dos objetivos de ensino. O professor libertará aos estudantes de operações esplanadas e detalhadas na execução da tarefa. A conclusão desta etapa dependerá do grau de interiorização e automatização das tarefas evidenciadas

no tempo de execução da atividade proposta (controle final).

Em cada etapa a frequência do controle deve considerar as funções que tem a avaliação sobre a motivação do estudante, o reforçamento do conhecimento alcançado e cada vez privilegiando a autoavaliação. Sobre este assunto Talízina comenta uma ampla pesquisa e conclui: “Nas etapas iniciais da assimilação, o controle deve realizar-se por operações. Nas etapas materializadas e de verbalização o controle deve ser sistêmico. Nas etapas seguintes, o controle deve ser episódico: de acordo com a petição do estudante ou ante a presença de erros constantes” (Talízina, 2000, p 165).

3.- FUNDAMENTOS METODOLOGICOS

A avaliação das provas de lápis e papel será de caráter qualitativo formada pelas dimensões Atividade de Situações Problema em Matemática e o processo de assimilação de formação das ações mentais. Por sua vez cada dimensão está formada por categorias.

Na primeira dimensão as quatro ações da Atividade de Situações Problema são convertidas em categorias. Na segunda dimensão está formada pelas características das ações do processo de assimilação, que serão convertidas nas categorias: forma da ação (material – mental), caráter generalizado (não generalizado – generalizado), caráter assimilação (consciente – automatizada), caráter explanado (detalhado – abreviado) e caráter de independência (compartilhado – independente) (ver tabela 1)

Tabela 1. Categorias do processo de assimilação						
	1ª Etapa	2ª Etapa	3ª Etapa	4ª Etapa	5ª Etapa	
Material						Mental
Não Gen.						Generalizado
Consciente						Automatizado
Detalhado						Abreviado
Compartilhado						Independente

Na pesquisa se avaliaram quatro provas de lápis e papel; uma diagnóstica, duas formativas e uma final (ver tabela 2). Em todos se buscaram informações através das categorias da Atividade de Situações Problema em Matemática e processo de assimilação de formação das ações mentais.

Tabela 2: Organização das avaliações de lápis e papel por etapas mentais

Conhecimentos prévios	Elaboração da BOA	Etapa material	Etapa verbal	Etapa verbal para si	Etapa mental
Diagnóstico	Avaliação formativa #1		Avaliação formativa # 2		Avaliação Final

Se recordará que os instrumentos utilizados neste trabalho faz parte de uma pesquisa realizada num curso de bacharelado de Sistema de Informação na disciplina de Álgebra Linear. A prova de lápis e papel diagnóstica está composta de quatro perguntas e tem como objetivo verificar os conhecimentos prévios dos alunos na resolução de problemas e solução de sistema de equações lineares.

Pergunta #1

Resolva o seguinte sistema de equações lineares

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y + 2z = 3 \\ x + y + z = 2 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

Nesta pergunta se pretende que os estudantes resolvam o sistema de equações lineares o qual está relacionado com a ação solucionar o modelo matemático.

Pergunta #2

Uma empresa deseja fabricar unidades de dois tipos de produtos utilizando uma mesma linha de produção em uma jornada de 08 horas. O produto 1 necessita por cada unidade fabricada 20 minutos e o produto 2 necessita 30 minutos. O gasto de fabricação de cada unidade do produto 1 é de R\$ 10 e do produto 2 é R\$ 20. O total de gastos na fabricação das unidades numa jornada de trabalho dos produtos 1 e 2 é de R\$ 300. Determine quantas unidades dos produtos 1 e 2 devem ser produzida numa jornada de trabalho

A variáveis “x” representa as unidades do produto 1 e a variáveis “y” representa as unidades do produto 2. Uma jornada de 8 horas é equivalente a 480 minutos. O modelo matemático que representa o problema é:

$$\begin{cases} 20x + 30y = 480 \\ 10x + 20y = 300 \end{cases}$$

A solução do sistema de equações lineares é $x = 6$ e $y = 12$

- Quantas unidades devem-se fabricar do produto 1 e do produto 2?
- Que significa a equação “ $20x + 30y = 480$ ”. Justifique sua resposta.
- Que significa os elementos “ $10x$ ” e “ $30y$ ”. Justifique sua resposta.
- Que tempo é consumido para a fabricação de cada produto numa jornada de 8 horas?
- Que produto tem o maior gasto em reais na fabricação numa jornada de 8 horas?

Na pergunta dois se dão informações sobre as três primeiras ações da Atividade de Situações Problema em Matemática e nos incisos a), d) e e) estão relacionada com a quarta ação interpretar a solução. Os incisos b) e c) estão relacionado com a ação compreender o problema. Destaca-se que é pedido aos estudantes que justifique sua resposta com intenção de buscar informações sobre o processo de assimilação.

Pergunta #3.

Um fazendeiro deseja saber que quantidade de hectares deve ser plantada de milho e feijão, se a fazenda tem 20 hectares de terra e R\$ 1400 de recursos financeiros para gastar. Por cada hectare plantada de milho se gasta R\$ 100 e por cada hectare de feijão R\$ 50. Observação: Um hectare é uma unidade de medida agrária equivalente a 10000 metros quadrados.

Determine:

- Os dados do problema.
- O objetivo do problema.
- Expresse as variáveis que representam o problema com suas unidades de medidas.
- Modelo matemático que representa o problema. Justifique sua resposta.
- Solução do modelo matemático.
- Que quantidade de dinheiro é gasto para plantar apenas o milho?

Nesta pergunta nos incisos a) e b) estão relacionada com a ação compreender o problema, os incisos c) e d) com a ação construir o modelo matemático, o inciso d) com a ação solucionar o modelo matemático e último o inciso f) com a ação interpretar a solução

Pergunta #4.

