

*INTEGRACIÓN DE INSTRUMENTOS TÉCNICOS Y  
CONCEPTUALES EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA. UNA  
PROPUESTA PARA LA FORMACIÓN INICIAL DE MAESTROS*

Integration of technical and conceptual tools in teaching geometry. A proposal for  
primary teacher training

*Juan Luis Prieto González<sup>1</sup> y Germán Torregrosa Gironés<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Estudios Avanzados (DEA) en Didáctica de las Matemáticas. Departamento de Innovación y Formación Didáctica, Universidad de Alicante. AP. de correos 99-03089, Alicante, España.  
juanl.prietog@gmail.com

<sup>2</sup>Departamento de Innovación y Formación Didáctica, Universidad de Alicante.  
AP. de correos 99-03089, Alicante, España. german.torregrosa@ua.es

### Resumen

Este trabajo describe el diseño de una secuencia formativa para el aprendizaje de contenidos de geometría, dirigida a estudiantes para maestros de primaria del Programa Nacional de Formación de Educadores de la Universidad Bolivariana de Venezuela. El diseño busca favorecer el uso de un software de geometría dinámica (Cabri-Géomètre) y de información teórica necesaria para la interpretación del aprendizaje y de la enseñanza de la geometría en la realización de tareas profesionales específicas. La propuesta ha sido organizada en tres temas vinculados entre sí. Para cada tema, se describen los objetivos de aprendizaje, las tareas a ser realizadas por los estudiantes para maestro, la metodología y los recursos. Este diseño constituye un aporte a la formación de maestros a través de la integración de recursos tecnológicos y teoría de Didáctica de la Matemática.

**PALABRAS CLAVE:** Geometría, enseñanza, instrumento, proceso cognitivo, estudiante para maestro.

### Abstract

This study describes the design of an instructional sequence for teaching geometry topics for pre-service primary teachers of the National Program of Teachers Education of the Bolivarian University of Venezuela. The design promotes the use of dynamic geometry software (Cabri-Geometry) and relevant theoretical information to the interpretation of geometry learning and specific teaching situations. The proposal has been organized into three interrelated issues. For each topic, we have described the learning objectives, the tasks that pre-service primary teachers have to solve, and methodology and resources. This design is a contribution to primary teacher training through the integration of technological resources and the theory of the Didactics of Mathematics.

**KEYWORDS:** Geometry, teaching, cognitive process, instrument, Pre-service primary teacher.

Recibido: 12/03/10

Aceptado: 23/04/10

## INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, el desarrollo de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TICs) ha producido cambios en distintos ámbitos de la sociedad y, particularmente, en la Educación Matemática (ICMI, 1998). De esta forma, hoy día las TICs son consideradas medios que pueden favorecer el aprendizaje y enseñanza de la matemática ya que posibilitan el acceso a diferentes representaciones de los objetos matemáticos de forma rápida y precisa, mejoran las oportunidades de exploración y construcción de los significados, y permiten resolver problemas más o menos complejos (NCTM, 2000). Sin embargo, la incorporación apropiada de las TICs en la enseñanza de la geometría, así como de teoría de Didáctica de la Matemática, ha sido una tarea compleja por múltiples razones, entre ellas, las relacionadas con las concepciones de los profesores sobre las TICs en general y sobre el papel que éstas desempeñan en el aula, y con las competencias para establecer relaciones entre la teoría y la práctica (Assude, Buteau & Forgasz, 2009; Llinares & Valls, 2010).

Diversas investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la geometría en ambientes dinámicos han reportado conclusiones de interés para este trabajo. Por un lado, se hace notar el rol del profesor en el uso del Software de Geometría Dinámica (SGD) como recurso de enseñanza y la necesidad de comprender las implicaciones de este uso en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los alumnos (Torregrosa, Haro, Penalva & Llinares, 2010). Por otro lado, los estudios dan cuenta de las dificultades que enfrentan los profesores al momento de diseñar actividades de aprendizaje apoyadas en las TICs y, especialmente, cuando estos intentan establecer relaciones entre el contenido geométrico, las características de los aprendices y las funcionalidades básicas del

SGD (Laborde, Kynigos, Hollebrands & Strässer, 2006). Ambas cuestiones sugieren que los profesores deben apropiarse de nuevo conocimiento específico para pensar y actuar profesionalmente en situaciones de enseñanza que involucran el uso de las TICs y de modelos teóricos del aprendizaje matemático (Llinares, Valls & Roig, 2008).

