Reseña

Nombrar o creer: las primeras décadas de lidia con el infinito

Andrés Villaveces[1]

Naming Infinity: a True Story of Religious Mysticism and Mathematical Creativity
Loren Graham, Jean–Michel Kantor
(Belknap, Harvard, Cambridge, Massachussets, 2009. 36 ilustraciones.

¿Cómo nos las arreglamos los matemáticos para nombrar objetos inefables? ¿Hasta dónde logramos llegar sin nombres adecuados para conceptos nuevos? ¿Cómo influye nuestro entorno intelectual en la manera que tenemos de lidiar con familias enteras de objetos cuya existencia ni siquiera sospechaba la generación anterior?

Responder de manera general a esas preguntas es difícil — cada generación, cada cultura matemática ha adoptado posiciones más (o menos) liberales, más (o menos) radicales al abordar en serio sus propias novedades.

El caso del infinito cantoriano fue particularmente difícil de atrapar y manejar con familiaridad y flexibilidad durante las primeras décadas del siglo XX. Después de la revolución cantoriana, que trajo aquel paraíso de cardinales, diagonalizaciones, estudio de conjuntos de Cantor en varios contextos, ordinales, rangos de Cantor–Bendixson, había llegado el momento para las generaciones siguientes de ver qué implicaba todo ese proceso, todo ese fermento, en otras partes de la matemática; cómo usar, sin caer en errores, procesos de inducción transfinita al hablar de conjuntos definibles (*nommés* para Borel); cómo empezar a sacar verdadero jugo a toda esa plétora de herramientas nuevas que habían surgido, sumamente poderosas pero posiblemente peligrosas.

Sucedió en dos grandes etapas buena parte de la primera respuesta sólida a Cantor: primero, en Francia y luego en Rusia. El trío francés central del libro, Lebesgue, Borel y Baire, abrió el camino hacia el uso de ordinales e inducción transfinita en Análisis. Y en la siguiente etapa, cuando esos tres grandes de Francia empezaron a amilanarse ante las posibilidades abismales que habían abierto, los rusos Egorov, Luzin y una escuela impresionante de alumnos (que incluyó entre otros a Suslin,

[1] Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia,

a topólogos como Alexandrov y Urysohn, ¡pero también a Novikov, Kolmogorov y más tarde a Gelfand, Maltsev, Lyapunov, Sobolev por mencionar solo a unos cuantos!) tomaron el relevo y ahondaron mucho más que sus maestros Lebesgue, Borel y Baire. (Por ejemplo, Suslin a los 17 años en el seminario de Moscú descubrió que Lebesgue había cometido un error al "demostrar" que la imagen continua de un conjunto boreliano es un boreliano, inaugurando junto con su profesor Luzin la teoría descriptiva de conjuntos en octubre de 1916.)

Los autores (Loren Graham, de Harvard, y Jean–Michel Kantor, de París VII) toman un camino extraño y sorprendente para abordar el tema: inician con una discusión sobre la *Imiaslavie*, o *adoración del nombre*, y la toma del Monasterio de San Panteleimon en el Monte Athos en 1913 por parte de tropas zaristas. Tema aparentemente remoto a los teoremas y construcciones de la teoría de conjuntos (y la teoría de la medida), resulta según los autores que la Imiaslavie — una herejía de la ortodoxia rusa — jugó un papel fuerte entre varios matemáticos del grupo de Moscú. Graham y Kantor llegan incluso a afirmar (subrayando su afirmación con muchos ejemplos fascinantes) que una de las razones por las cuales los rusos fueron capaces de seguir adelante mucho más allá del punto donde sus maestros franceses se detuvieron estuvo en el tejido increíble de temas en torno a la Imiaslavie (misticismo, discusión sobre el alcance ontológico de *nombrar* objetos — ¡qué premonitorio suena esto a oídos modelo–teóricos de hoy!). No sorprende tanto, al observar esa efervescencia, que Luzin haya intuido que ciertas propiedades matemáticas podrían depender de la complejidad de la descripción (como sucede con medibilidad, que no se puede "garantizar" en ZFC para conjuntos proyectivos): en unas "notas" que envió a la Academia de Ciencias en París, enumeró preguntas acerca de los conjuntos proyectivos, y afirmó que la teoría de conjuntos de Cantor era insuficiente para resolverlas, quince años antes de los resultados de Gödel y medio siglo antes de los trabajos de Cohen.

