

La relación del comportamiento del profesor con el avance cognitivo de los estudiantes al introducir un software educativo en el aula

The relationship between teacher behavior and students' cognitive progress when educational software is introduced into the classroom

Simón Mochón

RESUMEN

En la primera parte de este artículo se describe brevemente un estudio con el objetivo de indagar los beneficios de introducir en las aulas de educación primaria una computadora, un proyector y un paquete de cómputo diseñado con principios didácticos bien fundamentados. Sin embargo, el propósito principal aquí es mostrar el efecto que tuvo el tipo de comportamiento del profesor sobre el avance cognitivo de sus estudiantes dentro de esta situación de enseñanza. Los resultados revelaron la fuerte influencia de los modos de instrucción y de interacción del profesor, a los cuales señala como factores críticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de cualquier modelo pedagógico. Por otro lado, el comportamiento del profesor es en gran medida un reflejo de su "Conocimiento Matemático para la Enseñanza" (una amalgama de contenido y pedagogía) y cómo lo lleva al aula. De manera que este último es el aspecto esencial que hay que atender, si se desean avances significativos en la educación.

PALABRAS CLAVE

- *Interacción*
- *Profesor*
- *Conocimiento*
- *Matemáticas*

ABSTRACT

In the first part of this article, we briefly describe a study which had the objective of finding out the benefits of introducing in the classrooms of elementary education, a computer, a projector and computational software designed with well founded didactical principles. However, our main purpose here is to show the effect that the type of the teacher's behavior has on the cognitive development of his students within this teaching situation. The results revealed the strong influence of the teacher's instruction and interaction

KEY WORDS

- *Interaction*
- *Teacher*
- *Knowledge*
- *Mathematics*



modes, and point to this as a critical factor in the teaching and learning process of any pedagogical model. However, teacher's behavior is, in large measure, a reflection of his content and pedagogical knowledge, but especially of a knowledge that intertwines both, called Mathematical Knowledge for Teaching. Thus, we have to focus constantly on this more essential aspect, if we hope for significant advances in education.

RESUMO

A primeira parte desse artigo descreve brevemente um estudo cujo objetivo foi de descobrir os benefícios da introdução em aulas de educação primária, de um computador, um aparelho de projeção e um software desenvolvido a partir de princípios didáticos bem fundamentados. No entanto, o propósito principal aqui é mostrar o efeito do tipo de comportamento do professor sobre o desenvolvimento cognitivo de seus estudantes dentro dessa situação de ensino. Os resultados revelam a forte influência que os modos de instrução e de interação do professor exercem, e apontam para isso como um fator crítico no processo de ensino e aprendizado de qualquer modelo pedagógico. O tipo de comportamento do professor é, em grande parte, um reflexo de seu conhecimento tanto de conteúdo como de pedagogia, mas especialmente de uma sabedoria que entrelaça ambos, chamada de Conhecimento Matemático para o Ensino. Conseqüentemente, este é o aspecto mais importante e o qual merece atenção constante se desejamos avanços significativos na área de educação.

RÉSUMÉ

La première partie de cet article est constituée par une brève étude visant à exposer les avantages qui voient le jour à partir du moment où sont utilisés, dans la salle de cours d'une école primaire, un ordinateur, un projecteur et un logiciel informatique conçu à partir de principes didactiques clairement fondés. Mais le thème principal de cet article aborde néanmoins essentiellement les rapports entre le type de comportement adopté par le professeur et les avancées cognitives de ses élèves dans la salle de cours lorsqu'il évolue dans une telle conjoncture pédagogique. Les résultats révèlent que les modes d'instruction et d'interaction de l'enseignant exercent une forte influence. Cette étude les identifie d'ailleurs comme des facteurs critiques dans le processus d'enseignement-apprentissage pour tout type de modèle pédagogique. D'autre part, le comportement de l'enseignant reflète, dans

PALAVRAS CHAVE

- *Interação*
- *Professor*
- *Conhecimento*
- *Matemática*

MOTS CLÉS

- *Interaction*
- *Enseignant*
- *Connaissances*
- *Mathématiques*

une grande mesure, ses « Connaissances en Mathématiques à des fins Pédagogiques » (un amalgame entre contenu et pédagogie) et la forme dont ils utilisent ces dernières en cours. Aussi peut-on affirmer finalement que les connaissances de l'enseignant constituent l'aspect essentiel qu'il faut prioritairement prendre en compte si l'on souhaite que l'éducation progresse de manière significative.

1 Introducción y marco teórico

Desde una perspectiva amplia esta investigación está dirigida al estudio de profesores de matemáticas y su práctica docente. En este campo se pueden indagar varios aspectos del profesor entre los cuales se encuentran su conocimiento de contenido y pedagógico, sus concepciones y creencias y cómo todos estos aspectos influyen en su comportamiento en el aula. Las investigaciones sobre cada una de estas líneas han sido extensas. A continuación describiremos brevemente lo más relevante para nuestro estudio.

