

COMPETENCIAS Y TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA: BINOMIO PARA UN EFECTIVO PERFECCIONAMIENTO EN MATEMÁTICA

Verónica Díaz Quezada *

mvdiaz@ulagos.cl

Álvaro Poblete Letelier **

apoblete@ulagos.cl

(ULAGOS)

Recibido: 11/12/08

Aprobado: 16/01/09

RESUMEN

En este artículo se presenta una investigación en la que se relacionan las competencias del profesor de matemáticas y la transferencia efectiva en el aula. Se describe la metodología cuantitativa utilizada en escuelas urbanas y rurales estatales de las regiones de Los Lagos y de Los Ríos en Chile. Para tal efecto se trabajó con 121 profesores de la enseñanza primaria pertenecientes a 71 escuelas y 4500 estudiantes. En términos de resultados, los profesores incrementaron sus competencias tanto matemáticas como profesionales y los estudiantes obtuvieron altos logros de aprendizaje.

Palabras clave: competencias profesionales; profesores; enseñanza primaria; resolución de problemas; competencias matemáticas; evaluación.

* **Verónica Díaz Quezada.** Profesora Titular e investigadora del Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de Los Lagos (ULL-Chile). Línea de Trabajo: Didáctica de la Matemática.

** **Álvaro Poblete Letelier.** Profesor Titular e investigador del Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de Los Lagos (ULL-Chile). Línea de Trabajo: Didáctica de la Matemática.

COMPETENCES AND DIDACTIC TRANSPOSITION: THE COUPLE FOR AN EFFECTIVE IMPROVEMENT IN MATHEMATICS

ABSTRACT

This article presents a didactical mathematical framework which links the competences of the mathematics teacher and the effective transference in the classroom. It describes the quantitative methodology used in state rural and urban schools from Los Lagos and Los Rios regions in Chile. To carry it through, the work was done with 121 teachers of primary education who belong to 71 schools with 4500 students. As a result, teachers improved their mathematical and professional competences and the students obtained high-learning skills.

Keywords: professional competences; teachers; primary education; solution of problems; mathematical competences; evaluation.

DES COMPÉTENCES ET TRANSPOSITION DIDACTIQUE: BINÔME POUR UN AMÉLIOREMENT EFECTIF EN MATHEMATIQUE

RÉSUMÉ

Dans cet article on présente une recherche dans laquelle on met en rapport les compétences de l'enseignant en mathématique et le transfert effectif dans la salle de classe. L'on décrit la méthodologie quantitative utilisée dans les écoles urbaines et rurales des régions de « Los Lagos » et de « Los Ríos » au Chili. Pour se faire, on a travaillé avec 121 enseignants (de l'école élémentaire) adscrits à 71 écoles et 4500 étudiants. Le résultat montre que les enseignants ont augmenté leurs compétences mathématiques et professionnelles, et les étudiants ont obtenu des hauts niveaux d'apprentissage.

Mots clé: compétences professionnelles; enseignants; enseignement élémentaire; résolution des problèmes; compétences mathématiques; évaluation.

Introducción

A mediados de los 90 en Chile se constata la existencia de condiciones que hacen repensar los modos de formar a los nuevos profesores. Las condiciones identificadas se relaciona con una visión crítica de la calidad de los programas de formación docente.

En esta búsqueda de mejoramientos, la Reforma Educativa en Chile y su implementación ha significado para el profesorado importantes cambios profesionales que influyen en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, y su puesta en marcha ha propiciado, entre otras cosas, una evaluación de los docentes a través del Sistema de Evaluación del Desempeño Docente y una evaluación del rendimiento escolar a través del SIMCE, que corresponde al sistema nacional de medición de resultados de aprendizaje.

Desde esta perspectiva, ambas evaluaciones constituyen un elemento del sistema educativo cuya influencia en la calidad de la educación hoy nadie discute. Sin embargo, las prácticas pedagógicas de los docentes siguen siendo foco de permanentes cuestionamientos, tanto desde la perspectiva de los modelos teóricos referidos al acto pedagógico como de las evidencias empíricas que dan cuenta de las características actuales de las prácticas y los discretos resultados de aprendizaje que ellas producen.

La presente investigación se relaciona con estos aspectos y da cuenta del trabajo vivenciado en escuelas estatales en dos regiones de Chile. Por el conocimiento de las competencias profesionales de los profesores que imparten matemática y por la elaboración y aplicación de una estrategia de intervención que favorece la enseñanza de la matemática, este estudio se formula como un proyecto de investigación y desarrollo.

La elaboración de la estrategia de intervención didáctica comprende un curso de perfeccionamiento para los profesores que enseñan en el nivel de básica o primaria, como también un seguimiento de la actividad matemática que realizan en el aula y la verificación de los logros de aprendizaje de los alumnos.

Si desde la perspectiva de las reformas educativas actuales, un aspecto clave para su éxito son los profesores y la disposición para el cambio que

ellos tengan, al igual que la naturaleza de las competencias profesionales que manifiesten ¿es posible validar una estrategia de perfeccionamiento continuo en matemáticas, atendiendo a las competencias profesionales de los profesores y su transferencia didáctica en el aula, como una alternativa de consolidar aprendizajes en los sectores escolares?. A partir de este problema de investigación y para responder a esta interrogante, se elaboró un proyecto de investigación y desarrollo, cuyos objetivos generales y específicos fueron:

Generales

- Perfeccionar las competencias didácticas del profesor de matemática de octavo año de enseñanza primaria (NB6).
- Intervenir con análisis didáctico el contenido del programa de estudio de NB6 considerando la resolución de tipos de problemas, ejercicios y tipos de competencias matemáticas.

Específicos:

- Elaborar una estrategia de intervención didáctica basada en situaciones de aprendizaje centrada en la resolución de tipos de problemas y tipos de competencias matemáticas
- Elaborar y validar instrumentos evaluativos basados en competencias matemáticas y tipos de problemas de contexto de acuerdo con los objetivos fundamentales y contenidos mínimos de la actual reforma. Las hipótesis de trabajo que se formularon fueron las siguientes:
- H1: A través de un perfeccionamiento continuo con asistencia en aula, los profesores de octavo nivel de educación primaria municipalizada logran potenciar sus competencias y realizar una adecuada transposición didáctica de sus saberes en el aula.
- H2: A través de la intervención didáctica, los estudiantes de octavo nivel de educación primaria municipalizada manifiestan apropiación conceptual y procedimental en la resolución de problemas matemáticos.

A través de este artículo, por razones de espacio y cantidad de información, se presenta sucintamente el desarrollo y resultados obtenidos en este proyecto.

Antecedentes teóricos

A partir de los años 90 existe en América Latina un diagnóstico relativamente común y consensuado respecto de los problemas y debilidades que afectan a la educación en esta región; en este escenario los esfuerzos han estado concentrados en aumentar las exigencias en la formación inicial de profesores, focalizar la atención en los resultados de aprendizaje y responsabilizar a la escuela de los resultados de sus alumnos. En general, tanto en el debate como en el diseño y ejecución de las propuestas, las Reformas Educativas en la actualidad incluyen conceptos de calidad, eficiencia y equidad, y el énfasis está puesto en la escuela y en la dimensión pedagógica.

Las actuales Reformas Educativas en Iberoamérica orientan sus acciones al mejoramiento de la calidad pedagógica de la educación en general. En el contexto de la enseñanza escolar, se han acompañado de diversos esfuerzos por encontrar las vías que permitan enriquecer las instituciones educacionales con las condiciones necesarias, de tal modo, que se asegure el avance en transformaciones viables, eficaces y duraderas que enriquezcan y renueven las prácticas pedagógicas.

En asociación con procesos reformistas, Chile participó por primera vez en el contexto internacional en la evaluación de TIMSS 1999 correspondiente al 8° año básico (NB6), situándose en uno de los cuatro últimos lugares de medición entre 38 países evaluados. En TIMSS 2003 el promedio nacional de matemática ubica a Chile nuevamente por debajo del promedio internacional. Por otro lado, los resultados de PISA 2006 indican que en la prueba de matemática Chile ocupa el lugar 17 (entre 24) a 43 puntos de la media internacional; un desempeño claramente negativo.

