

VOREST: UN MODELO DE SIMULACIÓN BASADO EN DIAGRAMAS DE VORONOI

Begoña Abellanas Oar¹, Manuel Abellanas Oar², Arne Pommerening³ y Dolores Lodaes González²

¹ Dpto. Ingeniería Forestal. ETSIAM. Universidad de Córdoba. Edif. Leonardo da Vinci. Campus de Rabanales. Ctra. N-IV, km 396. 14071-CÓRDOBA (España). Correo electrónico: ir1aboab@uco.es

² Dpto. Matemática Aplicada. Facultad de Informática. Universidad Politécnica de Madrid. Campus de Montegancedo s/n. 28660-BOADILLA DEL MONTE (Madrid, España)

³ Experimental Silviculture and Biometrics. School of the Environment, Natural Resources and Geography. Bangor University. GWYNEDD, LL57 2UW (United Kingdom)

Resumen

Se presenta un Modelo de Simulación Forestal de Árbol Individual Espacialmente Explícito basado en los diagramas de Voronoi, e implementado mediante un programa informático. Los datos de partida son las coordenadas y el tamaño de cada árbol. El modelo incluye tres submodelos: Crecimiento, Competencia y Mortalidad. En cada iteración (un año) se simula el crecimiento de cada árbol en función de su tamaño y del área de la región de Voronoi con pesos asignada al mismo, la cual se hace depender de la relación de tamaños entre vecinos. La región de Voronoi con pesos representa la cantidad de recursos disponibles para el crecimiento del árbol e incorpora el efecto de la competencia de los vecinos. La mortalidad consta de una componente de mortalidad natural (debida a la competencia), en la que la muerte es precedida por un periodo de crecimiento deficiente del árbol y una componente inducida (claras) dirigida por criterios selvícolas (tipo de clara). Para el ajuste y la validación del modelo se han empleado los datos de parcelas permanentes de haya (*Fagus sylvatica*, L.) situadas en Aarburg, Suiza, establecidas en 1853. Los resultados de la validación preliminar mantienen los errores de estimación de los diámetros por debajo del 5% para una simulación a 15 años y por debajo del 15% en una simulación a 30 años.

Palabras clave: *Modelo de árbol individual dependiente de la distancia, Espacio vegetativo disponible, Dinámica de crecimiento en diámetro, Competencia, Mortalidad por competencia, Simulación claras*

INTRODUCCIÓN

La mayoría de los modelos de simulación forestal diseñados hasta hoy presentan el inconveniente de ser muy rígidos y difíciles de adaptar a especies o condiciones diferentes a las empleadas para su formulación, si se trata de modelos de corte empírico, o una alta complejidad de difícil aplicación práctica en los modelos mecanicistas o de procesos. Por ello, cada vez más se está

imponiendo el desarrollo de modelos híbridos que traten de aunar las ventajas de ambas aproximaciones y evitar sus principales inconvenientes (PRETZSCH, 2009). En este contexto, Vorest se presenta como una herramienta de modelización con una vocación híbrida. Se trata de un modelo de árbol individual dependiente de la distancia que se presenta inicialmente como un modelo mecanicista en el que se proponen funciones de crecimiento y mortalidad cuya parametrización

puede ser abordada de forma individual, recurriendo a datos existentes de masas similares a aquellas a las que se aplicará el modelo, o bien de forma genérica, incorporando variables ligadas a las características de la estación (índices de calidad de estación u otras que se muestren relevantes) que permitan obtener los parámetros en función de las condiciones de estación.

En este trabajo se presenta el modelo general así como un primer ejemplo de aplicación, mediante su parametrización (ajuste) y validación para un caso particular. No obstante, una de las mayores fortalezas del modelo es su gran versatilidad y su carácter de herramienta. Basado en unos principios básicos sencillos, Vorest puede ser empleado fácilmente para diferentes especies y tipos de masa. Vorest puede emplearse para su aplicación práctica en la gestión forestal, pero puede emplearse también como herramienta para la investigación, incorporando fácilmente otras funciones de crecimiento y mortalidad así como diferentes tipos de claras u otros tipos de perturbaciones ligados a fenómenos de mortalidad irregular de otra índole.

Una de las aportaciones teóricas del modelo Vorest radica en considerar la competencia mediante una combinación de los métodos ZOI (zona de influencia) en los que la competencia se hace depender de la zonas de influencia de los árboles según su tamaño y el solape entre éstas (STAEBLER, 1951; NEWNHAM, 1964; PRETZSCH, 1992, *in*: GADOW et al., 2001) o sus mejoras basadas en la Teoría de Campos Ecológicos (*Ecological Field Theory*) en las que la zona de influencia de cada árbol presenta una carga de competencia variable con la distancia al mismo (WU et al., 1985; ILLIAN et al., 2008; POMMERENING et al., 2011), y los métodos APA (Área Potencialmente Disponible) (BROWN, 1965; MOORE et al., 1973; RIPLEY, 1981), cuyo punto de mira está en el reparto del espacio disponible (APA) entre los árboles existentes (GARCÍA, 2008). Los modelos ZOI se basan fundamentalmente en las interacciones entre árboles vecinos, y los modelos APA en la ocupación del espacio por los árboles.