Con respecto al conocimiento profesional del profesor y su relación con su práctica, es importante precisar primero que éste no se limita a un conocimiento del contenido y técnicas pedagógicas por separado. Shulman (1986) ha identificado un conocimiento aún más significativo para la enseñanza al cual llama "Conocimiento Pedagógico del Contenido", describiéndolo como una amalgama de contenido y pedagogía necesaria en las actividades propias de un profesor. Dentro de las matemáticas, investigadores como Ball (2000) y Hill y Ball (2004) retoman esta idea y a este conocimiento matemático pedagógico entrelazado lo denominan "Conocimiento Matemático para la Enseñanza", el cual se centra en el conocimiento matemático especializado necesario en las actividades de instrucción e interacción del profesor con los alumnos. Otro de nuestros estudios (Mochón, 2008) ha revelado que este conocimiento matemático para la enseñanza del profesor es un factor crítico para un uso efectivo de herramientas computacionales en el salón de clase. Ponte y Chapman (2008) dan un panorama de los estudios de investigación relacionados con el conocimiento matemático del profesor, su conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas, el desarrollo de estos conocimientos y su identidad profesional. Los autores se centran en estudios de profesores en formación, pero muchas de las ideas vertidas son aplicables en general.

Por otro lado, se ha observado una estrecha relación entre la práctica docente del profesor y, sus creencias y concepciones sobre la materia y el proceso de enseñanza-aprendizaje. Thompson (1984) mostró una correlación entre las formas de instrucción de profesores y sus ideas sobre las matemáticas.

También reporta las consistencias en algunos profesores y las inconsistencias en otros, con respecto a sus creencias sobre cómo se deben enseñar las matemáticas y el desempeño de su propia práctica, lo cual muestra que este campo de investigación es inherentemente complejo. Parte de estas discrepancias se deben a otros factores como el contexto social en el que se da la enseñanza. Ernest (1989), sugiere que las creencias, especialmente sobre las matemáticas y su enseñanza, son los principales reguladores del comportamiento del profesor de matemáticas en el aula. La estructura de las creencias matemáticas interviene en su enseñanza y viceversa. Él plantea además que tres elementos claves influyen en la práctica de la enseñanza de las matemáticas: i) los contenidos mentales del profesor y en especial, su sistema de creencias; ii) el contexto social de la situación pedagógica, particularmente las limitaciones y oportunidades que provee; y iii) el nivel de los procesos de pensamiento y reflexión del profesor. En una revisión de investigaciones realizadas sobre profesores, Hoyles (1992) menciona algunas de las inconsistencias encontradas en la literatura entre las creencias de profesor y su práctica. Ella formula la idea que estas discrepancias emergen más claramente a la luz cuando los profesores trabajan con materiales innovadores, en particular con *software* educativo, debido a que induce al profesor a reflexionar sobre sus propias inconsistencias. Ponte y Chapman (2006) reseñan artículos que se centran en el conocimiento matemático del profesor, su conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas, sus creencias y concepciones y su práctica.

Al reconocer entonces que los cambios en la enseñanza deben provenir de los cambios en el conocimiento de los profesores, en sus creencias o en el entorno del aula, se desarrolló un proyecto educativo basado en el uso de nuevas tecnologías, con la finalidad de cambiar el enfoque didáctico de las matemáticas en el nivel básico. Para esto, diseñamos un paquete de cómputo para la Secretaría de Educación Pública de México¹. La utilización de este programa con una computadora y un proyector dentro del salón de clase abre la posibilidad de cambiar el modo de instrucción e interacción del maestro. Para evaluar este proyecto, se puso en marcha un proyecto de investigación paralelo cuyo propósito era averiguar la viabilidad y los cambios propiciados por este acercamiento.

En los últimos quince años, la Secretaría de Educación Pública de México ha apoyado varios proyectos para promover la enseñanza de las matemáticas y las ciencias a través de herramientas tecnológicas en el nivel de educación secundaria (ver por ejemplo, Mochón y Rojano, 1999; Mochón, 2001; Rojano, 2002). El proyecto descrito aquí es una extensión al nivel de educación

¹ Proyecto EMACC-PRIM: Enseñanza de las Matemáticas con Computadora y Cañón en las aulas de Primaria. Dirección General de Materiales Educativos de la Subsecretaría de Educación Básica. Apoyado por la Secretaría de Educación Pública y el Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa.

primaria de estas propuestas previas, pero con algunas modificaciones dictadas principalmente por las condiciones específicas del nivel educativo.

Skemp (1976) diferencia entre una “compresión” instrumental (seguir reglas sin razones) y una comprensión relacional (saber qué hacer y el porqué). Se ha observado que en la práctica docente de las matemáticas en México se tiende a poner énfasis en aspectos mecánicos y procedimientos repetitivos, dejando de lado aspectos más importantes como la comprensión y el desarrollo conceptual. Además, el modo de instrucción del profesor es básicamente directivo, dando una clase expositiva y ejerciendo demasiado control en el aprendizaje de los estudiantes. Nuestra propuesta didáctica tiene la finalidad de cambiar esto, a través de un ambiente pedagógico diferente que destaque los conceptos y centre su atención en los procesos de pensamiento de los estudiantes.