Algunos de los motivos de estos resultados pueden ser intrínsecos a la propia matemática por su alto grado de abstracción y rigor, o por las cualidades que para su aprendizaje requiere en el alumno, como la organización, disciplina y habilidad. Pero también puede tener su origen en una forma inadecuada de enseñarla: en la metodología usada por el profesor o en la desconexión entre las matemáticas que se enseñan en las aulas y las que se viven en la cotidianidad. Por otra parte, el saber a enseñar siempre se ve afectado por la acción misma de enseñarlo (Cantoral y Resendez, 2003), dado que aun cuando el profesor introduce un contenido, éste se modifica por la forma y la situación

en que ha sido enseñado, produciendo lo que se ha denominado “transposición didáctica” (Chevallard, 1985).

En este sentido, el conocimiento epistemológico de la didáctica de la matemática juega un rol decisivo en el funcionamiento del profesor en aula, más específicamente, en la forma en cómo se realiza la transposición. La “transposición didáctica” identificada por Chevallard (*op. cit.*) por la legitimación de los contenidos y por la diferencia entre el saber enseñado y el saber erudito, conforman una triada entre “saber - saber a enseñar - saber enseñado”. Así el profesor adapta los contenidos de ese “saber-sabio” al aula a fin de que los alumnos puedan lograr aprendizajes significativos.

Las estrategias del sistema actual para resolver los problemas de rendimiento estudiantil se centran en la acción y preparación de los profesores. Se han aplicado políticas de mejoramiento de la docencia, tales como pasantías en el extranjero y cursos de perfeccionamiento, sin embargo, estas iniciativas no han permitido revertir la situación y el resultados de las mediciones de aprendizajes tanto nacionales como internacionales siguen demostrando que quedan importantes distancias por recorrer.

En la situación descrita es posible observar que los procesos de formación y de actualización docentes, como parte de una actitud de aprender a enseñar para y durante la vida profesional, son más complejos que lo que se les considera en las intervenciones más recurridas. Al respecto, señala Marceló (2002) que los cambios en la forma de aprender que afectan a los profesores en ejercicio están acentuando la idea de que la responsabilidad de la formación recae cada vez más en los propios profesionales. Hacer de nuestras escuelas espacios en los que no sólo se enseña sino en los que los profesores aprendan, representa el gran giro que se necesita.

Marceló (*op. cit.*) también plantea que el papel del profesor debería de cambiar desde una autoridad que distribuye conocimiento hacia un sujeto que crea y orquesta ambientes de aprendizaje complejos, implicando a los alumnos en actividades apropiadas, de manera que éstos puedan construir su propia comprensión del material a estudiar. Según Blumenfeld, Marx, Patrick, Krajcik y Soloway (1998), los cambios en los profesores no pueden hacerse al margen de cómo se comprende el proceso de aprendizaje de ellos mismos: ¿cómo se aprende a enseñar?, ¿cómo se genera, transforma y transmite el conocimiento en la profesión docente?

En un mismo sentido, Edwards (1992) respecto del perfeccionamiento docente señala que la prescindencia del análisis de las formas de aprender del propio docente y la no consideración de los procesos de aprendizaje de adultos es coherente con un rol docente centrado en la creación de situaciones de enseñanza, sin necesidad de comprender y preguntarse por las necesidades, deseos y procesos de aprendizaje de sus alumnos. Así en la voz de estos especialistas cobra importancia propiciar acciones para que el profesor cree y orqueste ambientes de aprendizaje complejos, sobre la base de actividades apropiadas tendientes a que los alumnos construyan su propia comprensión.

Uno de los fundamentos que respaldan este proyecto de investigación y desarrollo es el escenario educativo referido al cómo enseñan y qué saben de matemática en general y cuánto del currículum propuesto enseñan en particular los profesores del sistema educativo en Chile, contexto pedagógico que como tal acarrea un gran desconocimiento del desarrollo de esta disciplina desde una perspectiva cultural e histórica, a lo cual se debe agregar la incapacidad para analizarla epistemológicamente (Ribnikov, 1987; Artigue, 1990), contexto académico que por tanto demanda inminentemente una nueva propuesta didáctica.

En Chile los profesores no dan cuenta de una necesidad epistemológica del contenido que enseñan (Quintanilla, Labarrere y Araya, 2000), recurriendo notoriamente a las estrategias o formas de enseñar ya adquiridas, probadas y validadas en el ejercicio práctico profesional fundado en el saber del sentido común (Latorre, 2002).

De acuerdo con lo planteado por algunos autores como Gimeno Sacristán (1988), Gallego-Badillo (1995), Pinto (1998), Ávalos y Nordenflycht (1999) y Latorre (2002), la sala de clases es el espacio privilegiado donde se expresa la influencia que ejercen las diversas prácticas escolares entendidas como experiencias conscientes (Varela, 2000) a partir de las cuales se actualiza el corpus de conceptualizaciones y saberes pedagógicos actuales, y saberes de profesores en ejercicio, posicionándose en reiteradas ocasiones en un nivel de análisis centrado en lo algorítmico del objeto de estudio.

Frente a la inminente lógica de reproducción del conocimiento matemático, los estudios realizados en Chile por Duval (1998) muestran que en geometría solamente un 22,2% de los alumnos establece relaciones

conceptuales en una problemática de contexto intramatemático. El análisis del vocabulario empleado por los alumnos de séptimo año básico (NB5) muestra que la mayoría sólo se limita en su descripción a la identificación de unidades figurales elementales, lo cual evidencia un razonamiento pedagógico disciplinar superficial en lo que respecta a la epistemología y a la didáctica en la enseñanza que realiza el profesor. Bajo el mismo análisis, según Duval (*op. cit.*) cuando aumenta la no congruencia entre los diferentes registros de representación de un mismo concepto geométrico, el porcentaje de alumnos que comprenden dichas relaciones implícitas es de un 25% en NB5 y NB6.

En un nuevo escenario previsto para la profesión docente, cobra especial vigencia la definición de competencias que en la actualidad, según Le Boterf (1998), debe considerar una combinación impredecible de conocimientos teóricos de un cierto número de conceptos, de procesos y procedimientos y combinarlos con conocimientos sobre el entorno del trabajo, y finalmente tener el deseo de hacerlo en forma óptima. Así pues, el resultado de la competencia será producto de la buena combinación de todos estos recursos en el contexto espacio-tiempo de ocurrencia del problema y, por lo tanto, no hay una sola manera de ser competente, ni ésta puede considerarse absolutamente estandarizada.

Si ser competente implica realizar buenas combinaciones en un contexto dado, su evaluación consistirá en medir la diferencia entre lo que se ha hecho y un estándar mínimo de desempeño aceptable en las condiciones del desempeño. Por tanto una persona que sabe hacer algo en un determinado contexto, no es necesariamente competente pues debe encadenar a través de su accionar varios “saber hacer” que deben ser combinados para poder hacer una evaluación global de su competencia. Todo esto indica que una competencia sólo puede ser construida si existen un “saber hacer”, un “querer hacer” y un “poder hacer” (Crovetto y Peredo, 2001).

En la actualidad, se ha promovido el cambio de contenidos y objetivos por competencias, concepto que desde la perspectiva de Perrenoud (1998) está relacionada con el proceso de activar conocimientos, habilidades y estrategias en un amplio abanico de contextos, y principalmente en situaciones problemáticas. Perrenoud (2004) plantea diez competencias profesionales de las cuales derivan otras más específicas para trabajar en formación continua, tales como: organizar y animar situaciones de aprendizaje, gestionar la

progresión de los aprendizajes, elaborar y hacer evolucionar dispositivos de diferenciación, implicar a los alumnos en su aprendizaje y en su trabajo.

Las competencias profesionales que sirvieron de base en esta investigación, forman parte de un modelo de competencia que fue previamente validado y evaluado a través de la ejecución de un proyecto de investigación Fondecyt N° 1010980 (Poblete y Díaz, 2004). En este modelo se define la competencia del profesor de matemáticas, como la habilidad adquirida efectiva y eficientemente al ejecutar el acto de enseñar matemáticas, relacionada con la calidad, en el sentido de hacer la tarea educativa de formación y hacerla bien. Esto indica, que esta habilidad necesariamente integra saberes y conocimientos para enseñar matemática y disposición para hacer bien la tarea.