Esta curiosa fertilización mutua entre misticismo, matemática de alto nivel e intento serio de cambio de mirada al mundo se tradujo en autores como Pável Florenski y del lado matemático la obra de Luzin, Egorov, Suslin, Kolmogorov, Alexandrov, Urysohn, etc. Florenski hizo el pregrado de matemáticas en Moscú y era amigo muy cercano de Egorov y Luzin — pero ante la encrucijada de todo estudiante de matemáticas ante su propia carrera investigativa optó por bifurcar hacia un monasterio e iniciar una extraña carrera religiosa siempre salpicada de observaciones agudas sobre el mundo, el arte, el misticismo y la matemática — su *Perspectiva Invertida* es texto obligatorio para quien quiera entender el alcance del cambio de mirada que tiene lugar a principios del siglo XX en arte.

Las fertilizaciones (contaminaciones) entre distintas escuelas de pensamiento son parte central del libro — este a su vez es una rara avis de colaboración entre un profesor emérito de Historia de la Ciencia en MIT y Harvard, y un profesor de matemática e historia de la matemática en París. El libro explora cómo ciertas particularidades del sistema educativo francés inicialmente generan condiciones óptimas para explotar las ideas de Cantor en ámbitos muy internos a la matemática ··· y cómo esas mismas particularidades terminan frenando el proceso en Francia[2]. Igualmente, muestra cómo ciertas caracterí sticas muy específicas del pensamiento ruso (mucho más allá del ámbito matemático) terminan siendo un terreno mucho más fértil que el francés para ir al corazón de las problemáticas abiertas por los tres grandes de Francia — y cómo las vicisitudes políticas de la Unión Soviética terminan afectando la vida de los personajes involucrados.

El capítulo 1 (*Invasión de un monasterio*) pone al lector de inmediato en contacto con un tema muy espinoso aun hoy: la presencia en la vida de muchos intelectuales rusos de temas como la *Imiaslavie*. El capítulo comenta la existencia — antigua ya pero muy presente en la Rusia posterior a 1990 — de un santuario muy importante de esa herejía de la Iglesia Ortodoxa *en plena capilla de Santa Tatiana*, ¡dentro del edificio del Instituto de Mate mática de Moscú! El capítulo 2 (*Crisis en la matemática*) retrata la crisis inicial del infinito cantoriano. Además de una breve pero jugosa descripción histórica de las raíces del trabajo de Cantor en los presocráticos, en Aristóteles, en Nicolás de Cusa, nos da un recuento iluminador de la correspondencia y comentarios contemporáneos sobre el tema por autores como Dedekind, Kronecker, Picard, du Bois–Reymond, Mittag–Leffler, Hadamard y Borel. El capítulo 3 (*El trío francés: Borel, Lebesgue, Baire*) da una descripción de la agilidad con la cual las ideas posteriores a la crisis arrancan en Francia. El capítulo 4 (*El trío ruso: Egorov, Luzin, Florenski*) es una respuesta bellísima al capítulo anterior: los autores van más allá de la simple descripción de los resultados de Egorov y Luzin y su interacción con Florenski — logran mostrar cómo

[2]Los ataques por parte de los opositores a la teoría de conjuntos — mezclados con visicitudes de su vida personal — terminaron teniendo un efecto negativo sobre Lebesgue, Borel y Baire: por ejemplo, Picard escribía en 1909 que ··· así, uno puede definir ciertos números que pertenecen, y a la vez no pertenecen, a conjuntos específicos. Todos estos problemas surgen de una falta de acuerdo sobre el significado de la noción de existencia. Algunos creyentes en la Teoría de Conjuntos son escolásticos que hubieran sido felices discutiendo las pruebas de la existencia de Dios con San Anselmo y su opositor Gaunilon, el monje de Noirmoutiers ···

un verdadero ambiente cultural *general* y no acotado a la matemática termina teniendo una influencia enorme en la gestación, la cristalización de las ideas matemáticas ... y luego vuelve a tomar aspectos de las ideas matemáticas que ayudó a generar para cambiar de nuevo el propio ámbito cultural general bajo la pluma de personajes como Florenski.