Vorest utiliza una aproximación que podríamos llamar AA (*Area Available*). Básicamente es un modelo de APA, pero con algunas características especiales: toma de la aproximación ZOI la

incorporación de una restricción mediante la definición de áreas máximas admisibles dependientes del tamaño de los árboles y emplea diagramas de Voronoi con pesos para la asignación de las áreas a los árboles. En los diagramas de Voronoi clásicos (sin pesos), cada punto del espacio se asignaría al árbol más cercano, utilizando distancias euclídeas normales. En Vorest el reparto del espacio entre los árboles se realiza de forma que a cada árbol se le asigna una función de distancia ponderada por el peso del árbol. Cada punto del espacio se asignará entonces al árbol más próximo según estas medidas de distancia individualizadas y cambiantes. Esta aproximación realiza una asignación más racional del espacio entre los árboles a la vez que permite la generación de huecos no ocupados allí donde no llegan las zonas de influencia de los árboles, permitiendo la simulación de huecos y rodales claros.

DESCRIPCIÓN DEL MODELO

Para la descripción del modelo se va a emplear el protocolo normalizado ODD (Overview, Design Concepts and Details) (GRIMM et al., 2006; 2010).

Propósito

El propósito del modelo es simular el desarrollo espacio-temporal de rodales forestales no estratificados y sin incorporaciones significativas en los que los principales motores de la dinámica son el crecimiento, la competencia y la muerte de los árboles. Es objeto del modelo simular estos procesos básicos de la dinámica y la interacción entre ellos así como sus efectos sobre la distribución espacial de los árboles.

Entidades, variables de estado y escalas

El modelo maneja dos niveles jerárquicos: el nivel inferior constituido por el árbol individual y el nivel superior por la parcela o rodal forestal. Como nivel jerárquico intermedio pueden considerarse los grupos de árboles que constituyen los vecinos de primer orden (inmediatos) de cada árbol.

Las entidades básicas que utiliza son los árboles individuales y las celdas espaciales, consideradas estas como las unidades básicas de espacio

vegetativo que contienen los recursos para el desarrollo de los árboles. Estas entidades básicas se caracterizan mediante los atributos y variables de estado que se especifican en la Tabla 1.

La resolución temporal es de un año (cada paso de la simulación equivale a un año), en correspondencia con el ritmo de crecimiento de los árboles en las zonas templadas. El horizonte temporal del modelo se sitúa entre una y varias décadas.

La resolución espacial es de un decímetro (unidades espaciales de un dm^2). La extensión espacial a simular será la correspondiente a parcelas o rodales forestales de entre 1.000 m^2 y 5 ha. Las coordenadas de los árboles intervienen en metros (con precisión de decímetros) y los diámetros normales de los árboles en centímetros (con precisión de milímetros).

Visión global y planificación temporal de los procesos

Vorest se compone de tres submodelos, que se corresponden con los tres procesos fundamentales que regulan la dinámica de los rodales considerados: Crecimiento, Competencia y Mortalidad.

Vorest considera dos tipos de mortalidad: la mortalidad natural (regular) resultado de procesos previos de decaimiento del árbol causados por factores internos del rodal, tales como la competencia o el envejecimiento, y la mortalidad inducida (irregular) provocada por intervenciones selvícolas (claras). El modelo permite simular diferentes tipos de claras pero la versión que se presenta considera únicamente claras por lo bajo, debido a la naturaleza de los datos que se han utilizado para su ajuste y validación inicial.

El crecimiento de los árboles interviene en el modelo a través del incremento en diámetro nor-

mal (DBH). El modelo relaciona este crecimiento con la expansión del árbol en términos de su capacidad de adquisición de espacio vegetativo.

La competencia entre los árboles es un proceso muy relevante en la regulación del desarrollo de rodales forestales en espesura. En estas circunstancias, el espacio vegetativo es compartido entre los árboles vecinos y, normalmente, la mayor parte de los árboles ocupan un espacio vegetativo inferior al que ocuparían si estuvieran aislados. Vorest emplea la relación entre el espacio vegetativo realmente disponible para cada árbol (AA) y aquel que podría ocupar si estuviera aislado (ZOI) para cuantificar la carga de competencia que está sufriendo el árbol. Esta carga de competencia producirá una reducción correspondiente en la capacidad de crecimiento del árbol en relación con la capacidad de crecimiento potencial que tendría si estuviera aislado. Vorest estima el espacio vegetativo disponible para cada árbol por el área de la región de Voronoi con pesos que corresponda a dicho árbol, haciendo depender los pesos de los tamaños relativos de los árboles vecinos. Paralelamente se estima el espacio vegetativo potencial (ZOI) de cada árbol en función de su tamaño (DBH), utilizando modelos alométricos existentes en la literatura (o contruidos específicamente) para árboles aislados de la misma especie, que permitan estimar el radio de la copa del árbol aislado en función de su diámetro (KRAJECECK *et al.*, 1961; HASENAUER, 1997; EK, 1974; BELLA, 1967; FARR *et al.*, 1989; LEECH, 1984; SMITH *et al.*, 1992; PAINE *et al.*, 1982). El cociente entre el espacio vegetativo disponible (AA) y el potencial (ZOI) se utiliza como estimador de la capacidad de crecimiento relativa

ENTIDADES	ATRIBUTOS	VARIABLES DE ESTADO
Árboles individuales	- Coordenadas (X,Y) - Número de identificación - Especie - Parámetros específicos de la especie (crecimiento; Radio; mortalidad)	- Tamaño (DBH) - Espacio vegetativo ocupado (Área) - Zona de influencia (Radio) - Estado (Vivo o muerto)
Celdas espaciales*	- Coordenadas (x,y) - [características ambientales locales]	- Número(s) de identificación del(los) árbol(es) que la ocupa(n) - [peso de cada árbol]

Tabla 1. Entidades, Atributos y Variables de estado del modelo. (los atributos y variables entre corchetes [] no se han implementado en la versión actual). *Unidades de espacio vegetativo

del árbol, es decir, como un estimador inverso de su carga de competencia.