De acuerdo con el modelo, se plantean competencias generales y especializadas, marcos de contextos de competencias, y dimensiones cualitativas relacionadas con la concepción de calidad. A continuación se mencionan algunos ejemplos de *competencias generales* del profesor de matemática:

- Habilidad para aplicar conocimientos disciplinarios.
- Habilidad para innovar, indagar y crear en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.
- Capacidad para propiciar un ambiente favorable para el aprendizaje de la matemática.
- Capacidad para lograr una adaptación, actualización y una proyección como profesor de matemática.

Respecto a las *competencias especializadas* se pueden mencionar las siguientes:

- Capacidad para asumir nuevas exigencias curriculares, metodológicas y tecnológicas.
- Habilidad para planificar acciones didácticas en matemáticas.
- Capacidad para utilizar diversas estrategias de enseñanza.
- Habilidad para comprender, identificar y aplicar teorías de aprendizaje en matemática.
- Habilidad para favorecer el aprendizaje por resolución de problemas en matemática, por investigación y métodos activos.

- Habilidad para seguir, desarrollar y exponer un razonamiento matemático;
- Habilidad para exponer ideas matemáticas.
- Habilidad para conectar áreas de desarrollo de la matemática y su relación con otras disciplinas.
- Capacidad para utilizar formas actualizadas en evaluación (Poblete y Díaz, 2003; Díaz y Poblete, 2007).

Para efectos de este estudio, las competencias referenciales que fueron consideradas y evaluadas en la perfeccionamiento de los profesores que se realizó en el marco del proyecto, fueron la habilidad para aplicar conocimientos disciplinarios, la capacidad para utilizar diversas estrategias de enseñanza; la habilidad para favorecer el aprendizaje por resolución de problemas en matemática y la capacidad para utilizar formas actualizadas en evaluación. En la actualidad, estudios vinculados a competencias matemáticas, reconocen a la resolución de problemas como un modelo de actividad por excelencia.

Resolución de problemas

Desde comienzos de los 90 hasta ahora se han sucedido en la mayoría de los países, importantes debates sobre el currículo de matemáticas, y sobre cuáles deben ser las prioridades de éste en el periodo de la enseñanza obligatoria. La inclusión de la resolución de problemas ha sido una pieza esencial en este debate.

Significa comprometerse en una tarea cuyo método no se conoce de antemano. Para encontrar una solución, los estudiantes tienen que recurrir a sus conocimientos, y a través de este proceso, muchos adquieren nociones matemáticas nuevas. Por tanto, resolver problemas implica poner en juego competencias cognitivas de orden superior, de aprendizaje lento, interconectadas de forma compleja entre ellas (Schoenfeld, 1992), características que las hace difícilmente observables o medibles. Las primeras experiencias de los niños con las matemáticas tienen lugar a través de la resolución de problemas y a medida que experimentan con una más amplia variedad de problemas, necesitan diferentes estrategias (NCTM, 2000).

La resolución de problemas como característica notable de la actividad matemática y un medio importante para desarrollar su conocimiento matemático,

se destaca en todos los contextos de reformas educativas vigentes. Al respecto podemos indicar que en el marco teórico del Third International Mathematics and Science Study TIMSS 2003 (López-Varona y Moreno-Martínez, 1997; Mullis, Martin, Smith, Garden, Gregory, González, Chrostowski y O'connor, 2002) se explicita la exigencia de la destreza resolver problemas enmarcados en contextos matemáticos o de la vida real de los que es muy poco probable que los alumnos hayan encontrado ítemes similares y aplicar procedimientos matemáticos en contextos poco conocidos (Beaton, Martin, Mullis, Gregory, y González, 2003). “También se postula en el Programme for International Student Assessment PISA (Harlen, 2002; OECD, 1999, 2000, 2004) que la formación matemática requiere la habilidad para aplicar los conocimientos, la comprensión y las destrezas en una amplia variedad de contextos personales, sociales y de trabajo” (Gil, 2002 citado en Díaz y Poblete, 2007).

En los diseños curriculares de los países que forman parte del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación LLECE de la UNESCO, también se incluye la resolución de problemas, al igual que se señala explícitamente en la Ley Orgánica de la Calidad de la Educación de España, como uno de los objetivos de la educación básica que requiere el uso de razonamientos que van progresando de la simplicidad a la complejidad (Ibáñez y Ortega, 2004). En Chile, la resolución de problemas también constituye un elemento fundamental en la enseñanza de la matemática en los diversos niveles, y gran parte de su justificación la reciben de su necesidad de aplicación y utilidad en la vida cotidiana (Díaz y Poblete, 2001).

Existen muchos modelos de resolución de problemas que van desde los clásicos propuestos por Polya (1979) y Schoenfeld (1988, 1985), próximos a la heurística hasta los menos matemáticos y más psicológicos de Bransford y Stein (Chamorro, 2003). La conveniencia de encontrar una determinada heurística que ayude a la resolución de los problemas llevó a explicitar un cierto número de estrategias generales de resolución, susceptibles de facilitar el trabajo y a reconocerla como un recurso metodológico que puede contribuir poderosamente a desarrollar las capacidades de los alumnos (García, 2002 citado en Díaz y Poblete, 2007).

Actualmente, existe una larga tradición de estudios sobre la resolución de problemas que contemplan su clasificación. Del mismo modo, se han catalogado las formas de resolverlos y se han organizado por niveles los

conocimientos de los lenguajes implicados en el proceso de su resolución. Otros autores señalan la importancia de la inclusión de variados tipos de problemas en Matemática. En relación con esto, se han establecido diversas clasificaciones en el desarrollo del currículum escolar: según el contexto, según el número de soluciones y según la adecuación de los datos proporcionados (Blanco, 1991).

Tipos de problemas y tipos de competencias matemáticas

La relación entre el planteamiento de un problema y su capacidad de resolución hace que el participante involucre conocimientos, habilidades y disposición en la tarea. Para efectos de este estudio, la estrategia didáctica implementada contempló el tratamiento didáctico de los contenidos matemáticos y la evaluación de los aprendizajes con base en la clasificación elaborada por Díaz y Poblete (1999) en “tipos de problemas y tipos de competencias en matemáticas”. Los tipos de problemas se clasifican según su naturaleza en rutinarios y no rutinarios; y según su contexto en real, realista, fantasista y puramente matemático. Por su parte, las competencias se centran en el conocimiento y desarrollo de procedimientos matemáticos, en la resolución de problemas rutinarios y en el planteamiento y la resolución de problemas no rutinarios (Díaz y Poblete, 2006).

A continuación se indican las definiciones correspondientes a los tipos de problemas y los tipos de competencias matemáticas.

- Los problemas se definen como *Rutinarios* si el estudiante conoce una rutina previamente establecida para su resolución. Un problema rutinario, según su contexto, se definirá como *Real* si se produce efectivamente en la realidad y compromete el accionar del estudiante en la misma. Ejemplo: mide con un hilo el diámetro y la longitud de la circunferencia en cuatro monedas de distinto tamaño. Establece la razón entre el diámetro y la longitud de cada moneda. ¿Qué puedes concluir de estas razones?
- Un problema de contexto es *Realista* si es susceptible de producirse realmente. Se trata de una simulación de la realidad o de una parte de la realidad. Ejemplo: el barco “Skorpios” con capacidad para 500 pasajeros, zarpa desde Puerto Montt al sur con pasaje completo. En el primer puerto que atraca, deja al 30% de los pasajeros y embarca a

otros 60. Respecto de su capacidad máxima, ¿qué % falta para que el barco esté con pasaje completo?.

