

Curvas de lactancia de cabras mestizas utilizando modelos matemáticos no lineales *

Paula Andrea Ángel Marín**, Divier Antonio Agudelo Gómez***, Luis Fernando Restrepo****, Jhon Jacobo Cañas Alvarez*****; Mario Fernando Cerón-Muñoz*****

Resumen

Introducción. Las curvas de lactancia en ganado lechero se han convertido en una herramienta importante para la selección de hembras con valores genéticos altos que puedan incrementar y optimizar la producción lechera en un hato. **Objetivo.** Identificar las funciones matemáticas que mejor expliquen la curva de producción de leche, tiempo y producción al pico en cabras de diferentes cruces en un aprisco antioqueño. **Materiales y métodos.** Se utilizaron 865 pesajes de leche de 32 lactancias ocurridas en el 2007, en cabras cruzadas de diferentes partos. Se evaluaron cuatro modelos matemáticos no lineales y para la elección del modelo que mejor ajusta las curvas de lactancia en cabras se tuvieron en cuenta: el porcentaje de curvas significativas ($P < 0.05$), los criterios de información de Akaike y Bayesiano y los valores del coeficiente de determinación. **Resultados.** El modelo que mejor ajustó las curvas de lactancia en esta población fue el de Papajcsik y Bordero con menores valores de los criterios de información de Akaike y Bayesiano, con alta significancia del modelo ($P < 0.001$) y una convergencia del 100% de las cabras, independiente del número de lactancias. Además, se estimó la producción al pico (y_{max}) para las hembras de 1, 2 y 3 o más partos, la cual fue de 3.06 ± 0.966 , 3.10 ± 0.875 y 3.36 ± 0.691 kg respectivamente. **Conclusión.** El modelo de Papajcsik y Bordero permite modelar curvas de lactancia en cabras.

Palabras clave: Producción de leche, días en leche, pequeños rumiantes, curvas de lactancia.

Lactation curves in hybrid goats by the use of nonlinear mathematical models

Abstract

Introduction. Lactation curves in milk cattle are now an important tool to select female animals with high genetic values, allowing the increase and optimization of milk production in herds. **Objective.** To identify the best mathematical functions to explain the curves of milk production, time and peak production in goats with different hybridations, kept in an Antioquian sheepfold. **Materials and methods.** 865 milk weightings from 32 lactations that took place in 2007 were used. The milk came from hybrid goats, from different births. Four nonlinear mathematical models were evaluated and the significant curves percentage ($P < 0.05$), the Akaike and Bayesino's criteria and the values of the determination quotient R^2 were taken into account to select the best of those models. **Results.** Papajcsik and Bordero's model was identified as the one that best adjusted the lactation curves in this population, with lower AIC and BIC values, a high significance of the model ($P < 0.001$) and a convergence of 100% of the goats, regardless of the number of lactations. Besides, peak production was estimated (y_{max}) for female goats with 1, 2, 3 or

* Artículo derivado de la investigación "Consolidación del sistema de registro genealógico y control lechero en cabras de Antioquia para evaluación genética y montaje de programas de mejora genética", realizada entre abril y agosto 2008, en el aprisco "La Abadía" del municipio de Copacabana, Antioquia, Colombia. Proyecto financiado por el Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural en asocio con la Universidad de Antioquia y la Asociación de Caprinocultores de Antioquia
Contrato N° 1492008Q7542 – 3214.

** Licenciada en Biología y Educación Ambiental, Estudiante de Maestría, Grupo de Investigación en Genética y Mejoramiento Animal Facultad de Ciencias Agrarias e Instituto de Biología, Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia. Candidato a Maestría en Ciencias Animales, Universidad de Antioquia.

*** Industrial Pecuario, MsC, Grupo de Investigación en Genética y Mejoramiento Animal Facultad de Ciencias Agrarias e Instituto de Biología, Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia. Grupo de Investigación en Producción, Desarrollo y Transformación Agropecuaria de la Corporación Universitaria Lasallista.

**** Estadístico Especialista en Bioma; Docente de la Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad de Antioquia.