Asimismo, se han observado varias dificultades con la enseñanza por medio de tecnologías (ver por ejemplo: Rojano, 2003 y Sacristán, 2005). Los programas tutoriales implican una enseñanza individualizada en la que el alumno interactúa sólo con la computadora. Con *software* educativo abierto se puede introducir un componente social, pero tanto estudiantes como maestros tienen dificultades en familiarizarse y aprender su uso por las muchas opciones que ofrece. Por ello, el paquete de cómputo propuesto fue diseñado para ser utilizado por todos los alumnos de la clase en conjunto y así enriquecer el proceso de aprendizaje. Además, las actividades del paquete tienen un objetivo didáctico definido, en el cual cada una se centra en un contenido y situación específicos, de tal manera que es fácil acceder a ellas intuitivamente (Mochón, 2006).

Los principales objetivos de este proyecto educativo fueron: enriquecer y mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en México, poniendo al día los enfoques en contenidos, introduciendo métodos didácticos apropiados; y, motivando las habilidades de exploración y comunicación de los estudiantes por medio de la manipulación de objetos en ambientes tecnológicos.

El diseño del paquete de cómputo se apoyó, en parte, en la idea de Mellar, Bliss, Boohan, Ogborn & Tompsett l. (1994) de proveer una herramienta que les permita a los niños expresar sus propias representaciones y explorar las de otros. Gran parte del modelo pedagógico asociado se sustentó en la idea de micro-mundos matemáticos (Hoyle y Noss, 1992). Noss y Hoyle (1996) realzan la importancia y la influencia determinante de todo el entorno que rodea al estudiante como acercamientos didácticos, planteamiento de problemas, herramientas y recursos sobre su comportamiento y la forma como aprende matemáticas. Por ello, se reestructuraron las formas de trabajo en el salón de clase y los enfoques de enseñanza.

Dentro del modelo didáctico de las sesiones del taller se sugirió seguir una orientación del tipo “de abajo hacia arriba” (diSessa, 1993), en la que se trabaja de ejemplos particulares hacia procedimientos generales. La computadora (Balacheff

y Kaput, 1996) ocupó el papel de una herramienta mediadora de las acciones de los estudiantes que los asiste para desarrollar sus ideas a través de un proceso interactivo de reflexión. De igual forma, el profesor pasa a ser un mediador del aprendizaje de sus alumnos, guiando las actividades, proporcionando sugerencias y motivando la discusión.

Con el apoyo de este paquete de cómputo que dirigimos al profesor a cambiar su papel en el aula, de ser solamente un expositor a un organizador y guía de las discusiones, permitiendo una participación más activa y reflexiva de los estudiantes. El paquete contiene 120 pantallas dinámicas e interactivas diseñadas en el lenguaje de programación Java. Estos micro-mundos de acción y reflexión están divididos en nueve temas diferentes: 1) Elementos, 2) Problemas aditivos, 3) Sistema decimal, 4) Cálculo mental y estimación, 5) Problemas multiplicativos; 6) Fracciones, 7) Geometría, 8) Azar y 9) Varios. Además contiene una sección de Inicio con cuatro pantallas para que el alumno se familiarice con el manejo del ratón y el arrastre de elementos en la pantalla.



Figura 1: Pantalla “La resta de tres cifras” del tema problemas aditivos.

La Figura 1 muestra el tipo de pantallas que contiene este paquete. En ella aparecen billetes y monedas representando una cantidad determinada, los cuales se utilizan para pagar otra cantidad mostrada en el cuadro inferior izquierdo. Los alumnos pueden arrastrar los billetes y monedas hacia este cuadro y así recurrir a una diversidad de estrategias. Si es necesario, pueden cambiar un billete de 100 o una moneda de 10 en los cuadros señalados para esto. El maestro puede encontrar instrucciones en la barra superior (en “GUÍA:” y en “Información:”) para su uso, además de sugerencias didácticas y el objetivo

principal de la actividad. También puede utilizar este material de múltiples maneras, de acuerdo con sus creencias e ideas propias, su conocimiento sobre diferentes estrategias y sus propias técnicas de enseñanza.

El propósito específico del proyecto de investigación es observar -en este ambiente tecnológico- el progreso cognitivo de los estudiantes, el modo de instrucción e interacción del profesor en el salón de clase y analizar las posibles conexiones entre estos dos aspectos de la enseñanza y el aprendizaje.

Para el primer aspecto, el de evaluar el progreso de los estudiantes, se utilizó el marco teórico de Pirie y Kieren (1994), el cual define ocho categorías de crecimiento del entendimiento matemático. Su valor práctico es que pueden ser observadas a través de varios instrumentos, los cuales se describirán en la sección siguiente. Damos a continuación una breve explicación solamente de cada uno de los primeros cinco niveles, ya que no esperamos que los alumnos de primaria lleguen a los niveles de las últimas tres categorías:

- a) *Conocimiento primitivo*: es el punto de inicio: Lo que un estudiante sabe y puede hacer al enfrentarse a una tarea nueva. Si el concepto ya ha sido formado previamente, el estudiante pertenece a una de las siguientes categorías.
- b) *Formando una imagen*: el estudiante realiza acciones para obtener la noción particular. Necesita manipular objetos para formar la imagen.
- c) *Teniendo una imagen*: la imagen ha sido formada y el resolver una tarea no requiere de acciones o de manipular objetos.
- d) *Notando propiedades*: el estudiante puede utilizar o combinar aspectos de imágenes previas para construir propiedades específicas relacionadas con el concepto.
- e) *Formalizando*: el estudiante llega hacer afirmaciones sobre abstracciones o generalizaciones, identificando características comunes.