- Un problema de contexto es *Fantasma* si es fruto de la imaginación y está sin fundamento en la realidad. Ejemplo: en el planeta Kriptón de Superman, la raza sólo tiene seis variedades de pelo, seis de frente, seis de nariz y seis de boca. ¿Cuántas variedades de rostros hay en este planeta?
- Un problema de contexto es *Puramente Matemático* si hace referencia exclusivamente a objetos matemáticos: números, relaciones y operaciones aritméticas, figuras geométricas, etc. Ejemplo: la base de un rectángulo es 7 cm más larga que la altura y el perímetro mide 54 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo.
- Los problemas son *No Rutinarios* en el sentido en que un estudiante no conoce una respuesta ni un procedimiento previamente establecido o rutina, para encontrarla. Ejemplo: a dos amigos, a las nueve de la mañana, les han contado un secreto con la advertencia de que no se lo cuenten a nadie. Cada uno de ellos, al cuarto de hora, se lo ha contado solamente, a tres amigos; por supuesto, de toda confianza. Un cuarto de hora después, cada uno se lo ha contado a otros tres amigos. Estos, a su vez, lo volvieron a contar a otros tres. Y así sucesivamente, cada cuarto de hora; ¿cuánta gente conocía el riguroso secreto a la enésima hora?

Por su parte, los tipos de **competencias matemáticas relevantes y pertinentes al nivel de educación** se definen como:

- Competencia Tipo 1 de *Conocimiento y Desarrollo de Procedimientos Matemáticos*, que incluye comprender y manejar la extensión de los conceptos matemáticos y la argumentación matemática. Básicamente consiste en problemas con cálculos y definiciones del tipo más común que aparecen en las evaluaciones convencionales de las matemáticas. Ejemplo: un ciclista a 20 km por hora tarda 35 minutos en recorrer una distancia, ¿cuánto tardará en recorrer la misma distancia si va a 50 km por hora?
- La Competencia Tipo 2 de *Resolución de Problemas Rutinarios*, incluye plantear, formular y resolver tipos de problemas rutinarios de contexto real, realista, fantasma y puramente matemáticos, que requieren el establecimiento de conexiones para su resolución.

- Ejemplo: un gato y un ratón juegan lanzando dos dados a la vez y calculan la suma de sus puntuaciones. Si sale número par, el ratón es alimento del gato, y si sale impar el gato obsequia al ratón un delicioso trozo de queso. Si tuvieras que apostar por un ganador ¿por cuál lo harías?
- La Competencia Tipo 3 de *Planteamiento y Resolución de Problemas No Rutinarios*, incluye la decodificación de las distintas formas de presentar las situaciones matemáticas, traduciendo el lenguaje natural al simbólico/formal, es decir, consiste en el pensamiento matemático que incluye la capacidad de generalización.
- Ejemplo: un cultivo contiene 500 células por milímetro cuadrado, suponiendo que la población se triplica por generación ¿cuántas células hay después de $n + 1$ generaciones?

La resolución de problemas y las competencias pertinentes a los distintos niveles de educación se consideran elementos importantes de la educación matemática y están asociados a muchos de los ejes y unidades temáticas propuestos en los currículos actuales de matemática en Chile.

Metodología

La metodología del estudio se basó en los modelos cuantitativo-descriptivo y cualitativo-interpretativo, puesto que por la naturaleza del mismo interesa el proceso y el producto (Godino, 2003).

La población en estudio está conformada por profesores y alumnos de 71 escuelas básicas urbanas y rurales de las regiones de Los Lagos y de Los Ríos al sur de Chile durante el período escolar de marzo a diciembre, en el transcurso del año 2007, estas escuelas consideradas vulnerables y con menor rendimiento en matemática se agrupan en tres niveles socioeconómicos: A, bajo (13 escuelas); B, medio bajo (47 escuelas), y C, medio (11 escuelas). La muestra, intencionada, estuvo constituida por 121 profesores con formación general y sin especialización en matemáticas, pero que impartían las clases de matemática en octavo año; y por 4.500 los alumnos.

Se diseñó un curso de perfeccionamiento en las provincias de Valdivia, Osorno, Llanquihue y Chiloé. La estrategia didáctica utilizada en los cuatro centros de trabajo contempló intervenir, por una parte, la totalidad del

programa curricular en educación matemática correspondiente al octavo año de enseñanza primaria NB6, y por otra, la dinámica del aula en las escuelas al considerar dos momentos: la interacción y la transposición didácticas.

El momento de la interacción didáctica en el aula, se centró en las acciones de los profesores en el curso de perfeccionamiento que se realizó de manera sistemática con clases presenciales durante cuatro horas, un día a la semana, y contempló el desarrollo de contenidos matemáticos basadas en ejercicios, situaciones problemas con base en tipos de problemas, y a tipos de competencias matemáticas.

La transposición didáctica en el aula por parte de los profesores. Esta acción se complementó con una asesoría en las escuelas en las que trabajaban regularmente estos docentes. Las asesorías o acompañamiento en aula eran realizadas una vez a la semana por profesores de matemática preparados en el proyecto para tal fin, con formación de pedagogía secundaria y licenciatura en matemática. Estas asesorías tenían una doble finalidad: tener un acercamiento a los profesores de aula con un efectivo apoyo a la enseñanza de la matemática y llevar un seguimiento de la transferencia de las acciones didácticas a los alumnos en las escuelas involucradas, las que de no realizarse adecuadamente, eran inmediatamente reforzadas por el asesor *in situ*. Durante todo el proyecto, los asesores emitían periódicamente informes sobre el estado de avance del profesor en su centro escolar y también de los alumnos a los cuales atendía.

Para cumplir con los objetivos del proyecto, se diseñaron, elaboraron y validaron instrumentos de evaluación en matemática, a través del contenido y del juicio de expertos, desarrollados bajo una perspectiva de resolución de ejercicios y problemas de acuerdo con los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos propuestos en la Reforma Educacional en el sector de Educación matemática referidos a los ejes temáticos, números y operaciones, álgebra, geometría y tratamiento de la información, lo que permitió probar la significatividad de los aprendizajes logrados tanto a nivel de profesores como de sus alumnos en las escuelas. Para estos efectos, se realizó un tratamiento de la información de los problemas planteados y resueltos por el profesor y los alumnos, destacando aspectos relevantes entre el nuevo conocimiento a enseñar y a aprender, y el ya existente. De esta manera se evaluó la competencia matemática de los profesores; además, se construyó y validó un cuestionario para medir las competencias profesionales del profesor de matemáticas.

Considerando los deficientes resultados obtenidos por los profesores en el Sistema de Evaluación del Desempeño Docente y el bajo rendimiento de los alumnos en mediciones tanto locales como nacionales, y como una forma de tener una medida efectiva de la competencia del profesor, se decidió aplicar en calidad de pre-test y pos-test la misma prueba de competencia matemática tanto a los profesores y como a sus alumnos. Esta prueba -al igual que la prueba nacional SIMCE- incluyó las cinco unidades propuestas del currículo oficial: potencias, números y ecuaciones, relaciones proporcionales, polígonos, circunferencias, áreas y perímetros y volumen. Estas unidades fueron tratadas en su totalidad durante el perfeccionamiento conforme a los objetivos del proyecto; la resolución de problemas fue incluida en forma transversal en toda la ejecución del mismo. De igual forma, y en calidad de pre-test y post-test, fue aplicado a los profesores un cuestionario basado en el modelo de competencia descrito anteriormente.

Después de finalizar cada una de las unidades didácticas correspondientes al programa de estudio se realizaban evaluaciones sumativas a los profesores y a la totalidad de sus alumnos en las escuelas. Posterior a estas evaluaciones se realizaba un proceso de *feedback* con los profesores, a fin de cautelar la efectiva transposición didáctica de los saberes matemáticos a los estudiantes. Las evaluaciones restantes, contemplaron los paradigmas cuantitativo y cualitativo de manera general.

El modelo de perfeccionamiento, en su totalidad, consideró una concepción de la didáctica de la matemática que relacionó la enseñanza de los contenidos y la resolución de ejercicios, tipos de problemas y tipos de competencias matemáticas, a fin de acceder de manera contextualizada a los conceptos propuestos en el currículum reformado. Se privilegiaron las acciones centradas en los profesores, originando discusiones al interior de los grupos y proporcionando oportunidades de interacción activa entre ellos. La capacitación se implementó teniendo en consideración una perspectiva constructivista de aprendizaje y fue apoyada por materiales instruccionales, creados por los mismos docentes como un medio efectivo para estos fines. Los materiales de instrucción y la utilización de películas y videos se usaron como elementos facilitadores de la tarea en el proceso didáctico, se constituyeron en alternativas de mejoramiento y como elementos motivadores de todo el proceso.