En la Figura 1 se presenta el diagrama de flujo de Vorest en el que se indica el orden de ejecución de los procesos en cada paso de la simulación, y las interrelaciones entre ellos.

En cada paso de la simulación se ejecutan los siguientes procesos en este orden:

- 1.- Actualización síncrona del tamaño (DBH) de todos los árboles de acuerdo con la función de crecimiento definida.
- 2.- Identificación de los vecinos de cada árbol y actualización de los pesos de cada árbol.
- 3.- Cálculo del área de influencia máxima (ZOI) de cada árbol de acuerdo con su tamaño.
- 4.- Simulación síncrona de la mortalidad natural (supresión) y de la inducida (claras).
- 5.- Cálculo de las áreas disponibles (AA) para cada árbol (espacio vegetativo disponible).

Conceptos de diseño

Principios básicos

Los principios básicos en los que se sustenta el modelo pueden resumirse en los siguientes: El crecimiento de los árboles dentro del rodal se calcula aplicando un coeficiente reductor a su crecimiento potencial, para incorporar el efecto de la competencia (NEWNHAM, 1964; BOTKIN, 1972; POMMERENING et al., 2011). El crecimiento poten-

cial (árbol aislado) se estima por el crecimiento de los árboles dominantes del rodal (PRETZSCH et al., 2002; POMMERENING et al., 2011).

La competencia se simula a través de la reducción del espacio vegetativo disponible (AA) respecto al potencial (ZOI), por la presencia de los vecinos. El área potencial (ZOI) se identifica con la proyección de la copa de un árbol aislado del mismo diámetro normal (DBH).

La mortalidad natural (por supresión) sobreviene después de un período de crecimiento reducido o nulo.

Emergencia

El modelo simula el crecimiento de los árboles y su tamaño resultante, su supervivencia o mortalidad y el espacio que ocupan. Como características emergentes se obtienen algunas de gran relevancia para el manejo forestal como la distribución espacial de los árboles en el rodal, la distribución diamétrica de la población de árboles, la dinámica de autoaclareo de la masa o la respuesta a los tratamientos selvícolas (claras).

Adaptación

El modelo simula la adaptación de los árboles a las variaciones de la disponibilidad de espacio vegetativo en su entorno. La mortalidad de los árboles libera espacio vegetativo que puede ser ocupado por los vecinos y esto provoca un aumento de su capacidad de crecimiento.

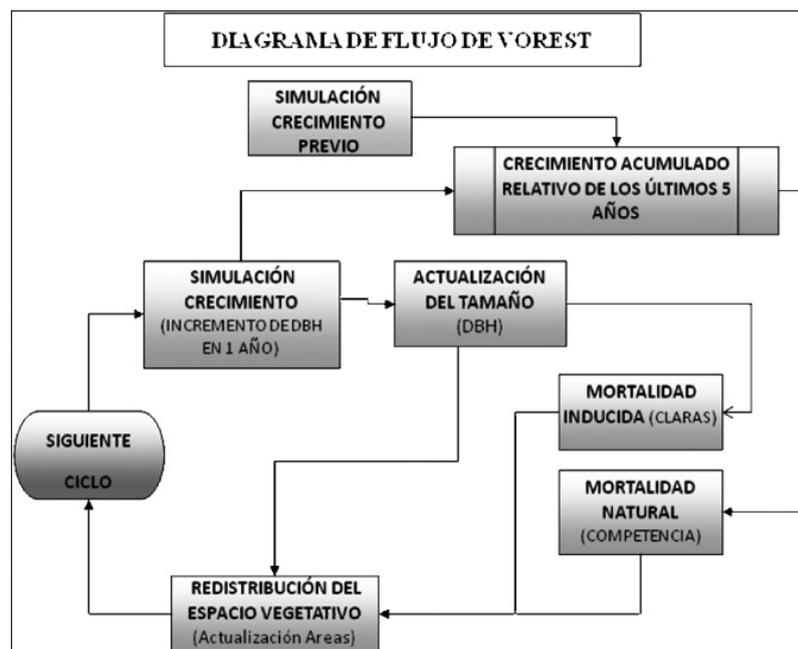


Figura 1. Diagrama de flujo del modelo

Objeto de la adaptación

La adaptación mencionada permite el trasvase de espacio vegetativo de unos árboles a otros y, de esta forma, se consigue la supervivencia del rodal a través de la supervivencia de algunos de sus árboles. La supervivencia de los árboles requiere su crecimiento continuo y esto el aumento permanente del espacio vegetativo que ocupan.

Percepción

El modelo funciona de forma que los árboles “perciben” las siguientes variables de estado: la posición y el tamaño propios (incluido el radio de su zona de influencia máxima); la posición y el tamaño de sus vecinos; el tamaño medio de los árboles de la parcela; el área propia (espacio vegetativo ocupado) y los parámetros específicos de las funciones.

Interacción

La principal interacción entre los árboles es la competencia por los recursos (espacio vegetativo). El reparto del espacio vegetativo se hace de forma ponderada, ligando los recursos al espacio físico, y repartiendo este entre los árboles vecinos mediante diagramas de Voronoi con pesos, restringidos por las zonas de influencia máximas de los árboles (ZOI) de acuerdo con su tamaño. El área asignada a un árbol puede aumentar o disminuir a lo largo de la simulación, haciendo variar de forma consecuente su capacidad de crecimiento.