En una aplicación de este marco, similar a la presente, Warner y Schorr (2004) utilizaron estas cinco categorías para estudiar el desarrollo conceptual de estudiantes de bachillerato, propiciado por la interacción entre ellos al resolver tareas matemáticas.

Para el segundo aspecto, el de observar el comportamiento del profesor en el aula, nuestro análisis se basó en dos marcos teóricos distintos pero complementarios. Para la primera característica de la enseñanza, la de interacción, nos apoyamos en los resultados de dos estudios. Jacobs y Ambrose (2003) investigaron el efecto de entrevistar a niños, en la habilidad de los profesores de cuestionarse para mejorar su comunicación en el aula. Estos autores proponen cuatro categorías para definir niveles de interacción del profesor. En un estudio similar, Moyer y Milewicz (2002) llegan a descripciones

análogas de la interacción del profesor. Para nuestro análisis hemos combinado las descripciones de estos dos grupos de investigadores, referidas en la primera columna de la Tabla 1, y que definen los perfiles de interacción de los profesores, que utilizamos en nuestro estudio.

Para la segunda característica de la enseñanza, la de instrucción, nos basamos en el trabajo de Carpenter, Fennema, Franke, Levi, y Empson (2000) sobre “Instrucción Cognitivamente Guiada”, el cual pone énfasis en el conocimiento del profesor sobre el razonamiento matemático de los alumnos. Como una de las conclusiones de este estudio, los autores definen cuatro niveles de creencias de los profesores y su conexión con sus modos de instrucción. En la segunda columna de la Tabla 1 se describen brevemente estos niveles. Hemos puesto ambos marcos teóricos uno al lado del otro en esta tabla, ya que, aún cuando se refieren a cualidades distintas de la enseñanza, existe mucha concordancia entre ellos.

Así, en esta investigación utilizamos los niveles de Pirie y Kieren para determinar el avance conceptual de los estudiantes y los marcos de interacción e instrucción (Jacobs & Ambrose, 2003; Moyer & Milewicz, 2002; Carpenter, *et al.*, 2000) para analizar el cambio de comportamiento del profesor producido por este acercamiento tecnológico. Después de esto, ambos análisis fueron contrastados para determinar coincidencias en sus resultados.

TABLA I
Niveles de instrucción y de interacción de profesores.

Niveles de interacción (Jacobs, Ambrose...):	Niveles de instrucción (Carpenter):
i. Directivo. Su intervención es activa pero hay demasiado control y asistencia. Sus preguntas tienden a inducir la respuesta correcta.	I. Creen que se debe enseñar de manera explícita. Así que, muestran procedimientos y hacen que los estudiantes los practiquen.
ii. Observador. Su comportamiento es pasivo. Se limitan a observar y a dar comentarios correctivos como “bien”, “no”, etc.	II. Abren más su modo de enseñanza, dando a los estudiantes algunas oportunidades de resolver problemas por ellos mismos.
iii. Exploratorio. Su comportamiento es activo, pero sus preguntas no son específicas sin llegar a la esencia. Sólo toman en cuenta respuestas correctas.	III. Aceptan que los estudiantes pueden tener sus propias estrategias de solución y por ello, dan a los estudiantes problemas o tareas para que estos expongan sus procedimientos.
iv. Responsivo. El profesor va descubriendo el razonamiento de sus alumnos y procede de acuerdo con esto. Hace preguntas competentes y de extensión de ideas.	IV. El modo de trabajo es parecido al anterior, pero se vuelve más flexible. El profesor va adaptando su instrucción de acuerdo con lo mostrado por los estudiantes.

2 Metodología y resultados

Seis profesores participaron en el experimento didáctico que se describe a continuación. Tres de ellos (a quienes llamaremos P1, P2 y P3) son estudiantes de maestría en educación matemática del Centro de Investigación y de Estudios

Avanzados en la ciudad de México y cada uno seleccionó para trabajar: a) Un grado escolar de la escuela primaria; b) uno de los nueve temas contenidos en el paquete de cómputo (P1 escogió Segundo grado y Sistema decimal. P2 - Tercer grado y Geometría. P3 - Cuarto grado y Fracciones) y, c) una serie de diez actividades del paquete pertenecientes al tema elegido. Se seleccionó además, una escuela primaria de la Ciudad de México y se propuso trabajar en este proyecto a tres profesores (a quienes llamaremos P4, P5 y P6), que impartían los tres grados previamente seleccionados.

La investigación se realizó en dos etapas. En la primera, los profesores que eran estudiantes de la maestría utilizaron los salones de clase de los correspondientes profesores en servicio y trabajaron con sus alumnos durante ocho sesiones, con las diez actividades seleccionadas del paquete. Los profesores del grupo estuvieron como observadores. Además, otro profesor-estudiante estuvo presente para tomar notas sobre el progreso de los alumnos de acuerdo con sus respuestas. En la segunda etapa, en el ciclo escolar siguiente, los profesores del grupo trabajaron con sus alumnos durante ocho sesiones, con las mismas diez actividades y los profesores-estudiantes observaron las lecciones, tomando notas. El apoyo a los profesores fue básicamente de tipo técnico, explicándoles además las posibles ventajas del *software* como: orientación conceptual, actividades dinámicas, específicas y con retroalimentación “sutil”, motivación de la expresión de ideas, discusión e interacción de tipo grupal, etc. No hubo una orientación pedagógica a los profesores, excepto por la observación que hicieron del uso de las actividades y por algunas indicaciones del método de trabajo que sería apropiado seguir, como el papel del maestro como mediador del aprendizaje y el papel crucial que desempeña la comunicación. No obstante, el profesor tuvo la libertad de utilizar las actividades de acuerdo con su criterio.