Se crearon actividades grupales con los profesores en las que se trabajaron y se evaluaron guías de actividades, potenciando la enseñanza de la geometría como área deficitaria, lo que fue constatado en el pre-test. Se elaboraron guías de trabajo, material didáctico y evaluaciones formativas para los alumnos de las escuelas involucradas en el proyecto. Se distribuyeron al azar entre los participantes diferentes actividades genéricas, de tal modo que cada grupo creó sus actividades y su respectiva evaluación, las cuales eran expuestas al final de la clase, con el apoyo del computador y de transparencias. Esta modalidad de trabajo se mantuvo durante toda la experiencia y estas acciones fueron registradas en su totalidad. Para el desarrollo del acompañamiento en aula, el estudio incluyó observaciones de clases.

Resultados

Los análisis estadísticos de la prueba de competencia matemática contemplaron el estudio de normalidad de Kolmogorov-Smirnov, cuyos resultados muestran que al nivel de significación del 5%, el supuesto de normalidad de los puntajes del pre-test y post-test se verifica para los profesores y los alumnos de las 71 escuelas consideradas ($p > 0,05$). A un nivel del 5 %, los resultados de la prueba de T-Student permiten concluir que para los profesores y los alumnos de las escuelas existen diferencias estadísticamente significativas ($p > 0,05$) entre los puntajes promedios del pre-test y pos-test. En cuanto al nivel de significación del 10%, los alumnos de una escuela muestran diferencias estadísticamente significativas entre las pruebas. La confiabilidad de la prueba de competencias matemáticas, basada en la homogeneidad, se estimó con el coeficiente Alfa de Cronbach y fueron las siguientes: pre-test profesores = 0.80; pos-test profesores = 0.91; pre-test alumnos de las escuelas = 0.66 y pos-test = 0.88.

En la aplicación del pre-test correspondiente a la prueba de competencias matemáticas, los profesores mostraron mayor dominio de números y ecuaciones y relaciones proporcionales. Manifestaron importantes dificultades en la resolución de problemas en general y en el eje de geometría en particular. Los alumnos, por su parte, mostraron mayor dominio sólo en la unidad de números y ecuaciones. Del análisis cuantitativo realizado a la prueba de competencias matemáticas, se desprende que la confiabilidad de los pre y post-tests medidos con el Alpha KR₂₁, fueron 0,81 y 0,80, respectivamente.

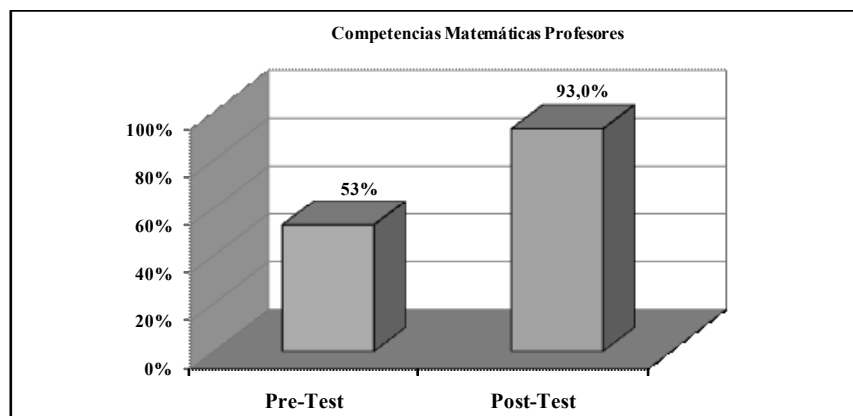


Gráfico 1. Nivel de logro en prueba de competencias matemáticas.

De acuerdo con el gráfico 1, el nivel de logro alcanzado por los profesores en la prueba de competencias matemáticas, fluctuó entre 53% en la aplicación inicial y 93% en la final. Resultados que dada la naturaleza del instrumento evaluativo y su extensión se consideran adecuados.

Las competencias profesionales de los profesores se midieron a través de la aplicación de un cuestionario que constaba de 8 ítems. El primer ítem comprendió el conocimiento del significado matemático de las cinco unidades en estudio. El segundo ítem se refiere al saber didáctico de los contenidos matemáticos. Los ítems tres, cuatro y cinco correspondieron al saber-hacer didáctico-metodológico y evaluativo. El ítem seis se relacionó el ser como profesor, asociando los objetivos transversales propuestos en la Reforma Educacional con la enseñanza de la matemática. Los ítems siete y ocho se asocian con el saber-ser del profesor en su labor educativa y su proyección futura.

En un análisis de los niveles de aprendizaje de los alumnos durante el periodo de intervención didáctica, se debe indicar que de acuerdo con los resultados en el pre-test y post-test a los que fueron sometidos, la unidad de los números y ecuaciones y la unidad de potencias resultaron ser las de menor dificultad. En tanto que la unidad de geometría correspondiente a volumen se constituyó como la de mayor dificultad.

De acuerdo con las observaciones e informes de los asesores en las escuelas, los alumnos lograron traducir situaciones y problemas a ecuaciones con una incógnita, al igual que demostraron capacidad en el uso y propiedades de los números y de las operaciones; para encontrar soluciones y crear diversos problemas con sentido. Demostraron capacidad para operar e interpretar situaciones en las que se involucraban números negativos y positivos.

Los estudiantes también demostraron habilidad para utilizar las potencias de base y el exponente natural en la descripción de procesos de crecimiento o de decrecimiento exponencial, al igual que pueden utilizar la escritura de potencias para realizar operaciones aritméticas con grandes y/o pequeñas cantidades en el contexto de la resolución de problemas. Pueden describir y fundamentar la posibilidad de escribir cualquier número, por grande o pequeño que éste sea, utilizando potencias de base diez, asociándolo a la estructura del sistema de numeración decimal.

La unidad de geometría resultó la de mayor complejidad para los alumnos. Las menores dificultades en el desarrollo de la unidad didáctica se registraron en la caracterización de los poliedros regulares en función de sus elementos y en el reconocimiento de los elementos de los cilindros y los conos. Las mayores dificultades de la unidad se manifestaron en las situaciones-problemas que requerían evaluar y justificar los procedimientos para medir y/o calcular el volumen de cuerpos geométricos.

La finalización del curso de perfeccionamiento coincidió con la del año escolar 2007, la totalidad de las escuelas del país fueron sometidas por el ME a la evaluación nacional en las áreas de matemática y lenguaje a través del sistema nacional de medición de resultados de aprendizaje (SIMCE) tal como se ha venido realizando desde la instauración de la reforma educativa en 1998. El SIMCE evalúa conocimientos y habilidades señalados en los Objetivos Fundamentales y los Contenidos Mínimos Obligatorios (OF-CMO) de los marcos curriculares de la educación básica, que en el caso específico de NB6 corresponde a conocimientos propios del subsector y habilidades referidas al manejo de conceptos, la aplicación de procedimientos estandarizables y la resolución de problemas (MINEDUC, 2008).

Esta medición nacional se vincula directamente con el estudio ya que los aprendizajes evaluados están presente en el marco curricular de NB6,

también existe concordancia en el tipo de problemas que se espera que los alumnos puedan resolver al finalizar el año lectivo, lo que permitió verificar el desarrollo de las unidades de acuerdo con lo que el currículum nacional exige y revisar -a través de los niveles de logro- en qué medida los alumnos han tenido oportunidades de aprender los contenidos y habilidades evaluados durante el proyecto.

En el año 2004, también se realizó una evaluación similar en la que se comparó la estratificación socioeconómica y los conocimientos matemáticos. A continuación se muestran los gráficos comparativos de ambas mediciones y que concierne de manera específica a las escuelas directamente involucradas en este estudio.

