

edmetic

Revista de Educación Mediática y TIC



Acercando al profesorado de matemáticas con las TIC para la enseñanza y aprendizaje

Miguel E. Villarraga R.
Universidad del Tolima
mevillar@ut.edu.co

Fredy Saavedra D.
Universidad del Tolima
jfredymatematico@gmail.com

Yury Espinosa F.
Universidad del Tolima
yuryaleja17@gmail.com

Carlos Jiménez G.
Universidad del Tolima
carturojimenez66@gmail.com

Liceth Sánchez
Universidad del Tolima
licet2091@gmail.com

Jefferson Sanguino
Universidad del Tolima
je.sanguino@hotmail.com

Resumen:

En este documento se presenta una primera fase de un proceso de introducción de tecnologías digitales de la información y comunicación (TICS) en formación de profesores de matemáticas en ejercicio del Departamento del Tolima en Colombia. Se han indagado los procesos cognitivos de representación en conexión con los tipos de procesos y pensamiento matemáticos definidos en los Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas en Colombia. Se han empleado 10 software libres en la red de Internet y se han encontrado índices de dificultad en la resolución de problemas y en el empleo de representaciones.

Palabras clave:

TICs, Educación Matemática, procesos matemáticos, pensamiento matemático, formación de profesores, representación semiótica.

Abstract:

This paper presents a first phase of a process of introducing digital technologies of information and communication (ICTs) into mathematics teacher training in exercise of the Department of Tolima in Colombia. The inquiry explores the cognitive processes of representation in connection with the types of mathematical thinking and processes defined in the Curriculum Guidelines for Mathematics area in Colombia. Have been used 10 software free in the Internet and found rates of difficulty in problem solving and the use of representations.

Keywords:

ICTS, mathematics education, mathematical processes, mathematical thinking, training of teachers, semiotic representation.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad los profesores y profesoras de matemáticas de la Educación Básica Primaria y Secundaria de Colombia, son en su mayoría profesores formados en las Escuelas Normales y en las Facultades de Educación del país. Estos profesores y profesoras, han tenido que soportar las distintas reformas y las “modas” establecidas por cada gobierno; entre otros aspectos, en cuestiones como la planeación de la enseñanza y la evaluación de los aprendizajes en las Instituciones Educativas. Sin embargo hay que destacar que esta población de educadores con formación pedagógico-didáctica y disciplinar han podido realizar los ajustes en tiempos cortos, no solamente por su espíritu y convencimiento de ser excelentes maestros(as) y profesores(as), sino porque han tenido la formación pedagógico-didáctica suficiente y necesaria para reorganizar y replantear sus conocimientos profesionales.

Una particular necesidad creada por los mercados, por el sistema capitalista global, ha tocado la cultura y la sociedad en aspectos insospechados. En Educación, tal necesidad creada del uso de las tecnologías digitales de la información y la comunicación, ha hecho presencia no solamente desde las empresas interesadas, sino que han logrado crear la necesidad mediante el uso y abuso de tales tecnologías por parte de los niños y niñas, y los jóvenes de ambos sexos de las Instituciones Educativas. La ambición empresarial de unos, asumida por otros como progreso tecnológico y científico, se ha traducido en una necesidad de capacitación a todo nivel para estar en resonancia, no solamente con los conocimientos de las diversas tipologías, sino con las formas de adquisición y procesamiento de información y conocimiento por parte de los niños, niñas, jóvenes de ambos sexos, profesores(as) y padres y madres de familia involucrados en el sistema de educación formal del país.

Como consecuencia de lo anterior, los educadores y educadoras se han visto impelidos a realizar actualizaciones en el uso de las tecnologías digitales de la

información y la comunicación, ya que una necesidad creada por cuestiones externas a la educación, se ha transformado con las prácticas, en una herramienta útil; tanto para el desempeño profesional de educadores(as) como para el conocer y para los avances en las epistemologías mismas (Noss, 1996; diSessa, 1995; Hoyles, 1992a,b; 1998; 2010a,b).

Desde hace unas tres décadas se ha venido imponiendo un uso constructivo de las tecnologías digitales, en lo relacionado a la manipulación y construcción de piezas de conocimiento. Particularmente se ha venido desarrollando el uso de tales tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias y las matemáticas de todos los niveles educativos (Hernández, 2010; Contreras 2010)).

Brevemente, desde los años 80 del pasado siglo hasta el presente, se ha venido haciendo implementación e investigación de usos adecuados de estas tecnologías digitales en el aula de clase de matemáticas; estableciendo mediante contrastación algunos usos favorables para el desarrollo de procesos de pensamiento matemático. Algunos procesos de pensamiento soportados mediante procesos investigativos que se han visto favorecidos por la presencia de las tecnologías digitales en el aula de clase de matemáticas son: formular y probar hipótesis, modelar matemáticamente situaciones de la vida cotidiana, de otras ciencias y de las matemáticas mismas, realizar experimentos con modelos matemáticos, hacer uso de diversas representaciones y de transformaciones entre ellas, plantear y resolver problemas, hallar patrones aritméticos, manipular variables y procesos de cambio, etc., (MEN, 2004).