Aleatoriedad

Solo los procesos de mortalidad son parcialmente estocásticos. La mortalidad natural porque el decaimiento previo que se presenta como causante de la misma, puede no ser definitivo en todos los casos. En la mortalidad inducida (claras) el componente aleatorio permite incorporar factores no incluidos en el modelo y que suelen formar parte de los criterios de selección de los árboles a cortar además del tamaño de los árboles como puede ser la distribución de los árboles en el rodal u otros.

Observación

Al final de cada iteración del modelo, éste proporciona las siguientes variables que permiten su evaluación y análisis en cualquier momento: las variables de estado de cada árbol (Diámetro normal, Estado -vivo o muerto-, Espacio vegetativo ocupado -área-, Zona de

influencia máxima -radio-) y el Crecimiento relativo de los últimos cinco años (pd_5).

Inicialización

Los datos de partida para la inicialización son aportados en un fichero con formato texto (*data.txt*). El fichero aporta las coordenadas, la especie, y el diámetro normal (DBH) de los árboles. Dado que la simulación de la mortalidad natural se basa en el crecimiento de los años anteriores, existe un problema de *efecto borde temporal* que el modelo puede resolver de dos formas diferentes: si se dispone de datos previos (DBH de un período anterior al de inicio), se incorporan al archivo “data” junto con la amplitud del período al que corresponden. Si no se dispone de datos anteriores, estos datos se dejarán en blanco y el programa simulará los valores previos. En las primeras filas del archivo “data” se incluyen también la edad de inicio de la masa y los parámetros que utilizan las funciones de crecimiento, mortalidad y alométricas. Estos datos se incorporan a todas las repeticiones de la simulación. La longitud del período de simulación y el número de repeticiones es opcional y se introduce en la ejecución.

Datos externos

Vorest no utiliza, en su versión actual, variables externas que representen condiciones ambientales variables con el tiempo.

Submodelos

Submodelo de crecimiento

El crecimiento se simula según el modelo de crecimiento potencial modificado por la competencia (NEWNHAM, 1964; BOTKIN et al., 1972; POMMERENING et al., 2011). El incremento potencial del diámetro se calcula en cada paso en función del diámetro del árbol equiparándose al de un árbol aislado, utilizando la primera derivada de la función de Chapman-Richards (PRETZSCH, 2002; POMMERENING et al., 2011):

$$id_{i,t}^{pot} = A \cdot (1 - \exp(-k \cdot DBH_{i,t}))^{(p-1)} \cdot k \cdot p \cdot \exp(-k \cdot DBH_{i,t}) \quad [1]$$

Donde, $id_{i,t}^{pot}$ es el incremento potencial en diámetro del árbol i en el momento t ; $DBH_{i,t}$ es el diámetro normal del árbol i en el momento t y A, k, p son los parámetros de la función.

El crecimiento real se simula como una fracción de este crecimiento potencial en función de la carga de competencia a la que esté sometido el árbol.

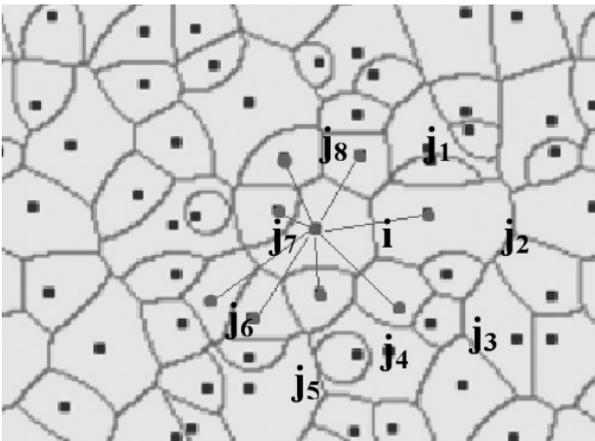
Submodelo de competencia

La competencia se relaciona con la magnitud de la reducción del espacio vegetativo que sufre el árbol que vive en espesura en relación al que podría ocupar un árbol aislado de su mismo tamaño en diámetro normal (DBH).

El espacio vegetativo que ocuparía el árbol aislado (ZOI) se asimila al área de proyección de su copa. Vorest incorpora funciones para el cálculo del Radio de dicha área en función del DBH para varias especies obtenidas de la literatura (HASENAUER, 1997).

El espacio vegetativo efectivamente ocupado por cada árbol se simula mediante la región de Voronoi con pesos que le corresponda (Área), limitada por la zona de influencia máxima (ZOI) del árbol según su tamaño (Radio). Los pesos se hacen depender de los tamaños relativos de los vecinos.

$$W_{i,t} = DBH_{i,t} \cdot \left[a \cdot \frac{n_{i,t}}{\sum_{j=1}^{n_{i,t}} DBH_{j,t}} + b \cdot \frac{N_t}{\sum_{j=1}^{N_t} DBH_{j,t}} \right] \quad [2]$$



El peso $W_{i,t}$ de un árbol i en el momento t [2], se construye con una componente local, dependiente del tamaño relativo del árbol i ($DBH_{i,t}$) respecto a sus vecinos j ($DBH_{j,t}$), y una componente global dependiente del tamaño relativo del árbol i respecto a los árboles del rodal. Siendo en [2]: $n_{i,t}$ el número de vecinos de i en el momento t ; N_t el número de árboles vivos del

rodal en el momento t ; y siendo los pesos de ambas componentes: $a+b=1$, $a \gg b$.