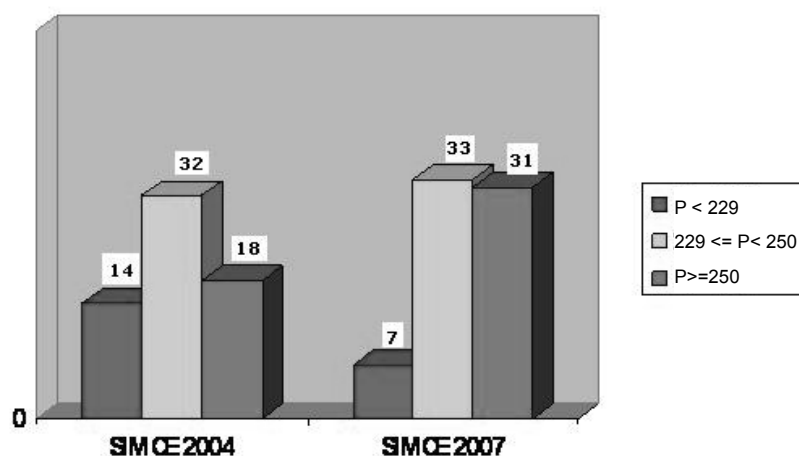
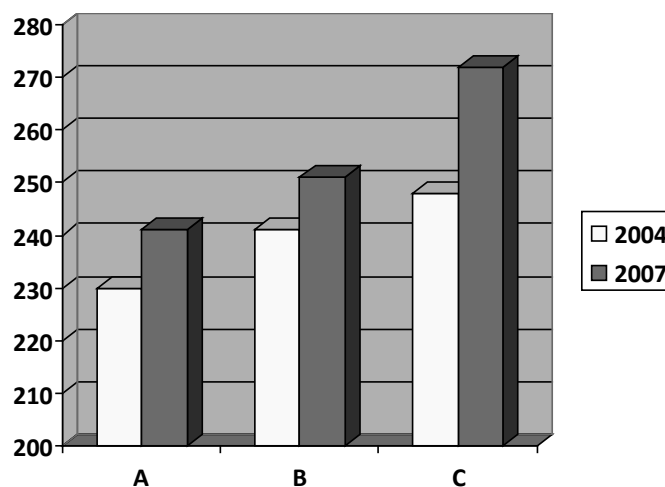


Gráfico 2. Comparación puntajes SIMCE 2004-2007 de la totalidad de las escuelas del proyecto por estrato socioeconómico (Fuente MINEDUC, 2008)

De acuerdo con el gráfico 2, en la medición del año 2007 se invirtieron los valores con respecto a la del 2004. Disminuyeron los puntajes inferiores a 229 puntos y aumentaron los puntajes entre 229 y 250 puntos, y notoriamente se incrementaron la concentración de puntajes mayores o iguales a 250 puntos.



A= sector socioeconómico bajo
B= sector socioeconómico medio bajo
C= sector socioeconómico medio

Gráfico 3. Comparación puntajes SIMCE 2004-2007 de la totalidad de las escuelas del proyecto según sectores socioeconómicos(Fuente MINEDUC, 2008).

En un análisis de resultados generales comparativamente el 75 % de las escuelas subieron sus puntajes en matemática según medición nacional 2004-2007, logrando un alto impacto en los aprendizajes de 4500 estudiantes de octavo básico de 24 comunas de dos regiones del país: Los Lagos y Los Ríos, las que a su vez también presentaron variaciones en el contexto país (Anexo).

De acuerdo con el análisis a los puntajes de matemática con variación negativa, se pudo constatar que existe una directa relación entre estos resultados con la variación negativa en lenguaje. Del total de las escuelas que disminuyeron su puntaje en matemática con respecto a la medición anterior, el 80% de ellas también registraron disminución significativa de sus puntajes en lenguaje en relación con la medición SIMCE 2004. De este análisis a los resultados en ambas disciplinas, se deduce que la falta de dominio del lenguaje por parte de los alumnos incidió directamente en el aprendizaje de la matemática, lo que puede explicarse por el hecho que la prueba que sirve de medición nacional está estructurada con base en los problemas que requieren el uso del lenguaje y su comprensión.

También se pudo constatar a través de las supervisiones o acompañamiento en aula del proyecto, que los profesores de estas escuelas con variación negativa en matemática, tuvieron permisos administrativos prolongados, y las suplencias fueron de escasa efectividad. En algunos casos, los directivos de las escuelas no se involucraron en el desarrollo del proyecto.

Finalmente, si bien algunas escuelas participantes de este proyecto no fueron evaluadas anteriormente y por tal razón no registran índices de comparación, los resultados alcanzados las sitúan por sobre o muy cercanos a la media nacional, que fue de 256 puntos en el 2007, en tanto que la media nacional correspondiente al año 2004 fue de 253 puntos (MINEDUC, 2005), lo que indica que no hubo variación significativa del puntaje promedio en el contexto país. Las escuelas del proyecto con variación significativa suben en promedio 16,4 puntos: sector socioeconómico Bajo = (+18,5) puntos, sector socioeconómico Medio Bajo = (+13,2) puntos y sector socioeconómico Medio = (+ 28,4) puntos.

Conclusiones e implicancias pedagógicas

El diseño, implementación y puesta en práctica de este proyecto de investigación y desarrollo permite concluir que es factible capacitar en matemática a profesores con formación general básica sin mención, que ejercen en la enseñanza primaria, y también es factible mejorar las competencias de los profesores en matemática, logrando cambios en sus prácticas pedagógicas, interviniendo con análisis didáctico el contenido de la totalidad del programa de estudio, considerando un modelo de competencia profesional del profesor.

Como resultado de este perfeccionamiento los profesores experimentaron un cambio pedagógico evidenciado en patrones identificables a través de la preparación de sus clases y de la didáctica utilizada. La totalidad de los profesores participantes cumplieron con los requisitos medidos en términos de asistencia y desempeño. La tasa de deserción profesoral no superó el 8%.

La forma de perfeccionamiento cumplió con las expectativas para facilitar tanto el trabajo colaborativo como el aprendizaje constructivista. Por una parte, la implementación de una metodología basada en la resolución de tipos de problemas, ejercicios y tipos de competencias matemáticas aseguraron un incremento importante en la competencia profesional de los profesores y en el

desarrollo de habilidades de los alumnos de las escuelas que por su estratificación socioeconómica concentran una mayor población vulnerable, provenientes de familias con un alto porcentaje de analfabetismo y baja escolaridad. Por otra, los profesores con un sistema de apoyo y acompañamiento en el aula lograron la transferencia de los contenidos matemáticos correspondientes a la totalidad del programa de estudio propuesto en el currículum oficial, de tal forma que se comprobaron ambas hipótesis de estudio.

De acuerdo con los registros obtenidos, las mayores dificultades de los profesores se centraron en la resolución de problemas en general y en el eje de geometría en particular. Manifestaron estar habituados a enseñar la geometría a partir del conocimiento de las fórmulas y con resolución de ejercicios. Al inicio, los profesores insistían en la enseñanza tradicional. Demostraban mayor dominio y aceptación de las definiciones, que de las actividades prácticas conducentes a la construcción del conocimiento. Tampoco se mostraban muy dispuestos a reconocer la falta de conocimiento de las unidades de estudio, en las que habían sido evaluados en el pre-test correspondiente a la prueba de competencia matemática. Si bien desde el principio se apoyaron en sus experiencias escolares y culturales, a medida que transcurría el tiempo de instrucción necesitaron constantemente la fundamentación de los conceptos tratados.

En el desarrollo del proyecto, los profesores fueron demostrando cada vez mayor interés por los contenidos abordados y mayor habilidad para reconocer relaciones y transformar los datos de un problema de contexto dado de un modo a otro, obteniendo de esta forma la comprensión y la significatividad de los conceptos tanto en el área de álgebra como en geometría.

Los profesores paulatinamente mejoraron los procesos matemáticos con cálculos rápidos y exactos y demostraron habilidad para seguir un razonamiento y poder plantear y resolver problemas preferentemente de contexto puramente matemático, real y realista, y competencias tipo 1 de conocimiento y desarrollo de procedimientos matemáticos y tipo 2 de resolución de problemas rutinarios.

A través de las exposiciones de los profesores y los registros de observaciones, se pudo constatar que la mayoría logró comprender y manejar la extensión de los conceptos matemáticos y sus argumentaciones y una parte importante de ellos logró transferir aprendizajes anteriores a un tipo de

problema no habitual, recurriendo para ello a procesos mentales más complejos, demostrando competencia en la decodificación de las distintas formas en que se les presentaron las situaciones matemáticas.