Actualmente resulta innegable la utilidad de estas tecnologías, adecuadamente empleadas, en la representación, manipulación simbólica, numérica y gráfica vía la conceptualización matemática. Pero, también resulta evidente por otra parte, el interés y motivación que la presencia de las nuevas tecnologías en el aula de clase ha despertado en niños, niñas y

jóvenes de ambos sexos de todos los niveles educativos. Las posibilidades generadas por el diseño de ambientes de aprendizaje novedosos, han estimulado la reflexión individual, el trabajo colaborativo en grupos, transformando los roles en el aula, volviendo el protagonismo hacia los y las estudiantes como sujetos activos y participativos, constituyendo así un ambiente propicio para la construcción de significados con el(la) profesor(a) o maestro(a), quien ahora desempeña otros roles fundamentales: acompañando en la construcción de sentidos y en la evaluación y validación epistemológica de las conceptualizaciones y aplicaciones resultantes. El papel del profesor o profesora es: como mediador entre los estudiantes y la herramienta computacional, bajo el substrato del conocimiento matemático; como observador cuidadoso del trabajo colaborativo de los equipos, respondiendo las preguntas y planteando otras, haciendo sugerencias, haciendo preguntas que conduzcan a la validación de conocimientos matemáticos. Maestros(as) y profesores(as) deben ser capaces de asumir el cambio en su práctica docente enriqueciendo sus conocimientos profesionales.

Debido a la anterior necesidad problemática, se ha diseñado el presente proyecto de capacitación docente, para docentes de matemáticas en ejercicio, en tres fases: Fase 1. Iniciación, Fase 2. Profundización, Fase 3. Aplicación y evaluación. En la Fase 2 de profundización se pretenden evaluar los esquemas empleados por los docentes en la resolución de problemas empleando las TICS. En la Fase 3 de aplicación y evaluación se pretende medir el grado de aplicación o transferencia de conocimiento de los Docentes a sus clases de matemáticas, así como evaluar los esquemas que los niños y niñas emplean en la resolución de problemas mediante el uso de las TICS. También es posible comparar los esquemas de los docentes con los de sus respectivos estudiantes. Actualmente está en desarrollo la Fase 1, en el cual se pretende estimular en el empleo de unos elementos iniciales de la tecnología digital,

usando software libre (gratuito) existente en la red de internet. Para la formación inicial en la fase 1, se han elegido las siguientes herramientas digitales o software: **S1)** Herramientas Web 2.0, **S2)** Ardora, **S3)** Caja de polinomios, **S4)** Hoja de cálculo openoffice, **S5)** Applets de matemáticas variados, **S6)** Geogebra **S7)** Lenguaje Logo, **S8)** Winplot, **S9)** Wxmáxima y **S10)** scratch.

2. PROCESO DE INVESTIGACIÓN

2.1 Objetivos

La primera fase del proyecto tiene varios fines:

- Promover el uso de tecnologías digitales en la Educación Matemática,
- Impulsar la formación de profesores de matemáticas en ejercicio en uso de las TICS,
- Realizar una introducción a algunos métodos computacionales para la enseñanza de las matemáticas.

2.2 Muestra y contextualización de la investigación

Se ha realizado un estudio piloto con una muestra de 24 docentes de matemáticas con más de 8 años de experiencia en enseñanza de las matemáticas en distintos grados de la educación secundaria, en instituciones educativas públicas de la ciudad de Ibagué, en el Departamento del Tolima en Colombia. En consecuencia se han tenido en cuenta los lineamientos curriculares y estándares para el área de matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

Los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 1990), los estándares básicos de competencias en edmetec, Revista de Educación Mediática y TIC; n° 2, v. 1, 2012, E-ISSN: 2254-0059; páginas: 66-89

matemáticas (MEN 2012) y los lineamientos de nuevas tecnologías en el currículo de matemáticas (MEN, 2009), han considerado tres elementos curriculares fundamentales: Contexto, conocimientos básicos y procesos.

Se ha considerado que el contexto hace referencia los ambientes que posibilitan, a los estudiantes de ambos sexos, dar sentido a los aprendizajes con intervención permanente del (de la) profesor(a). El contexto ha permitido crear situaciones problemáticas de las matemáticas mismas, de las otras ciencias y de la vida cotidiana. En éste contexto cabe la intervención de las TICS para el diseño y tratamiento de las situaciones problemáticas, útiles en la construcción de conocimiento matemático, pensamiento matemático con una actitud matemática evidente. La presencia de las TICS, ha generado preguntas nuevas sobre los conceptos matemáticos y sus representaciones (claro, evitando confundirlos) desestabilizando las concepciones tanto de maestros(as), profesores(as), como de estudiantes, enriqueciéndose unos y otros en el proceso de construcción de significados.