Pedro tem 60 moedas em valores de 50, 25 e 10 centavos somando um total de 14,50 reais. Sabe-se que as moedas de 10 centavos representam o dobro das de 50 centavos. Quantas moedas têm Pedro de cada valor? Qual é o valor em reais das moedas de 50, 25 e 10 centavos?

Neste problema se pergunta sobre a ação interpretar a solução, mas se deseja saber como os estudantes realizam a três primeiras ações da Atividade de Situações Problema quando não são induzidas a responder através de perguntas.

A continuação será mostrado na tabela 3,4,5 e 6 um resumo das provas de lápis e papel correspondente a diferentes momentos da pesquisa. A legenda utilizada é a seguinte: “-” ausência de informações relacionada com a ação; “x” , presença de informações sobre a ação; “?” existem perguntas relacionadas com a ação, também pode acontecer que não existam perguntas mas pretende-se buscar informações sobre a ação; “P” pergunta; 1^aA, ação compreender o problema, 2^aA construir o modelo matemático; 3^a A, solucionar o modelo matemático; 4^aA, ação interpretar a solução e “SEL MxN” significa sistema de equações lineares de m equações e n variável.

Tabela 3. Prova de lápis e papel da avaliação diagnóstica					
P	1ª A	2ª A	3ª A	4ª A	Contexto do problema
nº 1	-	-	?	-	Resolver um SEL 3x3.
nº 2	x?	x	x	?	Determinar unidades de dois produtos condicionada pelo tempo de fabricação e o preço de venda. O modelo matemático é SEL 2x2
nº 3	?	?	?	?	Produção de dois tipos de cultivos condicionadas por quantidades de hectares e restrições financeira. O modelo matemático é SEL 2x2
nº 4	?	?	?	?	Determinar quantidade de moedas de 10, 25 e 50 centavos condicionada à certa quantidade, total de dinheiro e relação entre as quantidades de tipos de moedas. O modelo matemático é SEL 3x3
Caraterísticas Gerais					
<ul style="list-style-type: none">• Todos os problemas são de baixa complexidade relacionado à conteúdos de Ensino Médio.• Todos os sistemas de equações lineares tem solução única• Na pergunta 3 tem incisos que estão relacionado com as quatro ações• Na pergunta 4 não tem incisos que estão relacionado com as quatro ações, mas serão analisadas.					

Posteriormente a determinação dos conhecimentos prévios de habilidades sobre a resolução de problemas quando seu modelo são sistemas de equações 2x2 e 3x3 e a etapa que se encontra o processo de assimilação é elaborada a Base Orientadora da Ação (BOA). As ações a serem orientadas são gerais e completas para a resolução de problemas que tenham modelos vinculados com sistemas de equações lineares de tal forma que os estudantes se apropriem dela com independência.

A prova de lápis e papel na avaliação formativa nº 1 se caracteriza por ter quatro questões onde os sistemas de equações lineares podem ser resolvidas com o auxílio do sistema de computação algébrica “Derive”. As perguntas 1, 2 e 3 são problemas contextualizados com certa similitude com os problemas trabalhados na etapa de orientação e material. Na pergunta 4 é um problema com um contexto não trabalhado na sala de aula. Na tabela 4 poderá ver um resumo e no anexo II os problemas aplicados na avaliação formativa nº1.

Tabela 4. Prova de lápis e papel da avaliação formativa nº 1

P	1ª A	2ª A	3ª A	4ª A	Contexto do problema
nº 1	X	x	?	?	Mistura de um produto de formada por cinco elemento, condicionada pela quantidade de grama por quilograma de cada componente. O modelo matemático é SEL 5x5.
nº 2	?	x	x	?	Plantação agrícola de três cultivos, condiciona pela quantidade de hectare a plantar, produção, receita e custo. O modelo matemático é SEL 5x5
nº 3	?	?	?	?	Quantidade de unidades produzidas de três tipos de produtos utilizando dois matérias primas diferentes. O modelo matemático é SEL 3x3
nº 4	?	?	?	?	Compra de uma frota de ônibus de três tipos, condicionada pela quantidade, custo, manutenção e relação entre os tipos. O modelo matemático é SEL 4x4

Caraterísticas Gerais

- Os problemas são com um nível superior a avaliação diagnóstica
- Todos os sistemas de equações lineares têm solução única
- É utilizado o Sistema de Computação Algébrica “Derive”
- Na pergunta 3 não tem incisos que estão relacionado com as quatro ações, mas serão analisadas
- Na pergunta 4 tem incisos que estão relacionado com as quatro ações.

Na avaliação formativa nº 2 a prova de lápis e papel está relacionada com a etapa verbal e verbal para si. O problema colocado se caracteriza que a solução do sistema de equações tem infinitas soluções, sem embargo o contexto o reduz a um número finito de soluções. Portanto se faz imprescindível a utilização do Sistema de Computação Algébrica Derive para resolver um sistema de 5x4. Na tabela 5 poderá ver as caraterísticas resumidas e no anexo III o problema na integra.

Tabela 5. Prova de lápis e papel da avaliação formativa nº 2

P	1ª A	2ª A	3ª A	4ª A	Contexto do problema
nº 1	?	?	?	?	Produção de unidade, condicionada pela quantidade de unidade, consumo de matéria prima, imposto e renda. O modelo matemático é SEL 4x5

Caraterísticas Gerais

- O problema tem um nível superior de complexidade a avaliação formativa nº 1
- Todos os sistemas de equações lineares são de infinitas soluções.
- É utilizado o Sistema de Computação Algébrica “Derive”
- Na pergunta 3 tem incisos que estão relacionado com as quatro ações
- Na pergunta 4 não tem incisos que estão relacionado com as quatro ações, mas serão analisadas.

