ISSN 0717-6945 ISSN ON LINE 0718-5162

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

CONOCIMIENTO CONCEPTUAL Y DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS VERBALES ARITMÉTICOS EN EL NIVEL INICIAL[1]

CONCEPTUAL KNOWLEDGE AND DIFFICULTIES IN SOLVING ARITHMETIC WORD PROBLEMS IN THE INITIAL LEVEL

Carlos Eduardo Oyarzún Burgos
Universidad de Los Lagos
Osorno, Chile.
coyarzun@ulagos.cl

Sonia Salvo Garrido
Universidad de La Frontera
Temuco, Chile.
ssalvo@ufro.cl

Recibido: 26/10/2010 Aceptado: 30/12/2010

RESUMEN

En la presente investigación se ha pretendido establecer el grado de correlación entre las variables en estudio, por una parte (1) la habilidad para resolver problemas verbales de estructura aditiva y, por otra parte, (2) el nivel de desarrollo del conocimiento conceptual a partir de la evaluación de la conmutatividad, la composición aditiva y las relaciones parte-todo (compensación y covariación). La hipótesis de trabajo propone que los niños de 6 y 7 años que presentan un mejor nivel de desempeño en tareas de resolución de problemas presentan también un mayor nivel de desarrollo de su conocimiento conceptual. Los resultados obtenidos permiten afirmar que se aprecia una correlación lineal entre la resolución de problemas y el conocimiento conceptual positiva (0.753) y estadísticamente significativa (v-p < 0.05).

Palabras clave: resolución de problemas aritméticos, conocimiento conceptual, matemática inicial.

ABSTRACT

The current research tries to establish the degree of correlation between the studied variables: on the one hand (1) the ability to solve oral additive structure problems and, on the other hand, (2) the conceptual knowledge development level based on the evaluation of commutativity, additive composition and part-whole relations (compensation and covariation). The research hypothesis proposes that 6-and-7-year-old children who show a good performance level in problem solving also show a greater level of conceptual knowledge development. The results confirm that a linear, positive (0.753) and statistically significant (pv <0.05) correlation was observed between problem solving and conceptual understanding.

Key words: arithmetic problem solving, conceptual knowledge, early mathematics.

1 Este artículo corresponde a los resultados del proyecto interno 002105 financiado por la Dirección de Investigación de la Universidad de Los Lagos.

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

CONOCIMIENTO CONCEPTUAL Y DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS VERBALES ARITMÉTICOS EN EL NIVEL INICIAL

La investigación del pensamiento matemático hoy en día se justifica por sí misma vistos los pobres desempeños de los niños de nuestro país en mediciones estandarizadas de conocimientos y habilidades en el subsector de educación matemática. Estos pobres desempeños se concentran fundamentalmente en aquellas tareas que ponen a prueba los verdaderos aprendizajes, esto es, los aprendizajes que se sustentan en una fuerte base conceptual comprensiva como lo es la tarea de resolución de problemas.

En general en psicología y educación especial las dificultades de los niños en el aprendizaje de las matemáticas y específicamente en la resolución de problemas verbales aritméticos han sido explicadas por una serie de factores, en algunos casos por factores extrínsecos al sujeto que aprende (carencias familiares, metodologías inadecuadas, etc.) y en otros casos por factores intrínsecos (alteraciones emocionales, intelectuales, falta de motivación y aptitud para las matemáticas, etc.) y además por carencias cognitivas del sujeto derivadas de un pensamiento lógico-matemático poco evolucionado, lo que derivaría en la no adquisición de la estructura mental del número y, por consiguiente, en la no comprensión del mismo a una edad en que el aprendizaje formal requiere de tal estructura para su comprensión. Este último modelo de análisis surge a partir de la teoría Piagetiana que básicamente planteaba que para que el niño pueda operar con los números y, por lo tanto, poder comprender la aritmética y resolver problemas aritméticos sencillos debería estar en posesión de un "pensamiento operatorio". Sin embargo, a partir del planteamiento del denominado "modelo de integración de habilidades"(Baroody, 1997, 1998; Bermejo, 1990; Bermejo y Lago, 1991) y derivados de los estudios de Gelman y Gallistel (1978) y posteriormente Fuson (1988), se ha aportado suficiente evidencia que no existiría dependencia lógica de la aritmética con respecto a las nociones de orden lógico-matemático (seriación, clasificación, conservación), dado que éstas parecen desarrollarse con posterioridad a los conceptos correspondientes a la aritmética (Langford, 1989). La opinión predominante se inclina más bien a favor de la dependencia inversa: los niños probablemente aprenden muchas cosas de la conservación a partir del cálculo, más específico aún, los niños construyen gradualmente los conceptos básicos del número y la aritmética de las experiencias reales que en gran parte involucran el conteo. Esto posibilitaría también que los niños puedan resolver con éxito algunos problemas verbales aritméticos (por ejemplo, Nunes y Bryant, 1996, Baroody, 1987, Carpenter, 1986, Baroody y Ginsburg, 1986, Riley, Greeno y Heller, 1983, Ginsburg y Klein, 1998). Es decir, el éxito con las tareas rutinarias de cálculo y la posibilidad de resolver ciertos tipos de problemas de estructura aditiva, al menos los más sencillos, dependería de algunas habilidades más específicas de dominio, esto es, por ejemplo, de una adecuada representación de la serie numérica oral que permitiría al niño resolver con relativa facilidad problemas del tipo $N + 1$, $1 + N$, $N - 1$ o del tipo $M + N$ (Baroody, 1988).

En los primeros años escolares los niños suelen resolver, a partir de estrategias informales basadas en el conteo, aquellos problemas más sencillos y que pueden ser modelados directamente, proposición por proposición (problemas canónicos o consistentes); sin embargo, y siguiendo la clasificación de Riley, Greeno y Heller (1983), los niños presentan dificultades en los problemas de estructura aditiva más complejos (no canónicos o no consistentes). La hipótesis más recurrente a este respecto es que los conocimientos informales (habilidades de conteo) no son suficientes para resolver este tipo de problemas y que los niños requerirían para ello un nivel de desarrollo conceptual más desarrollado

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

(Baroody, 1993, Fuson, 1992, Orrantia, 2002, Ginsburg y Klein, 1998, Nunes y Bryant, 1996).