Por otra parte, se ha asumido que los conocimientos básicos hacen referencia a tipos de pensamiento en relación con el sistema matemático de referencia; desde ésta perspectiva se han precisado cinco: **PS1)** pensamiento numérico y sistemas numéricos, **PS2)** pensamiento espacial y sistemas geométricos, **PS3)** pensamiento métrico y sistemas de medidas, **PS4)** pensamiento aleatorio y sistemas de datos, **PS5)** pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Cada sistema ha sido considerado como una de las herramientas útiles para desarrollar el tipo de pensamiento correspondiente y posiblemente algunos otros tipos de pensamiento matemático. Con la presencia de las TICS, cada sistema puede ser explorado de maneras nuevas, generando significados nuevos o formas de aproximación nuevas a los significados establecidos históricamente y socialmente en la epistemología. Por ejemplo, en lo relativo

al pensamiento numérico y los sistemas numéricos (MEN, 1999; pp. 40-44), algunos software diseñados para matemáticas posibilitan nuevas formas de comprensión y representación de los conjuntos numéricos y sus usos, potencializando nociones sobre sus objetos, operaciones y relaciones (Ver ejemplos 1, 2, 7, 10, 13, 14, 16 y 19 en la Tabla 1).

TABLA 1: EJEMPLOS, EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Ejemplos expuestos por los orientadores	Tipo de pensamiento y sistema matemáticos						Problemas y ejercicios para trabajo colaborativo de los docentes (estudiantes) con acompañamiento de los orientadores	Software empleado
	PS1	PS2	PS3	PS4	PS5	OTROS		
1. Densidad de Población	✓				✓		Función cuadrática. Programación lineal. Propiedades de la potenciación. Potenciación, radicación, logaritmación. Sucesiones.	S4
2. Explorando patrones	✓				✓			
3. Lanzamiento de moneda				✓	✓			
4. Valor de la circunferencia	✓	✓	✓			✓	Figuras geométricas euclidianas. Procesos azarosos. Procedimientos geométricos. El plano cartesiano.	S7
5. Cuadrados dado el lado		✓	✓			✓		
6. Árboles	✓	✓	✓			✓		
7. Factorial	✓							
8. Triángulos dadas base y altura	✓	✓	✓			✓		
9. Rectángulos dada su diagonal		✓	✓			✓	Cuadrados y rectángulos. Traslación de figuras planas. Inscribir triángulo en un cuadrado. Teorema de Pitágoras. Caracol de pascal.	S6
10. Explorando sintaxis	✓		✓	✓				
11. Monstruos geométricos	✓	✓	✓			✓		
12. Derivada de una función definida a trozos	✓					✓	Área bajo una curva. La circunferencia. Problema del cercado de corrales contiguos.	S9
13. Gráficas de $y=ax^2$		✓				✓		
14. Función Signo de x	✓					✓		
15. Jugando con coordenadas polares	✓		✓			✓	Rectas paralelas. Desfase en función $\text{sen}(x)$. Identidades trigonométricas. Problemas con sistemas 2x2. Inecuaciones.	S8
16. Representación gráfica de polinomio algebraico	✓	✓	✓			✓		
17. Desplazamiento al		✓		✓		✓	Suma de enteros.	S10

azar por el plano							Conmutatividad del producto de enteros. Ecuación lineal de una variable. Polígonos regulares. Desplazamiento y vectores.	
18. Simetrías y rotaciones		✓	✓				✓ Serpiente de los números. Ordenar palabras en frases conceptuales. Múltiplos. Relojes. Memoria (parejas conceptuales).	S2
19. luminosidad y temperatura	✓		✓	✓			✓	
20. Usando Google Docs							✓ Gestión de archivos: texto, audio, video, imagen fija, en Google Drive. Mail y grupos de contactos. Google Sites. Páginas Web personales.	S1
21. Applets	✓	✓	✓	✓	✓	✓	Torres de Hanoi. Seno, coseno y tangente. Vectores en 3D. Suma de ángulos internos de un triángulo euclideo. Aceleración constante.	S5

En cuanto al pensamiento espacial y los sistemas geométricos, el Ministerio de Educación Nacional lo ha entendido como: "...el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales" (MEN, 1998; p. 56). Desde esta perspectiva, el software puede ser asumido como herramienta de apoyo a la modelación y representación de problemas cotidianos, geométricos y de otras ciencias, vía la comprensión y manipulación de los objetos en el espacio, permitiendo manipulación de representaciones geométricas, visualización de regularidades y elaboración de conjeturas (MEN, 1999; pp. 52-61). Además las TICS han permitido realizar procesos, que en el papel o pizarra serían tareas difíciles o no posibles de realizar incluso en tiempos largos (Ver ejemplos 4, 5, 6, 8, 9, 11, 13, 15, 16 y 18 en la Tabla 1).

Por otra parte, el software para matemáticas ha permitido calcular medidas

de magnitudes variadas, haciéndolo un proceso fácil, comparado con algunos procesos tradicionales (MEN, 1999). Pues, variados software además de realizar procedimientos algebraicos han posibilitado graficar, construir y calcular magnitudes, conocer y manipular diversos patrones con medidas y realizar modelaciones de situaciones diarias, acercando de formas novedosas a estudiantes y profesores(as) al pensamiento métrico y los sistemas de medidas (Ver ejemplos 4, 5, 6, 8, 9, 11, 13, 15, 16 y 18 en la Tabla 1).

El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos tienen como eje los procesos de cambio; éste fenómeno puede ser modelado y representado con el apoyo de software variados (MEN, 1999; pp. 44-52). La representación gráfica, algebraica, estadística y métrica de diversas situaciones que ayudan al estudiante a explorar diferentes caminos para la comprensión de conceptos matemáticos, pueden ser construidos y manipulados tanto estática como dinámicamente con ayuda de las TICs (Ver ejemplos 1, 2, 4, 6, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16 y 19 en la Tabla 1).