O problema da avaliação final está relacionada com a etapa mental do processo de assimilação. Ele tem nível de complexidade superior aos problemas aplicados até o momento, ou seja, devem ser construído dois sistemas de equações lineares de 4x5 onde ambos têm infinitas soluções. A

partir do contexto do problema as infinitas soluções são reduzidas ao um número finito. Posteriormente o estudante deve realizar uma análise e comparar para dar uma resposta ao problema. A continuação se coloca o problema e na tabela 6 um resumo das características.

Problema

Uma fábrica tem uma capacidade diária para produzir 2100 quilogramas de três tipos de rações para cachorro com custo total de R\$ 7800. Por cada quilograma da ração do tipo I contém 100 gramas de vegetais, o custo é R\$ 2,50 e a receita R\$ 4,00; a ração do tipo II contém 200 gramas de vegetais, o custo é R\$ 5,00 e a receita R\$ 8,00 e a ração do tipo III contém 300 gramas de vegetais, o custo é R\$ 4,00 e a receita R\$ 5,00.

a) Determine a quantidade de quilograma de cada tipo de ração, quantidade total de gramas de vegetais e a renda total.

b) Devido à crise econômica o custo de um quilograma de cada tipo de ração aumentou em 12%, se deseja manter o mesmo custo total e as receitas de um quilograma de cada tipo de ração. Determine a quantidade de quilograma de cada tipo de ração, quantidade total de grama de vegetais e renda total

c) Realizar um relatório da produção da fábrica antes e depois da crise econômica, considerando a produção em quilograma de cada tipo de ração, custo total e receita total.

d) Realizar um relatório antes e posteriormente da crise econômica em relação ao lucro total.

Para dar resposta ao inciso a) deve realizar todas as ações da Atividade de Situações Problema e está relacionado a um sistema de equações lineares. No inciso b) o estudante tem novos dados que levariam a modificar o sistema de equações lineares construído que permitiria responder o inciso c). No inciso d) ele deve realizar uma análise comparando ambos resultados da solução dos sistemas de equações lineares.

Tabela 6. Prova de lápis e papel da avaliação final

P	1ª A	2ª A	3ª A	4ª A	Contexto do problema
nº 1	?	?	?	?	Produção de alimentos, condicionada pela produção em quilograma, composição, receita e lucro. O modelo matemático é SEL 4x5

Caraterísticas Gerais

- Problema com um nível superior a avaliação formativa nº 2
- O modelo matemático se reduz a dois sistema de infinitas soluções.
- É utilizado o Sistema de Computação Algébrica “Derive”
- Na pergunta não tem incisos que estão relacionado com as quatro ações, mas serão analisadas.

4.- ANÁLISES E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Se recordará que este trabalho tem por objetivo analisar avaliações de lápis e papel fundamentado na Atividade de Situações Problema e refletindo a partir da teoria de formação por etapas das ações mentais de Galperin. Portanto será utilizado para o análise um único estudante para poder exemplificar com mais detalhes.

A continuação será apresentado uma análise das categorias da Atividade se Situações Problema por pergunta e ao final será caracterizado a aprendizagem de um estudante utilizando as categorias do processo de assimilação. Em cada questão se analisarão as ações pertinentes com suas respectivas operações.

4.1 PROVA DE LÁPIS E PAPEL DIAGNÓSTICA

A continuação será analisado a prova de lápis e papel diagnóstica formada por quatro questões. As informações coletadas serviram para elaboração da Base Orientadora da Ação. O resultado do estudante pode ver-se no anexo I

Pergunta nº 1	
Categoria	Análises
Solucionar o modelo matemático	O estudante sabe aplicar o método de substituição para resolver o sistema de equações de lineares. Mas ações, operações compactada de forma implícita ao realizar uma substituição de uma variável para posteriormente isolar levou à cometer erro, não chegando a solução correta. Entretanto houve-se realizado a comprovação do resultado poderia haver feito a correção.
Pergunta nº 2	
Categoria	Análises
Compreender o problema	Identifica que a equação $20x + 30y = 480$ está relacionada com o tempo para produzir os produtos 1 e 2, mas com imprecisão ao colocar “é a equação do tempo”. Não é capaz de realizar um análises das unidades de cada elemento da equação para justificar a resposta. Responde que $10x$ e $30y$ é “a equação dos gastos”, quando ambos são elementos de duas equações diferentes. O elemento $10x$ representa o gasto do produto 1 em reais e $30y$ representa o tempo utilizado na produção do produto 1 em minutos.
Interpretar a solução	Interpreta corretamente que a solução, ou seja, que $x=6$ são a quantidade de unidade do produto 1 e $y=12$ a quantidade do produto 2. Determina com imprecisão que tempo utilizado para a produção do produto 1 é de 120 minutos para o produto 2 e de 360 minutos para o produto 2, ao colocar que “Produto 1 = $x = 120$ minutos” e “Produto 2 = $y = 360$ minutos”. Acha corretamente que o produto 2 tem o maior gasto em reais.