Una manera de satisfacer esta necesidad es a través del diseño de oportunidades de aprendizaje donde los profesores desarrollen conocimiento necesario para enseñar geometría (Llinares & Krainer, 2006). Específicamente, la atención es puesta sobre la posibilidad de dotar al estudiante para maestro con conocimiento de y sobre la matemática, de las cogniciones de los aprendices y de la enseñanza (Llinares et al., 2008). Este hecho supone la integración coherente y sistemática, en los procesos formativos del profesorado, de evidencias y modelos teóricos generados por la investigación en Didáctica de la Matemática. En este sentido, algunas experiencias de formación inicial de maestros han incorporado información sobre los procesos cognitivos vinculados al desarrollo de las capacidades geométricas de los alumnos y sobre el potencial del SGD en el desarrollo de estas capacidades (Iglesias, 2007). Sin embargo, son escasas las propuestas que tratan de vincular la práctica de enseñar geometría con el uso de recursos tecnológicos y de información teórica sobre el aprendizaje y la enseñanza de la geometría.

El objetivo de este trabajo es describir el diseño de una secuencia formativa para el aprendizaje de conocimiento específico para enseñar geometría, dirigida a los estudiantes para maestro de primaria del Programa Nacional de Formación de Educadores (PNFE) de la Universidad Bolivariana de Venezuela (UBV). El diseño de la secuencia incorpora el uso de:

- un software de geometría dinámica

(Cabri-Géomètre) ampliamente difundido entre los profesores de Matemática e investigadores alrededor del mundo (Laborde & Strässer, 1990), e

- información teórica sobre (i) los procesos matemáticos como contenido a ser aprendido y enseñado (García & Llinares, 2001), (ii) el desarrollo de los procesos de visualización y razonamiento geométrico en la resolución de problemas (Duval, 1998), y (iii) una categorización de los problemas de geometría con Cabri-Géomètre (Laborde, 1998).

### EL APRENDIZAJE DEL CONOCIMIENTO NECESARIO PARA ENSEÑAR GEOMETRÍA Y LOS AMBIENTES DINÁMICOS

El diseño descrito en este trabajo está basado en una manera de entender la formación inicial en la enseñanza de la matemática como un “proceso” de incorporación progresiva de los estudiantes para maestro al sistema de actividades que configura la práctica de enseñanza llevada a cabo por los profesores de matemática expertos (Llinares et al., 2008). En este

sentido, la enseñanza de la matemática es considerada una “práctica” que puede ser aprendida y en la que los profesores (i) realizan unas tareas –sistema de actividades– a fin de que sus alumnos logren los objetivos de aprendizaje, (ii) hacen uso de un conjunto de instrumentos para potenciar sus decisiones y acciones en relación a las tareas, y (iii) justifican su uso (Llinares, 2004).

Esta perspectiva permite vincular el aprendizaje de la enseñanza de la geometría con la realización de tareas profesionales específicas y la apropiación de instrumentos de la práctica. De esta manera, la realización de las tareas por parte de los estudiantes para maestro ayuda a desarrollar una manera de pensar y actuar semejante a la de un profesor de matemática. En relación a las tareas, hemos considerado que los estudiantes para maestro aprenden a enseñar geometría en situaciones en las que (i) investigan el potencial de los problemas como medios de aprendizaje matemático, (ii) dotan de significado las producciones de los alumnos, y (iii) planifican y organizan el contenido para enseñarlo (ver Cuadro 1).

Cuadro 1. Tareas vinculadas a la enseñanza de la geometría

Tareas	Descripción de las tareas
Investigar el potencial de los problemas de geometría	Considerar en qué medida los problemas de geometría pueden generar procesos matemáticos de conjeturar, probar y comunicar resultados
Dotar de significado las producciones geométricas de los alumnos	Interpretar las respuestas escritas de los alumnos a determinados problemas de geometría, en términos de las diferentes formas de visualización y razonamiento geométrico presentes en la resolución de los problemas
Planificar y organizar el contenido geométrico para enseñarlo	Seleccionar y diseñar problemas de geometría adecuados a las características de los alumnos, el nivel educativo y los materiales disponibles Organizar los problemas en secuencias de instrucción según la dificultad que representen

En el contexto de la resolución de las tareas, la incorporación de recursos tecnológicos e información teórica de Didáctica de la Matemática crea las condiciones para que los estudiantes para maestro elaboren, usen y compartan conocimiento en forma de “instrumentos” técnicos y conceptuales (Prieto & Valls, 2010). El enfoque de la acción instrumentada define un instrumento, en general, como todo objeto (simbólico o material) vinculado a la acción de llevar a cabo una tarea con cierta finalidad (Verillon & Rabardel, 1995).