La función de distancia de cada árbol para generar el diagrama de Voronoi con pesos se hace igual a la distancia euclídea dividida por el peso ($W_{i,t}$) asignado al árbol según la función [2].

La carga de competencia que sufre cada árbol i en cada momento t se incorpora al modelo considerando su inversa (el área relativa):

$$RelArea = \frac{Area_{i,t}}{\pi R_{i,t}^2} \quad [3]$$

Siendo, $Area_{i,t}$ el área de la región de Voronoi con pesos del árbol i en el momento t .

$R_{i,t}$, el radio de su ZOI (copa del árbol aislado) en dicho momento t .

El crecimiento del árbol se reduce con respecto al potencial en relación inversa al área relativa. La función de crecimiento que utiliza Vorest tiene la siguiente forma:

$$id_{i,t} = id_{i,t}^{pot} \cdot (1 - v \cdot (1 - RelArea_{i,t})) \quad [4]$$

Siendo: $id_{i,t}$ el incremento en diámetro d del árbol i en el periodo t .

v , un parámetro específico local.

Submodelo de mortalidad

- *Componente 1: Mortalidad natural por supresión*

La mortalidad regular es consecuencia de un período de crecimiento escaso o nulo del árbol. Vorest hace depender esta mortalidad del incremento relativo en diámetro de los cinco años anteriores (BERGER et al., 2004; POMMERENING et al., 2011):

$$pd_{i,t}^5 = \frac{DBH_{i,t} - DBH_{i,t-5}}{DBH_{i,t}} \quad [5]$$

$pd_{i,t}^5$ es el incremento relativo en diámetro del árbol i durante los 5 años anteriores al año t .

$DBH_{i,t}$ es el diámetro normal del árbol i el año t .

$DBH_{i,t-5}$ es el diámetro normal del árbol i el año $t-5$.

La probabilidad de muerte del árbol i el año t se simula mediante la función [6], cuyos parámetros, α y β , se ajustan a cada caso particular.

$$P_{natmort_{i,t}} = 1 / (1 + \exp(\alpha + \beta \cdot pd_{i,t}^5)) \quad [6]$$

$P_{natmort_{i,t}}$ es la probabilidad de que el árbol i muera el año t .

El efecto borde temporal que genera el hecho de hacer depender esta mortalidad de los crecimientos de años anteriores (si no se dispone de mediciones previas de los diámetros) es resuelta por Vorest realizando una estimación del crecimiento de los árboles en los 5 años anteriores utilizando la función de crecimiento propuesta por Wenk (WENK, 1994; MURPHY & POMMERENING, 2010). La función de Wenk se ajusta a cada árbol utilizando el resultado de una primera iteración preliminar de Vorest para el cálculo del coeficiente de crecimiento c_1 . Con estas funciones individualizadas se estiman los crecimientos de los árboles los 5 años anteriores al inicio de la simulación real aplicando la función de Wenk hacia atrás en el tiempo. En las 5 primeras iteraciones válidas de Vorest se combinan estos valores estimados previos con los obtenidos por Vorest para computar los valores de $pd_{i,t}^5$.

- *Componente 2: Mortalidad inducida (claras)*

Inicialmente se ha incorporado la simulación de claras por lo bajo con una periodicidad de intervención anual.

La probabilidad de muerte de un árbol i en un momento t , en este caso se calcula según la función [7], cuyos parámetros γ y δ se ajustan a cada caso particular.

$$P_{hummort_{i,t}} = 1 / (1 + \exp(\gamma + \delta \cdot \frac{DBH_{i,t}}{DBH_{g,t}})) \quad [7]$$

$P_{hummort_{i,t}}$ es la probabilidad de que el árbol i sea cortado el año t .

$DBH_{g,t}$ es el diámetro medio cuadrático de los árboles del rodal el año t .

Un árbol i morirá el año t (por cualquiera de las dos causas contempladas) si $P_{natmort_{i,t}}$ y/o $P_{hummort_{i,t}}$ son mayores que un número aleatorio uniformemente distribuido en $[0,1]$.

RESULTADOS

Ajuste

Se ha realizado un ajuste preliminar del modelo utilizando las series temporales de un dispositivo experimental de parcelas en la localidad Suiza de Aarburg. Se trata de parcelas de haya (*Fagus sylvatica* L.) pertenecientes a una masa pura regular establecida en 1853. Para el

ajuste del modelo se ha empleado la parcela Aarburg24 con una superficie de 2.500 m². Aunque la parcela se ha inventariado desde 1890, los datos que han resultado válidos para el ajuste del modelo son los correspondientes al período 1941-1978. El número de pies de la parcela era de 143 en 1941 y de 96 en 1978.

A partir de los valores de diámetro normal (DBH) de los inventarios (1941, 1946, 1954, 1963, 1969 y 1978) se han obtenido, por interpolación, los valores de incrementos anuales para los mismos años. Estos valores se emplearon para ajustar las funciones de crecimiento potencial [1] y crecimiento real [4] en función de los DBH.

La función de crecimiento potencial [1] se ajustó mediante regresión no lineal utilizando el paquete *quantreg* del programa estadístico R, que permite ajustar una función a un cuantil especificado de una nube de puntos. En nuestro caso se ajustó al percentil 95 de los valores disponibles en todo el rango de DBH existentes para el conjunto de datos. De esta forma se estimaron los parámetros A , k y p de [1] (ver Tabla 2).

Para ajustar el modelo de crecimiento final [4] se ejecutó una iteración auxiliar de Vorest con el único fin de calcular las áreas y los radios iniciales de los árboles, pero sin simular crecimientos. Con estos valores iniciales se ajustó el modelo de crecimiento, estimando el parámetro v mediante regresión no lineal por mínimos cuadrados con el programa R.