TIPOS DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA, NIVELES DE DIFICULTAD Y CONOCIMIENTO CONCEPTUAL

Parece interesante indagar en las variables explicativas del fracaso de los niños en tareas sencillas de cálculo como las ya descritas (25 + 1 ó 1 + 37), y algunas de ellas ya se han referido, sin embargo, en el presente trabajo se intenta recoger información sobre un conocimiento matemático en particular que es la resolución de problemas verbales aritméticos de estructura aditiva (de suma y resta con una única operación). A este respecto se debe señalar que entre las variables que influyen en la resolución de problemas se encuentran, entre otras, el tipo de sentencia de los enunciados de los problemas, pudiéndose encontrar, según el planteamiento de Grouws (1972) y Lindvall e Ibarra (1980), básicamente tres tipos para los problemas de adición y sustracción, dependiendo del lugar que ocupe la incógnita. De esta forma nos encontramos con seis tipos distintos de problemas, tres para la adición y tres para la sustracción, cuyos niveles de dificultad varían dependiendo del tipo de operación de que se trate y del lugar que ocupa la incógnita. A los problemas, tanto de adición como de sustracción, en que la incógnita se ubica en el resultado se les denomina "canónicos" y aquellos en que la incógnita se ubica en el primer sumando, segundo sumando (adición), minuendo y sustraendo (sustracción) se les denomina "no canónicos". Los problemas cuyos enunciados se corresponden con las sentencias canónicas serían más fáciles de resolver que aquellos con sentencias no-canónicas (Nunes y Bryant, 1996). Por ejemplo, sería más fácil resolver un problema del tipo "Pedro tenía 5 lápices. Su hermana le perdió 2, ¿cuántos lápices le quedan a Pedro?", que otro como "Pedro tenía 5 lápices. Su hermana le quitó algunos y le quedan 2, ¿Cuántos lápices le quitó su hermana?". Es importante tener en cuenta aquí, tal como lo señala Orrantia (2002), que los problemas de suma y resta deben ser diferenciados de las operaciones de suma y resta que se llevan a cabo para encontrar la respuesta o cantidad desconocida. En algunos casos pueden coincidir, como en los problemas canónicos o consistentes, donde la situación de suma (o resta) se resuelve con una operación de suma (o resta); es el caso, por ejemplo, de los problemas de cambio con el conjunto-resultado desconocido (cambio 1, cambio 2), pero en otros casos no existe esta correspondencia, es el caso de los problemas inconsistentes, en los que la situación de suma (o resta) requieren de una resta (o suma) para encontrar la respuesta, como en el caso de los problemas de cambio en que se pregunta por la cantidad inicial (Diego tenía algunos caramelos. Daniela le regaló 5. Ahora tiene 9. ¿Cuántos caramelos tenía Diego al comienzo?. Otro ejemplo de un problema inconsistente, esta vez de comparación 6, sería el siguiente: "Carol tiene 7 caramelos. Ella tiene 2 caramelos menos que Natalia. ¿Cuántos caramelos tiene Natalia?". En este caso la palabra "menos" sugiere que el problema podría ser resuelto por medio de una sustracción antes que por medio de una adición. Evidentemente los problemas inconsistentes son más difíciles de resolver, y ello fundamentalmente porque el conocimiento conceptual es más avanzado. En definitiva, los problemas consistentes se pueden resolver a partir del modelado directo, construyendo el modelo de la situación del problema secuencialmente, proposición por proposición, tal como se presentan en el texto del problema. De esta manera, los conocimientos requeridos para este tipo de problemas no van más allá del uso de ciertas formas de relaciones numéricas de carácter protocuantitativo, que integradas con los principios básicos del conteo (Gelman y Gallistel, 1978,

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

Oyarzún, 2003) permiten el desarrollo de estrategias de conteo apropiadas para resolver este tipo de situaciones problemáticas (Orrantia, 1997). Sin embargo, la resolución de los problemas inconsistentes requiere proyectar la información textual del enunciado a un esquema parte-todo. Esto significa reconocer que dentro de los tres conjuntos que aparecen en el texto base, uno actúa como el "todo" y los otros dos como las "partes" dentro de una estructura parte-parte-todo. En todo caso Fuson (1992) sugiere que el rol de la comprensión parte-todo en la solución de los problemas por parte de los niños es incierta. Algunos investigadores, por ejemplo, Riley y colaboradores (1983), han sugerido que tal comprensión sostiene la competencia de todos, o por lo menos, de los tipos de problemas más difíciles, en concreto Riley señala que la utilización de una operación inapropiada y, en consecuencia la resolución equivocada de problemas de tipo cambio 5 y 6 se explica porque los niños no poseen comprensión de la relación parte-todo. Finalmente Geary (1996) afirma que no hay ninguna evidencia que una perfeccionada competencia en la resolución de problemas verbales se deba realmente a la comprensión de las relaciones parte-todo. Aparentemente el proceso de comprensión del enunciado de un problema puede estar mediatizado por cierto tipo de conocimiento conceptual, que en el caso de los problemas con estructura aditiva se relacionaría con la composición aditiva (estructura parte-todo) propia de un concepto de número más avanzado.

Otro aspecto a considerar u otra de las variables que incidiría en el nivel de ejecución de los problemas es el tipo de estructura semántica de los mismos (Fuson, 1992, Baroody, 1993, Geary, 1996). Considerando la estructura semántica de los problemas Riley, Greeno y Heller (1983) identifican tres tipos de problemas: problemas de cambio, de combinación y de comparación, dando lugar así a 14 problemas distintos (6 de cambio, 2 de combinación y 6 de comparación). Si bien existen algunas discrepancias en torno a los niveles de dificultad de cada uno de los problemas precedentes (Fuson, 1992, Verschaffel, 1984, Riley y colaboradores, 1983, Carpenter, Hiebert y Moser, 1981, Tamburino, 1980, Bermejo, 1990), Verschaffel y De Corte (1997) señalan que existiría cierto consenso en admitir que el orden de dificultad de los problemas sería el siguiente: los problemas más fáciles serían cambio 1, cambio 2 y combinación 1 y los más complejos cambio y comparación 5 y 6; en un nivel intermedio de dificultad se encontrarían los restantes problemas.

Desde un enfoque más actual, el análisis de las dificultades que presentan los niños para resolver problemas del tipo de los anteriormente nombrados, pasa no tanto por el "ropaje" externo de los mismos, sino que fundamentalmente por intentar identificar las habilidades específicas de dominio que estarían implicadas en la habilidad para resolver problemas verbales aritméticos, esto es, el tipo de conocimiento conceptual que se requiere para una resolución correcta. Inicialmente se ha afirmado (Geary, 1996) que hay una relación directa entre la habilidad del niño para resolver problemas y los diferentes tipos de estrategias disponibles. Por ejemplo, un problema como el siguiente "Maria tenía 2 caramelos. Su prima le regaló 5 caramelos, ¿cuántos caramelos tiene ahora María?" (cambio 1) podría ser resuelto utilizando la estrategia "contar a partir del mayor", la cual resultaría más eficiente que las estrategias "contar todo" o "contar a partir del primer sumando". El uso de una estrategia más evolucionada como lo sería la estrategia "contar a partir del mayor" para resolver este problema implicaría, por una parte, que el niño sea capaz de comparar magnitudes entre números para elegir el mayor de los dos, y, por otra parte, que sepa "contar a partir de" (hacia delante), pero también