***** Zootecnista Estadístico. MsC. Grupo de Investigación en Genética y Mejoramiento Animal Facultad de Ciencias Agrarias e Instituto de Biología, Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia. Candidato a Maestría en Ciencias Animales, Universidad de Antioquia. Correo electrónico jhonjacoboc@agonica.udea.edu.co

***** Zootecnista. PhD. Grupo de Investigación en Genética y Mejoramiento Animal Facultad de Ciencias Agrarias e Instituto de Biología, Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia. Docente de la Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad de Antioquia. Correo electrónico mceronm@agonica.udea.edu.co

more births, and it was 3.06 ± 0.966 , 3.10 ± 0.875 and 3.36 ± 0.691 kg, respectively. **Conclusion.** Papajcsik and Bordero's model allows the modeling of lactation curves in goats.

Key words: Milk production, days in milk terms, small ruminants, lactancy curve.

Curvas de lactância em cabras mestizas usando modelos matemáticos não lineares

Resumo

Introdução. As curvas de lactância em gado leiteiro se converteram numa ferramenta importante para a seleção de fêmeas com valores genéticos altos que possam incrementar e otimizar a produção leiteira num ható. **Objetivo.** Identificar as funções matemáticas que melhor expliquem a curva de produção de leite, tempo e produção ao bico em cabras de diferentes cruzes num aprisco antioqueño. **Materiais e métodos.** Utilizaram-se 865 pesajes de leite de 32

lactâncias ocorridas em 2007, em cabras cruzadas de diferentes partos. Avaliaram-se 4 modelos matemáticos não lineares e para a eleição do modelo que melhor ajusta as curvas de lactância em cabras se teve em conta a percentagem de curvas significativas ($P < 0.05$), os critérios de informação de Akaike e Bayesiano e os valores do coeficiente de determinação R^2 . **Resultados.** Encontrou-se que o modelo que melhor ajustou as curvas de lactância nesta população foi o de Papajcsik e Bordero com menores valores de AIC e BIC, com alta significancia do modelo ($P < 0.001$) e uma convergência do 100% das cabras independente do número de lactâncias. Ademais, estimou-se a produção ao bico (y_{max}) para as fêmeas de 1, 2 e 3 ou mais partos, a qual foi de 3.06 ± 0.966 , 3.10 ± 0.875 e 3.36 ± 0.691 kg respectivamente. **Conclusão.** O modelo de Papajcsik e Bordero permite modelar curvas de lactância em cabras.

Palavras Chaves: Produção de leite, dias em leite, pequenos ruminantes, curvas de lactância.

Introducción

La cabra es un animal doméstico con amplia distribución geográfica y numerosas ventajas que la posicionan en el mercado nacional e internacional. Dentro de los sistemas de producción en los que participa esta especie, los lácteos tienen gran importancia y además han aumentado su precio especialmente, los quesos¹.

Otras de las características productivas que posicionan esta especie en el mercado son la calidad de su carne, fibra, pieles y pelo, así como la capacidad de conversión de alimentos en leche y la rusticidad para soportar ambientes desfavorables. Su leche, en comparación con la del bovino, posee un contenido menor de lactosa y moléculas de grasa más digeribles, y una mayor cantidad de sólidos totales. Estas características permiten que la leche de cabra alcance un alto precio a nivel mundial y la hacen más competitiva en el sector productivo^{1,2}.

La producción de leche caprina en Colombia, en la mayoría de los casos, es recolectada en forma manual y su destino es, principalmente, la elaboración de quesos artesanales y una parte al consumo local, constituyéndose en algunas zonas del país, como alimento lácteo.

En cuanto a la producción de leche durante una lactancia, se han evaluado diferentes modelos matemáticos que buscan representar la relación entre la cantidad y el tiempo de producción, teniendo en cuenta la fisiología de la hembra a lo largo de la lactancia. En el caso de producción de leche de especies zootécnicas, el conocimiento de la curva de lactancia, permite predecir el desempeño futuro de los animales, la persistencia de la producción, el tiempo en alcanzar el pico de producción, y efectuar ajustes por días en leche de hembras que no han terminado la lactancia³.