El ajuste de las funciones de mortalidad se hizo también con R, utilizando el modelo lineal generalizado y la regresión de Poisson. En la Tabla 2 se recogen los valores obtenidos para todos los parámetros. En la Figura 2 se presentan las salidas gráficas de la simulación junto con la situación de partida de la parcela (salida de la iteración 1, sin crecimiento) y la situación real final. La gráfica presenta la localización de los árboles vivos y muertos así como las áreas asignadas en cada momento a cada árbol (diagrama de Voronoi con pesos).

Validación

Con los parámetros obtenidos se ha realizado una primera validación del modelo utilizando otra de las parcelas del mismo dispositivo experimental: Aarburg22, también con una superficie de 2.500 m² y para el período 1941 (167 pies) a 1969 (88 pies). Se han realizado 100 repeticiones

SUBMODELO	FUNCIÓN	PARÁMETRO	VALOR
Crecimiento	Incremento Potencial DBH (id^{pot})	A	78,9401
		k	0,03602
		p	5,21768
	Incremento DBH (id)	v	0,73695
Competencia	Área potencial (<i>Radio</i>)	a ⁽¹⁾	0,2662
		b ⁽¹⁾	0,6072
Mortalidad	Mortalidad Natural ($P_{natmort}$)	α	-2,901048
		β	-3,212611
	Mortalidad Inducida (claras) ($P_{hummort}$)	γ	0,999278
		δ	-6,958215

Tabla 2. Parámetros de las funciones del modelo ajustadas para *Fagus sylvatica* en Aarburg (Suiza). (Parcela Aarburg24). (1) HASENAUER (1997)

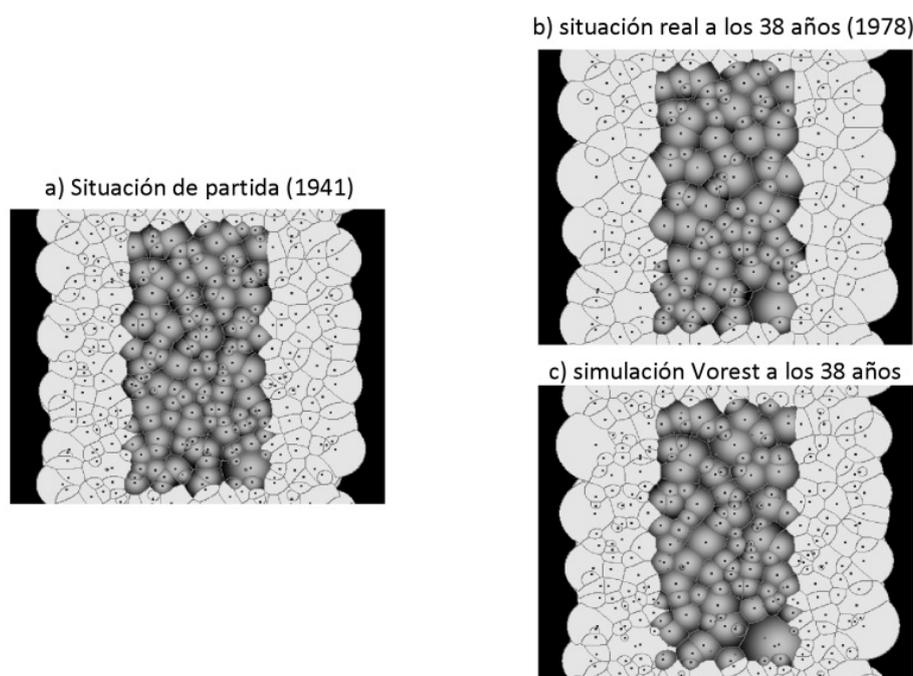


Figura 2. Salida gráfica de Vorest. Parcela Aarburg24. Período simulado: 1941 a 1978. En c) los puntos azules son los árboles vivos y los rojos los árboles muertos

de la simulación con los mismos datos de partida (1941) para cada uno de los intervalos simulados. El DBH estimado de cada árbol es la media aritmética de las 100 repeticiones. La mortalidad se ha evaluado a través del número de supervivientes y la distribución de esta variable en las 100 repeticiones así como de su valor medio, y su comparación con el número real de supervivientes a lo largo del período considerado.

En la Figura 3 se presentan los valores estimados y observados de los DBH en los años de

referencia. A pesar de una cierta tendencia a la subestimación del crecimiento diametral a partir de los 20 años, los errores medios, recogidos en la tabla 3, se mantienen en el entorno del 15% para el período simulado más largo (28 años).

La simulación de la mortalidad ha resultado algo errática entre los diferentes años (Fig. 4), con una cierta alternancia entre valores ajustados y desviados, lo que podría deberse a la simulación de las claras en términos anuales, lo que deberá ser revisado.