Desde esta perspectiva, los “instrumentos técnicos” constituyen los materiales didácticos necesarios para provocar el aprendizaje matemático de los alumnos (Llinares, 2004). Por ejemplo, el modo de arrastre del Cabri-Géomètre llega a ser un instrumento técnico para la enseñanza de los elementos notables de un triángulo (mediatrices, bisectrices y alturas) cuando los estudiantes para maestro determinan formas de usar esta opción para resaltar las propiedades y relaciones de tales objetos geométricos. Por su parte, los “instrumentos conceptuales” representan las ideas, conceptos y construcciones teóricas generadas por la investigación en Didáctica de la Matemática que permiten llevar a cabo las tareas de la práctica eficientemente (Llinares, 2004). En nuestro caso, los instrumentos conceptuales son aquellas ideas derivadas de la información sobre los procesos cognitivos de visualización y razonamiento presentes en la resolución de problemas de geometría y sobre las características de los problemas en ambientes dinámicos que los estudiantes para maestro integran al desarrollo de las tareas.

En ambos casos, la “apropiación” del conocimiento que subyace al uso de los recursos –los instrumentos- se manifiesta en un proceso de naturaleza instrumental dual (Verillon & Rabardel, 1995). Por un lado, las propiedades funcionales básicas

del recurso (p.e., el modo de arrastre del Cabri-Géomètre) son integradas a los esquemas de pensamiento de los estudiantes para maestro por adaptación, produciendo conocimiento sobre la forma de usar el recurso (instrumentación) y, por otro lado, el conocimiento sobre la forma de usar el recurso es ajustado a las exigencias de la tarea con el fin de lograr los objetivos, produciendo como consecuencia una ampliación del campo de acciones posibles de los estudiantes para maestro (instrumentalización).

Ambos aspectos del aprendizaje del conocimiento necesario para enseñar geometría (instrumentación e instrumentalización) ocurren como resultado de las “interacciones” entre los estudiantes para maestro, y entre éstos con las tareas, recursos y el formador. Al respecto, las perspectivas socio-culturales del aprendizaje resaltan el papel de las interacciones en los procesos de construcción de conocimiento mediado por instrumentos (Llinares & Olivero, 2008). En este enfoque del aprendizaje destaca la incorporación de espacios, basados en la red, que son usados para la comunicación y resolución de actividades en colaboración con otros sujetos. En estos espacios, los estudiantes para maestro toman parte en prácticas sociales que favorecen el uso de instrumentos técnicos y conceptuales.

## CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS DEL DISEÑO

Una manera de hacer operativa la noción de aprender el conocimiento necesario para enseñar geometría es a través del diseño de una “trayectoria hipotética de aprendizaje” (THA) vista como herramienta de planificación del formador. El término THA fue introducido por Simon (1995) para referirse a la predicción de la ruta por la que puede darse un

aprendizaje matemático, siendo además una componente principal de su modelo de “ciclos de enseñanza de la matemática”.

En el ámbito de la formación inicial de maestros, las THA han sido aplicadas con diferentes propósitos, entre ellos, el de servir de medio para conocer cómo se produce el conocimiento para enseñar matemática bajo condiciones instruccionales específicas (Simon, 2000). A pesar de las diferencias encontradas, los investigadores coinciden en afirmar que las tres componentes centrales de la THA (objetivos de aprendizaje, actividades e hipótesis sobre el proceso de aprendizaje) constituyen el foco del diseño de la enseñanza. Desde esta perspectiva hemos diseñado una THA, denominada “Enseñanza de la Geometría en la Educación Primaria”, con el propósito de favorecer el uso de instrumentos técnicos y conceptuales vinculados al aprendizaje y enseñanza de la geometría en el marco del desarrollo del PNFE. La THA incorpora básicamente tres elementos:

- *Objetivos*, como metas que orientan las acciones de los estudiantes para maestro hacia el aprendizaje de los contenidos.
- *Tareas*, como actividades para ser realizadas durante la instrucción y que incluyen diversos materiales.
- *Hipótesis sobre el proceso de aprendizaje*, que consiste en predecir cómo puede evolucionar el pensamiento y la comprensión de los estudiantes para maestro cuando realizan las tareas, lo que a su vez permite orientar la actuación hacia el logro de los objetivos.