Pergunta nº 3	
Categoria	Análises
Compreender o problema	O estudante identifica os dados de forma desorganizada e com imprecisões ao colocar “R\$ 1400, 20 hectare, milho =R\$ 100 por hectare, feijão p/ hectare”, no entanto sabe qual é o objetivo do problema.
Construir o modelo matemático	Identifica que o problema tem duas variável, sua formulação com a análises das unidade de medidas é errado porque indica que “milho = x ” e “feijão = y ”. Construí o sistema de forma correta, porém não justifica sua formação através de uma descrição de cada equação e os elementos usando uma análises de unidades.
Solucionar o modelo matemático	Soluciona corretamente o sistema pelo método de eliminação de Gauss.
Interpretar a solução	Determina corretamente que a plantação de feijão tem o maior gasto, entanto continua com as imprecisões quando escreve “ $8 \cdot 100 = R\$ 800,00$ ”

Pergunta nº 4	
Categoria	Análises
Compreender o problema	Sem elementos explicitamente

Construir o modelo matemático	Coloca o sistema $\begin{cases} x + y + z = 60 \\ 50x + 25y + 10z = 1450 \\ x = 2z \end{cases}$, sem prévio análises das unidades de medidas em cada equação. Na segunda equação ele tem em consideração de colocar todos os elementos na unidade de medida centavos. Na terceira equação “ $x=2z$ ” ao expressar que as moedas de 10 centavos são o dobro das 50 centavos está errada. Para induzir esta interpretação se considerou que na segunda equação a variável x representa as unidades moedas de 50 centavos e assim respectivamente com a variável z .
Solucionar o modelo matemático	A partir do sistema construído anteriormente aplica o método de eliminação de Gauss obtendo corretamente os valores das variável x e z . Foi desconsiderando no análises o erro na construção do sistema de equações lineares. Posteriormente se expressou “Não consegui”
Interpretar a solução	Não interpreta

O estudante mostra habilidade na ação resolução de sistema de equações lineares de 2×2 e 3×3 . Portanto, esta ação é material, consciente e detalhada. Ao parecer, é generalizada para sistemas de equações lineares de 2×2 e 3×3 , não se pode confirmar para sistema de ordem diferentes. Pode-se inferir que esta ação encontra-se em sua forma material.

Nas restantes ações da Atividade de Situações Problema para a resolução de problema encontra-se na 1ª etapa mas se requiere uma orientação das ações do tipo 3 para compreendê-la e converter consciente. Neste primeiro momento é não generalizada, detalhado e compartilhada.

4.2 PROVA DE LÁPIS E PAPEL FORMATIVA Nº 1.

Será analisada a prova lápis e papel formativa nº 1 por pergunta a partir das categorias.

Pergunta nº 1	
Categoria	Análises
Solucionar o modelo matemático	O estudante resolve o sistema de equações lineares corretamente utilizando o sistema de computação algébrica Derive
Interpretar a solução	Dá resposta ao problema sem muito detalhes e pouca clareza

Pergunta nº 2

Categoria	Analises
Compreender o problema	Consegue explicar cada elemento da equação que representa a produção em toneladas, $7500x+8000y+3000z=210000$, mas esquece que 210000 representa a produção total. Explica corretamente que significa “15y”
Interpretar a solução	Dá informação da quantidade de hectare, produção, custo e receita de cada cultivo, porém não realiza uma relação entre os resultados.

Pergunta nº 3	
Categoria	Analises
Compreender o problema	Realiza todas as operações para compreender corretamente o problema.
Construir o modelo matemático	Realiza as operações e constrói o sistema.
Solucionar o modelo matemático	Soluciona o sistema corretamente com auxílio do sistema de computação algébrica Derive.
Interpretar a solução	Dá informações sobre a quantidade de unidade e consumo de materiais A e B por produto. Entretanto não consegue fazer uma relação entre as unidades produzidas de três tipos de produtos utilizando dois matérias primas diferentes.

Pergunta nº 4	
Categoria	Analises
Compreender o problema	Realiza todas as operações para compreender corretamente o problema.
Construir o modelo matemático	Realiza as operações e constrói o sistema.
Solucionar o modelo matemático	Soluciona o sistema corretamente com auxílio do sistema de computação algébrica Derive
Interpretar a solução	Dá informações sobre a quantidade de ônibus, custo de manutenção, preços e juro mensal entretanto não consegue fazer uma relação entre os elementos mencionados.

O estudante mostra habilidade na ação resolução do sistema de equações lineares utilizando o sistema de computação Derive, compreende o problema e constrói o modelo matemático corretamente, todavia realizada sem muito detalhe e precisão as análises das unidades. A ação interpretar a solução

consegue dar respostas aos objetivos de ensino, no entanto não realiza relatório explicando todos os elementos indicados nos problemas.

As ações compreender o problema e construir o modelo ainda são materiais, conscientes, detalhadas e compartilhadas e com avanço quanto a generalização. Na ação solucionar o modelo matemático com o Derive encontra-se entre a verbal externa e externa para si, portanto sendo reduzidas e independente as operações dando passo a generalização e a automatização. Na última ação interpretar a solução ainda é material, não generalizada, detalhada e consciente.

4.3 PROVA DE LÁPIS E PAPEL FORMATIVA Nº 2

A prova de lápis e papel formativa nº1 está composta por uma única pergunta e resultado do estudante poderá ver-se no anexo IV.

Pergunta nº 1	
Categoria	Analises
Compreender o problema	Compreender corretamente o problema, destacando-se que o estudante dá informações detalhas sobre os dados e condições do problema.
Construir o modelo matemático	Construí o sistema corretamente, realiza o análises de unidades de cada equação conjuntamente com seus elementos.
Solucionar o modelo matemático	Soluciona o sistema corretamente com auxílio do sistema de computação algébrica Derive. Se tem que destacar que o sistema tem infinitas soluções, mas no contexto do problema se reduz a três conjuntos de soluções.
Interpretar a solução	Realiza um relatório relacionando todos os elementos do problema.