Las curvas de lactancia en ganado lechero, son una importante herramienta en programas de mejoramiento, ya que permiten una selección más adecuada de hembras productoras de leche, con el fin de incrementar y mejorar la producción y así mismo, optimizar el manejo nutricional y reproductivo de los animales en lactancia⁴. Permiten también, conocer la evolución de la producción lechera de los animales, así como sus variaciones a lo largo de una lactancia mediante el seguimiento de un animal o un grupo de ellos, estimándose de este modo, su producción lechera total o parcial. Además, con las curvas de lactancia, se pueden detectar en

un rebaño las cabras potencialmente más productivas⁵.

En sistemas de producción con razas lecheras, la curva de lactancia está caracterizada por una fase de ascenso y un periodo de producción máxima seguido por una fase de descenso continuo en la producción. Estas fases que determinan la forma de la curva están afectadas por factores genéticos y ambientales; el estudio del recorrido de la lactancia puede hacerse a través de funciones matemáticas que estiman el nivel de producción alcanzado en el tiempo^{6,7}.

La forma de la curva de lactancia le indica a ganaderos y profesionales, la necesidad de hacer cambios en el manejo alimenticio. En esta sentido, la porción pendiente de la curva indica que el animal necesita un aumento en el plan nutricional, y el declive una restricción en el plan nutricional de la misma⁸.

Los modelos más utilizados para la estimación de curvas de lactancia son los modelos polinomiales y los modelos no lineales; entre los no lineales se encuentran, la función gamma incompleta, el modelo de Wiltmink, Papajcsik y Bordero, entre otros⁷.

El objetivo de este estudio fue identificar las funciones matemáticas que mejor expliquen la curva de producción de leche, tiempo y producción al pico en cabras de diferentes cruces en un aprisco antioqueño.

Materiales y métodos

El estudio fue realizado en un aprisco ubicado en Copacabana Antioquia, en las estribaciones de la Cordillera Central Colombiana (sistema montañoso andino), a una altura aproximada de 1530 msnm, con una temperatura promedio de 21°C.

Se utilizaron 865 pesajes diarios de leche con intervalos semanales de 32 lactancias ocurridas en el 2007, en cabras de diferentes cruces tales como Alpino-Francesa, Alpino-Americana, Saanen mestizas, Toggemburg, y Alpino-Británica pura; de primera, segunda y tercera o más lactancias donde las crías no eran alimentadas por su madre. Las hembras estaban sometidas a un régimen alimenticio en estabulación de 5.5 kg de forraje comprendido por *Penissteum violaceum* (maralfalfa), *Ranunculus bullatus* (botón de oro), *Saccharum officinarum* (caña), *Trichanthera gigantea* (quiebra barrigo), *Psidium guajaba* (guayabo), *Citrus sinensis* (naranja) y *Mangifera indica L* (mango) y suplementadas con 1200 g de concentrado.

Se evaluaron los modelos matemáticos no lineales gamma incompleta de Wood (1967)¹⁰, Brody (1924)¹³, Wiltmink (1987)¹⁴ y Papajcsik y Bordero (1988)¹⁵ con el procedimiento NLIN del paquete estadístico SAS¹⁶. Para cada uno de los modelos y_t es la producción de leche (en litros) a un tiempo (t) determinado, los β_0 , β_1 y β_2 son los parámetros a estimar en la función, y_t es la base de los logaritmos neperianos y t son los días en leche (Tabla 1).

Tabla 1. Modelos matemáticos evaluados para la estimación de curvas de lactancia en cabras de diferentes lactancias

Autor	Modelo
Wood (1967) ¹⁰	$y_t = \beta_0 t^{\beta_1} \exp(-\beta_2 t)$
Brody (1924) ¹³	$y_t = \beta_0 \exp(-\beta_1 t) - \beta_0 \exp(-\beta_2 t)$
Wiltmink (1987) ¹⁴	$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 \exp(-0.05 t)$
Papajcsik y Bordero (1988) ¹⁵	$y_t = \beta_0 t \exp(-\beta_2 t)$

Para la elección del modelo que mejor ajusta las curvas de lactancia en cabras se tuvieron en cuenta el porcentaje de curvas que convergieron, el porcentaje de curvas significativas ($P < 0,05$), los criterios de información de Akaike

(AIC) y Bayesiano (BIC), y los valores del coeficiente de determinación (R^2).