Los elementos de la THA son definidos en una secuencia de tres etapas que responden a los dominios de conocimiento para enseñar matemática propuestos por Llinares et al. (2008). Esta manera de organizar la formación permite definir tres grandes núcleos temáticos o temas:

- Tema 1. La geometría como contenido matemático.
- Tema 2. El aprendizaje de la geometría y los aprendices.
- Tema 3. La enseñanza de la geometría.

El tema 1 se centra en la resolución de problemas de geometría como medio para profundizar en la comprensión del conocimiento de los objetos geométricos, sus elementos constitutivos, relaciones y propiedades desde la perspectiva de que tal conocimiento debe ser aprendido por alumnos de primaria. El tema 2 incorpora información sobre los procesos de visualización y razonamiento geométrico en el análisis del pensamiento matemático de los alumnos. El tema 3 plantea la necesidad de elaborar criterios de selección y diseño de problemas adecuados a los ambientes dinámicos y estáticos, como una tarea fundamental de la enseñanza de la geometría.

Para responder a la necesidad de promover interacciones que favorezcan el uso de instrumentos de la práctica durante la secuencia se han incorporado “foros de debate” no presenciales (en línea) a través de los cuales los estudiantes para maestro pueden compartir y negociar significados, construir argumentos y colaborar en la realización de las tareas que les son propuestas. Estos foros son considerados como “herramientas comunicativas” que complementan la actividad presencial y promueven el uso de instrumentos conceptuales mediante interacciones asincrónicas y trabajo colaborativo (Llinares & Olivero, 2008; Llinares & Valls, 2010).

Para ello se dispuso de una plataforma tecnológica basada en el software de gestión de contenidos educativos Moodle<sup>1</sup>, administrada por los autores de este trabajo. Esta aplicación tecnológica permite crear

<sup>1</sup><http://www.educaprofesorado.com.ve/moodle/>

y gestionar cursos a través de Internet, incorporar materiales (documentos de texto, archivos de PDF, imagen, audio y video, etc.) y habilitar diferentes espacios para la comunicación (foros en línea, canales de entrega, etc.). A partir de esta herramienta hemos creado un curso Moodle, con la misma denominación que la trayectoria, al que pueden acceder los estudiantes para maestro mediante un nombre de usuario y una clave personalizada que es proporcionada por el formador.

## EL DISEÑO DE LA SECUENCIA FORMATIVA EN EL MARCO DEL PNFE

El Programa Nacional de Formación de Educadores (PNFE) de la UBV representa un modelo de formación inicial de maestros innovador, dinámico e interactivo que, bajo un enfoque dialéctico y centrado en el sujeto como foco del quehacer educativo, busca desarrollar las capacidades profesionales básicas para la práctica escolar en las especialidades: *Sin mención, Inicial, Especial y Educación Física* (MES, 2007). El diseño curricular del programa está organizado en tres “trayectos” (8 semestres de 18 semanas cada uno) que equivalen a cuatro años de formación.

El trayecto I se orienta hacia el reconocimiento de la identidad de ser maestro en un contexto escolar y comunitario. En el trayecto II se introduce el método de “proyectos de aprendizaje” como herramienta para sistematizar el conocimiento que es consecuencia de las relaciones dialécticas entre la teoría y la experiencia de vinculación profesional de los estudiantes para maestro. El trayecto III busca profundizar en la formación profesional de los estudiantes para maestro según la especialidad a la que pertenecen.

Cada trayecto está compuesto de un

número variable de asignaturas que pueden ser de dos tipos: *fundamentales y electivas*. Las asignaturas electivas están comprendidas en el trayecto III y se definen como “talleres” que responden a los requerimientos de formación de cada especialidad, las características de los proyectos de aprendizaje de los estudiantes para maestro y su experiencia de vinculación profesional (UBV, 2006). El perfil de los egresados del programa en la especialidad “Sin mención” se corresponde con el requerido para el desempeño de la enseñanza de la matemática en todos los cursos del nivel de Educación Primaria en Venezuela.

En este contexto, el diseño de la THA: “Enseñanza de la Geometría en la Educación Primaria” constituye una propuesta de taller electivo para el PNFE en la especialidad “Sin mención”, de 70 horas académicas de duración y ubicado en el semestre VI del trayecto III. En tanto taller electivo, la secuencia que se describe a continuación pone a disposición del PNFE herramientas tecnológicas y teóricas básicas para la atención de las necesidades de aprendizaje de los alumnos de primaria, ampliamente difundidas en el campo de la Educación Matemática.