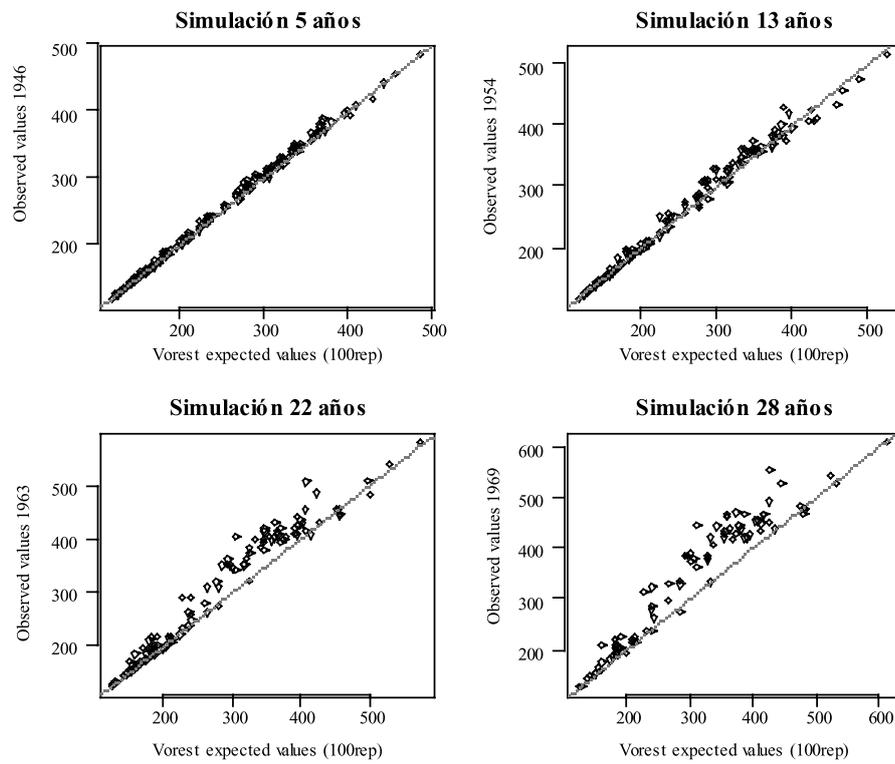


Figura 3. Validación: Simulación parcela Aarburg22. valores DBH observados vs. Simulados para los intervalos correspondientes a las fechas de los inventarios disponibles

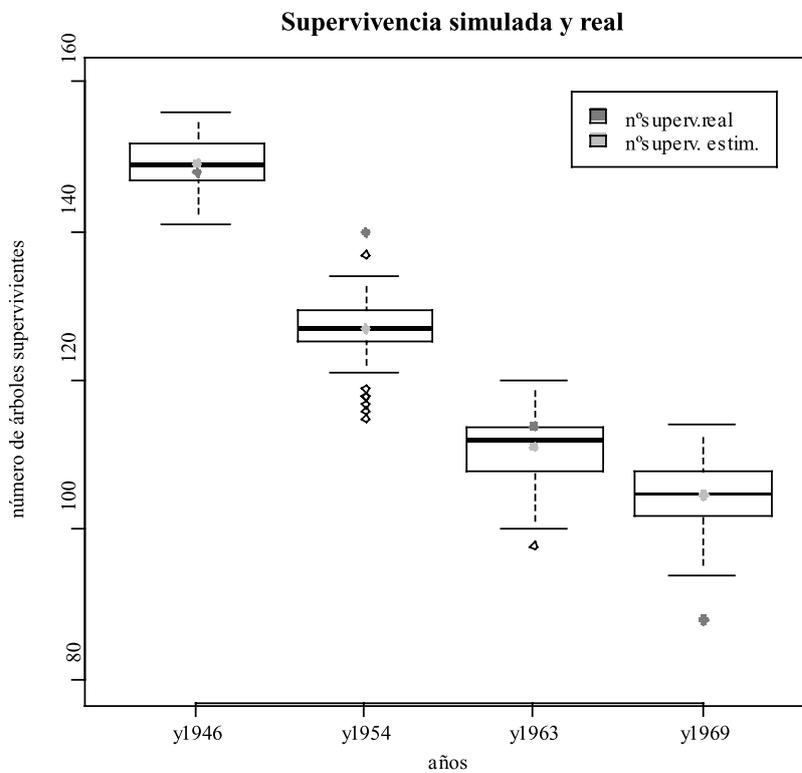


Figura 4. Validación. Mortalidad. Parcela Aarburg22. Los diagramas de cajas representan el número de supervivientes obtenido en las 100 repeticiones para cada año simulado

Año	RMSE (mm)	RMSE (%)
1946 (5 años)	5,80	2,3
1954 (13 años)	11,81	4,5
1963 (22 años)	33,12	11,1
1969 (28 años)	52,96	15,5

Tabla 3. Validación: Errores medios cuadráticos de los DBH en los períodos simulados con Vorest (Aarburg22)

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Vorest, en su primera aplicación, ha permitido obtener unos resultados satisfactorios en la simulación de la dinámica de crecimiento y mortalidad de los rodales ensayados, con unos errores bastante aceptables en la simulación del crecimiento a corto y medio plazo (ver Tabla 3 y Figura 3). La mejora del ajuste temporal de las intervenciones selvícolas (claras) a la cadencia realmente ejecutada, permitirá mejorar la simulación de la mortalidad y, en consecuencia, también los resultados en la estimación de los crecimientos de los árboles supervivientes. La gran ventaja de los modelos dependientes de la distancia, como Vorest, es su gran versatilidad, constituyendo una herramienta insustituible para simular nuevas alternativas selvícolas y sus resultados, no sólo en términos de existencias o distribuciones diamétricas sino en cuanto a su estructura espacial. Esto puede ser de gran interés para el manejo de habitats o la gestión de masas en transformación hacia formas principales más complejas (PRETZSCH, 2009).

Agradecimientos

A Andreas Zingg del Swiss Federal Institute for Forest, Snow and Landscape Research por ceder los datos del dispositivo experimental de Aarburg, que se han utilizado para el ajuste, la evaluación y la validación del modelo.

