Reseña

Visions in Mathematics

Fernando Zalamea[1]

Visions in Mathematics
N. Alon, J. Bourgain, A. Connes, M. Gromov, V. Milman (eds.)
Basel: Birkhäuser, 2010 (segunda edición)
2 volúmenes, 983 pp. 28 fotografías. Sin índices.

Visions in Mathematics es la reedición de las Memorias del Congreso GAFA 2000 ("Geometric and Functional Analysis", Tel Aviv) dedicado a "discutir la importancia, los métodos, el futuro y la unidad/diversidad de las matemáticas al entrar al siglo XXI" (p. *vii*). El Congreso reunió a algunos grandes matemáticos del momento (Bourgain, Gowers, Gromov, Kazhdan, Novikov, Sinai, Connes, Milman, etc.) alrededor de conferencias que pretendían establecer panoramas y perspectivas en subregiones de la geometría y el análisis. Veintiocho artículos recopilan cerca de la mitad de las conferencias ofrecidas (programa completo, pp. *xi*–*xv*). Al final del segundo volumen, se recogen las transcripciones de las discusiones libres realizadas al terminar el Congreso ("Discussions at the Dead Sea", pp. 881–977), así como algunas reflexiones de David Kazhdan sobre el desarrollo de las matemáticas en el siglo XX (pp. 978–983).

Muchos de los artículos son de enorme interés para obtener visiones de conjunto sobre temáticas muy vivas de la matemática: "Problems in Hamiltonian PDES's" (Bourgain, pp. 32–56), "Rough structure and classification" (Gowers, pp. 79–117), "Spaces and questions" (Gromov, pp. 118–161), "PDE as a unified subject" (Klainerman, pp. 279–315), "Discrete and continuous: two sides of the same" (Lovász, pp. 359–382), "Pythagorean and Platonic conceptions in XXth Century physics" (Ne'eman, pp. 383–405), "Classical and modern topology / Topological phenomena in real world physics" (Novikov, pp. 406–424), "Noncommutative geometry — Year 2000" (Connes, pp. 481–559), "Perspectives on the analytic theory of L–functions" (Iwaniec & Sarnak, pp. 705–741), etc. Los ponentes, inventores o grandes contribuyentes en cada campo, realizan el esfuerzo de delinear las ideas principales, señalando en su recorrido múltiples problemas abiertos.

[1] Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia. www.matematicas.unal.edu.co/ fzalamea

Sin embargo, la peculiaridad que otorga a esta colección su *carácter único* es el centenar de páginas donde se recogen cuatro fascinantes *Discusiones en el Mar Muerto* sobre el estado de la matemática: "On Mathematical Physics" (pp. 883–894), "On Geometry" (pp. 895–914), "On Mathematics in the Real World" (pp. 915–949), "On Computer Science and Discrete Mathematics" (pp. 950–977). La *primera discusión*, alrededor de la Física Matemática, es introducida y moderada por Connes, y participan Ne'eman, Klainerman, Zakharov, Amir, Kaniel, Jaffe, Fríhlich. Aprovechando una caricatura de Dijkgraaf, Connes indica cómo los *descubrimientos* matemáticos / físicos de fines de los sesenta (homología / diagramas de Feynman) se convierten a fines de los noventa en *acertijos invertidos* para las dos disciplinas (entendimiento físico de la homología / entendimiento matemático de los diagramas de Feynman), ejemplo de las interrelaciones profundas, pendulares y contradictorias entre matemáticas y física (pp. 883–884). Ne'eman recuenta luego formas diversas del folklor asociado al número 137 en la física y en la Cábala (pp. 884–889). Kaniel compara el trance de siglo XIX/XX con el paso XX/XXI, indicando cómo los grandes matemáticos eran también hace un siglo grandes físicos, identidad ahora perdida (p. 890). Jaffe subraya la "paradoja filosófica" según la cual ecuaciones con soluciones desconocidas y, posiblemente, *sin* soluciones (como una ecuación de Dirac maxwellizada o una Coulomb cuantizada), producen —a través de sus perturbaciones— "los números más precisos que se conocen en la Naturaleza" (p. 891). En dos páginas de asombrosa sencillez y claridad conceptual, Connes indica cómo la emergencia de la teoría cuántica de campos es producto *necesario* de resoluciones iteradas de *obstrucciones* en el intento de unificar la mecánica cuántica y la relatividad general (pp. 892–893). Finalmente, Kleinerman recomienda realizar un desarrollo *matemático* mucho más pleno de la relatividad general (así como se hizo a lo largo del siglo XX con la mecánica cuántica), antes de proceder a intentos de unificación que, en su percepción, podrían aún tomar siglos (p. 894).