## DESCRIPCIÓN DE LA SECUENCIA FORMATIVA

### TEMA 1. LA GEOMETRÍA COMO CONTENIDO MATEMÁTICO

El tema 1 introduce el uso del Cabri-Géomètre en la resolución de problemas como medio para profundizar en la comprensión de los objetos geométricos, sus elementos constitutivos, relaciones y propiedades. La idea de incorporar el Cabri-Géomètre en la actividad de resolución de problemas se basa en que el uso sistemático del software para representar objetos geométricos favorece el descubrimiento de

relaciones matemáticas, la elaboración y validación de conjeturas, y la comunicación de las ideas. En este sentido, se plantean los siguientes objetivos:

- *Conocer y usar las opciones del menú de herramientas del Cabri-Géomètre para resolver problemas de geometría.*
- *Analizar el potencial de los problemas de geometría como medios para generar procesos de conjeturar, probar y comunicar resultados, vinculándolos al uso del Cabri-Géomètre.*

Para lograr estos objetivos se proponen dos tareas complementarias. La tarea 1 consiste en la resolución de una colección de 20 problemas de geometría utilizando el Cabri-Géomètre. Estos problemas son organizados en tres grupos según el tipo de situación que plantean: problemas de construcción, comprobación o reconstrucción (Laborde, 1998).

En el caso de los *problemas de construcción* de una figura geométrica, la construcción realizada debe conservar las propiedades y relaciones geométricas de la figura descrita verbalmente cuando ésta es arrastrada por la pantalla del ordenador. Al seleccionar, combinar y usar diferentes “primitivas geométricas” de las que ofrece el menú de herramientas del Cabri-Géomètre, se deben satisfacer las condiciones de la construcción, identificando las relaciones de dependencia entre las primitivas que sean usadas. Los *problemas de comprobación* de propiedades y relaciones geométricas requieren que los estudiantes

para maestro identifiquen las propiedades invariantes de una figura y expliquen por qué se producen determinados fenómenos visualmente notables. En los *problemas de reconstrucción* se dota a los estudiantes para maestro de figuras elaboradas con Cabri-Géomètre de las cuales no se tiene conocimiento de su construcción. A partir de esta información, los estudiantes para maestro deben interpretar la figura original en términos geométricos y reconstruirla usando primitivas del Cabri-Géomètre, de manera que la nueva construcción se comporte igual que la original cuando es arrastrada.

La tarea 2 consiste en analizar el potencial de los problemas de geometría para el estudio de las propiedades geométricas de las figuras planas y elaborar un informe con las conclusiones del análisis. Este análisis considera la utilización del Cabri-Géomètre como herramienta para promover la elaboración de conjeturas, pruebas y comunicación de las ideas. La tarea describe una situación donde una maestra de 6º de primaria planifica una clase sobre los cuadriláteros en la que intenta destacar las características del trapecio isósceles. En esta situación, la maestra se ha propuesto resolver un problema de construcción de figuras geométricas (ver Figura 1) con la intención de facilitar la producción de conjeturas sobre las propiedades de la construcción (del trapecio isósceles) y promover la validación de estas conjeturas y la comunicación de las ideas.

Construye un triángulo cualquiera y etiqueta con A, B y C los vértices. Haya los puntos medios de los lados y etiqueta con D el punto medio de AB, E el punto medio de BC, y F el punto medio de AC. Traza una de las alturas y etiqueta con G el punto de intersección de ésta con el lado correspondiente.

- ¿Qué nombre recibe la figura que resulta de unir los puntos DEFG?

- ¿Puedes conjeturar a simple vista alguna propiedad de la figura?

- Prueba que tu conjetura es correcta.

Nota: Este problema es una traducción y adaptación del original comentado por C. Laborde en su trabajo de 1998 "Visual phenomena in the teaching/learning of geometry in a computer-based environment".

Figura 1. Problema seleccionado por la maestra de 6º de primaria

Con este propósito, la maestra decide usar el Cabri-Géomètre como recurso para explorar la solución del problema. En esta tarea, analizar el potencial del problema en cuestión desde la perspectiva del uso del Cabri-Géomètre supone que los estudiantes para maestro resuelvan el problema, exploren las posibilidades matemáticas que éste tiene para la elaboración de conjeturas, pruebas y comunicación de las ideas, consideren los propósitos de enseñanza y vinculen el uso del Cabri-Géomètre con el logro de tales propósitos.