BIBLIOGRAFÍA

BELLA, I.E.; 1967. Crown width/diameter relationships of open-growing jack pine on four site types in Manitoba, Canada. *Dep. For. Rural Development Res. Notes* 23(1): 5-6
 BERGER, U.; HILDENBRANDT, H. & GRIMM, V.; 2004. Age-related decline in forest produc-

tion: modelling the effects of growth limitation, neighbourhood competition and self-thinning. *J. Ecol.* 92: 846-853.

- BOTKIN, D.B.; JANAK, J.F. & WALLIS, J.R.; 1972. Some ecological consequences of a computer model of forest growth. *J. Ecol.* 60: 849-872
 BROWN, G.S.; 1965. Point density in stems per acre. *New Zealand Forest Research Note* 38: 1-12
 EK, A.R.; 1974. Dimensional relationships of forest and open-grown trees in Wisconsin. *Univ. Wisconsin For. Res. Notes* 181: 1-7.
 FARR, W.A.; DEMARS, D.J. & DEALY, J.E.; 1989. Height and crown width related to diameter for open-grown western hemlock and Sitka spruce. *Can. J. For. Res.* 19: 1203-1207.
 GADOW, K.V.; REAL, P. Y ÁLVAREZ, J.G. (eds.) 2001. *Modelización del crecimiento y la evolución de bosques*. IUFRO World Series Vol.12. Vienna.
 GARCÍA, O.; 2008. <http://web.unbc.ca/~garcia36/FSTY405/spatial08a.pdf>
 GRIMM, V.; BERGER, U.; BASTIANSEN, F.; ELIASSEN, S.; GINOT, V.; GISKE, J.; GOSSCUSTARD, J.; GRAND, T.; HEINZ, S.K.; HUSE, G.; HUTH A.; JEPSEN, J.U.; JØRGENSEN, C.; MOOIJ, W.M.; MÜLLER, B.; PE'ER, G.; PLOU, C.; RAILSBACK, S.F.; ROBBINS, A.M.; ROBBINS, M.M.; ROSSMANITH, E.; RÜGER, N.; STRAND, E.; SOUISSI, S.; STILLMAN, R.A.; VABØ, R.; VISSER, U. & DEANGELIS, D.L. 2006. A standard protocol for describing individual-based and agent-based models. *Ecol. Model.* 198: 115-126.
 GRIMM, V.; BERGER, U.; DEANGELIS, D.L.; POLHILL, J.G.; GISKE, J. & RAILSBACK, S.F.; 2010. The ODD protocol: A review and first update. *Ecol. Model.* 221: 2760-2768.
 HASENAUER, H.; 1997. Dimensional relationships of open-grown trees in Austria. *Forest Ecol. Manage.* 96:197-206.
 ILLIAN, J.; PENTTINEN, A.; STOYAN, H. & STOYAN, D.; 2008. *Statistical analysis and*

- modelling of spatial point patterns*. John Wiley and Sons. Chichester.
- KRAJICECK, J.E.; BRINKMAN, K.A. & GINGRICH, S.F.; 1961. Crown competition- a measure of density. *For. Sci.* 7: 35-42.
- LEECH, J.W.; 1984. Estimating crown width from diameter at breast height for open-grown radiate pine trees in south Australia. *Aust. For. Res.* 14: 333-337.
- MOORE, J.A.; BUDELSKY, C.A. & SCHLESINGER, R.; 1973. A new index representing individual tree competitive status. *Can. J. For. Res.* 3: 495-500.
- MURPHY, S.T. & POMMERENING, A.; 2010. Modelling the growth of Sitka spruce (*Picea sitchensis* (Bong.) Carr.) in Wales using Wenk's model approach. *Allg. Forst. J. Ztg.* 181(1/2): 35-43.
- NEUNHAM, R.M.; 1964. *The development of a stand model for Douglas-fir*. PhD Thesis. Univ. British Columbia. Vancouver.
- PAINE, D.P. & HANN, D.W.; 1982. Maximum crown-width equations for southwestern Oregon tree species. *School of Forestry Oregon State Univ. For. Res. Paper* 46: 1-20.
- POMMERENING, A.; LEMAY, V. & STOYAN, D.; 2011. Model-based analysis of the influence of ecological processes on forest point pattern formation- A case study. *Ecol. Model.* 222: 666-678.
- PRETZSCH, H.; BIBER, P. & DURSKÝ, J.; 2002. The single tree-based stand simulator SILVA: construction, application and evaluation. *Forest Ecol. Manage.* 162(1): 3-21.
- PRETZSCH, H.; 2009. *Forest dynamics, growth and yield*. From measurement to model. Springer-Verlag. Berlin.
- RIPLEY, B.D.; 1981. *Spatial Statistics*. Wiley & Sons. New York.
- SMITH, W.R.; FARRAR, R.M.; MURPHY, R.A.; YEISER, J.L.; MELDAHL, R.S. & KUSH, J.S.; 1992. Crown and basal area relationships of open-grown southern pines for modeling competition and growth. *Can. J. For. Res.* 22: 341-347.
- STAEBLER, G.R.; 1951. *Growth and spacing in an even-aged stand of Douglas-fir*. Master Thesis. Univ. Michigan. Chicago.
- WENK, G.; 1994. A yield prediction model for pure and mixed stands. *Forest Ecol. Manage.* 69: 259-268.
- WU, H.; SHARPE, P.; WALKER, J. & PENRIDGE, L.; 1985. Ecological Field Theory: a spatial analysis of resource interference among plants. *Ecol. Model.* 29: 215-243.