

## Argumentación Matemática en los libros de la Enseñanza Secundaria: un análisis descriptivo de las características de los libros de texto y de la Argumentación

Llanos Viviana Carolina<sup>1,2</sup>; Otero, Maria Rita<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>NYECYT, Universidad Nacional del Centro de la Prov. de Bs. As. Paraje Arroyo Seco s/n, Tandil, Argentina

<sup>2</sup>CONICET- Argentina

e- mail: [vcllanso@exa.unicen.edu.ar](mailto:vcllanso@exa.unicen.edu.ar) ; [rotero@exa.unicen.edu.ar](mailto:rotero@exa.unicen.edu.ar)

### Resumen

Este trabajo describe y analiza posibles modificaciones en la Argumentación matemática que presentan (N=137) libros escolares para el Nivel Medio editados entre los años 1940 y 2007. Se adopta la noción de Argumentación propuesta por Leitão (2007) y se la utiliza para describir las características de los libros. El análisis de los libros permite observar diferentes maneras de fundamentar y concebir a la Matemática de acuerdo al año de edición de los libros. Estos cambios son descritos mediante las Tradiciones de la Matemática en el sentido propuesto por Klimovsky y Boido (2005).

Los textos más utilizados y representativos del Nivel Medio en el Sistema Educativo Argentino se seleccionan mediante muestreo intencional. A partir de categorías y subcategorías de análisis se realiza una descripción cualitativa de las características de los libros y de la Argumentación. Asumiendo una noción de argumentación en sentido amplio, puede decirse que habría modificaciones en la forma de iniciarla, en los tipos de razonamientos y en las situaciones que se proponen relacionadas con la manera de concebir a la Matemática. Por otro lado, si la confrontación explícita de puntos de vista se asume como condición necesaria para definir la Argumentación, se concluye que ninguno de los textos del conjunto sería argumentativo. Esto conduce a reflexionar acerca de la proporción entre aspectos informativos y estrictamente argumentativos que efectivamente pueden plantearse en un texto escolar.

**Palabras clave:** Argumentación Matemática. Textos escolares. Construcción de Conocimiento

### Abstract

This work describes and analyzes possible modifications in the mathematical Argumentation in one hundred and thirty seven (N=137) textbooks for secondary school students published between 1940 and 2007. The notion of Argumentation proposed by Leitão (2001; 2007) is adopted and used to describe the characteristics of the textbooks. The analysis of the textbooks facilitates the observation of different ways to base on and conceive Mathematics according to the year of edition. This change is described according to Traditions of the Mathematical in the sense proposed by Klimovsky and Boido (2005).

The mostly used and representative textbooks in the secondary school in the Argentinean Educational System are selected by an intentional sample. Taking into account categories and subcategories of analysis, a qualitative description is made of the characteristics of textbooks and of the Argumentation. Assuming a broad notion of argumentation, it may be stated that there would be modifications in the form to initiate it, in the types of reasoning and in the situations proposed in relation to the way Mathematics are conceived. Besides, there are changes in the quantity and quality of images used in recent editions. Some considerations about how external representations would affect Mathematical Argumentation are made. On the other hand, if the explicit confrontation of points of view is assumed as a necessary condition to define argumentation, it is concluded that neither of the textbooks would be argumentative. This leads to reflect about the proportion between informative and strictly argumentative aspects that are involved in a textbook.

**Key words:** Mathematical argumentation. Scholastic text books. Construction of knowledge

## 1. INTRODUCCIÓN

El interés por el estudio de la Argumentación Matemática está dirigido a la propuesta de los libros de texto de Matemática en la Enseñanza Secundaria. El problema surge de la necesidad de describir las modificaciones que se originan con la implementación de la Reforma Educativa de 1994; teniendo en cuenta que dicho cambio originó la reformulación de la mayoría de los libros de texto, no así de los contenidos, adecuándolos a las características del nuevo Sistema Educativo.

La relevancia de estudiar las variaciones que se producen en torno a la Argumentación a lo largo del tiempo, deriva de las características identificadas en los libros de Matemática analizados; que obedecen a ciertas particularidades determinadas por el período en que fueron editados los libros. Se evidencian modificaciones en la forma en que se inicia la Argumentación, en la manera de concebir a la Matemática, en los tipos de razonamientos empleados y en el tipo de actividades o situaciones que se proponen.

Estos cambios instalan la problemática de analizar y describir las estrategias argumentativas que emplean los ejemplares en cada período de edición y para los distintos años de la escolaridad para los que están dirigidos, pudiendo distinguir cuales son los libros argumentativos de los que no lo son, de acuerdo al “grado de Argumentación” que poseen.

Los resultados obtenidos podrían contribuir con la Enseñanza de la Matemática en el Nivel Medio y en particular con aquellos docentes en formación y en servicio que, por lo general consultan y utilizan estos libros, proporcionando a partir de esta investigación herramientas teóricas que les ayuden a reflexionar y sustentar decisiones didácticas que son responsabilidad suya.