La tarea es presentada en la interfaz del curso Moodle y para su realización los estudiantes, organizados en grupos, deben debatir las cuestiones de la tarea en el foro correspondiente y elaborar un informe con las conclusiones del debate. Para centrar la atención de los estudiantes para maestro sobre los procesos matemáticos que subyacen a la resolución del problema, hemos incorporado un documento con información sobre las acciones de conjeturar, probar y comunicar las ideas como aspectos de la actividad matemática (García & Llinares, 2001), que debe ser usado para justificar las ideas expuestas en el foro. Los estudiantes para maestro pueden visualizar y/o descargar el documento teórico desde la interfaz del curso. La duración del foro es de 14 días continuos a partir de una fecha anunciada previamente. La tarea se considera resuelta cuando uno de los integrantes de cada grupo envía el informe final al formador.

## TEMA 2. EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA Y LOS APRENDICES

El tema 2 incorpora el análisis del pensamiento geométrico de los aprendices en situación de resolución de problemas. En la Educación Primaria, el análisis del pensamiento geométrico de los aprendices depende, en gran medida, del conocimiento que posee el maestro sobre la forma en que sus alumnos aprenden (Torregrosa & Quesada, 2007). Un enfoque del aprendizaje sugiere que el estudio de la geometría debe desarrollar las capacidades de visualización y razonamiento en los alumnos mientras resuelven problemas apoyados en construcciones geométricas (Duval, 1998). Desde este enfoque, la reflexión sobre el pensamiento geométrico de los alumnos representa la ocasión propicia para que los estudiantes para maestro elaboren, usen y compartan instrumentos conceptuales. En este sentido, se propone el siguiente objetivo:

- *Conocer y usar información teórica sobre los procesos de visualización y razonamiento geométrico, como instrumentos conceptuales, para interpretar las respuestas escritas de alumnos que se enfrentan a problemas de geometría.*

Para lograr este objetivo se plantea la tarea 3 en la interfaz del curso Moodle. Esta tarea consiste en participar en el foro correspondiente para analizar la respuesta escrita de un alumno de 6º de primaria que resuelve un problema de figuras geométricas (ver Figura 2) y preparar un informe con las conclusiones del análisis.








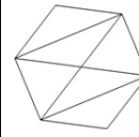
Para cada caso, colorea la figura que se te indica y explica por qué crees que has coloreado correctamente					
					
Un triángulo equilátero	Un triángulo isósceles	Un triángulo escaleno	Un trapecio	Un rectángulo	Un rombo
Explicación:	Explicación:	Explicación:	Explicación:	Explicación:	Explicación:

Figura 2. Problema propuesto al alumno de 6º de primaria

Analizar este registro escrito supone interpretar la respuesta del alumno en términos de los diferentes tipos de visualización y razonamiento geométrico que se ponen de manifiesto en su respuesta. Para focalizar la atención sobre los procesos de visualización y razonamiento, se pide a los estudiantes para maestro justificar sus argumentos en el foro desde la información contenida en un documento adjunto. El documento describe distintas formas de aprender a ver la configuración geométrica asociada a un problema (aprehensión perceptiva, discursiva y operativa), y de razonar sobre esta configuración para resolver el problema (proceso configural, discursivo natural y discursivo teórico) (Duval, 1998; Torregrosa & Quesada, 2007).

El foro habilitado para resolver la tarea 3 tiene una duración de 14 días continuos a partir de una fecha anunciada previamente por el formador. Antes de dar inicio al foro, el formador prepara y realiza una actividad presencial en la que da a conocer los contenidos teóricos, haciendo uso de los mismos para interpretar registros con características similares al utilizado en la tarea 3. Cada grupo resuelve la tarea cuando uno de sus integrantes hace entrega del informe final al formador.

### TEMA 3. LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Enseñar geometría implica, entre otras cuestiones, diseñar y seleccionar problemas adecuados a las necesidades de aprendizaje de los alumnos. En este sentido, el tema 3 plantea la elaboración de criterios de selección y diseño de problemas de geometría adecuados a los ambientes dinámicos y estáticos. Respecto a los ambientes dinámicos, se introduce información sobre una categorización de los problemas con Cabri-Géomètre que ha sido comentada en el tema 1. En este sentido, se plantea el siguiente objetivo:

- *Identificar criterios de selección y diseño de problemas de geometría para facilitar el aprendizaje de las propiedades y relaciones de los triángulos.*