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

conllevaría un tipo de conocimiento conceptual como lo sería el reconocimiento y la comprensión que el orden de los sumandos no altera el resultado, es decir, implicaría un conocimiento más maduro de la adición reflejada en el manejo de la "conmutatividad" (Baroody, 1988, De Corte y Verschaffel, 1987, Groen y Resnick, 1977). Por su parte Ginsburg y Klein (1998) coinciden con esta línea de pensamiento y señalan que la adquisición de esta estrategia parece depender del conocimiento implícito de la composición aditiva. Nunes y Bryan (1996) llaman "invariantes" a estas habilidades específicas de dominio u operaciones de pensamiento que deben ser entendidas para resolver un problema particular, así, por ejemplo, señalan que para un tipo de problema como "Daniel tenía algunos autitos. Le regalaron 5 más. Ahora Daniel tiene 8 autitos. ¿Cuántos autitos tenía Daniel al comienzo?", que es un problema de cambio-aditivo con comienzo desconocido (cambio 5), el niño requeriría entender una de las "invariantes" de la adición, en este caso específico, la "conmutatividad", es decir, a + b = b + a. Si un niño procediera mecánicamente y confiara, o se dejara llevar, por las señales lingüísticas superficiales del problema (le regalaron 5 más) simplemente agregaría o sumaría las cantidades en juego y cometería un error, sin embargo, podría recurrir a la utilización de dos operaciones de pensamiento (conmutatividad e inversión) y llegar a la solución a través de la sustracción, lo cual daría cuenta que este niño manejaría estas invariantes.

A juicio de Baroody (1988) podría parecer que si los niños utilizan procedimientos de adición que no dan importancia al orden de los sumandos es que comprenden la propiedad conmutativa, sin embargo, esta comprensión sólo se "infiere" a partir de la resolución de problemas aditivos cuando el niño resuelve este tipo de problemas utilizando una estrategia más evolucionada como lo es la estrategia de "contar a partir del mayor". En síntesis, la habilidad para resolver este tipo de problemas descansaría en cierto tipo de conocimiento conceptual básico, es decir, se parte de la base que cierto tipo de conocimiento conceptual es necesario para resolver ciertos problemas y que la falta de este conocimiento puede llevar al fracaso en el proceso de resolución. Lo anterior sugiere también, tal como lo señalan, por ejemplo, Riley y colaboradores (1983) y Bermejo (1990), que los avances en el manejo de procedimientos se explican como resultado de los avances en el conocimiento conceptual. En este sentido Baroody y Ginsburg (1986) afirman que el desarrollo de los procedimientos usados para solucionar problemas de suma y resta no se rige siempre por el desarrollo del conocimiento conceptual. Según estos autores, la conexión entre conocimiento y utilización de procedimientos, por una parte, y conocimiento conceptual, por otra, es muy compleja y ésta no aseguraría la adquisición de procedimientos relacionados con dicho conocimiento. Asimismo, señalan que, la construcción de procedimientos más maduros o avanzados puede deberse tanto a la adquisición del conocimiento conceptual subyacente como a un intento de reducir las demandas de procesamiento cognitivo de la tarea.

Siguiendo a Bermejo (1990), se plantea que si bien a lo largo de los primeros años escolares se produce un avance conceptual notable, resulta muy complejo señalar cuáles serían los factores responsables de este desarrollo. A juicio de este autor este conocimiento conceptual no se puede medir directamente, sólo inferir a partir de la observación de los procedimientos que el niño utiliza en la resolución de problemas.

En el último tiempo algunos investigadores del pensamiento matemático infantil (por ejemplo, Sophian y Mc Corgray, 1994, Irwin, 1996, Mourao y Cowan, 1998, Canobi, 2002, 2003) se han interesado particularmente en el

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

análisis de las competencias a través de la ejecución de ciertas tareas numéricas y específicamente en la relación conceptual-procedimental en problemas de adición. A juicio de Canobi (2003) es necesario llevar a cabo investigaciones que den cuenta de esta relación porque si bien hay algún apoyo a la idea que lo conceptual y lo procedimental estarían relacionados, no todos los hallazgos suponen una relación. Una de las dificultades mayores que advierte esta autora para poder interpretar los hallazgos de investigaciones en este campo es que el desarrollo conceptual ha sido "inferido" a partir de cambios en el uso de estrategias que los niños utilizan al resolver problemas antes que ser evaluados directamente. El argumento que presenta para justificar sus dudas a este respecto es el hecho que si bien los niños mayores tienden a resolver problemas aditivos más rápida y correctamente que los niños más jóvenes, usando estrategias más sofisticadas, tales como orden indiferente, descomposición y estrategias de recuperación, hacer inferencias acerca del desarrollo conceptual sobre la base de tales datos es "problemático" dado que los niños tienden a usar un rango de estrategias y, en ocasiones, aquellos capaces de usar estrategias más avanzadas no siempre lo hacen.

En definitiva, y dado que lo que se ha hecho fundamentalmente hasta ahora es inferir el desarrollo conceptual a partir del tipo de estrategias utilizadas en la resolución de los problemas, el interés mayor en este caso, ha estado centrado en descubrir, a través de la evaluación directa, el nivel de desarrollo de ciertas operaciones de pensamiento, invariantes o habilidades específicas de dominio (composición aditiva, conmutatividad, relaciones parte-todo) y relacionar dicho conocimiento conceptual con la habilidad en la resolución de problemas. Para ello, y ésta ha sido una tarea de suyo compleja, se han creado tareas o actividades que permitan evaluar directamente estas invariantes.

El establecer estas relaciones de desarrollo podría ayudar a entender qué tipo de habilidades o conocimiento conceptual pueden estar implicados de manera más directa con una resolución eficaz de algunos problemas verbales aritméticos y, en consecuencia, podrían dar luz sobre una explicación más exacta del porqué del fracaso o dificultad en la resolución de estos problemas. Si conocemos qué habilidades u operaciones de pensamiento requieren los niños para resolver problemas verbales, no sólo, podríamos explicarnos por qué unos problemas resultan ser más complejos que otros, sino que también podríamos explicarlos de mejor forma cuáles son las razones de la dificultad y qué hacer para subsanarlas. Desde el punto de vista de la práctica educativa en el subsector de educación matemática, así como para la práctica psicopedagógica de evaluación e intervención con niños que presentan dificultades en la resolución de problemas en los primeros años escolares, estos antecedentes podrían constituir un elemento de análisis relevante.

OBJETIVO

El propósito del presente estudio es evaluar el conocimiento conceptual en niños de 6 y 7 años y relacionar este conocimiento con la habilidad que éstos demuestran para la resolución de problemas verbales aritméticos de estructura aditiva. Si bien puede resultar interesante registrar en detalle los tipos de procedimientos y estrategias que los niños utilizarán al resolver los problemas, el interés mayor en este caso, se centró en descubrir, a través de la evaluación directa, el nivel de desarrollo de habilidades demostradas en tareas que evalúan la composición aditiva, la conmutatividad, la compensación y la covarianza en las relaciones parte-todo y relacionar dicho conocimiento

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

conceptual con la habilidad en la resolución de problemas. Para ello se crearon tareas y actividades que posibilitaron la evaluación de estas invariantes.