O estudante tem um avanço significativo em todas as ações, especialmente na segunda quando consegue realizar uma análise das unidades em todas as equações, implicando um melhor desenvolvimento na interpretação da solução ao realizar o relatório. Ao parecer as ações compreender o problema, construir o modelo matemático e interpretar a solução encontra-se na forma verbal sendo num plano mais teórico em transição para generalização, todavia é detalhada e compartilhada.

4.4 PROVA DE LÁPIS E PAPEL FINAL

A prova de lápis e papel final está composta por única pergunta e o resultado do estudante poderá ver-se no anexo V

Pergunta nº 1	
Categoria	Analises
Compreender o problema	Compreende corretamente o problema, destacando-se que o estudante dá informações detalhas sobre os dados e condições do problema.
Construir o modelo matemático	No problema deve-se construir dois sistema de equações que tem infinitas soluções. O segundo sistema depende da construção do primeiro. O estudante não coloca no papel os sistemas, entretanto a solução do primeiro está correta e na segunda está incorreta. Ao parecer cometeu erro na construção do segundo sistema de equações lineares.
Solucionar o modelo matemático	O primeiro sistema de equações lineares está resolvido corretamente. O estudante durante o período letivo há demonstrado domínio do sistema de computação algébrica Derive, o que reforça algum erro na construção do segundo sistema de equações lineares ou na digitação no Derive.
Interpretar a solução	Realiza um relatório relacionando todos os elementos do problema, mas arrastando o erro cometido anteriormente.

Todas as ações encontram-se na etapa verbal em transição para a verbal para si, ou seja, ante novas situações o estudante consegue realizar quase bem o problema. Portanto a generalização aumenta, as ações são realizada de forma mais independente e compactada, porém ainda não são automatizadas.

Pode-se resumir que o estudante:

- O nível das ações da atividades situações problema melhorou em comparação com nível de partida, ou seja, transitou da etapa material à verbal.
- A ação com melhor resultado foi solucionar o modelo matemático, segundo compreender o problema, terceiro construir o modelo matemático e por último interpretar a solução.
- As ações no início eram material, compartilha, consciente, não generalizada e detalhada ao final eram verbal menos compartilhada, mas generalizada, mas ainda consciente, à exceção da ação solucionar o modelo matemático com apoio do Derive que passou a ser automático.



- A utilização do sistema de computação algébrica para a resolução dos sistemas de equação algébrica permitiu colocar problemas com maior complexidade e dedicar mais tempo ao raciocínio lógico.

5.- CONCLUSÕES

Para refletir sobre o processo de aprendizagem pode-se utilizar as provas de lápis e papel a partir de categorias da Atividade de Situações Problema e do processo de assimilação segundo Galperin. Elas permitem verificar informações relativas a aprendizagem complementando as avaliações contínuas, principalmente dadas pela a observação e registros diários do professor. Por ocupar momentos de certa transcendência para o estudante e ser um registro de um trabalho prologando para o mesmo, permitem ao professor refletir maior profundidade quanto ao aprendizagem executado.

Ao comparar as provas de lápis e papel do estudantes pesquisado se observa claramente os avanços realizados enquanto as habilidades na resolução de problemas e as dificuldades nas ações e suas respectivas operações em cada uma das etapas mentais.

6.- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- GALPERIN, P. Y.; TALÍZINA, N. F. **La formación de conceptos geométricos elementales y su dependencia sobre la participación dirigida de los alumnos.** In: Psicología Soviética Contemporánea: Selección de artículos científicos. La Habana: Ciencia y Técnica, 1967, p. 272-301.
- _____. **Introducción a la Psicología.** Habana: Pueblo y Revolución, 1982

MENDOZA, Héctor J. García. **Estudio del efecto del sistema de acciones en el proceso de aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problemas en Matemática, en la asignatura de Álgebra Lineal, en el contexto de la Facultad Actual de la Amazonia.** Teses (doutorado em psicopedagogia). Faculdade de Humanidade e Ciência na Educação. Universidade de Jaén, 2009

_____.; ORTIZ, Ana M.; MARTÍNEZ, Juan M.; TINTORER, Oscar: **La teoría de la actividad de formación por etapas de las acciones mentales en la resolución de problemas.** Revista Inter Science Place, Rio de Janeiro. Ano 2 - N ° 09 Setembro/Outubro – 2009.



_____.; TINTORER, Oscar. **Formação por etapas das ações mentais na Atividade de Situações Problema em Matemática.** X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador, 2010

_____, _____. **Sistema de ações para melhorar o desempenho dos alunos na atividade de situações problema em matemática.** XII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife, 2011.

- POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1975
- TALÍZINA, N. **Conferencias sobre “Los Fundamentos de la Enseñanza en la Educación Superior”.** Habana: Universidad de la Habana, 1984
- _____. **Psicología de la Enseñanza.** Moscú: Progreso, 1988
- _____. **La teoría de la actividad de estudio como base de la didáctica en la educación superior .** México, DF: Universidad Autónoma Metropolitana, 1994.

_____. **Manual de Psicologia Pedagógica.** México, San Luis Potosi: Universitaria Potosina, 2000.

- TINTORER, Oscar; MENDOZA, Héctor J. García; & CASTAÑEDA, Alberto M. M. **Implicação da base orientação das ações e direção do processo de estudo na aprendizagem dos alunos na Atividade de Situações Problema em sistema de equações lineares.** VIII Congresso Norte Nordeste de Educação em Ciência e Matemática. Universidade Estadual de Roraima. Boa Vista, 2009



ANEXOS I. RESPOSTA DO ESTUDANTE DA PROVA DE LÁPIS E PAPEL DIAGNÓSTICA

$$\textcircled{1} \quad a) \begin{cases} 2x + y + 2z = 3 \\ x + y + z = 2 \end{cases} \rightarrow x = 2 - y - z$$

• $x + y + 2z = 4$

$$\textcircled{I} \quad 2 - y - z + y + 2z = 4$$

$$\boxed{z = 2}$$

$$\textcircled{II} \quad -2y + y + 4 = 3$$

$$\boxed{y = -1}$$

$$\textcircled{III} \quad x = 2 + 1 - 2$$

$$\boxed{x = 1}$$

$\textcircled{2}$ a) 6 unidades do produto 1.
12 unidades do produto 2.

b) É a equação do tempo.

c) É a equação dos gastos.

d) Produto 1 = $x = 120$ minutos

Produto 2 = $y = 360$ minutos

e) O produto 2 tem um custo maior, equivalente a R\$ 240,00.