El capítulo 5 (*Matemática rusa y misticismo*) toma los temas anteriores y trata de ir un poco más hondo en la pregunta sobre la conexión entre misticismo, cultura y creatividad matemática. Enlaza los *nommer un ensemble* — tema crucial para Lebesgue con los *imennoe mnozhestvo* (también "nombrar un conjunto" en ruso) con la *imiaslavie* en los trabajos de Luzin y de Florenski. Llegan los autores en ese capítulo hasta la conexión con los comentarios de Grothendieck en su *Récoltes et Semailles* sobre el proceso de nombrar objetos del mundo. El capítulo 6 (*La legendaria Lusitania*) nos permite atisbar cómo un grupo maravilloso puede surgir de un seminario de pregrado en matemáticas, en condiciones que en principio parecerían increíblemente adversas (la escuela matemática de Moscú, *realmente* legendaria, surge a finales de los años 1910 y florece al inicio de la década de 1920 — en medio de situaciones de Guerra Mundial, Guerra Civil, revolución, hambrunas y privaciones — universidad sin calefacción en invierno en Moscú, etc.). El capítulo 7 (*Destinos del trío ruso*) rompe el idilio intelectual (y en algunos casos, sensorial) del capítulo anterior y muestra cómo finalmente la consolidación del estado policial en la Rusia soviética, las peleas internas entre los miembros del grupo, la represión brutal que arrancó durante los años 1920 en Rusia — y las dificultades para quienes habían armado su mundo antes de 1917 en adaptarse a esa nueva realidad — terminaron dando al traste de manera espantosa con la vida de varios de los matemáticos rusos mencionados antes. Delación, chantaje, uso de información sobre la vida privada de la gente para presionar acusaciones falsas — ese pan cotidiano que tuvo Rusia durante esas décadas — todo ese horror terminó atacando de manera brutal al mundo en torno a Egorov, Florenski, Luzin. Muchos no sobrevivieron.

Los últimos capítulos (*Lusitania y después* y *Lo humano en la matemática*) cuentan cómo algunos matemáticos de Lusitania sí sobrevivieron — en algunos casos a costa de los otros — y cómo continuó a pesar de todo la escuela de Moscú. Discute aspectos del archivo personal de Luzin que aún hoy generan controversia (el rol de Alexandrov, Urysohn y Kolmogorov es problemático en ese contexto de delación y chantaje mezclados con enredos pasionales entre estos grandes matemáticos).

Más allá de lo específico en este libro (Rusia y Francia, el siglo XX y sus peculiaridades de estados policiales) surge el cuadro enorme de una creatividad matemática inmensa y *completamente inmersa* en el mundo de las ideas, de la cultura, y en el caso moscovita, del misticismo y de la religión (herética, personal) de muchos de los grandes creadores. Es un "estudio de caso" (en el sentido de Gian–Carlo Rota y sus propuestas para una fenomenología de la matemática en *Indiscrete Thoughts*) enorme en dimensiones y conexiones entrelazadas. La lectura es fascinante, creo, a varios niveles. Un matemático interesado en cualquier área relacionada con la Teoría de Conjuntos o la Teoría de la Medida encuentra ahí historia relevante de manera profunda a su trabajo actual. Cualquier persona interesada en interacciones (reacciones, soluciones, mezclas explosivas, alquimia muy interna y para nada accidental) entre la Matemática y el resto de las actividades humanas encuentra en este libro una reflexión sobre la fertilización mutua entre matemática y misticismo (e historia, y política, y la riqueza de la vida intelectual, personal, cultural de los matemáticos).

Varias veces en matemática se ha vivido alguna versión de la historia de este libro. Pocas veces ha tenido un sustento tan radical en la discusión entre misticismo (u oposición a éste). Sin ir a los extremos de la escuela de Moscú, podemos claramente detectar en la actualidad trazas de preocupación por *nombrar correctamente* objetos en matemática, y sacar conclusiones (teoremas, etc.) basados en esos nombres, basados en versiones más o menos finas de estos (sorprende positivamente ver a algunos geómetras algebraicos de hoy acudir a partes de la teoría de modelos que tienen herramientas fuertes para lidiar con varios tipos de conjuntos definibles: fórmulas, tipos sintácticos, tipos lineales, tipos de Galois, etc.).

Rescato de manera muy fuerte la tradición de personajes como Egorov y Luzin, que no intentaban trazar fronteras entre sus múltiples preocupaciones y actividades — fueran estas puramente matemáticas, filosóficas, musicales, teatrales, literarias o hasta místicas. Esos puentes (que en ese momento terminaron ayudando de manera decisiva a plantear correctamente un problema matemático) parecen generar un *tejido* de referencias, de inserción del quehacer matemático en el resto de actividades culturales que veo como una condición sine qua non del sello de la matemática de calidad verdaderamente alta.

Agradezco a Alejandro Martín su lectura muy cuidadosa y crítica de una versión anterior de esta reseña; este escrito se nutre de conversaciones, discusiones y álgidas controversias (en caminatas por Cundinamarca o frente a la chimenea con uno que otro vino). Y agradezco mucho también a Fernando Zalamea el habernos lanzado a esta aventura de las reseñas sobre temas matemáticos.