Para alcanzar este objetivo se presenta la tarea 4 en la interfaz del curso. La tarea consiste en participar en el foro correspondiente con el fin de proponer y seleccionar cinco problemas de geometría que sean adecuados para consolidar a los alumnos de 5º y 6º de primaria en el estudio de las propiedades y/o relaciones geométricas de los triángulos. De los cinco problemas, tres deben ser adaptados a un entorno de geometría dinámica y los otros

dos adecuados a ambientes estáticos. Al final, cada grupo debe producir un informe que contenga los problemas seleccionados debidamente justificados. Para que los estudiantes para maestro argumenten su selección se incluyen documentos con información sobre los tipos de problemas con Cabri-Géomètre (Laborde, 1998) y los contenidos de geometría para 5º y 6º de primaria tratados en el *Currículo Básico Nacional* de la Educación Primaria en Venezuela.

Antes de dar inicio al foro, el formador dedica una clase presencial a explicar los contenidos. La tarea se considera resuelta cuando uno de los estudiantes de cada grupo hace entrega del informe final. La duración del foro es de 14 días según la fecha establecida por el formador.

### ORIENTACIONES PARA LA EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

La evaluación de los aprendizajes comprende la valoración de las respuestas de los estudiantes para maestro a las distintas tareas que se proponen, teniendo en cuenta los objetivos de aprendizaje. La información necesaria para valorar las respuestas de los estudiantes varía según si la tarea es resuelta de forma presencial (tarea 1) o a través de la plataforma Moodle (tareas 2, 3 y 4). A continuación se presentan algunos criterios considerados en la evaluación:

#### EVALUACIÓN DE LA TAREA 1

Para valorar el uso que hacen los estudiantes para maestro del Cabri-Géomètre en la resolución de problemas de geometría hemos diseñado una prueba práctica de aplicación individual. La prueba incluye dos problemas de geometría que deben ser resueltos usando el Cabri-Géomètre en un periodo máximo de dos horas

académicas. La evaluación de las respuestas de los estudiantes para maestro coloca el énfasis en la calidad de las construcciones. En este caso, la calidad de lo construido tiene que ver con el hecho de satisfacer las condiciones de la construcción que son establecidas en el enunciado de cada problema y que puede comprobarse al arrastrar la figura.

#### EVALUACIÓN DE LAS TAREAS 2, 3 y 4

La valoración de las respuestas de los estudiantes para maestro a las tareas 2, 3 y 4 se centra en el informe elaborado por cada grupo y la participación de los estudiantes para maestro en los foros.

*Aspectos a considerar en la evaluación de los informes finales*

- *Cantidad de palabras.* En ningún caso los informes deben superar las 1000 palabras.
- *Contenido.* La información contenida en el informe debe responder a las cuestiones planteadas en las tareas y reflejar una opinión compartida por el grupo.

*Aspectos a considerar en la evaluación de las participaciones en los foros*

- *Número de mensajes producidos y momento en que se producen.* Se permite un máximo de cinco mensajes por estudiante para maestro en cada foro para animarlos a sintetizar sus ideas. Estos mensajes deben ser distribuidos en tres momentos de debate: inicio, desarrollo y cierre.
- *Justificación de los mensajes.* El contenido de los mensajes de los estudiantes para maestro debe reflejar las relaciones entre la información teórica y las evidencias de los registros.
- *Nivel de interacción.* Los estudiantes para maestros deben tomar en cuenta

los comentarios realizados por sus demás compañeros, ampliándolos o rebatiéndolos con argumentos.

Para finalizar, el Cuadro 2 muestra la relación de semanas dedicadas al tratamiento de los temas, tareas y proceso de evaluación de los aprendizajes sobre la base de las 18 semanas de duración del taller.

Cuadro 2. Relación de semanas dedicadas a las actividades del taller

Semana	Tema	Actividad
1	-	Presentación del taller: objetivos, contenidos, actividades y evaluación
2-7	1	Resolución de la tarea 1
8		Evaluación práctica sobre la tarea 1
9		Presentación de los contenidos del tema 1 en relación a la tarea 2
10-11		Resolución de la tarea 2
12	2	Presentación de los contenidos del tema 2
13-14		Resolución de la tarea 3
15	3	Presentación de los contenidos del tema 3
16-17		Resolución de la tarea 4
18		Finalización de taller: revisión de notas, apreciación general del trabajo realizado