HIPÓTESIS

La hipótesis de trabajo es la siguiente:

Los niños de 6 y 7 años evaluados que resuelven correctamente la mayor parte de los problemas verbales aritméticos de estructura aditiva presentan también un mejor desempeño en las tareas que evalúan su conocimiento conceptual.

De confirmarse la hipótesis antes planteada se estarían aportando evidencias concordantes con las de aquellos investigadores del pensamiento matemático infantil que establecen una estrecha relación entre ambas variables (conocimiento conceptual y procedimental). Si esto es así significaría, por otro lado, que los niños con un peor desempeño en la resolución de problemas verbales tendrían también un peor rendimiento al evaluar sus conocimientos conceptuales, lo que implicaría que el insuficiente nivel de desarrollo del conocimiento conceptual podría explicar, en parte, las dificultades para resolver los problemas presentados.

MÉTODOS

Muestra

Para alcanzar los propósitos de la presente investigación, en la primera fase del estudio, se seleccionó una muestra al azar mediante un método aleatorio simple, esto es, se eligió a 10 niños de entre 6 y 7 años de edad de cada uno de los 4 cursos seleccionados (dos primeros y dos segundos básicos) de una escuela particular subvencionada de nivel socioeconómico medio-bajo de la ciudad de Osorno, quedando la muestra conformada por un total de 40 niños y niñas. Proporcionalmente la muestra quedó constituida por el mismo número de niñas que de niños. Para la segunda parte de la experiencia la muestra quedó conformada y se redujo sólo a 24 niños (14 niños y 10 niñas de primero y segundo básico). De estos 24 sujetos, un total de 14 (58.3%) obtuvieron bajos rendimientos en la prueba de resolución de problemas y 7 (29.16%) obtuvieron un buen rendimiento en la misma prueba. Se consideró que un niño o niña tenía buen rendimiento cuando obtuvo en la prueba de resolución de problemas 9 o más puntos, es decir, pudo resolver correctamente 9 o más de los 14 problemas presentados. Por el contrario, se consideró que un niño o niña obtuvo un bajo rendimiento en la prueba 1 si resolvió correctamente menos de la mitad de los problemas propuestos, esto es, resolvió 6 o menos.

La distribución y las características de edad, sexo y nivel escolar de la muestra se pueden apreciar en la siguiente tabla:

	edades		sexo		Nivel escolar		Total por cada fase del estudio
	6 años	7 años	Hombres	Mujeres	1º bás.	2º bás.	
Primera fase	20	20	20	20	20	20	40
Segunda fase	12	12	14	10	12	12	24

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

PROCEDIMIENTO

Tal como se puede apreciar el procedimiento llevado a cabo tuvo dos fases:

1. Primera fase: se evaluó individualmente a un total de 40 alumnos de los cuatro cursos elegidos con una prueba de resolución de problemas que incluía un total de 14 problemas: 6 problemas de cambio, 2 problemas de combinación y 6 problemas de comparación. Para llegar a este total de 40 niños se extrajo una muestra de 10 niños de cada uno de los 4 cursos (dos primeros y dos segundos básicos) mediante un muestreo aleatorio simple. Dado que los niños no eran conocidos por el investigador se pidió al profesor de aula el listado de los mismos y se fue eligiendo a los niños tratando que de cada curso haya tantas mujeres como hombres. En cada caso se llamaba al niño o niña seleccionada y se le llevaba a una pequeña sala en donde se le explicaba en detalle qué tipo de actividad tenía que realizar y los objetivos de la misma. A continuación se leían uno a uno los problemas, repitiéndolos cuando era necesario y se ofrecía material concreto (fichas) para que dispusiera de él si lo estimaba conveniente. El evaluador registraba en detalle los procedimientos y estrategias utilizadas por el niño y lo interrogaba cuando en vez de utilizar procedimientos concretos (de conteo con dedos o fichas, por ejemplo) utilizaba procedimientos "encubiertos" o mentales (recuerdo directo o hechos derivados, por ejemplo).

Por cada problema resuelto correctamente se asignaba un punto, lo que implicaba que el puntaje ideal en la prueba 1 era de 14 puntos.

2. Segunda fase: en esta segunda fase, y con posterioridad a la evaluación y determinación de los resultados en la prueba de resolución de problemas, se seleccionó a 24 sujetos, de los cuales 7 obtuvieron un buen rendimiento (6 niños y una niña), 14 obtuvo un mal rendimiento (7 niñas y 7 niños) y 3 obtuvieron un rendimiento regular, es decir, resolvieron correctamente 7 u 8 problemas. Básicamente la elección de los niños y niñas que conformaron la muestra para esta segunda fase estuvo supeditada al resultado obtenido en la primera prueba, previniendo que la muestra quedara conformada, fundamentalmente, por sujetos con buen y mal rendimiento en la prueba 1.

Este procedimiento permitió, con posterioridad. establecer las relaciones de desarrollo entre esta variable (resolución de problemas) y el conocimiento conceptual, relación que, a partir de las hipótesis planteadas, debería ser directamente proporcional, es decir, se esperaba que los niños que obtuvieron mayor éxito en la tarea de resolución de problemas demostraran también un mejor desempeño en las tareas que evaluaban su conocimiento conceptual.

Tal como se ha señalado, en esta segunda fase participó un total de 24 niños, a todos los cuales se les evaluó de forma individual el nivel de desarrollo de su conocimiento conceptual con tareas especialmente diseñadas con este propósito y que evaluaban específicamente la conmutatividad, la composición aditiva y las relaciones parte-todo (co-variación y compensación).

Al igual que para la prueba 1 se sometió a los niños a unos problemas que eran leídos por el evaluador y que en su mayoría exigían la realización de determinadas acciones, luego de lo cual se interrogaba a los niños. Cada respuesta correcta era valorada con 1 punto, siendo el total posible igual a 43 puntos.

A continuación se muestran algunos ejemplos de tareas presentadas a los niños para la evaluación de la tarea 1 (resolución de problemas) como de la tarea 2 (conocimiento conceptual).

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

<u>Tarea 1</u>: prueba de resolución de problemas

a) Ejemplos de problemas de cambio

Cambio 3:
Pedro tiene 6 lápices. Su padre le compró algunos lápices más.
Ahora tiene 15 lápices ¿Cuántos lápices le compró su padre?
Cambio 5:
Sonia tenía algunos caramelos. Su hermana le regaló 6 caramelos más.
Ahora Sonia tiene 14 caramelos ¿Cuántos caramelos tenía al comienzo?

b) Ejemplo de problemas de combinación

Combinación 2:
En una mesa hay 12 personas. 4 son mujeres y el resto hombres.
¿Cuántos hombres hay en la mesa?

c) Ejemplos de problemas de comparación

Comparación 3:
Luis tiene 8 peces en su pecera. Rubén tiene 7 peces más que Luis.
¿Cuántos peces tiene Rubén?
Comparación 6:
Carmen tiene 6 primos. Ella tiene 5 primos menos que Sofía.
¿Cuántos primos tiene Sofía?