③

a) R\$ 1400, 20 hectares, milho = R\$ 100 por hectare, Feijão = R\$ 50 p/ hectare.

b) Saber a quantidade de hectares que deve ser plantada de milho e Feijão.

c) milho = x / Feijão = y

$$d) \begin{cases} x + y = 20 \\ 100x + 50y = 1400 \end{cases}$$

$$E) \begin{cases} x + y = 20 \rightarrow x = 20 - y \\ 100x + 50y = 1400 \end{cases}$$

$$\textcircled{II} \quad 1000 - 100y + 50y = 1400$$

$$-50y = -600$$

$$y = 12$$

$$\textcircled{I} \quad x = 8$$

$$F) \quad 8 \cdot 100 = \boxed{\text{R\$ } 800,00}$$

④

$$\begin{cases} x + y + z = 60 \\ 50x + 25y + 10z = 1450 \\ x = 2z \end{cases}$$

$$\textcircled{I} \quad 100z + 25y + 10z = 1450$$

$$110z + 25y = 1450$$

$$y = \frac{1450 - 110z}{25}$$

$$\textcircled{II} \quad 75z + 1450 - 110z = 1500$$

$$-35z = 50$$

$$z = -\frac{10}{7}$$

$$x = \frac{-20}{7}$$

Não conseguiu!

ANEXO II. PROVA DE LAPIS E PAPEL FORMATIVA Nº 1.

Problema 1

Uma mistura composta de 05 produtos contém por cada quilograma 138 g de carboidrato, 35,25 g de vitamina A, 31 g de vitamina C e 25,50 g de proteínas. Os produtos que formam a mistura têm a seguinte composição: o produto 1 contém, por cada quilograma, 200 g de carboidrato, 30 g de vitamina A, 10 g de vitamina C e 40 g de proteínas; o produto 2 contém 100g de carboidrato, 25 g de vitamina A, 20 g de vitamina C e não tem proteínas; o produto 3 contém 250 g de carboidrato, 20 g de vitamina A, 30 g de vitamina C e 60 g de proteínas; o produto 4 contém 80 g de carboidrato, 40 g de vitamina A, 35 de vitamina C e 15 de proteínas e o produto 5 contém 120g de carboidrato, 50g de vitamina A, 60g de vitamina C e 25g de proteínas.

As variáveis do problema são: “x” representa a quantidade de quilograma do produto 1, “y” representa a quantidade de quilograma do produto 2, “z” representa a quantidade de quilograma do produto 3, “v” representa a quantidade de quilograma do produto 4 e “w” representa a quantidade de quilograma do produto 5.

O modelo matemático do problema está representado pelo seguinte sistema de equações lineares:


$$\begin{cases} x + y + z + v + w = 1 \\ 200x + 100y + 250z + 80v + 120w = 138 \\ 30x + 25y + 20z + 40v + 50w = 35.25 \\ 10x + 20y + 30z + 35v + 60w = 31 \\ 40x + 60z + 15v + 25w = 25.5 \end{cases}$$

Determine:

- A quantidade de quilograma que se deve usar de cada produto para fazer a mistura.
- Quantidade em grama de carboidrato, vitamina A, vitamina C e proteína de cada produto.

Problema 2

Uma fazenda deseja plantar três cultivos em 30 hectares; estima-se o custo total de R\$ 210000 e pretende-se que a receita total seja de R\$ 325000. Deseja-se saber quantos hectares deve-se plantar de cada cultivo e qual será a produção total em toneladas. Outras informações encontrar-se na tabela abaixo.

Condições sobre a produção, receita e custos				
	Cultivo 1	Cultivo 2	Cultivo 3	Total
Produção (ton)	5 ton/h _a	15 ton/h _a	10 ton/h _a	P ton.
Receita (R\$)	R\$/h _a 15000	R\$/h _a 10000	R\$/h _a 5000	R\$ 325000

Custo (R\$)	R\$/h _a 7500	R\$/h _a 8000	R\$/h _a 3000	R\$ 210000
-------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	------------

Legenda: “ton” toneladas, “R\$” dinheiro em reais, “ton/h_a”: toneladas por cada hectare; “P ton”: produção total em toneladas; “R\$/h_a” receita ou gastos por cada hectare.

As variáveis do problema são: “x” representa a quantidade de hectare do cultivo 1, “y” representa a quantidade de hectare do cultivo 2, “z” representa a quantidade de hectare do cultivo 3.

O modelo matemático do problema está representado pelo seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} x + y + z = 30 \\ 5x + 15y + 10z = P \\ 15000x + 10000y + 5000z = 325000 \\ 7500x + 8000y + 3000z = 210000 \end{cases}$$

A solução do sistema de equação linear é $x=10$, $y=15$, $z=5$ e $P=325$.