## CONSIDERACIONES FINALES

La secuencia formativa definida en este trabajo comprende la etapa inicial de un proyecto de investigación que intenta caracterizar el aprendizaje de contenidos de Didáctica de la Matemática en la formación inicial de maestros. En esta oportunidad centramos la atención en el diseño de una secuencia de tareas que al ser realizadas permitiera a los estudiantes para maestro elaborar, compartir y usar instrumentos técnicos y conceptuales vinculados a la enseñanza de la geometría. Sin embargo, se hace necesario profundizar en la comprensión de cómo este tipo de diseño favorece el aprendizaje del conocimiento necesario para enseñar geometría en los contextos que se presentan y desde diferentes enfoques. De igual forma, es importante conocer cómo influye este diseño en la evolución del conocimiento para enseñar matemática que los estudiantes para maestro movilizan,

desde sus concepciones y creencias hasta categorías más profesionales. Las cuestiones que se plantean aquí quedan abiertas a su experimentación y mejora progresiva.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Assude, T., Buteau, C. & Forgasz H. (2010). Factors influencing implementation of technology-rich mathematics curriculum and practices. En C., Hoyle & J. B., Lagrange (Eds.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain* (pp.405-419). DOI: 10.1007/978-1-4419-0146-0\_19.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. En C., Mammana & V., Villani (Eds.), *Perspective on the Teaching of the Geometry for the 21st Century* (pp. 37-51). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- García, M. & Llinares, S. (2001). Los procesos matemáticos como contenido. En E., Castro (Ed.), *Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria* (pp. 105-122). Madrid, España: Editorial Síntesis.

- Iglesias, M. (2007). La investigación en pensamiento geométrico y didáctica de la geometría: Una experiencia desde el CEINEM-NT. En J., Ortíz & M., Iglesias (Eds.), *Memorias del VI Congreso Venezolano de Educación Matemática* (pp. 211-225). Maracay, Venezuela.
- International Commission on Mathematical Instruction* (1998). *Appendix*. En C., Mammana & V., Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century: An ICMI study* (pp. 337-346). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Laborde, C. (1998). Visual phenomena in the teaching/learning of geometry in a computer-based environment. En C., Mammana & V., Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for 21<sup>st</sup> Century* (pp. 121-128). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K. & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. En A., Gutiérrez & P., Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 275-304). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.
- Laborde, C. & Strässer, R. (1990). A micro world of geometry for guided discovery learning. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 22(5), 171-177.
- Llinares, S. (2004). La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en educación primaria. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 36, 93-115.
- Llinares, S. & Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. En A., Gutiérrez & P., Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 429-459). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.
- Llinares, S. & Olivero, F. (2008). Virtual Communities and networks of prospective mathematics teachers. Technologies, interactions and new forms of discourse. En K., Krainer & T., Wood (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Vol. 3. Participants in Mathematics Teacher Education. Individuals, Teams, Communities and Networks* (pp. 155-180). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.
- Llinares, S. & Valls, J. (2010). Prospectives primary mathematics teachers' learning from online discussion in a virtual video-based environment. *Journal of Mathematics Teachers Education*, 13(2), 177-196, (DOI: 10.1007/s10857-009-9133-0).
- Llinares, S., Valls, J. & Roig, A.I. (2008). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemática. *Educación Matemática*, 20(3), 31-54.
- Ministerio de Educación Superior. (2007). Programa Nacional de Formación de Educadores. *La Revista Venezolana de Educación (Educere)*, 11(38), 546-555.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, EE.UU.: NCTM.
- Prieto, J.L. & Valls, J. (2010). Aprendizaje de las características de los problemas aritméticos elementales en estudiantes para maestro. *Educación Matemática*, 22(1), 57-85.
- Simon, M.A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.
- Simon, M.A. (2000). Research on development of mathematics

- teachers: The teacher development experiment. En A., Kelly & R., Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 335-359). Mahwah, EE.UU.: Lawrence Erlbaum Associates Pubs.
- Torregrosa, G., Haro, M.J., Penalva, M.C. & Llinares, S. (2010). Concepciones del profesor sobre la prueba y software dinámico. Desarrollo en un entorno virtual de aprendizaje. *Revista de Educación*, 352, 374-404.
- Torregrosa, G. & Quesada, H. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(2), 275-300.
- Universidad Bolivariana de Venezuela. (2006). *Programa Nacional de Formación de Educadores y Educadoras (PNFE)*. Caracas, Venezuela: Coordinación de Ediciones y Publicaciones de la UBV.
- Verillon, P. & Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumental activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10(1), 77-101.