Un cuarto estudiante de la maestría en educación matemática se concentró en el comportamiento y avance de estos seis profesores. Para ello entrevistó a cada uno de los profesores, al inicio y al final de cada experimento didáctico. Además, observó parte de las sesiones de trabajo de cada uno de ellos para determinar su modo de instrucción y de interacción con los estudiantes.

Para observar con mayor precisión el avance cognitivo de los estudiantes, en cada uno de los seis grupos experimentales, se entrevistó a cinco alumnos al inicio y al final del experimento didáctico. Las entrevistas se apoyaron en cuestionarios guía, diseñadas para cada uno de los tres temas, con preguntas dirigidas a detectar las nociones clave que se estudiarían durante cada uno de los experimentos didácticos.

Cada uno de los seis profesores se desarrolló de manera distinta. También el progreso cognitivo observado en los estudiantes fue diferente para cada uno de ellos. La Tabla 2 sintetiza los resultados obtenidos, detallados en los

párrafos siguientes. La segunda columna muestra el progreso cognitivo de los estudiantes para cada uno de los profesores. Las siguientes dos columnas indican los resultados del avance en su modo de instrucción y el nivel final al que llegaron, de acuerdo con las categorías de Carpenter. Las últimas dos columnas dan el avance en su modo de interacción y el nivel final al que llegaron, de acuerdo con el modelo de Jacobs y Ambrose. Se observa claramente la estrecha correlación entre el avance de los estudiantes y el modo de instrucción e interacción del profesor.

TABLA II
Resultados del avance observado de los estudiantes y de los profesores.

Profesor:	Desempeño estudiantes:	Avance en instrucción:	Nivel final instrucción:	Avance en interacción:	Nivel final interacción:
P5	Bajo	Pequeño	II	Nulo	i
P1	Bajo	Pequeño	II	Pequeño	ii
P2	Bajo	Pequeño	II	Pequeño	ii y iii
P6	Mediano	Pequeño	II	Pequeño	i y iii
P4	Mediano	Mediano	III	Mediano	iii
P3	Alto	Considerable	IV	Considerable	iv

Comenzaremos con un breve análisis del progreso cognitivo, referido como “Desempeño estudiantes” en la Tabla 2, que tuvieron los estudiantes entre la entrevista inicial y la final. En tres de los grupos, de los profesores P5, P1 y P2, se observó un avance cognitivo *bajo*, de acuerdo con el modelo de niveles de Pirie y Kieren. Generalmente, los estudiantes subieron un solo nivel de estas categorías, y a veces, no se notó cambio. En otros dos grupos, los de los profesores P6 y P4, se pudo apreciar un mejor avance, el cual está referido en la Tabla 2 como *mediano*. En estos grupos, la mayoría de los estudiantes alcanzó el nivel de *teniendo una imagen* de Pirie y hubo algunas evidencias de que algunos estudiantes alcanzaron los niveles de *notando propiedades* y *formalizando*. Los estudiantes del último profesor en la tabla (P3) tuvieron un progreso *alto*. Todos estos estudiantes alcanzaron el nivel de *teniendo una imagen* de Pirie, pero más aún, se observaron frecuentemente instancias en las que llegaban a los dos niveles superiores de *notando propiedades* y *formalizando*.

A continuación se reseña el comportamiento y avance de los profesores en el aula. Los tres primeros profesores de la Tabla 2, P5, P1 y P2, que tuvieron un avance bajo en el progreso cognitivo de sus estudiantes, iniciaron en el nivel I de Carpenter en lo que se refiere a su modo de instrucción y en el modo *directivo* (nivel i) de interacción. Al final del experimento didáctico cambiaron poco su forma de enseñanza, llegando al nivel II de Carpenter (ver la columna “Nivel final instrucción” de la Tabla 2) y en su interacción hubo una mezcla, mayormente del modo *directivo* (nivel i), con un poco del *observador* (nivel ii) y del *exploratorio* (nivel iii), lo cual se puede ver en la última columna de la Tabla 2.

El primero de los siguientes dos profesores de la tabla (P6 y P4, que mostraron un avance mediano en el progreso de sus estudiantes), tuvo un comportamiento en el aula muy similar al descrito para los tres profesores anteriores. El segundo profesor, P4, inició ya en el nivel II de instrucción de Carpenter pero con un modo *directivo* (nivel i) de interacción. Al finalizar, llegó al nivel III de instrucción, y en su interacción predominó el modo exploratorio (nivel iii). Así, el primero de estos dos profesores alcanzó un avance pequeño en lo que se refiere a su comportamiento en el aula, y el segundo profesor obtuvo un avance mediano en este aspecto.