Responda:

- Que significa a equação “ $7500x+8000y+3000z=210000$ ”? Justifique sua resposta.
- Que significa o elemento “ $15y$ ” do sistema de equações lineares?
- Realizar um relatório que inclua informações sobre os três cultivos utilizando os seguintes critérios: quantidades de hectares a ser plantada, produção em toneladas (incluir produção total), receita e custo. Faça uma comparação entre os tipos de cultivos.

Problema 3

Uma fábrica produz 125 unidades de três tipos de produtos com dois tipos de matérias primas. Por cada unidade do produto 1 são consumido 10 quilograma da matéria prima A e 25 quilograma da matéria prima B; do produto 2 são consumido 20 quilograma da matéria prima A e 18 quilograma da matéria prima B; do produto 3 são consumido 30 quilograma da matéria prima A e 15 quilograma da matéria prima B. Determine a quantidade de unidade de cada produto se o consumo total da matéria prima A é de 2450 quilograma e da matéria prima B é de 2465 quilograma. Realizar um relatório com informações sobre os três tipos de produtos utilizando os seguintes elementos: quantidade de unidades e quantidade de quilograma na fabricação de matéria prima A e B.

Problema 4

Uma empresa de transporte escolar pretende criar uma frota de 21 ônibus de três tipos por um custo de R\$ 2160000, estimando-se uma manutenção básica de mecânica para toda a frota por mês de R\$ 13200. O ônibus do tipo I custa R\$ 80000 e o custo de manutenção é de



R\$ 500, do tipo II custa R\$ 120000 e a manutenção é de R\$ 700 e do tipo III custa R\$ 160000 e a manutenção é de R\$ 1000.

A empresa pretende comprar os ônibus à prestação em parcelas iguais por mês. Os juros mensais para o ônibus do tipo I é 1 % do preço do ônibus, do tipo II é 1,2 % e do tipo III é de 0,7%.

Quantos ônibus se devem comprar de cada tipo? Que quantidade de juros deve pagar mensal a empresa pela compra da frota?

Determine:

- a) Os dados do problema
- b) O objetivo do problema
- c) Condições do problema
- d) As variáveis que representam o problema com suas unidades de medidas.
- e) Sistema de equações lineares que representa o problema indicando que representa cada equação com sua unidade de medida.
- f) Resolver o sistema de equações lineares.
- g) Qual é a quantidade de ônibus que se deve comprar de cada tipo?
- h) Realizar um relatório que contenha informações sobre cada tipo de ônibus utilizando os seguintes critérios: quantidades de ônibus, custos na compra, custos na manutenção mensal e detalhar os juros mensais a ser cobrado pelo banco por tipo de ônibus e no total da compra

ANEXO III. PROVA DE LAPIS E PAPEL FORMATIVA Nº 2.

Uma fábrica de manufatura produz três tipos de brinquedos, por cada unidade do tipo I é consumido 6 quilograma de matéria prima, paga um imposto de R\$ 2,50 e obtém uma renda de R\$ 15,00; respectivamente o brinquedo tipo II, consome 4 quilograma, com um imposto de R\$ 1,50 e a renda R\$ 10,00 e por último o brinquedo tipo III, consome 3 quilograma, um imposto de R\$ 3,50 e a renda de R\$ 18,00. Uma pesquisa feita pela fábrica concluiu que a venda do brinquedo o tipo II é metade dos brinquedos do tipo I e tipo III juntos.

Determine a quantidade de unidades que deve-se produzir de cada tipo de brinquedo, se a fábrica para sua sobrevivência necessita ter uma renda de R\$ 2000.

Responda:

- a) Dados do problema.
- b) O objetivo do problema.
- c) Quais são as condições do problema.
- d) Expresse as variáveis que representam o problema com suas unidades de medidas.
- e) Construir o sistema de equações lineares.
- f) Explicar que significa cada equação do sistema de equações lineares expressando sua unidade de medida.
- g) Explicar que significa cada elemento e fazer uma análise das unidades de medidas.
- h) Solucionar o sistema de equações lineares.
- i) Faça um relatório relacionando a produção de unidades, impostos, consumo de matéria e renda. Explique sua resposta.
- j) Quando se tem menor consumo de matéria prima, de quanto será a produção e os impostos a pagar por cada tipo de brinquedo.



Revista AMazônica, LAPESAM/GMPEPPE/UFAM/CNPq/EDUA
ISSN 1983-3415 (versão impressa) - ISSN 2318-8774 (versão digital)



ANEXO IV. REPOSTA DO ESTUDANTE A PROVA DE LÁPIS FORMATIVA Nº2.

a) A fábrica produz três tipos de brinquedos, do tipo I é consumido 6 kg de matéria prima, imposto de R\$ 2,50 e rende R\$ 15,00; do tipo II consome 4 kg, imposto de R\$ 1,50 e rende R\$ 10,00; do tipo III consome 3 kg, imposto de 3,50 e rende de R\$ 18,00. A renda do brinquedo do tipo II é a metade dos brinquedos do tipo I e III juntos. Para a sobrevivência da fábrica, necessita-se ter uma renda de R\$ 2.000.

b) Determinar a quantidade de unidades que deve-se produzir de cada tipo de brinquedo.

c) O imposto pago pelo brinquedo do tipo I é de R\$ 2,50 e obtém-se R\$ 15,00 de renda vendendo um brinquedo. O imposto do tipo II é de R\$ 1,50 e sua renda R\$ 10,00. O imposto do tipo III é de R\$ 3,50 e a renda R\$ 18,00. Para a sobrevivência da fábrica necessita ter R\$ 2.000.

① $x =$ quantidade de unidades de brinquedos produzidos do tipo I.

$y =$ quantidade de unidades de brinquedos produzidos do tipo II.

$z =$ quantidade de unidades de brinquedos produzidos do tipo III.