<u>Tarea 2</u>: **prueba de conocimiento conceptual**
Se evaluó el conocimiento conceptual bajo el siguiente esquema:

- ***Conmutatividad y composición aditiva (Test 1)***
- ***Relaciones parte-todo (Test 2)***
  - ***covarianza***
  - ***compensación***

Test 1: conmutatividad y composición aditiva
<u>subtest 1</u>: 2 grupos ordenados (2- group order)
R + 3 y 3 + R

"Pedro obtiene una caja de caramelos rojos (ponerlos dentro de la primera caja) y luego obtiene una caja con tres caramelos azules (ubicar dentro de la segunda caja). Daniel obtiene tres caramelos azules (ponerlos dentro de la primera caja) y luego obtiene una caja de caramelos rojos (ponerlos dentro de la segunda caja)"
Pregunta. ¿Tienen Pedro y Daniel el mismo número o la misma cantidad de caramelos?

<u>Subtest 5</u>: 3-grupos de composición (3-group composition)
(R + 3) + 7 y R + 3 + 7

"Pedro obtiene una caja de caramelos rojos (ponerlos dentro de la primera caja) y 3 caramelos azules (ponerlos dentro de la primera caja). Luego él obtiene 7 caramelos verdes (ponerlos dentro de la segunda caja). Daniel obtiene una caja de caramelos rojos (ponerlos dentro de la primera caja), luego obtiene 3

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

caramelos azules (ponerlos dentro de la segunda caja) y finalmente obtiene 7 caramelos verdes (ponerlos dentro de la tercera caja)"

Pregunta: ¿Tienen Pedro y Daniel el mismo número o la misma cantidad de caramelos?

***Test 2*: relaciones parte-todo**

Covariación

A. ***Incremento****:* implica el incremento de una de las partes mientras la otra permanece igual, con lo cual el total se incrementa en razón de lo añadido a una de las partes.

$$\text{SI} \quad P1 + P2 = W\text{, entonces}$$
$$(P1 + x) + P2 = W + x$$

B. ***Decremento***: implica comprender que si algo se quita a una de las partes mientras la otra permanece constante, el total disminuirá en la misma cantidad que disminuyó una de las partes.

$$\text{SI} \quad P1 + P2 = W\text{, entonces}$$
$$(P1 - x) + P2 = W - x$$

Tarea 1: covariación

Se le pide al niño que divida un conjunto de fichas en partes iguales y luego:

a. Se agrega una ficha a uno de los subconjuntos.
b. Se quita una ficha a uno de los subconjuntos.
c. Se traslada una ficha de uno de los subconjuntos al otro.
d. Ecuación oral: ¿4 + 4 es ...?, si tú sabes que 4 + 4 es 8, cuánto crees tú que es 5 + 3?.

En cada caso se pregunta por el total, si éste ha variado y en cuánto ha variado, interrogando a la vez por las evidencias que ha tenido a la vista para llegar a dar su respuesta.

Compensación

A. *En movimiento ("move schema")*: este tipo de compensación implica el movimiento de una parte de un subconjunto al otro subconjunto, lo que implica que el total no se incrementa ni disminuye.

$$(P1 + x) + (P2 - x) = W$$

B. *En equilibrio ("balance schema")*: este segundo esquema de compensación requiere que el niño comprenda que si una cantidad se añade a una de las partes y esa cantidad es igual a la que se quita de la otra parte, el total seguirá siendo el mismo.

$$(P1 + m) + (P2 - n) = W, \text{ si } m = n$$

Tarea 2: compensación
Se divide un conjunto de caramelos en partes iguales entre dos muñecos y se depositan en dos cajas y luego:

a. Se deposita un caramelo en una de las cajas.
b. Se traslada un caramelo de una caja a otra.
c. Se agrega un tercer muñeco que extrae para sí un caramelo de una de las cajas y luego se deposita un caramelo en la otra caja.

RESULTADOS

A continuación se muestra una síntesis de los resultados obtenidos en la investigación, resultados que confirman la hipótesis planteada en la investigación, esto es, el mayor nivel de desarrollo conceptual en tareas específicas de dominio como las evaluadas se corresponden con una mayor tasa de éxito en tareas de resolución de problemas.

A continuación se muestran los resultados obtenidos por los niños, disgregados por nivel escolar y sexo, en la prueba de resolución de problemas:

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

Total Test Resolución de Problemas

NIV_ESC	SEXO		Frecuencia	Porcentaje
1	hombre	2	1	14.3
		3	1	14.3
		4	1	14.3
		5	2	28.6
		8	1	14.3
		9	1	14.3
		Total	7	100.0
	Mujer	3	1	20.0
		4	1	20.0
		6	3	60.0
		Total	5	100.0
2	hombre	5	1	14.3
		6	1	14.3
		9	1	14.3
		11	2	28.6
		12	2	28.6
		Total	7	100.0
	Mujer	4	1	20.0
		6	1	20.0
		7	1	20.0
		8	1	20.0
		11	1	20.0
		Total	5	100.0

Tal como se puede apreciar en la tabla, de un total de 7 niños de primero básico evaluados con esta prueba, sólo el 28.6% de ellos respondió correctamente más de la mitad de los problemas, es decir, respondió 7 o más problemas correctamente, y ninguna de las mujeres de igual nivel escolar alcanzó tal nivel de rendimiento. Un 71.5% de los niños de este nivel escolar respondió menos de la mitad de los problemas correctamente. En segundo básico los puntajes más altos son superiores a los observados en primero básico, dado que en este caso se observa niños y niñas que alcanzan los 11 y 12 puntos de un total de 14, luego el porcentaje que obtiene los más bajos rendimientos es menor al observado en primero básico, en este caso sólo un 28.6% de los hombres y un 40% de las niñas obtiene puntajes inferiores al promedio. Resulta interesante apreciar que a mayor edad, independientemente del género, el rendimiento en la tarea aumenta, manteniéndose la diferencia de rendimiento por género, esto es, se sigue observando un mejor rendimiento en hombres que en mujeres. En general se puede advertir que sólo 7 sujetos (1 niña y 6 niños) respondieron correctamente a 9 o más problemas, lo que representa a sólo un 29.16% del total de sujetos evaluados. En el extremo opuesto, 14 sujetos (7 niños y 7 niñas), que corresponde a un 58.3% de la muestra, obtuvo un mal rendimiento, es decir, respondió correctamente a 6 o menos problemas.