El último profesor, P3, quien tuvo un avance alto en el progreso de sus estudiantes, comenzó también en el nivel II de instrucción de Carpenter y con un modo *directivo* (nivel i) de interacción. Muy rápidamente este profesor llegó al nivel máximo (IV) de instrucción de Carpenter y también, al modo más alto (*responsivo*, nivel iv) de interacción.

Para terminar con esta sección, daremos muestras específicas del comportamiento de los profesores en el salón de clase, por medio de partes de diálogos extraídas de las observaciones realizadas. También ilustraremos los avances cognitivos de algunos de los estudiantes, comparando sus respuestas en la entrevista inicial y en la final. Nos centraremos en los tres últimos profesores de la lista anterior, P6, P4 y P3, ya que, por su avance, resultan los más interesantes.

El cuarto profesor en la lista de la Tabla 2, P6, trabajó en el tema de fracciones y mostró siempre un comportamiento muy estricto. Este profesor tuvo sólo un pequeño avance en sus técnicas de clase. Se mantuvo casi todo el tiempo en un modo *directivo* (nivel i) de interacción, mostrando un excesivo control sobre todos los elementos de la clase. Sin embargo, en las sesiones finales del experimento didáctico dio más oportunidad a sus estudiantes para resolver por ellos mismos los problemas planteados, de manera que pasó al nivel II de Carpenter. En el siguiente extracto de una de sus clases, se observa esta característica directiva. Aún así, este profesor logró un progreso mediano en el desarrollo conceptual de sus estudiantes. Esto posiblemente se deba a la atención que tenían sus estudiantes durante toda la sesión, por su conducta tan demandante, pero a la vez, entusiasta.

- Profesor: ¿Son estos, cuartos? Vamos a verificar. ¿Por qué son estos cuartos, Miguel?
- Estudiante: Porque forman el todo.
- Profesor: No exactamente. Vamos a ver, ¿Iztel?
- Estudiante: Porque tienen cuatro lados iguales.
- Profesor: No. El siguiente.
- Estudiante: Porque llenan el todo con cuatro partes iguales.
- Profesor: Muy bien.

Para ilustrar el desarrollo conceptual, clasificado como mediano, mostrado por los estudiantes de este profesor, daremos algunas de sus respuestas al cuestionario inicial y al final. En uno de los ítems, se pidió a los estudiantes utilizar pesas de $1/2$ y de $1/4$ de Kg., para balancear cuatro frutas con un peso total de 2 Kg. En la entrevista inicial un estudiante contestó: “Pongo un cuarto porque hay cuatro frutas” (*conocimiento primitivo* en el marco de Pirie y Kieren). Otro estudiante juntó las pesas $1/4$, $1/4$, $1/4$, $1/4$, $1/2$, $1/2$ pero explicó: “Sumé los números de abajo, 4 más 4 son 8, más 4 son 12, más 4 son 16, más 2, 18, más 2, 20. Como llegas a 20, son ya 2 kilos” (*conocimiento primitivo*).

En la entrevista final, a esta misma pregunta, el primer estudiante dijo: “Un kilo tiene cuatro cuartos y dos medios, que dan ya los 2 kilos. Si quito un medio, puedo poner dos cuartos”, alcanzando el nivel de *teniendo una imagen*. El segundo estudiante explicó: “Una unidad tiene dos medios, así que necesito otros dos medios para tener cuatro medios. También son ocho cuartos porque 2 y 2 y 2 y 2 en cada medio hacen 2 kilos”, mostrando un avance a *teniendo una imagen*.

En general, los estudiantes de este profesor mostraron grandes diferencias entre ellos, en lo que se refiere a su avance logrado. Los de bajo nivel en conocimientos, mostraron un avance muy pequeño o casi nulo. Los de mayor avance, daban respuestas correctas, pero no argumentaciones sólidas sobre ellas. Esto posiblemente se debió a que el profesor, sólo en las últimas dos o tres sesiones del experimento didáctico, permitió que los niños expresaran sus propias ideas, ya que el avance en su comportamiento en clase fue lento.

El quinto profesor de la Tabla 2 (P4) trabajó con el paquete de cómputo en actividades relacionadas con el sistema decimal. Su modo de trabajo en el aula también era de tipo directivo al principio, pero conforme pasaron las sesiones, hizo un esfuerzo por motivar a sus estudiantes a que explicaran sus respuestas. Sin embargo, como se puede observar en los dos pequeños extractos siguientes de una de sus clases, sus preguntas eran muy generales. Los estudiantes mantuvieron gran interés en las actividades realizadas.

- Profesor: Tenemos \$60 y hay que pagar \$3. No sé si el que contestó \$57 está correcto. ¿Quién fue?
- Estudiante: Yo.
- Profesor: Ven aquí para checar tu respuesta y explicarla a todos.
- ...
- Profesor: José Luis, ¿Cuánto obtuviste?
- Estudiante: 18.
- Profesor: ¿Qué hiciste? Explícanoslo para que podamos entenderle.
- Estudiante: Primero sumé y luego moví estas monedas para saber cuánto quedaba...