En cuanto al pensamiento aleatorio o probabilístico y los sistemas de datos, está relacionado con situaciones azarosas, de incertidumbre, caracterizadas por no tener un patrón determinístico. Con la ayuda de programas computacionales (con las TIC) se ha logrado modelar datos de diferentes fenómenos azarosos, que de otra forma serían procesos engorrosos o no posibles sin error para los humanos medios, a la hora de calcular formulas y manejar cantidades grandes de datos (MEN, 1999; pp. 61-63). Con el uso de algunos software, se potencializa la interpretación y análisis de sistemas matemáticos asociados con la probabilidad y la estadística (Ver ejemplos 3, 10, 17 en la Tabla 1)

Finalmente los procesos que establece el MEN (1998, p. 36) según los estándares para el área de matemáticas son cinco: razonamiento; resolución y planteo de problemas; comunicación; modelación; elaboración,

edmetic, Revista de Educación Mediática y TIC; n° 2, v. 1, 2012, E-ISSN: 2254-0059; páginas: 66-89

comparación, y ejercitación de procedimientos. Estos procesos son fomentados en todos los tipos de pensamiento matemático en los sistemas matemáticos particulares, mediante el uso de las TICS en el aula de clase de matemáticas (MEN, 1999). Las habilidades cognitivas que favorecen las TICS en los ejes del currículo son: visualización, capacidad investigativa, aprendizaje de la retroalimentación, observación de patrones, establecimiento de conexiones, entre otras (MEN, 1999, pp.: 34-39).

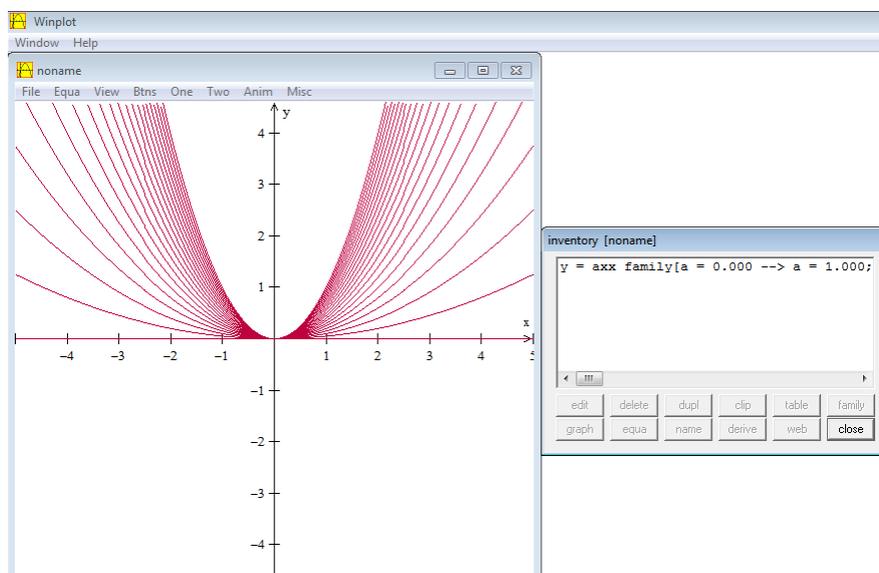
Para la planeación de la fase 1, se ha tenido en cuenta el fenómeno denominado *Representación* en Educación Matemática (Skemp, 1978; Janvier, 1987a,b; Kieran y Filloy, 1989; Hiebert & Carpenter, 1992; Kaput, 1992; Bosch, 1994; Castro y Castro, 1997; Radford, 1998; Goldin, 1998; Duval, 1999; Bosch y Chevallard, 1999; Font, 2001; Rico, 2009). De éste proceso e revisión de literatura se ha visto adecuado el concepto de representación semiótica propuesto por Duval (1999), tanto para la organización de las actividades como para la observación de los resultados.

Según Duval (1999), las representaciones semióticas, son conscientes y externas porque permiten ver el objeto mediante la percepción de estímulos (puntos, trazos, caracteres, sonidos, etc.); las cuales se clasifican en: analógicas (p. ej.: imágenes conservan relaciones de vecindad) y no-analógicas (las lenguas) según que conserven o no algunas de las propiedades del objeto que representan.

Las operaciones cognitivas unidas a las representaciones semióticas son: producción de una representación, tratamiento de una representación dentro de un mismo registro de representación y transformación de una representación desde un registro de representación a otro (Duval, 1999). Un ejemplo de tratamiento es el que se hace cuando se pasa desde $x^2-9=0$ hasta $x=\pm 3$. Ahora un ejemplo de transformación sucede cuando se pasa desde $y=ax^2$ hasta las distintas representaciones gráficas cuando se varían los valores

de a (Ver ejemplo 13 en la Tabla 1 y Figura 1).