Para el modelo de Papajcsik y Bordero (1988)¹⁵ el tiempo en el cual se alcanza el pico de pro-

ducción se estimó, por medio de la primera derivada.

$$t_{pico} = 1 / \beta_2$$

De la misma manera, la producción máxima alcanzada en el pico de producción se obtiene reemplazando el tiempo al pico en la fórmula inicial.

$$y_{max} = (\beta_0 / \beta_2) \exp(-1)$$

Resultados

De acuerdo con los criterios de convergencia, las hembras de primera lactancia presentaron convergencia con el 100% de las cabras para los cuatro modelos analizados, las hembras de segunda lactancia mostraron convergencia para el 100% en los modelos de Wiltmink (1987)¹⁴ y Papajcsik y Bordero (1988)¹⁵, mientras que para

los modelos de Brody (1924)¹³ y Wood (1967)¹⁰ fue del 93,33 % y 73,33% respectivamente (Tabla 2).

El 100% de las cabras de tres o más lactancias convergieron para los modelos de Brody (1924)¹³, Wiltmink (1987)¹⁴ y Papajcsik y Bordero (1988)¹⁵, en cambio, para la función de gamma incompleta de Wood (1967)¹⁰ convergió el 90,91% de las cabras.

El modelo de Papajcsik y Bordero (1988)¹⁵ fue el que mejor ajustó la curva de lactancia, y mostró ser altamente significativo ($P = 0.0001$) para el 100% de los animales en todas las lactancias. Los criterios de información de AIC y BIC para los modelos de Brody (1924)¹³ y la función de gamma incompleta de Wood (1967)¹⁰, mostraron menores valores, por lo tanto, ajustaron la curva de lactancia en un 6.67% de las cabras de segunda lactancia (Tabla 2).

Tabla 2. Criterios de comparación (AIC, BIC y R²) obtenidos para los distintos modelos en cada uno de los partos teniendo en cuenta únicamente el porcentaje de animales que sí convergieron para cada modelo

Lactancia	Modelo	% Conv	AIC	BIC	R ²
			Media ± SD	Media ± SD	Media ± SD
1	Wood	100%	32.06±11.07	34.58±11.06	97.44±1.72
	Brody	100%	32.07±11.05	34.59±11.03	97.55±0.96
	Wiltmink	100%	32.04±11.08	34.56±11.06	97.29±2.52
	Papajcsik y Bordero	100%	31.56±11.37	34.08±11.35	92.28 ± 5.39
2	Wood	73.33%	39.37±16.39	42.46±16.95	97.65±1.04
	Brody	93.33%	35.19±16.59	37.99±17.31	97.32±1.28
	Wiltmink	100%	34.17±16.45	36.91±17.17	97.53±1.47
	Papajcsik y Bordero	100%	33.66±16.32	36.41±17.05	92.55 ± 3.35
≤ 3	Wood	90.91%	43.97±12.26	47.25±12.68	98.26±0.72
	Brody	100%	42.27±12.93	45.41±13.48	98.23±0.68
	Wiltmink	100%	43.92±12.27	47.19±12.69	97.79±0.92
	Papajcsik y Bordero	100%	41.82±12.95	44.96±13.50	94.21± 2.76

AIC (Criterio de información de Akaike)

BIC (Criterio de información Bayesiano)

R² (Coeficiente de determinación)

* % Convergencia

Para estos mismos criterios de información, el modelo de Papajcsik y Bordero (1988)¹⁵, presentó los menores valores en el 100% de las cabras de primera y tercera o más lactancias, y el

86,67% de las hembras de segunda lactancia respecto a los otros modelos analizados (Tabla 2). Los valores de los parámetros estimados para este modelo se presentan en la Tabla 3.