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

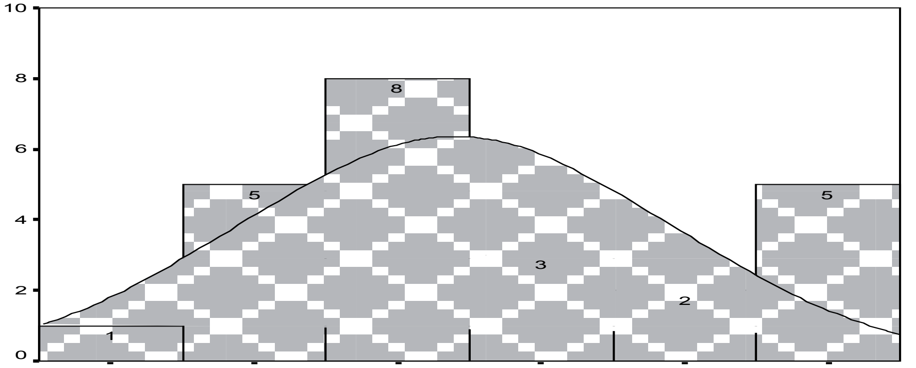
En la siguiente tabla se presenta el resultado del grupo total en la prueba 1 (resolución de problemas):

Total test resolución de problemas

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	2	1	4.2
	3	2	8.3
	4	3	12.5
	5	3	12.5
	6	5	20.8
	7	1	4.2
	8	2	8.3
	9	2	8.3
	11	3	12.5
	12	2	8.3
	Total	24	100.0

Tal como se observa en la tabla, ninguno de los niños evaluados respondió correctamente a todos los problemas (14 problemas) y un total de 6 niños obtuvo rendimientos bajos o significativamente bajos, ya que respondieron a 4 o menos problemas correctamente. De cualquier forma el rendimiento como grupo fue más bien bajo por cuanto sólo el 41.6% del total de sujetos evaluados respondió la mitad o más de la mitad de los problemas presentados. El 20.8% de la muestra total de sujetos, esto es, 5 niños presentaron rendimientos significativamente buenos, ya que resolvieron correctamente 11 o 12 problemas correctamente de un total de 14.

Test Shapiro-Wilk Estadístico gl Sig. 0.933 24 .110



De los resultados del test podemos observar que la variable del puntaje final del test de Resolución de Problemas sigue una distribución normal (v-p >0.1).

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

Los alumnos obtuvieron un puntaje promedio de 6.79 puntos y una desv. típica de 3.01

A continuación se aprecian los resultados de la prueba 2 (conocimiento conceptual):

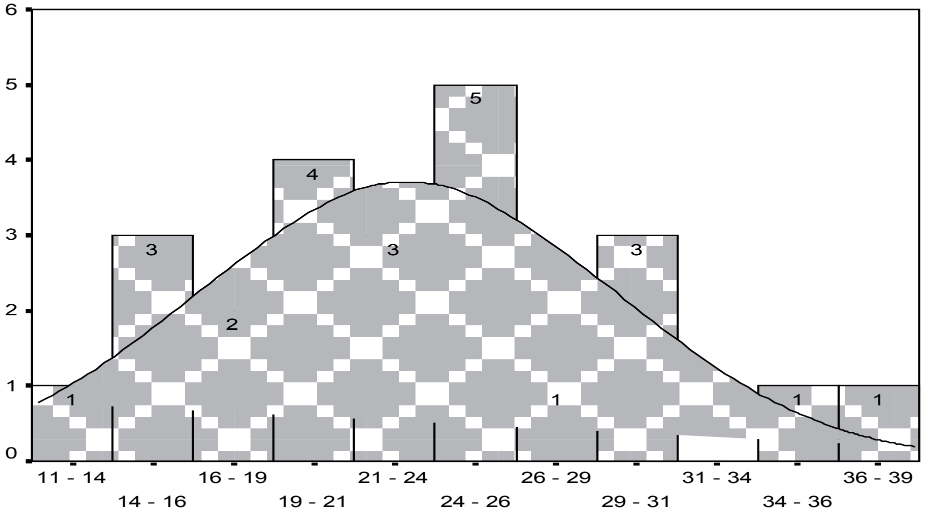
Total Conocimiento Conceptual

	Frecuencia	Porcentaje
13	1	4.2
14	2	8.3
15	1	4.2
17	2	8.3
19	2	8.3
20	2	8.3
22	2	8.3
23	1	4.2
24	1	4.2
25	1	4.2
26	3	12.5
28	1	4.2
29	3	12.5
35	1	4.2
37	1	4.2
Total	24	100.0

Los alumnos obtuvieron un puntaje promedio de 22.88 puntos y una desviación típica de 6.44. En este test de un total de 24 alumnos un 49.8% de los sujetos evaluados obtuvo puntajes inferiores al promedio y ninguno de los alumnos alcanzó la puntuación total de la prueba (43 puntos), siendo posible afirmar que el rendimiento en ambas pruebas fue similar aun cuando levemente mejor en la prueba de conocimiento conceptual en donde casi la mitad de los alumnos obtuvo un rendimiento superior al promedio, a diferencia de la prueba de resolución de problemas donde aproximadamente el 42% de los sujetos alcanzó tal nivel de rendimiento.

REXE: “Revista de Estudios y Experiencias en Educación”. UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

Test Shapiro-Wilk Estadístico gl Sig. 0.964 24 .530



De los resultados del test podemos observar que la variable del puntaje final del Conocimiento Conceptual sigue una distribución normal (v-p >0.1).

El análisis de correlaciones de Pearson entre todas las variables en estudio se presenta a continuación:

Correlaciones

		TOT_CAM	TOT_COMB	TOT_COMP	tot_res_prob	tot_test1	tot_test2	Tot_con_conc	total_fin
TOT_CAM	Correlación de Pearson	1	.474*	.706**	.904**	.351	.725**	.732**	.832**
	Sig. (bilateral)	.	.019	.000	.000	.093	.000	.000	.000
TOT_COMB	Correlación de Pearson	*	1	.442*	.617**	.431*	.592**	.631**	.663**
	Sig. (bilateral)		.	.031	.001	.036	.002	.001	.000
TOT_COMP	Correlación de Pearson	**	*	1	.923**	.185	.619**	.598**	.742**
	Sig. (bilateral)			.	.000	.387	.001	.002	.000
tot_res_prob	Correlación de Pearson	**	**	**	1	.329	.754**	**.753****	**.880****
	Sig. (bilateral)				.	.117	.000	.000	.000
									24
tot_test1	Correlación de Pearson		*			1	.339	.538**	.499*
	Sig. (bilateral)					.	.105	.007	.013
tot_test2	Correlación de Pearson	**	**	**	**		1	.975**	**.958****
	Sig. (bilateral)						.	.000	.000
Tot_con_conc	Correlación de Pearson	**	**	**	**	**	**	1	**.975****
	Sig. (bilateral)							.	.000
								24	24
total_fin	Correlación de Pearson	**	**	**	**	*	**	**	1
	Sig. (bilateral)								.

*. La correlación es significante al nivel 0,05 (bilateral).

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Observando el cuadro de correlaciones de Pearson, podemos afirmar que todas son positivas y la mayoría significativas (v-p < 0.05), esto significa que a medida que aumenta el puntaje de una variable también aumenta el puntaje de la otra variable.