Figura 0. Parábola $y=ax^2$, para 20 valores de $0 \leq a \leq 1$ en winplot



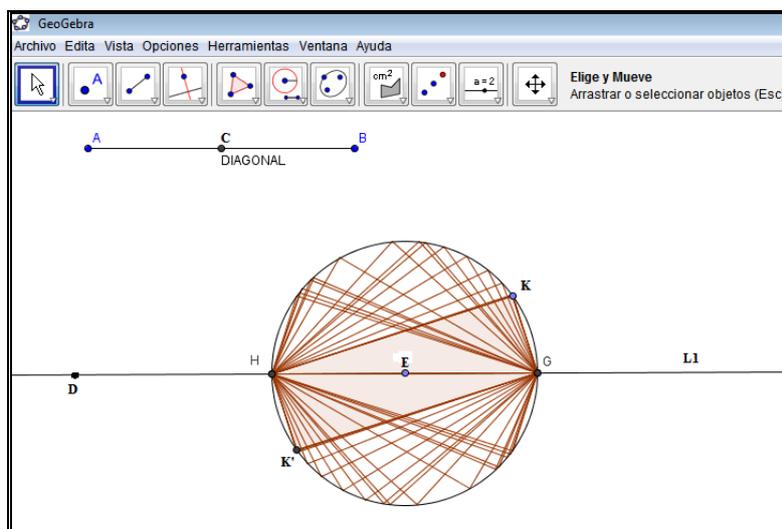
Los tratamientos, transformaciones y producciones de representaciones provocan pensamiento matemático con comprensión, cuando se implementan con el uso de las TICs en el aula de clase.

Un ejemplo de tratamiento dentro del registro geométrico se ha podido observar en el ejemplo 9 (Ver Tabla 1) y que se ilustra en la Figura 2 pensado con el software Geogebra: ¿Cómo construir los rectángulos dada su diagonal?

Una historia de la construcción ha sido la siguiente:

Se ha construido el segmento AB que corresponde a la diagonal dada de los rectángulos pedidos (Ver Figura 2).

Figura 2. Infinitos rectángulos, diagonal invariante



Se construye la recta $L1$ que pasa por D ; ésta recta es el lugar donde se ha pensado ubicar la diagonal AB .

Se halla sobre la diagonal su punto medio C y haciendo centro en este punto medio C y con radio CB , se usa la herramienta *compas* para trazar un círculo con centro en E de manera que los puntos de intersección con $L1$ sean H y G respectivamente.

Sobre la circunferencia se ubica un punto K y se traza, con la herramienta *polígono*, el triángulo HKG . Éste triángulo resulta rectángulo por estar inscrito en una semicircunferencia (conocimientos previos).

Para construir el rectángulo pedido se ha reflejado el triángulo HKG por el punto E , empleado la herramienta *reflejar objeto por un punto*; de ésta manera se ha obtenido el punto K' que permite definir el rectángulo $HKGK'$.

Ahora, arrastrando el punto K sobre la circunferencia podemos obtener una muestra de infinitos rectángulos que tienen la diagonal de una longitud dada. El trazado de varios rectángulos se ha obtenido activando la herramienta

Activa Rastro, aplicada a los lados del triángulo HK y KG .

Así las cosas aparece solucionado el problema, sin embargo, a partir de éste problema se pueden generar otros problemas: ¿Algún rectángulo resultante es cuadrado?, ¿Cuántos rectángulos se pueden construir para cada diagonal dada?

2.3 Método

La investigación según el grado de generalización es investigación acción de tipo cualitativo y descriptivo, porque se preocupa por el perfeccionamiento; es una investigación aplicada, orientada a decisiones (Bisquerra, 1989). En éste caso interesa la solución de un problema concreto, más que contribuir a alguna teoría científica. Se trata de un proceso planificado de espiral autoreflexiva: planificación, acción, observación, reflexión (Cohen y Manion, citado por Bisquerra, 1989; p. 279).

Sin embargo en este caso, el problema consiste no solamente en que el profesor o profesora no solo conozca, y maneje las TIC en educación matemática sino que decida implementarlas en su clase. Pues, para la primera fase, se ha realizado un estudio piloto con 24 docentes de matemáticas con más de 8 años de experiencia en la enseñanza de distintos cursos de matemáticas de distintos grados de educación secundaria.

Para el trabajo de campo de la primera fase se ha orientado el planteo y desarrollo de un ejemplo tipo y a continuación se han propuesto cuatro situaciones o problemas para ser resueltos por cada docente asistente. Los resolutores de las situaciones con herramientas digitales debían escribir en papel los avances, reflexiones y preguntas resultantes en cada una de las soluciones o avances de solución.

Para la capacitación y recolección de información se han diseñado, por cada uno de los diez software, 2 guías de trabajo con cinco ejercicios o problemas cada una (Ver Tabla 1). Estas guías han sido orientadas para su desarrollo, y

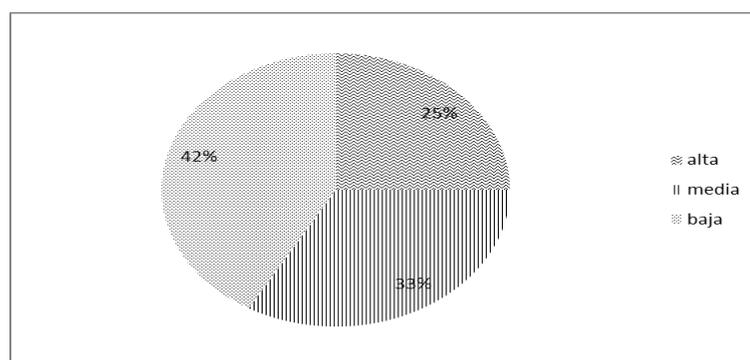
han sido desarrolladas por cada uno de los y las docentes asistentes a la fase inicial; docentes de matemáticas en ejercicio. Se ha orientado el planteo y desarrollo de ejemplos iniciales, junto con las herramientas necesarias para el manejo del software particular, y se ha propuesto para su solución otros cuatro problemas (Ver Tabla 1).