Tabla 3. Medias y desviaciones estándar estimadas para los coeficientes de las curvas de lactancia obtenidas por medio del modelo de Papajcsik y Bordero (1988)

	β_0	β_2	$y_{max} (kg)$	$t_{pico}(días)$
N° de lactancia	Media \pm SD	Media \pm SD	Media \pm SD	Media \pm SD
1	0.251 \pm 0.089	0.030 \pm 0.001	3.06 \pm 0.966	33.62 \pm 1.536
2	0.229 \pm 0.090	0.028 \pm 0.010	3.10 \pm 0.875	38.98 \pm 9.290
≤ 3	0.227 \pm 0.070	0.025 \pm 0.006	3.36 \pm 0.691	42.17 \pm 9.128

β_0 = Coeficiente que explica la producción inicial de leche.
 β_2 = Coeficiente que explica la desaceleración en la curva de lactancia.
 t_{pico} = Semana en la cual se alcanza en pico de producción.
 y_{max} = Producción de leche en el pico.

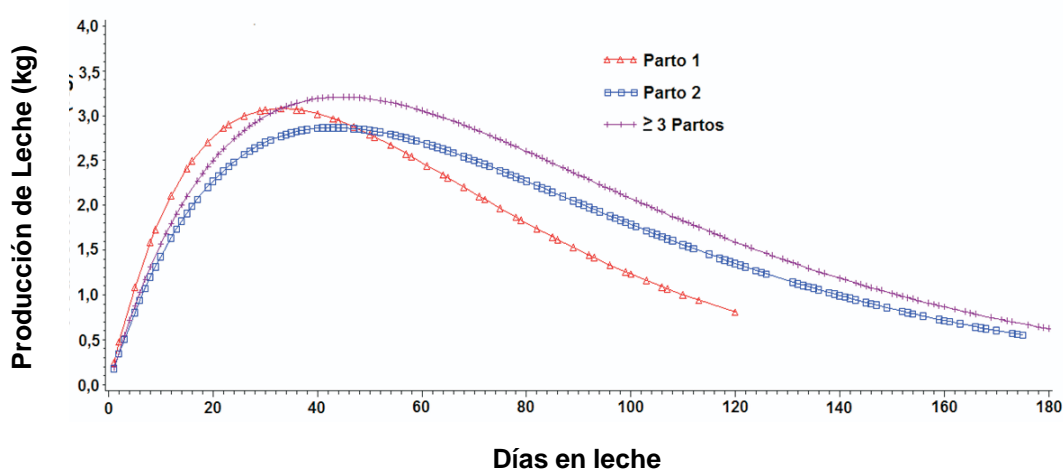


Figura 1. Curvas de lactancia de cabras de 1, 2 y 3 o más partos ajustadas al modelo de Papajcsik y Bordero (1988)

Los días en los cuales se alcanzó el pico producción (t_{pico}) en el modelo de Papajcsik y Bordero (1988)¹⁵ fueron de 33.62 \pm 1.536 días para hembras de primer parto, 38.98 \pm 9.290 para hembras de segundo parto y 42.17 \pm 9.128 días para hembras de 3 o más partos. La producción al pico (y_{max}) fue de 3.06 \pm 0.966, 3.10 \pm 0.875 y 3.36 \pm 0.691 kg para las hembras de 1, 2 y 3 o más partos, respectivamente (Tabla 3).

Se graficaron las curvas de lactancia para cabras de primera, segunda y tercera o más lactancias (Figura 1), observándose que las hembras de primera lactancia alcanzaron el pico de producción en menor tiempo (días), y con producción máxima (kg) similar a hembras de

segunda lactancia. Hembras de tres o más lactancias mostraron mayor producción y mayor número de días en leche con respecto a las hembras de 1 y 2 lactancias.

Discusión

Respecto al pico de producción según el número de lactancia, los valores encontrados, para las cabras analizadas en este estudio, fueron superiores en contraste con otros estudios como el de León y col (2007)¹¹, que estimaron valores de 1,57; 1,78 y 1,88 kg para cabras de 1, 2 y 3 lactancia respectivamente.

En cuanto al tiempo para alcanzar la producción máxima, los animales evaluados en este estudio, para cada número de lactancia, alcanzaron el pico de producción en menor tiempo, comparados con cabras evaluadas por León y col (2007)¹¹ las cuales alcanzaron la producción máxima a los 54, 48 y 47 días para cada número de lactancias.