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

En la siguiente tabla es posible apreciar las correlaciones lineales entre las variables en estudio:

Correlaciones

		tot_res_prob	Tot_con_conc
tot_res_prob	Correlación de Pearson	1	.753**
	Sig. (bilateral)	.	.000
	N	24	24
Tot_con_conc	Correlación de Pearson	.753**	1
	Sig. (bilateral)	.000	.
	N	24	24

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

La correlación lineal entre resolución de problemas y conocimiento conceptual es de 0.753, o sea positiva y estadísticamente significativa (v-p < 0.05). Esto significa que los alumnos que obtuvieron un puntaje mayor en el puntaje total de resolución de problemas, también obtuvieron, mayoritariamente, un puntaje mayor en el total del test de conocimiento conceptual.

CONCLUSIONES

Tal como se ha podido apreciar al presentar los resultados, éstos parecen confirmar la hipótesis planteada y son coincidentes con otros estudios llevados a cabo en esta misma línea, por ejemplo, Orrantia (2002), Irwin (1996) y Sophian y Vong (1995), en orden a que, tal como señala Bermejo (1990) un conocimiento conceptual más elaborado, del tipo que dan cuenta los niños en las distintas tareas aquí planteadas, conduce a una resolución más exitosa de los problemas.

Desde el punto de vista práctico los resultados obtenidos tienen importantes implicancias, algunas de las cuales se listan a continuación:

a) Se debe propiciar una didáctica en la matemática inicial que priorice el desarrollo conceptual por sobre el aprendizaje de técnicas y procedimientos (algoritmos).
b) La educación matemática en su nivel inicial debe plantear a los niños una amplia variedad de problemas verbales aritméticos y no restringir la presentación y resolución sólo a los problemas de una estructura semántica más simple (problemas canónicos o consistentes).
c) En el ámbito psicopedagógico se debe propiciar la evaluación y la reeducación, considerando los niveles de conocimiento conceptual alcanzado por los niños y no tan sólo de las nociones de orden lógico-matemático.
d) A nivel preescolar debiera conducirse el proceso de construcción de la estructura mental del número, considerando tareas de resolución de problemas que pongan a prueba y propicien la construcción de conceptos, dando así mayor relevancia a variables cognitivas más que psicomotoras o lógico-matemáticas propias de la propuesta Piagetiana (seriación y clasificación).

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

Lo anterior es especialmente interesante por cuanto por décadas los procesos formativos de educadores diferenciales y psicopedagogos en Chile han puesto en evidencia, derivado de la teoría Piagetiana, la necesidad de evaluar y estimular las nociones de orden lógico-matemático para favorecer el desarrollo de este tipo de pensamiento y con ello favorecer a la vez las competencias numéricas y aritméticas de los niños. Según este planteamiento (por ejemplo, Karmiloff-Smith, 1994, Baroody, 1997, Resnick y Ford, 1998), sería éste el camino para que los niños alcancen un sentido numérico más evolucionado. Siendo las nociones lógico-matemáticas (seriación y clasificación) una condición necesaria para la adquisición del concepto de número, la acción pedagógica a nivel preescolar debiera orientarse básicamente en este sentido. Del mismo modo, las dificultades matemáticas iniciales se explicarían por un pensamiento lógico-matemático poco evolucionado, evidenciado en la no adquisición de las nociones constitutivas del concepto de número. En consecuencia, el quehacer psicopedagógico para con los niños con dificultades en el aprendizaje de matemática debiera procurar el desarrollo operatorio del pensamiento y con ello asegurar la construcción de la idea de número. Sólo a partir de este momento estaría el niño en condiciones de comprender la aritmética y consecuentemente podría ser capaz de resolver problemas de forma comprensiva.

Este planteamiento es coherente con el denominado "modelo de las habilidades" (Dockrell y McShane, 1997) y que básicamente propone que el desarrollo de las habilidades académicas, por ejemplo, las habilidades matemáticas, dependen del desarrollo de ciertas habilidades de procesamiento específico (en este caso la seriación y la clasificación) y que, por lo tanto, la causa del fracaso, la dificultad o el no aprendizaje se explicaría por el escaso nivel de desarrollo de estas habilidades específicas. Esto supone, por lo tanto, que la dificultad debe y puede superarse y que el aprendizaje puede y debe producirse sólo a condición que estas habilidades hayan alcanzado cierto nivel de desarrollo. Subyace a este planteamiento la idea que el progreso o potenciación de las habilidades específicas automáticamente tiene un efecto en la superación de la dificultad académica.

El presente trabajo implica una mirada crítica al planteamiento recién descrito toda vez que: (1) propone que en el aprendizaje y desarrollo de las habilidades numéricas, aritméticas y especialmente de la resolución de problemas, se ponen en juego otros componentes cognitivos específicos de dominio (conocimiento conceptual) distintos de las nociones de seriación y clasificación, aun cuando pudieran ser complementarios, y (2) que tal vez sean estos componentes conceptuales los que mejor expliquen las dificultades iniciales de los niños para adquirir ciertas competencias básicas para la resolución de problemas.

En definitiva, se puede concluir, a partir de los hallazgos encontrados, que el conocimiento conceptual y el dominio de habilidades específicas de dominio (invariantes) estarían estrechamente vinculados a la resolución exitosa de problemas y que un bajo nivel de desarrollo en el manejo de estas invariantes se relaciona con bajos resultados en la tarea de resolución de problemas. Falta, sin embargo, establecer si este conocimiento conceptual determinado, constituye un requisito y, en definitiva, hace posible un mejor desempeño en la resolución de problemas verbales aritméticos de estructura aditiva y sería, a la vez, lo que limitaría las posibilidades de éxito en esta tarea.

El establecer estas relaciones de desarrollo entre las variables en estudio, conocimiento conceptual por un lado y resolución de problemas por otro, podría

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

ayudar a entender qué tipo de habilidades o conocimiento conceptual pueden estar implicados de manera más directa en una resolución eficaz de algunos problemas verbales aritméticos y, en consecuencia, podrían dar luz sobre una explicación más exacta del porqué del fracaso o dificultad en su resolución. Si conocemos qué habilidades u operaciones de pensamiento requieren los niños para resolver problemas verbales, no sólo, podríamos explicarnos por qué unos problemas resultan ser más complejos que otros, sino que también podríamos explicar de mejor forma cuáles son las razones de la dificultad y qué hacer para subsanarlas. Desde el punto de vista de la práctica educativa en el sub-sector de educación matemática, así como para la práctica psicopedagógica de evaluación e intervención con niños que presentan dificultades en la resolución de problemas en los primeros años escolares, estos antecedentes podrían constituir un elemento de análisis relevante.

LIMITACIONES Y PROYECCIONES DE LA INVESTIGACIÓN

A pesar que las evidencias encontradas en la presente investigación resultan coherentes y determinan una relación importante entre conocimiento conceptual y la habilidad para resolver problemas verbales aritméticos de estructura aditiva y que entre los 6 y 7 años muchos niños demuestran un avance conceptual notable, la investigación llevada a cabo no permite dar respuesta a las siguientes interrogantes, las que podrían constituir limitaciones del mismo, pero que permiten visualizar y guiar futuras investigaciones en esta línea:

- ¿resulta plausible pensar que un alto nivel de desarrollo de la conmutatividad y la composición aditiva y de las relaciones parte-todo son las habilidades conceptuales responsables del éxito en la tarea de resolución de problemas, es decir, es este tipo de conocimiento conceptual el que propicia un mayor éxito en la resolución de los tipos de problemas planteados o sólo hay una correlación importante entre las variables examinadas?