3. RESULTADOS

Se ha realizado los siguientes hallazgos:

- En uso de las tecnologías digitales ha encontrado aceptación variable por parte de los participantes, pues algunos han puesto de manifiesto que la forma en que lo han venido haciendo no requiere modificaciones tecnológicas o que el empleo de las TICS podría desviar la atención de los aprendices en el aula de clase, como se puede apreciar en la Figura 3.

Figura 3. Índice inicial de aceptación del uso de las TICS en el aula de clase de matemáticas

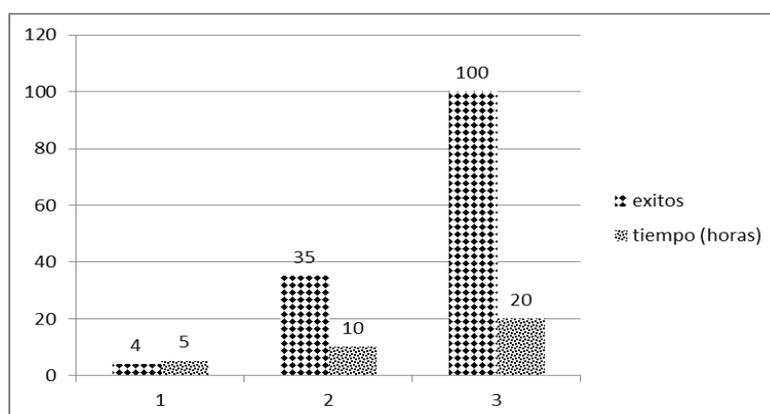


Mientras se iba desarrollando el proyecto se observaba que la resistencia al cambio era menor en la mayoría de los docentes participantes. Este hecho fue observado en la medida que iban teniendo éxito en la solución de los problemas y en la comprensión de

la herramienta computacional y su empleo.

- El aprendizaje de las herramientas computacionales para el desarrollo exitoso de problemas matemáticos ha sido un proceso que requiere un elevado nivel de práctica, como se puede observar en la Figura 4. El tiempo empleado para la resolución exitosa de un problema ha obedecido a tres factores: el conocimiento de la herramienta computacional, la aplicación de la herramienta a la solución del problema, el conocimiento matemático necesario y suficiente para la solución del problema.

Figura 4. Problemas resueltos con éxito en tres momentos temporales

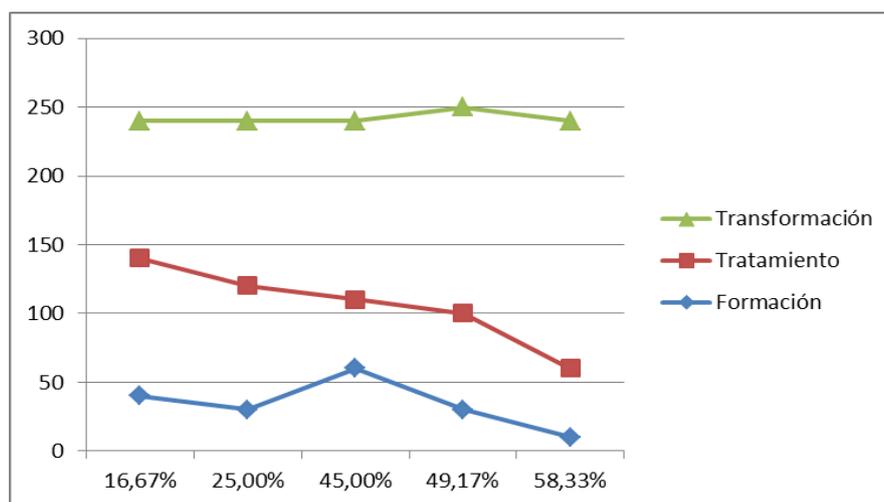


- El éxito en la resolución de problemas matemáticos empleando las TICs se ha podido organizar en cinco grupos de Docentes, cada uno con el porcentaje presentado en el eje horizontal. Por ejemplo el primer grupo de docentes correspondiente a un 16,67% de problemas resueltos con éxito ha realizado satisfactoriamente en promedio 40 formaciones de alguna representación, 100 tratamientos dentro de un registro de representación y 100 transformaciones entre registros de representación. De manera semejante con cada uno de los otros cuatro grupos

presentados en la Figura 5.

- Otro hecho que se ha podido verificar (Ver Figura 5) desde la frecuencia de uso, es que la formación de una representación semiótica válida es más difícil que las transformaciones entre registros de representación, y éstas a su vez más difíciles que los tratamientos dentro de un registro de representación semiótica. En otras palabras, expresadas por los mismos docentes, ellos y ellas han empleado en sus clases con mayor frecuencia los tratamientos dentro de un registro de representación de manera rutinaria que las transformaciones entre registros semióticos conformes de representación.