Sin embargo, debe tenerse en cuenta que las hembras evaluadas en este estudio no alimentan a sus crías, por lo tanto, los pesajes de leche incluyen toda la producción láctea de cada hembra, y probablemente esto influya en lo observado en otros sistemas de producción lechera caprina.

Teniendo en cuenta que son pocos los estudios realizados para estimar curvas de lactancia en ganado caprino, no es posible aún determinar específicamente un modelo que explique las curvas de lactancia en general para esta especie. En este sentido Ruvuna y col (1995)⁹, evaluaron las curvas de lactancia en 2 razas de cabras autóctonas de Naivasha, 2 razas lecheras importadas y una raza sintética formada por cruces de estas 4 razas por medio de la ecuación de Wood (1967)¹⁰ para cada tipo de raza y para cada hembra, y encontraron que los parámetros de la curva de lactancia para este modelo difieren por grupo de raza, edad y época de parto. La ecuación de Wood mostró ser apropiada para curvas de lactancia según la raza con un valor de R^2 desde 85% a 92%.

Por otro lado, León y col (2007)¹¹ evaluaron los modelos de regresión lineal simple, el modelo cuadrático, el modelo de Cobby y Le Du y la función gamma incompleta de Wood. Utilizaron 85235 registros de la raza Murciano-Granadino y estudiaron la curva de lactancia en función de su número, con lactancias estandarizadas a 240 días, y obtuvieron R^2 que oscilaron entre 84% y 85%, para todos los modelos, independientemente del número de lactancia. Para los controles efectuados en primera, segunda y tercera lactancia el modelo de curva Gamma Incompleta de Wood obtuvo el mejor ajuste (menor valor de cuadrado medio del error).

Sánchez y col (2006)¹² llevaron a cabo un experimento con 20 cabras Criollas (C), 19 Nubias (N) y 14 Blancas Celtibéricas (B), todas con sus

crías y en su segundo parto para caracterizar las curvas de lactancia, utilizaron el modelo de Wood en su forma lineal. La curva de producción de leche de las cabras N superó las curvas de las cabras C y B durante la mayor parte del periodo de lactancia; solamente en las semanas nueve y diez la curva de las cabras C superó la de las cabras N. También observaron que la forma de la curva de lactancia fue diferente entre razas, concluyendo que existen diferencias importantes en producción de leche y forma de las curvas de lactancia en estas razas.

Sin embargo, en otros estudios como el de Guimaraes et al (2006)¹⁷, realizado en caprinos lecheros de las razas Saanen y Alpina en Brasil, se compararon 12 modelos matemáticos utilizados en ganado lechero, entre ellos, el de Papajcsik y Bordero, y se concluyó que en cuanto al coeficiente de determinación, este modelo presentaba los menores valores, y por ello inadecuado para la evaluación de curvas de lactancia en esa población.

En el presente estudio, este modelo también presentó los menores valores para el coeficiente de determinación, sin embargo, para los criterios de información de AIC y BIC, fueron los menores valores con respecto a los modelos analizados, mostrándose como el modelo que mejor explicó las curvas de lactancia en cabras de diferentes cruces.

Para otras especies, como búfalo colombiano, se encontró que para hembras de 1 a 5 partos y en diferentes épocas de parto, el mejor modelo fue el de Papajcsik y Bordero con valores de 100% de curvas de lactancia ajustadas. Por otra parte, en bovinos de la raza Guzarat, se ha encontrado que este modelo ajusta en mayor porcentaje las curvas de lactancia, con la posibilidad de ser el modelo que explique de mejor forma las curvas de lactancia en diferentes especies productoras de leche^{3,15}.

Conclusiones y Recomendaciones

De acuerdo con los hallazgos en el análisis de los cuatro modelos indicados en este estudio y teniendo en cuenta el número de lactancias, se concluye que el modelo que mejor ajusta las curvas de lactancia en cabras es el de Papajcsik

y Bordero, ya que presentó menores valores de AIC y BIC en hembras de 1, 2 y 3 o más lactancias respecto a los otros modelos analizados.