El modelo de competencia profesional propuesto y la didáctica basada en la resolución de problemas y de competencias matemáticas proporcionaron a los profesores diferentes conocimientos, estrategias y habilidades, las cuales fueron constatadas mediante la contextualización del conocimiento aprendido, y confirmadas en el post-test con los significativos incrementos de sus aprendizajes.

Los resultados encontrados entre la primera y última aplicación del cuestionario de competencias profesionales indican un mejoramiento cualitativo de las competencias de los profesores. Las diferencias encontradas en ambas aplicaciones dan cuenta específicamente del mejoramiento de competencias especializadas, tales como la capacidad para utilizar diversas estrategias de enseñanza; habilidad para favorecer el aprendizaje por resolución de problemas en matemática y la capacidad para utilizar formas actualizadas en evaluación.

Con la aplicación del cuestionario de competencias profesionales a los profesores se verificó también el mejoramiento de sus competencias relativas al saber hacer didáctico de lo pedagógico y del saber hacer de la enseñanza-aprendizaje, específicamente las competencias especializadas tales como la habilidad para aplicar conocimientos disciplinarios, la capacidad para utilizar diversas estrategias de enseñanza, la habilidad para favorecer el aprendizaje por resolución de problemas en matemática y la capacidad para lograr adaptarse y actualizar su enseñanza utilizando nuevas formas en evaluación. Los resultados encontrados, entre la primera y última aplicación del cuestionario de competencias profesionales, indican un mejoramiento cualitativo de las competencias de los profesores. Las diferencias encontradas en ambas aplicaciones, dan cuenta específicamente del mejoramiento de competencias especializadas.

La totalidad de las escuelas que formaron parte de este proyecto y que fueron sometidas a la evaluación anual de la calidad de la educación en Chile SIMCE 2007 (MINEDUC, 2008) obtuvieron un aumento significativo en los rendimientos en matemáticas en el contexto nacional, de acuerdo con

los exigentes parámetros con que el Ministerio de Educación los examina, resultados que significaron incrementos de rendimiento en matemáticas a nivel regional y nacional, y que dan cuenta además, de una exitosa transferencia de las acciones didácticas de parte de los profesores.

Esta línea de investigación (centrada en mejorar las competencias de los profesores, solucionar problemas de aprendizaje y enseñanza de la Educación Matemática en los niveles de cuarto año (NB2), séptimo año (NB5) y octavo año (NB6) de la enseñanza primaria) ha obtenido aciertos en cuanto a la validación de estrategias didácticas, generación de materiales de enseñanza y evaluación y un modelo de perfeccionamiento para profesores, pero todavía hay dificultades en lenguaje que inciden en el desarrollo de las habilidades matemáticas, específicamente en la resolución de problemas.

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el proyecto y el conocimiento de los resultados de la medición de la calidad SIMCE que, a su vez, corresponde a una evidencia cuantitativa de los logros de aprendizaje de los alumnos, se puede indicar que es posible validar una estrategia de perfeccionamiento continuo en matemáticas, atendiendo a las competencias profesionales de los profesores y su transposición didáctica en el aula, como una alternativa de consolidar aprendizajes en los sectores escolares considerados vulnerables en Chile.

Sin embargo, la discusión no debe centrarse tan sólo en atender a las características que presentan los establecimientos educacionales, sino en tener claridad respecto a qué competencias debe poseer el profesor para adecuarse a los procesos reformistas de la enseñanza de las matemáticas, y de qué forma éste proyectará la continuidad del proceso sin perder de vista el objetivo de desarrollar importantes habilidades y competencias en el alumno. Además, que una vez finalizado este perfeccionamiento, a través de la aplicación de un cuestionario de opinión referido al proyecto, los profesores manifestaron en general, poseer una mayor confianza en su accionar en el aula y un notable mejoramiento de su autoimagen.

Finalmente, por los resultados obtenidos, tiempo de ejecución de este proyecto, cantidad de profesores y alumnos involucrados, grado de participación y compromiso que se logra con los docentes, se recomienda que el proyecto pueda ser replicado en otros países de América Latina, considerando las necesarias adaptaciones pertinentes a sus respectivos contextos.

Referencias

- Artigue, M. (1990). Epistemologie en didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2/3), 241-286.
- Ávalos, B. y Nordenflycht, M. E. (1999). *La formación de profesores, perspectivas y experiencia*. Santiago de Chile: Aula XXI/Santillana.
- Beaton, A., Martin, M., Mullis, I., K. Gregory, K. y González, E. (2003). *Assessment Frameworks and Specifications 2003*. TIMSS International Study Center.
- Blanco, L. (1991). *Conocimiento y acción de la enseñanza de las matemáticas de profesores de E.G.B. y estudiantes para profesores*. Madrid: Manuales Unex.
- Blumenfeld, P., Marx, R., Patrick, H., Krajcik, J. y Soloway, E. (1998). Teaching for understanding. En B. Biddle, T. Good y I. Goodron. (Eds.). *International handbook of teachers and teaching* (pp. 819-878). London: Kluwer Academic Publishers.
- Cantoral, R. y Resendez, E. (2003). El papel de la variación en las explicaciones de los profesores: un estudio en situación escolar. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 6(2), 133-154.
- Crovetto, E. y Peredo, H. (2001). Evaluación de las prácticas profesionales de ingeniería. En *Evaluación de Aprendizajes relevantes al egreso de la educación superior*, Centro Interuniversitario de Desarrollo-CINDA (pp. 128-136). Santiago de Chile: CINDA.
- Chamorro, M. (2003). Las dificultades de lectura y comprensión de los problemas matemáticos escolares. *UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 33, 99-119.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Díaz, V. y Poblete, A. (1999). Evaluación longitudinal de aprendizajes matemáticos, objetivos transversales e indicadores de contexto. Proyecto de investigación de la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica CONICYT. Fondecyt 1040035.
- Díaz, V. y Poblete, A. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 45, 33-41.
- Díaz, V. y Poblete, A. (2006). Indicadores de contexto en la educación Matemática de la enseñanza media. *Boletín de Investigación Educativa*, 21(2), 61-89.

- Díaz, V. y Poblete, A. (2007). Competencias en profesores de matemática y estrategia didáctica en contextos de reforma educativa. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas* [Revista en línea], 68 Disponible: http://www.sinewton.org/numeros/168/investigacion_01.php [Consulta: 2008, Abril 14]
- Duval, R. (1998). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Santiago de Calí: Universidad del Valle, Instituto de Educación Pedagógica.
- Edwards, V. (1992). Hacia la construcción del perfeccionamiento docente. En *Informe de seminario: Cómo aprende y como enseña el docente*. Santiago de Chile: PIIIE.
- Gallego-Badillo, R. (1995). *El saber pedagógico: una visión alternativa*. Santa Fe de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- García, E. (2002). Resolución de problemas y desarrollo de capacidades. *UNO: Revista de didáctica de las Matemáticas*, 29, 20-37.
- Gil, G. (2002). *La investigación internacional para la producción de indicadores de resultados educativos de los alumnos*. Investigación PISA. Madrid: OCDE.
- Gimeno-Sacristán, J. (1988). *El currículo, una reflexión sobre la práctica*. Madrid: Morata.
- Godino, J. (2003). *Funciones semióticas: un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Trabajo de ascenso no publicado para optar a la Cátedra de Universidad de Didáctica de la Matemática. Granada, España: Universidad de Granada.
- Harlen, W. (2002). Evaluar la alfabetización científica en el programa de la OCDE para la evaluación internacional de estudiantes (PISA). *Enseñanza de las Ciencias*, 20(2), 209-216.
- Ibañez, M. y Ortega, T. (2004). Textos argumentativos. *UNO: Revista de didáctica de las Matemáticas*, 35, 39-52.
- Latorre, M. (2002). *Saber pedagógico en uso: caracterización del saber actuante en las prácticas pedagógicas*. Tesis doctoral no publicada, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Le Boterf, M. (1998). *Construire des compétences et reussir la professionnalisation*. Conférence au CIFP d' Aix-en-Provence. París: Centre d'évaluation de documentation et d'innovation Pédagogiques.
- López-Varona, J.A. y Moreno-Martínez, M.L. (1997). *Resultados de Ciencias. Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS)*. Madrid: INCE/ MECD.
- Marceló, C. (2002). Aprender a enseñar para la sociedad del conocimiento. *Education Analysis Archives* [Revista en línea], 19(35). Disponible: <http://epaa.asu.edu>. [Consulta: 2008, Mayo 16]