$q =$ total em quilogramas consumido na fabricação

$i =$ total pago de imposto dos 3 tipos de brinquedos.

$$E \begin{cases} 6x + 4y + 3z = q \\ 2.5x + 1.5y + 3.5z = i \\ 15x + 10y + 18z = 2000 \\ y = \frac{x+z}{2} \end{cases}$$



Revista AMazônica, LAPESAM/GMPEPPE/UFAM/CNPq/EDUA
ISSN 1983-3415 (versão impressa) - ISSN 2318-8774 (versão digital)



- Ⓕ A equação " $6x + 4y + 3z = 9$ " expressa a quantidade consumida, em quilogramas, de matéria-prima, nos três tipos de brinquedos, mostra também o total consumido.
- A equação " $2,5x + 1,5y + 3,5z = i$ " expressa a quantidade paga, em reais, de impostos, para cada tipo de brinquedo, mostra também o total gasto (i) de impostos.
- A equação " $15x + 10y + 18z = 2000$ ", é a equação da renda, expressa a quantidade obtida, em reais, de renda para cada tipo de brinquedo.
- A equação " $y = (x + z)/2$ ", afirma que a venda de brinquedo do tipo II é a metade dos brinquedos do tipo I e III juntos.

Ⓖ → " $6x$ " = Quantidade de quilos consumidos de matéria-prima com o brinquedo tipo I.

$$\frac{6 \text{ Kg}}{\text{unidade}} \cdot x \text{ unidades} = \boxed{6 \cdot x \text{ Kg}}$$

→ " $1,5y$ " = Quantidade, em reais, pago de impostos do brinquedo tipo II

$$\frac{\text{R\$ } 2,5}{\text{unidade}} \cdot y \text{ unidades} = \boxed{\text{R\$ } 2,5 \cdot y}$$

→ " $18z$ " = Quantidade obtida, em reais, de renda com o brinquedo tipo III

$$\frac{\text{R\$ } 18}{\text{unidade}} \cdot z \text{ unidades} = \boxed{\text{R\$ } 18 \cdot z}$$

$$\textcircled{4} \quad \begin{aligned} x=8 & \quad / \quad y=44 & / \quad z=80 & \quad / \quad i=366 & \quad / \quad q=464 \\ x=54 & \quad / \quad y=47 & / \quad z=40 & \quad / \quad i=345.5 & \quad / \quad q=632 \\ \bullet \quad x=100 & \quad / \quad y=50 & / \quad z=0 & \quad / \quad i=325 & \quad / \quad q=800 \end{aligned}$$

⑤ Este é um sistema com infinitas soluções. Os valores de "x" variam de 8 a 100 unidades, os valores de "y" variam de 44 a 50 unidades, os valores de "z" variam de 0 a 80 unidades. Os valores de "i" variam de R\$ 325,00 a R\$ 366,00. A quantidade total de matéria-prima consumida varia de R\$ 464,00 a R\$ 800,00.

⑥ Utilizando os dados do menor consumo de matéria-prima, a produção de brinquedos do tipo I será de 8 unidades, os brinquedos do tipo II será de 44 unidades e os do tipo III será de 80 unidades. Os impostos a pagar dos brinquedos de tipo I será de R\$ 20,00, os do tipo II será de R\$ 66,00 e os do tipo III será de R\$ 280,00, representando um total de R\$ 366,00.

ANEXOS V. REPOSTA DO ESTUDANTE DA PROVA DE LÁPIS FINAL.

- x = quantidade em quilogramas da rapção do tipo I.
 y = quantidade em quilogramas da rapção do tipo II.
 z = quantidade em quilogramas da rapção do tipo III.
 v = quantidade total em gramas de vegetais.
 r = quantidade em reais da receita.

(A) A quantidade de quilogramas de x varia de 400 a 1080, de y varia de 0 a 1020, de z varia de 0 a 1700, a quantidade total de gramas de vegetais varia entre 312000 a 550000 e a renda total varia de R\$ 10100 a R\$ 12480.

(B) A quantidade de quilogramas com a crise de 12%, de x varia entre 259 a 1414, de y varia entre 2.7857 a 683.7857, de z varia entre 3.2142 a 1143.2142, a quantidade total de gramas de vegetais varia entre $2.7902 \cdot 10^5$ a $4.3862 \cdot 10^5$ e a renda total varia entre R\$ 9542.3571 a R\$ 1.1138.10⁴ reais.

(C) Antes da crise produzia-se de x uma variação de 400 a 1080 unidades depois da crise passou a variar de 259 a 1414 unidades, antes produzia-se de y uma variação de 0 a 1020, depois passou a variar de 2.785 a 683.785, antes produzia-se de z uma variação de 0 a 1700, depois passou a variar de 3.214 a 1143.214. Antes da crise produzia-se uma variação de 312000 a 550000 de gramas de vegetais, depois da crise passou a variar de $2.7902 \cdot 10^5$ a $4.3862 \cdot 10^5$ gramas e a renda total antes da crise variava de R\$ 10.100 a R\$ 12.480, depois da crise passou a variar de R\$ 9542.35 a R\$ 1.1138.10⁴ reais. Pode-se observar que há uma relativa diminuição, tanto na produção quanto na renda.

(D) Antes da crise obtinha-se um lucro que variava entre R\$ 2300 a R\$ 4400, depois da crise o lucro passou a variar de R\$ 1742,35 a R\$ 3338,35. Obtém-se uma diferença de 12%, devido à crise econômica.

Recebido em 01/11/2013. Aceito em 15/12/2013.

Contato:

- (1) Professor do departamento de matemática da UFRR, email: hector.mendoza@live.com
- (2) Professor do departamento de física da UERR, email: tintorer@bol.com.br