El último profesor de la Tabla II (P3) trabajó con actividades del tema de fracciones y fue clasificado como del tipo *responsivo* (nivel iv) en su forma de interactuar con los estudiantes, aunque en la primera sesión, comenzó siendo *directivo* (nivel i). Su comportamiento en clase fue muy dinámico, centrándose en conceptos clave y motivando a los estudiantes a resolver los problemas por ellos mismos. Los alumnos mostraron siempre interés en las actividades desarrolladas. Como se puede apreciar en la transcripción siguiente, el profesor no solamente conduce las actividades de una manera eficaz, sino que también logra profundizar las ideas contenidas en ellas. En la actividad del programa de cómputo que se muestra a continuación, los alumnos tenían que medir barras de diferentes longitudes con barras unitarias y fraccionarias de $1/2$, $1/4$, $1/8$...:

Profesor: Fernando dice que la barra mide más de dos unidades y Agustín dice que es menos de dos unidades. Vamos a medirla.

Estudiante: (Después de ver en la pantalla la parte que faltaba.) Mide dos enteros y un octavo.

Posteriormente la barra es medida con cuartos, obteniendo 8 cuartos y un octavo.

Profesor: Usando solamente octavos, ¿cuántos se necesitarían?

Estudiante: Diecisiete.

Profesor: Diecisiete octavos, muy bien. Pero, ¿por qué diecisiete?

Estudiante: Porque el octavo es la mitad de un cuarto y tenemos ocho cuartos...

Para ilustrar ahora el desarrollo cognitivo que tuvieron los estudiantes de este profesor, damos a continuación un ejemplo breve de las respuestas dadas por los estudiantes a un ejercicio de las entrevistas inicial y final. En la quinta tarea se mostraban 20 caritas felices. Se les pedía a los estudiantes encontrar las $2/5$ partes de este conjunto. En la entrevista inicial, tres de los estudiantes señalaron cinco elementos (*conocimiento primitivo* en el marco de Pirie y Kieren). En la entrevista final, todos los estudiantes estaban conscientes de que tenían que dividir el conjunto en 5 grupos. Esta partición, la cual causó dificultades en ellos, fue realizada en general por ensayo y error. Sin embargo, Agustín razonó de la siguiente manera: “Conté 20 en total. Para cinco partes iguales, recordé que 5 por 4 son 20, así que encerré grupos de cuatro por cuatro y obtuve cinco grupos...” Se observa así un avance al nivel *teniendo una imagen*, y en el caso de Agustín, un mayor avance a *notando propiedades*.

Este profesor logró rápidamente que sus estudiantes expresaran sus propias ideas y sus preguntas estuvieron bien dirigidas a las necesidades cognitivas de sus estudiantes. Estos estudiantes, en la entrevista final, dieron respuestas mejor argumentadas. Además se observó que todos los estudiantes del grupo progresaron.

¿Qué diferencia estos dos últimos profesores que tuvieron un avance mediano y considerable, del resto de los profesores que no lo tuvieron? Ciertamente en sus sesiones se observó un mejor manejo pedagógico y un buen conocimiento del tema tratado. Aún cuando no tomamos datos acerca de sus creencias, por la apertura que se observó de ellos a las actividades, creemos también que su sistema de creencias estaba más acorde con lo que el programa de cómputo requería, así que les fue más fácil seguir el modelo didáctico requerido. Para los otros cuatro profesores se notó una dificultad en adaptarse a este modelo, sobre todo en lo que se refiere a interactuar con los estudiantes y sondear sus formas de pensar, siguiendo sus propias técnicas de enseñanza, lo cual muestra que los cambios propuestos son difíciles de lograr, aún cuando haya una buena disposición para esto. Creemos que una de las posibles razones de esto es que en estos profesores se notó un conocimiento más limitado de los temas expuestos. Otro obstáculo posiblemente sea sus esquemas mentales existentes. Acorde con esto Chapman (2002) expresa: "... la estructura de creencias puede ser compleja y simplemente exponiendo profesores de matemáticas a creencias o contextos alternativos puede no ser suficiente para alterar su enseñanza de esa forma."

3 Conclusiones

Esta investigación muestra que el modo de instrucción y de interacción del profesor es un factor determinante en el progreso cognitivo de sus estudiantes. Los profesores con bajos niveles de instrucción e interacción correspondieron a los avances más pobres de los estudiantes. Por otro lado, el profesor clasificado con el nivel más alto de comportamiento en el aula, reflejó avances bastante notables en el desarrollo conceptual de sus estudiantes. En términos de nuestro marco teórico, los profesores directivos y observadores usaron las actividades del programa principalmente para practicar ejercicios rutinarios o para verificar las respuestas. En cambio, los profesores exploratorios, pero en especial los del tipo responsivo, utilizaron las actividades para desarrollar conceptos e ideas y llegar a generalizaciones.

Al comparar las primeras sesiones del experimento didáctico con las últimas, se observa un avance paulatino en los modos de instrucción y de interacción de todos los profesores, aunque en unos más que en otros. De igual manera, se observó un aumento en la disposición de los estudiantes para comunicar sus ideas y explicarlas a otros. Esto es una indicación de que el comportamiento del profesor puede motivar o inhibir esta comunicación tan importante.