En la *segunda discusión*, alrededor de la Geometría, participan Gromov, Zakharov, Eliashberg, Fröhlich, Connes, Klainerman, Bloch, Novikov, Sarnak, Milman, Polterovich, Kontsevich, Alon, Ne'eman, Kalai, Zagier. El tono es de ruptura, deseo de novedad, "escándalo" (p. 895). Resulta patente la notabilísima influencia de la escuela rusa en geometría. Muchos enunciados provocativos se incluyen: la teoría de las superficies es parte de la teoría de solitones (Zakharov, p. 895), existe una "estructura" que mezcla geometría y topología combinación de geometría simpléctica y geometría de contacto que englobará y superará a la geometría diferencial (Gromov, p. 897), hay dos tipos básicos de geometría, Euclidiana y Lorentziana (Klainerman, p. 899), la geometría Lorentziana no existe como tal (Gromov, pp. 898–899), la idea de tiempo surge de obstrucciones no conmutativas (Connes, p. 900), las preguntas "naturales" no tienen ningun interés matemático (Gromov, p. 906), el teorema de Fermat es un problema "estúpido" (Gromov, p. 909), la "fea" y "absolutamente única" solución (Haken) del problema de los cuatro colores constituye un "gran logro", muy superior a una prueba "bella" del estilo Teorema de Fermat (Novikov, pp. 911–912), los matemáticos en cincuenta años serán menos relevantes que los computadores (Gromov, p. 912), etc. Opiniones robustas, de matemáticos sumamente originales, que chocan con nuestros prejuicios recibidos.

La *tercera discusión*, alrededor de la Matemática y el "Mundo Real", la más extensa del volumen, incluye una larga introducción de Coifman (pp. 915–922) e incorpora contrastantes intervenciones de Rabin, Milman, Sullivan, Kazhdan, Gromov, Jones, Klainerman, Fröhlich, Voevodsky, Lovász, Shor, Novikov, Eliashberg, Zakharov, Katz, Simeonov, Jaffe, Gowers, Gamburd, Alon, Widgerson. Tres grandes temas vertebran la discusión: *(i)* calibración de enlaces (posibilidad, plausibilidad, concreción, elaboración técnica) entre matemática abstracta y "mundo real", en particular en lo referente a la "ciencia de la complejidad" (posiciones extremas de Coifman, positiva, y Gromov, negativa, con diversas mediaciones entre las polaridades: Klainerman, Novikov, Eliashberg, Voevodsky, Gowers, sentido positivo–negativo); *(ii)* calibración del impacto sociológico en el desarrollo de las matemáticas, con quiebres mayores en su evolución (cuantización, computación, etc.); *(iii)* énfasis en mantener un amplio espectro de apertura en la educación matemática y en asegurar la libertad no direccionada de su financiación, para *no bloquear* así los caminos de la investigación (matemática: "tierra de muchas religiones", p. 948). Algunas frases impactantes se elevan en la discusión: "Deberíamos dejar la teoría de la complejidad a los jóvenes y desearles buena salud" (Voevodsky, p. 928), "Ya sea se estudian problemas reales en el mundo real notable desafío intelectual, ya sea se prosigue como matemático" (Gromov, p. 933), "Nunca deberíamos afirmar que no deberíamos hacer tal o cual cosa" (Novikov, p. 935).

La *cuarta discusión* trata de Ciencia de la Computación y Matemáticas Discretas. Una introducción de Rabin (pp. 950–956) antecede a comentarios de Gromov, Razborov, Milman, Klainerman, Lovász, Alon, Coifman, Hadami, Widgerson, Jones, Connes. Diversos ejemplos indican la influencia de la teoría de la computabilidad en las matemáticas discretas: criptografía, redes, sistemas paralelos / distribuidos (Rabin, pp. 952–955), puebas realizables y problema $P = NP$ (Razborov, pp. 960–964), computabilidad cuántica, modelos de DNA y neurociencia (Rabin, p. 965), probabilidad y pruebas asistidas por computador (Alon, p. 968), formas equivalentes de $P = NP$ (Widgerson, pp. 970–974). Rabin anunciaba en el año 2000 del Congreso: "Diría que si el problema se resuelve en la dirección $P = NP$, podría suceder en la próxima década. Me atrevería mucho menos a hacer una predicción acerca de cuándo surgiría una prueba en el caso contrario" (p. 975). Diez años después, aunque el problema sigue abierto, la mayoría de los especialistas apuntan a una resolución por el lado $P \neq NP$.

Las mesas redondas y las discusiones públicas son muy escasas dentro del comunidad matemática. Un tipo de presentación positiva de los resultados (conferencias y publicaciones) se ha impuesto a lo largo de la historia de la disciplina, manteniendo ocultas las diversas oscilaciones, dudas y contradicciones en el camino hacia la "luz". Es importante que ese *andar en la penumbra* se revele de vez en cuando. *Visions in Mathematics* y, particularmente, las *Dead Sea Discussions* allí incluidas, nos permiten *ver mejor*, no enceguecernos con una excesiva luminosidad, y aprender a percibir todas las maleaciones de la creatividad que yacen en las medias tintas del hacer matemático.