- ¿resulta suficiente este nivel de desarrollo conceptual, en los aspectos ya señalados, para resolver adecuadamente los problemas más complejos de estructura aditiva (los no canónicos o no consistentes) o sólo posibilitan el éxito en los problemas más simples y para el caso de los problemas más complejos, aquellos llamados inconsistentes, se requiere de un conocimiento conceptual más avanzado?

- ¿es sólo uno de los aspectos conceptuales evaluados más decidor que el otro para tener éxito en la tarea de resolución de problemas?

- ¿qué otro tipo de componentes conceptuales están implicados tanto o más que los que en esta investigación fueron evaluados en la resolución exitosa de problemas de estructura aditiva?

- ¿efectivamente un mayor nivel de conocimiento (conceptual) implica necesariamente la utilización de procedimientos y estrategias más sofisticadas?

Finalmente, ¿cuáles son los factores responsables de ese mayor conocimiento conceptual?

Ciertamente las interrogantes antes expuestas posibilitan la generación de nuevas investigaciones en la misma línea, sin embargo, se considera que teóricamente los hallazgos encontrados son de especial relevancia en, al menos, cuatro ámbitos:

a) Las causas del no éxito o del fracaso específico en tareas de resolución de problemas en el nivel inicial parecen estar directamente relacionadas con bajos desempeños en conceptos específicos del dominio matemático.
b) El desarrollo de la habilidad matemática en los primeros años escolares parece corresponderse con el desarrollo de conceptos y son éstos los que posibilitan un mejor desempeño procedimental.
c) La construcción de significados (conceptos) implicaría o lleva implícita una idea más madura del número y que se expresa en la utilización de procedimientos y estrategias más evolucionadas y en la posibilidad de alcanzar mayores niveles de logro en la resolución de problemas.
d) Las variables o factores intrínsecos de orden cognitivo (insuficiente nivel de desarrollo del conocimiento conceptual) explican de mejor forma el fracaso en la tarea de resolución de problemas en los niveles iniciales.

BIBLIOGRAFÍA

BAROODY, A. (1987): the development of counting strategies for single-digit addition. *Journal for Research in mathematics Education,* 18, 141-157.

BAROODY, A. (1988): Children's Mathematical Thinking: A developmental Framework for Preschool, Primary, and Special Education Teachers (tra. cast.: El pensamiento matemático de los niños: un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial. Madrid, Aprendizaje Visor, 1997).

BAROODY, A. (1998): Fostering Children's Mathematical Power. Mahwa, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates.

BAROODY, A. (1993): Fostering the mathematical learning of young children. En Spode, B. (Ed.), *Handbook of Research on the Education of Young Children* (151-175). New York: MacMillan.

BAROODY, A., GINSBURG, H. (1986): The relationship between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. En Hiebert, J. (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 75-112). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

BERMEJO, V. (1990): El niño y la aritmética. Barcelona, Paidós.

CANOBI, K., REEVE, R., PATTISON, P. (2002): Young children's understanding of addition concepts. *Educational Psychology,* 22 (5), 513-532.

CANOBI, K., REEVE, R., PATTISON, P. (2003): Patterns of knowledge in children's addition. *Developmental Psychology,* 39 (3), 521-532.

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33

CARPENTER, T. (1986): Conceptual knowledge as a Foundation for Procedural Knowledge: Implications from Research on the Initial Learning. En Hiebert, J. (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* ((pp. 113-132). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

CARPENTER, T., HIEBERT, J., MOSER, J. (1981): Problem structure and first-grade children's initial solution processes for simple addition and subtraction processes. *Journal for Research in Mathematics education,* 12, 27-39.

DE CORTE, E., VERSCHAFFEL, L. (1987): The effect of semantic structure on first graders' strategies for solving addition and subtraction word problems. *Journal for research in Mathematics Education,* 18, 363-381.

DOCKRELL, J., MCSHANE, J. (1997): Dificultades de aprendizaje en la infancia: un enfoque cognitivo. Barcelona, Paidós.

FUSON, K. (1992): Research on Learning and Teaching Addition and Subtraction of Whole Numbers. En Leinhardt, G., Putnam, R., (Eds.) *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 53-187). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

GELMAN, R., GALLISTEL, C. (1978): The child's understanding of number. Cambridge, MA: Harvard University Press.

GINSBURG, H., KLEIN, A., STARKEY, P. (1998): The development of children's mathematical thinking: Connecting research with practice. En Damon, W. (Ed.), *Handbook of child psychology, Vol. 4* (pp. 401-476). New York: John Wiley & Sons.

IRWIN, K. (1996): Children's understanding of the principles of covariation and compensation in part-whole relationships. *Journal for Research in Mathematics Educations,* 27 (1), 25-40.

KARMILOFF-SMITH, A. (1994): Más allá de la modularidad: la ciencia cognitiva desde la perspectiva del desarrollo. Madrid, Alianza Editorial.

LANGFORD, P. (1987): Concept development in the primary school (trad. cast.: El desarrollo del pensamiento conceptual en la escuela primaria. Barcelona, Paidós/MEC, 1989).

LINDVALL, C., IBARRA, C. (1980): Incorrect procedures used by primary grade pupils in solving open addition and subtraction sentences. *Journal for Research in Mathematics Education*, 11, 50-62.

MOURAO, A., COWAN, R. (1998): The emergence of additive composition of number. *Educational Psychology,* 18 (4), 377-390.

NUNES, T. BRYANT, P. (1996): Children doing mathematics. Oxford, England: Basil Blackwell.

ORRANTIA, J. (2002): El rol del conocimiento conceptual en la resolución de problemas aritméticos con estructura aditiva. Artículo no publicado, Universidad de Salamanca.

RESNICK, L., FORD, W. (1998): La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Madrid-Barcelona, MEC-Paidós.

RILEY, M., GREENO, J., HELLER, J (1983): Development of children's problem-solving ability in arithmetic. En Ginsburg, H. (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press.

SOPHIAN, C., MCCORGRAY, P. (1994): Part-whole knowledge and early aritmethic problem solving. *Cognition and Instruction,* 12(1), 3-33.

SOPHIAN, C., VONG, K. (1995): The parts and wholes of arithmetic story problems: developing knowledge in the preschool years. *Cognition and instruction,* 13 (3), 469-477.

VERSCHAFFEL, L., DE CORTE, E. (1997): Word Problems: A vehicle for promoting authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school?. En Nunes, T. Y Bryant, P. (Ed) *Learning and teaching mathematics: an international perspective* (pp 69-97). Hove, UK: Psychology Press.

REXE: "Revista de Estudios y Experiencias en Educación". UCSC. Vol. 9, Número 18, agosto - diciembre, 2010, pp. 13-33