Este estudio demuestra además que las actividades del programa de cómputo utilizadas propician un avance conceptual en los estudiantes y, al mismo tiempo, mejoran la dinámica del salón de clase en varios aspectos, aún cuando ya mencionamos que el profesor es determinante para esto. El progreso de los alumnos no se refiere aquí a la capacidad de realizar procedimientos de una manera mecánica sino a un entendimiento relacional auténtico de las ideas importantes, manifestado en una evolución del proceso de razonamiento, a estrategias más elaboradas y a argumentaciones más robustas.

Posiblemente la conclusión más importante es que introducir tecnologías en las aulas o diseñar materiales didácticos para el uso de los profesores puede tener sólo un impacto modesto en la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes, a menos que se ponga atención al mismo tiempo en los conocimientos del profesor y cómo lleva éstos al aula, para lo cual se tendría que motivar además un cambio de sus creencias y concepciones.

Referencias bibliográficas

- Balacheff, N. y Kaput, J. (1996). Computer-based Learning Environments in Mathematics. En Bishop et al. (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 469-501). Kluwer: Dordrecht.
- Ball, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education* 51 (3), 241-247.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., y Empson, S. B. (2000). *Cognitively guided instruction: A research-based professor professional development program for elementary school mathematics*. National center for improving student learning and achievement in mathematics and science, Report No. 003, Wisconsin centre for education research. The University of Wisconsin - Madison.
- Chapman, O. (2002). Belief structure and inservice high school mathematics teacher growth. In G. C. Leder, E. Pehkonen and G. Törner (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp. 177-194). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- diSessa, A. (1993). Toward an Epistemology of Physics. *Cognition and Instruction* 10 (2), 105-225.
- Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher. A model. *Journal of Education for Teaching* 15, 13 -33.
- Hill, H. C. y Ball, D. L. (2004). Learning Mathematics for Teaching: Results from California's Mathematics Professional Development Institutes. *Journal for Research in Mathematics Education* 35 (5), 330-351.
- Hoyles, C. (1992). Illuminations and reflections: Teachers, methodologies and mathematics. *Proceedings of the 16th annual meeting of The International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 263-286). Durham; University of New Hampshire.

- Hoyles, C. y Noss, R. (1992). A Pedagogy for Mathematical Microworlds. *Educational Studies in Mathematics* 23 (1), 31-57.
- Jacobs, V. y Ambrose, R. (2003). Individual interviews as a window into professors' practice: A framework for understanding professor-student interactions during mathematical problem solving. In G. M. Lloyd, M. Wilson, J. L. M. Wilkins & S. L. Behm (Eds.), *Proceedings of the 27th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, 33-38). Roanoke, VA: Virginia Tech.
- Mellar, H., Bliss, Boohan, Ogborn y Tompsett (1994). *Learning with Artificial Worlds: Computer based modelling in the curriculum*, Washington, Falmer Press.
- Mochón, S. y Rojano, T. (1999). Teaching math with technologies: A national project in Mexico, *Proceedings of the 23rd annual meeting of The International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, 300, Haifa, Israel.
- Mochón, S. (2001). Aiming a better understanding in science courses through mathematical reasoning. *Proceedings of the Society for Information Technology and Teacher Education International Conference*, 2525-2531, Orlando, Florida.
- Mochón, S. (2006). Teaching Math with a Computer and a Projector: An Educational and Research Project, *Proceedings of the Society for Information Technology and Teacher Education International Conference*, 3774-3781. Orlando, Florida, USA.
- Mochón, S. (2008). The Need for Developing Math Teachers' "Knowledge for Teaching", for an Effective Use of Technological Tools, *Proceedings of the Society for Information Technology and Teacher Education International Conference*, 5291-5296, Las Vegas, Nevada, USA.
- Moyer, P. S. y Milewicz, E. (2002). Learning to question: Categories of questioning used by pre-service professors during diagnostic mathematics interviews. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 293-315.
- Noss, R. y Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings: Learning Cultures and Computers*, Kluwer Academic, Dordrecht.
- Pirie, S. y Kieren, T. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterize it and how can we represent it? *Educational Studies in Mathematics*, 26, 165-190.
- Ponte, J. P., y Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Roterdham: Sense.
- Ponte, J. P., y Chapman, O. (2008). Preservice mathematics teachers' knowledge and development. En L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 223-261). New York, NY: Routledge.
- Rojano, T. (2002). Mathematics learning in the junior secondary school: Students' Access to significant mathematical ideas. In Lyn D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 143-162). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Rojano, T. (2003). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: Proyectos de innovación educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias públicas en México. *Revista Iberoamericana de Educación OEI*, 33, 135-169.
- Sacristán, A. I. (2005). Teachers' difficulties in adapting to the use of new technologies in mathematics classrooms and the influence on students' learning and attitudes, *Proceedings of the 27th annual meeting of the North American Chapter of The International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (CD-ROM), Virginia Tech, U.S.A.

- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15 (2), 4-14.
- Thompson, A. G. (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics*, 15 (2), 105-127.
- Warner, L y Schorr, R. Y. (2004). From primitive knowing to formalizing: The role of student-to-student questioning in the development of mathematical understanding, *Proceedings of the 26th annual meeting of the North American Chapter of The International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, 429-437, Toronto, Canada.

Autor:

Simón Mochón.

Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México, D. F.
smochon@cinvestav.mx