- MINEDUC. (2005). *Ministerio de Educación Chile, Sistema de Medición de la Calidad de la Educación de Chile, SIMCE*. [Documento en línea]. Disponible: http://www.simce.cl/paginas/prueba_aplicada_2004.htm [Consulta: 2008, Mayo 10]
- MINEDUC. (2008). *Ministerio de Educación Chile, Sistema de Medición de la Calidad de la Educación de Chile, SIMCE* [Documento en línea]. Disponible: http://www.simce.cl/paginas/prueba_aplicada_2007.htm [Consulta: 2008, Noviembre 15]
- Mullis, I., Martin, M.O., Smith, T.A., Garden, R.A., Gregory, K.D., González, E.J., Chrostowski, S.J. y O'connor, K.M. (2002). *Timss Assessment Frameworks And Specifications 2003*. Chestnut Hill, Ma: Boston College.
- Traducción de M. Angstadt. (2002). *Marcos Teóricos y Especificaciones de Evaluación de Timss 2003*. Madrid: Ince/Mecd. Boston College.
- NCTM. (2000). *National Council of Teachers of Mathematics. Assessment Standards for Scholl Mathematics*. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.
- OECD. (1999). *Measuring student knowledge and skills. A new framework for assessment. París: OECD*. (Traducción de G. Gil Escudero y J. Fernández García).
- OECD. (2000). *Measuring student knowledge and skills: The PISA assessment of reading, mathematical and scientific literacy. París: OECD*. (Traducción de G. Gil).
- OECD. (2004). *First results from PISA 2003: Executive Summary. París: OECD*. Traducción de E. Belmonte. *Aprender para el mundo de mañana*. Resumen de resultados PISA 2003. Madrid: INECSE/MEC.
- Perrenoud, Ph. (1998). *Construire des compétences des l'école*. París: ESF.
- Perrenoud, Ph. (2004). *Diez nuevas competencias para enseñar. Invitación al viaje*, Barcelona, España: Graó.
- Pinto, R. (1998). Teoría del currículum mínimo y su relación con el proyecto curricular de centro educativo. *Revista Pensamiento educativo*, 23, 73-98.
- Poblete, A. y Díaz, V. (2003). La competencia del profesor de matemática en contexto de reforma educacional. *Revista Boletín de Investigación Educativa*, 18, 97-109.
- Poblete, A. y Díaz, V. (2004). *Evaluación de las competencias profesionales del profesor de matemáticas en el marco de la reforma educacional*. Proyecto de investigación de la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica CONICYT Fondecyt 1010980.
- Polya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Quintanilla, M., Labarrere, A. y Araya, S. (2000). Desarrollo de los procesos reflexivos en profesores de matemática en formación desde una actividad de laboratorio. *Revista Pensamiento Educativo*, 27, 50-69.

- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. California: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1988). Problem Solving in Context(s). En R. Charles y E. Silver (Eds.). *The Teaching and Assesing of Mathematical Problern Solving* (pp. 82-92). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. En D. Grouws (Ed.). *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- Ribnikov, K. (1987). *Historia de la matemática*. Moscú: Editorial Mir.
- Varela, F. (2000). *El fenómeno de la vida*. Santiago de Chile: Dolmen.

ANEXOS

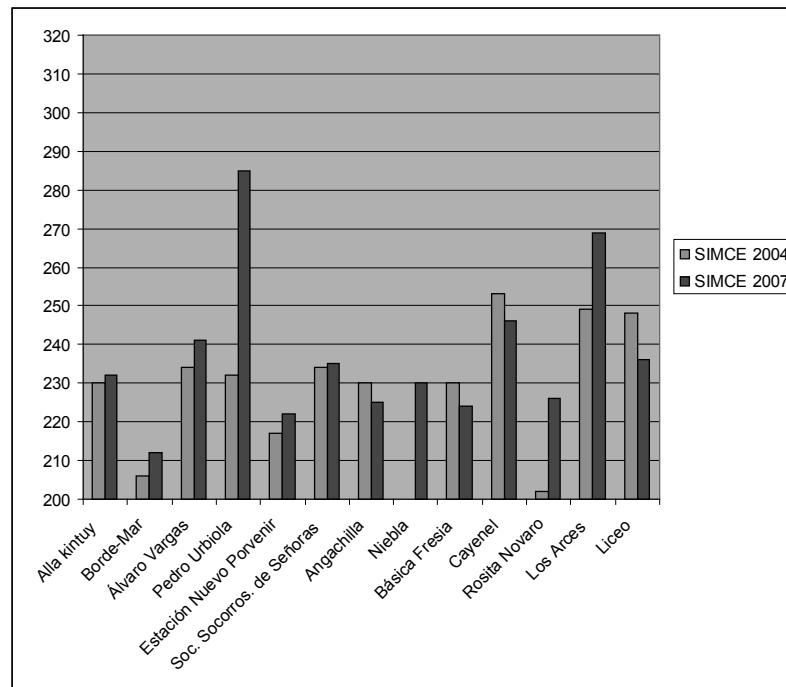


Gráfico 4. Resultados sector socioeconómico bajo (A).

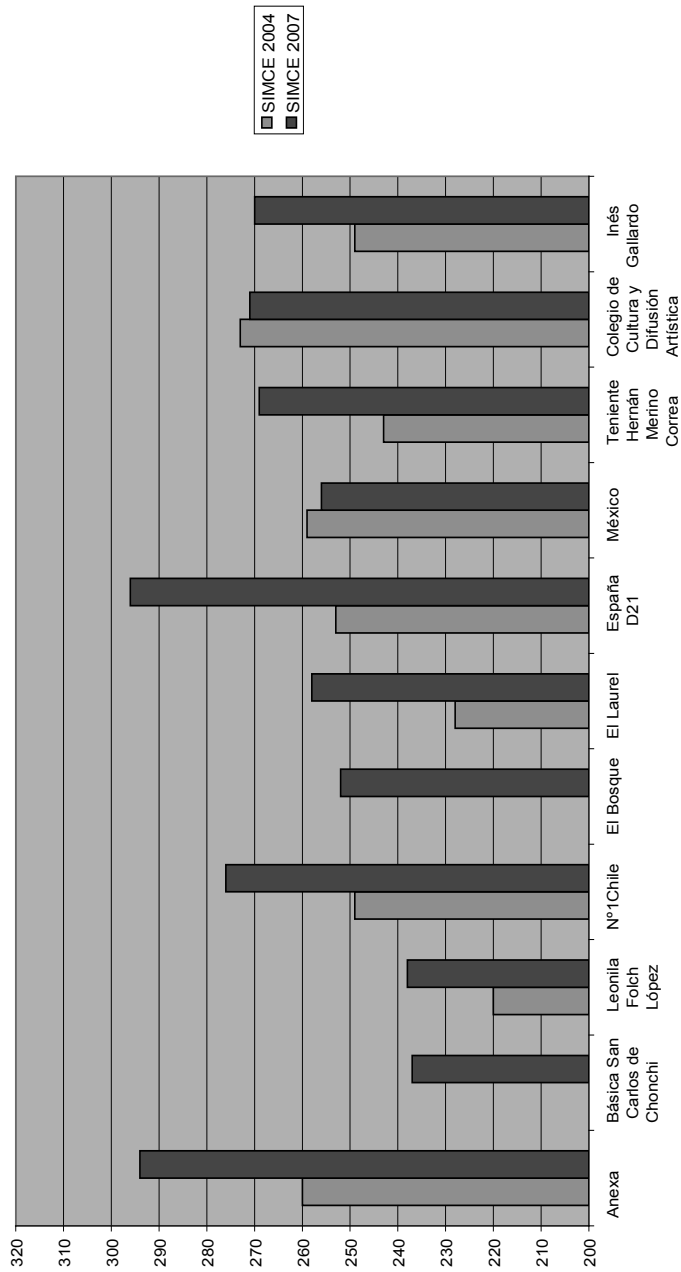


Gráfico 6. Resultados sector socioeconómico medio (C).