Figura 5. Niveles e Indices de dificultad del empleo de representaciones en resolución de problemas con las TICS.



Además se pudo observar que los tratamientos semióticos y las transformaciones entre registros de representación semiótica son dependientes del tipo de problema en cuanto al sistema matemático involucrado, y a las posibilidades semióticas ofrecidas por el software mismo. Pues los docentes preguntaban con frecuencia por registros de

representación no posibles en algunos software, lo cual se ha traducido en una variación del índice de dificultad en la resolución de un problema particular.

4. CONCLUSIONES

Unas conclusiones iniciales de lo desarrollado en la primera fase son las siguientes:

En cuanto al primero y segundo objetivos relativos a "Promover el uso de tecnologías digitales en la Educación Matemática" e "Impulsar la formación de profesores de matemáticas en ejercicio en uso de las TICS", se ha podido concluir que:

- En forma permanente, aunque variable de uno a otro docente, resistencia al cambio del lápiz y papel por las tecnologías digitales. Pues, para éste proceso que conduce a una alfabetización tecnológica, no todos los docentes presentan una actitud favorable para asumirla, ni para admitirla como necesaria. La resistencia al cambio ha venido disminuyendo en la medida que se resolvían problemas con éxito por parte de los y las participantes en el proceso.
- El aprendizaje de la información y empleo satisfactorio de las TICS en la resolución de problemas por parte de los y las docentes participantes, ha sido un proceso lento y complejo; pues se ha observado que para el uso satisfactorio de una herramienta computacional se requiere un tiempo largo para su aprendizaje por parte de usuarios poco familiarizados con éstas tecnologías.
- Los y las docentes participantes han demostrado interés por su formación y aprendizajes, así como también han expresado su deseo de profundización y continuación en el proyecto.
- Los directivos de las Instituciones Educativas han mostrado interés por el

desarrollo del proyecto y han estado de acuerdo en la necesidad de mejorar la infraestructura tecnológica de las instituciones.

- La Universidad del Tolima ha demostrado, desde la Licenciatura en Matemáticas, la necesidad de desarrollar este proyecto en sus tres fases y de implementarlo en todas las instituciones del Departamento del Tolima.

En cuanto al tercer objetivo "Realizar una introducción a algunos métodos computacionales para la enseñanza de las matemáticas" se ha podido concluir lo siguiente:

- La formación de una representación es un proceso difícil.
- El tratamiento de una representación dentro de un registro de representación es un proceso que se había realizado de forma "mecánica" o "algorítmica" y rutinaria en las clases por parte de los Docentes, sin embargo el alcance cognitivo del tratamiento de las representaciones era en parte desconocido por los participantes.
- La transformación de una representación desde un registro a otro es un proceso que se había realizado en las clases de matemáticas de forma rutinaria; sin embargo, el uso de las TICS ha permitido observar su potencialidad, no solo estática, sino dinámica, al permitir observar de manera directa e inmediata los cambios generados en un registro de representación (por ejemplo el gráfico), a partir de los cambios generados en otro(s) registro(s) (por ejemplo tabular y simbólico específico).
- Resolver problemas con comprensión desde la manipulación de representaciones, es un proceso que requiere modificar las preguntas en el aula de clase de matemáticas y modificar los roles de los profesores en el aula de clase.
- Resolver problemas exitosamente con las TICS es un proceso que requiere un entrenamiento profundo y riguroso por parte de los

Docentes, lo cual hace que sus avances sean lentos.

- Los tipos de representación empleados, así como los tratamientos y transformaciones semióticos en la resolución de problemas matemáticos, dependen tanto del tipo de sistema matemático involucrado (PS1, PS2, PS3, PS4, PS5), como de la herramienta usada para la resolución del problema (S1, S2, S3, S4, S5, S6, S7, S8, S9, S10).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abelson, H., diSessa, A. (1986). *Geometría de Tortuga*. Madrid: Anaya Multimedia S. A.
- Allan, B. (1985). *Introducción al Logo*. Madrid: Díaz de Santos, S. A.
- Arias, J. y Bélanguer, J. (1988). *Manual de programación en logo para enseñanza básica*. Madrid: Anaya Multimedia.
- Bisquerra, R. (1989). *Métodos de investigación educativa: guía práctica*. Barcelona: CEAC S.A.
- Bosch, M. (1994). *La dimensión ostensiva de la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad*. Disertación Doctoral no publicada. Barcelona, Universidad Autónoma de Barcelona.
- Bosh, M., Chevallard, Y.: (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Object d'étude et problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(1), 77-124.
- Brown, T. (1996). The phenomenology of the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 115-150.
- Brown, T. (1997). *Mathematics Education and Language. Interpreting Hermeneutics and Post-Structuralism*. Dordrecht: Kluwer.
- Castro, E. y Castro E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Coord.) *La educación matemática en la enseñanza secundaria*, (pp. 95-124). Barcelona: Horsori.

- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 73-112.
- Cruz, M. (2012). Web 2.0 ¿Reconfiguración social o tecnológica? Tomado de: <http://www.maestrosdelweb.com/editorial/web-20-¿reconfiguracion-social-o-tecnologica/> el 11-06-2012.
- Contreras, M. (2010). La competencia matemática con la calculadora Classpad330. *Epsilon. Revista de Educación Matemática*, 76, 9-32.
- diSessa, A. (1995). *Computers and exploratory learning*. Springer.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos de aprendizajes intelectuales*. Cali: Universidad del Valle.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine*. Berna: Peter Lang S.A.
- EduTEKA (2012) Scratch en la Educación Escolar. Consultado el 10-06-2012 en <http://www.eduteka.org/modulos.php?catx=9&idSubX=278>.
- Ernest, P. (1997). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. Albany: State University of New York.
- Font, V. (2001). Representation in Mathematics Education. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 14, 1 – 35.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: D. Reidel.
- Goldin, G. (1998). Representational Systems, Learning, and Problem Solving in Mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137 – 165.
- Hernández, J. L. (2010). GeoGebra, un cambio radical en el entorno del aprendizaje. *Epsilon. Revista de Educación Matemática*, 74, 53-65.
- Hiebert, J. y Carpenter, T. (1992). Learning and Teaching with understanding. En: D. A. Grows (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 65-99). New York: MacMillan Publishing Company.
- Hiebert, J. y Carpenter, T. (1992). Learning and Teaching with understanding. En: D. A. Grows (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching*

- and Learning* (pp. 65-99). New York: MacMillan Publishing Company.
- Hitt, F., Martínez, A. y Chávez, H. (1995). *LOGO construcción de conceptos matemáticos*. Mexico: Cinvestav-IPN.
- Hoyles, C. (1992a). *Learning mathematics and logo*. The MIT Press.
- Hoyles, C. (1992b). *Logo mathematics in the classroom*. Routledge.
- Hoyles, C. (1998). *Rethinking the Mathematics Curriculum*. Routledge.
- Hoyles, C. (2010a). *Mathematics Education and Technology-Rethinking Terrain*. Springer.
- Hoyles, C. (2010b). *Improving Mathematics at work: The need for Techno-Mathematical Literacies (Improving learning)*. Routledge.
- Janvier, C. (1987b). Representation and Understanding: The notion of function as an example. En C. Janvier (Ed.) *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, (pp. 67-71). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kant, E. (1978). *Crítica de la razón pura*. Madrid: Alfaguara.
- Kaput, J. (1991). Notations and Representations as Mediators of Constructive Processes. En E. Von Glasersfeld (ed.) *Radical constructivism in mathematics education* (pp 53-74). Dordrecht: Kluwer.
- Kaput, J. (1992). Technology and mathematics education. En D. Grows (Ed.), *Handbook of Research on mathematics teaching and learning* (pp. 515 – 556). New York: Mac Millan.
- Kieran, C. y Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las ciencias*, 7, pp. 229-240.
- Kilpatrick, J. (2010). *Meaning in mathematics Education*. Springer.
- Mandelbrot, B. (1983). *The fractal geometry of nature*. NY.: W. H. Freeman and Company.
- Mandelbrot, B. (1988). *Los objetos fractales. Forma, azar y dimensión*. Barcelona: Tusquets Editores.
- MEN (1998). *Lineamientos curriculares para el área de matemáticas en*

- Colombia. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN (1999). *Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas. Apoyo a los lineamientos curriculares*. Bogotá: Punto EXE Editores.
- MEN (Ed.) (2004). *Tecnología informática: Innovación en el currículo de matemáticas de la educación básica secundaria y media*. Bogotá: MEN.
- MEN. (2012). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Consultado en de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665_/articles-116042_archivo_pdf2.pdf [14-06-2012].
- Noss, R. (1996). *Windows on Mathematical meanings: Learning Cultures and computers*. Kluwer Academic Publishers.
- Papert, S. (1982). *Desafío a la mente*. Buenos Aires: Ediciones Galápagos.
- Proyecto Aurora (2012). On line project collaboration tools. <http://proyectoaurora.com/16631/google-docs/> [10-05-2012]
- Prudencio, M (2012). Una herramienta lúdica de iniciación a la programación. Consultado en http://www.linux-magazine.es/issue/28/078-082_ScratchLM28.crop.pdf [10-06-2012].
- Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. En L. Rico (Coord.) *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*, (pp. 61-94). Barcelona: Horsori.
- Radford, L. (1998). On signs and representation. A cultural account. *Scientia Pedagogica Experimentalis*, 35(1), 277-302.
- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática. *PNA*, 4(1), 1-14
- Skemp, R. (1986). *The psychology of learning of mathematics*. Harmondsworth: Penguin Books.
- Skemp, R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, 26(3), 9-15.
- Soto, F., Mosquera, S. y Gómez, C. (2005). La caja de polinomios. *Matemáticas: Enseñanza Universitaria* 13(1).
- Van Der Henst, C. (2012). ¿Qué es la Web 2.0? Tomado de edmetec, Revista de Educación Mediática y TIC; n° 2, v. 1, 2012, E-ISSN: 2254-0059; páginas: 66-89

<http://www.maestrosdelweb.com/editorial/web2/> el 11-06-2012.

Vergnaud, G. (1990b). Epistemology and psychology of mathematics education, en P. Nesher & J. Kilpatrick (eds.) *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 14-30). Cambridge: Cambridge University Press.