Teniendo en cuenta que no se han encontrado publicaciones acerca de este tema en Colombia, se recomienda para futuros análisis, incluir efectos genéticos y ambientales que puedan afectar los parámetros de la curva para el modelo analizado, además de utilizar la mayor cantidad posible de registros en diferentes razas caprinas.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la Señora Lucelly Coronado Ramírez, propietaria del aprisco "La Abadía", por su valiosa colaboración y por proporcionar la base de datos analizada en este trabajo.

Referencias

1. SCHOENIAN, Susan, Meat goat. production. [en línea]. Estados Unidos: Extension Agent, Agriculture and Natural Resources. University of Maryland Cooperative Extension. The Pennsylvania State University, 2000. [citado en 26 julio 2008]. Disponible en: <http://www.sheepandgoat.com/articles/meatgoat.htm>
2. MARTINEZ COVALEDA, Héctor; AMEZQUITA V, Jorge Enrique y ESPINAL, Carlos Federico. La cadena ovinos y caprinos en Colombia. [en línea]. Bogotá: Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural. Observatorio Agrocadenas. Documento de trabajo no 125. 2006. [citado en 12 agosto 2008]. Disponible en: http://www.agrocadenas.gov.co/caprinos/c_caprinos.htm
3. QUINTERO VELEZ, Juan Carlos, *et al.* Estimación de la curva de lactancia mediante modelos matemáticos lineales y no lineales en búfalas colombianas. En: Revista Lasallista de Investigación. Enero-junio, 2008. vol. 5, no. 1, p. 34-44.
4. WOOD, P.D.P. Breed variation in the shape of the lactation curve of cattle and their implications for efficiency. En: Animal Production. 1980. no.34. p. 133-141.
5. GALL, C. Milk production. En: Goat production. (Eds). New York: Academic Press, 1981. p. 309-344.
6. OCHOA, GJ. y RESTREPO, EF Caracterización de lactancias mediante un modelo matemático en hatos Paysandú. Trabajo de grado. Zootecnista. Medellín: Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Facultad de Ciencias Agrarias, Departamento de Producción Animal. 1986. p. 120.
7. QUINTERO, Juan Carlos, *et al.* Modelos matemáticos para curvas de lactancia en ganado lechero En: Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias. Abril-junio, 2007. vol. 20, no. 2, p. 149-156
8. SHERCHAND, L Selection of mathematical model to generate lactation curves using daily milk yields of Holstein cows. En: Journal of Dairy Science. 1995. vol. 78, no. 11, p. 2507-2513.
9. RUVUNA, F., *et al* Lactation curves among crosses of Galla and East African with Toggenburg and Anglo Nubian goats. En: Small Ruminant Research. 1995. no. 16, p. 1-6
10. WOOD, P.D.P. Algebraic model of the lactation curve in cattle. En: Nature. Octubre, 1967. no. 216. p. 164-165.
11. LEON, J.M, *et al.* Curva de lactación para el número de lactancia en cabras Murciano-Granadinas. En: Archivos de Zootecnia. 2007. no. 56. Suplemento 1. p. 641-646.
12. SÁNCHEZ DE LA ROSA, Irene, *et al.* Producción de leche y curvas de lactancia en tres razas de cabras en el trópico seco de México. En: Journal Veterinaria México. 2006. vol. 37, no. 4, p. 493-502.
13. BRODY, S, *et al.* The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. En: Journal Genetic Physiology. 1924. vol 6, p.541-545.
14. WILMINK, JBM. Comparison of different methods of predicting 305 – day milk yield using means calculated from within herd lactation curves. En: Livestock Production Science. 1987. no. 17, p.1-17.
15. PAPAJSIK, I.A and BODERO, J. Modelling lactation curves of friesian cows in a subtropical climate. En: Animal Production. 1988. vol. 47, no. 2, p. 201-207.
16. FREUND, Rudolf J and LITTLE, Ramón C. Statistical analysis systems. SAS: system for regression. Version 9.1. 3 ed. New York: While, 2006.
17. GUIMARAES PEREIRA, Vinicius, *et al.* Utilização de funções matemáticas no estudo da curva de lactação em caprinos. En: Revista Brasileira de Zootecnia. 2006. vol 35, n. 2, p. 535-543.