El trabajo está justificado por el papel imprescindible del proceso de Argumentación en el aprendizaje de la matemática, y el humilde desempeño de los alumnos en la comprensión y elaboración continua de argumentaciones en el aula; dado que en las aulas de matemática de hoy, no se trabaja deliberadamente en la Argumentación; más bien se opta por la repetición de ejercicios, reduciendo el trabajo del alumno a copiar y reproducir el conocimiento propuesto por el profesor. Esta manera de enseñar y aprender matemática oculta el acceso a: el razonamiento, la prueba, la discusión, la posibilidad de compartir significados y la producción de un nuevo conocimiento. Una forma de favorecer los procesos de devolución a los alumnos de la responsabilidad matemática que les cabe, es mediante la interacción social, la producción de discursos y la posibilidad de compartir y construir significados.

Teniendo en cuenta que en matemática, el contexto de producción de los argumentos, es diferente de los demás contextos de la actividad social, el tipo de comunicación entre los individuos que requiere la Argumentación matemática parece revestir características propias.

Se discuten las características de los libros de texto y del tipo de argumentación que estos proponen, analizando

como los textos han modificado la forma de argumentar en matemática a lo largo del tiempo y discutiendo las implicaciones didácticas de estos cambios.

## 2. MARCO TEÓRICO

La descripción de la Argumentación Matemática a lo largo del tiempo se realiza estableciendo relaciones epistemológicas, didácticas y cognitivas. Se han revisado diversas perspectivas acerca de la Argumentación Matemática a saber: la Visión Formalista de la Matemática, la Visión Epistemológica de la Didáctica de la Matemática (Arsac, Chapiro, Colonna, Germain, Guichard, Mante, 1992; Arsac 1987; Recio, 1997, 1999; Godino, Recio, 2001) y también el enfoque de la Socioepistemología en Educación Matemática (Crespo Crespo, 2005, 2006a, 2006b, Crespo Crespo, Farfán, 2005, 2006; D’Amore, 2005a, 2005b).

Las perspectivas anteriores se han enriquecido con una concepción más amplia que considera las relaciones entre lenguaje, discurso, conocimiento y argumentación (Bakhtin, 1998; Banks Leite, 2004, 2007; Candela, 1998; Colinvaux, 2007; Goulart, 2004, 2007; Leitão, 2001, 2007; Leitão y Banks-Leite, 2006; Santos, 2007). En este trabajo interesa comprender la Argumentación en el sentido que le atribuye Leitão (2001, 2007); analizando a partir de este referente, cuales son las características de los libros que explícitamente posibilitan al lector insertarse en procesos de negociación de divergencias consigo mismo.

### 2.1 Argumentación, revisión de perspectivas y construcción de conocimiento

La argumentación entonces, es aquí concebida como una actividad discursiva que se caracteriza por la defensa de puntos de vista y consideración de perspectivas contrarias. La necesidad comunicativa de compartir, discutir y defender un punto de vista, crea en el discurso un proceso de negociación en el cual las concepciones sobre el conocimiento son formuladas, revisadas y transformadas. Partiendo de esta idea, interesa comprender el papel mediador de la argumentación en la construcción de conocimiento como así también el proceso de negociación entre perspectivas contrarias, porque por un lado confiere a la argumentación un potencial epistémico (como mediador en procesos de construcción de conocimiento); y por otro, porque el impacto de la argumentación sobre la construcción del conocimiento “compromete” al argumentador en un proceso de revisión de sus propias perspectivas.

Se asume que la argumentación es por definición un fenómeno dialógico. Las relaciones dialógicas son posibles no solo entre enunciados completos (relativamente completos); sino que un abordaje dialógico es posible en relación a cualquier parte significativa de un enunciado, en relación a una sola palabra. Las voces que la constituyen tienen su origen no solo en interlocutores presentes en la situación inmediata en que la argumentación es producida; sino también en una multiplicidad de artefactos (libros, grabaciones), y mas aún, en el discurso interior, en

situaciones en que la argumentación se genera en ausencia de un interlocutor en el ambiente de su producción (escritura, interpretación); o en situaciones donde un individuo se involucra en una argumentación consigo mismo: *Argumentación Autodirigida*.

La adopción de una epistemología dialógica como marco de referencia para el estudio de las relaciones entre lenguaje/discurso, argumentación y conocimiento, implica no solo que la argumentación debe ser investigada como una actividad dialógica en el curso del cual la divergencia entre puntos de vista se examinan y negocian; sino que su estructura y funcionamiento estarán afectados por el entorno social en que se produce; atendiendo a una posible heterogeneidad en los discursos provocada por la heterogeneidad en los procesos cognitivos que se engendran a partir de ellos.

Concebir la Argumentación como una actividad dialógica implica que su estructura y funcionamiento están afectados por las características sociales en que son producidas. De acuerdo con lo anterior, la Argumentación sólo puede ser comprendida y adecuadamente investigada en relación a ciertas particularidades: tipo de interlocutor, grado de polémica del tema, peculiaridades del dominio de conocimiento en que se desarrolla el tema, objetivos comunicativos de los estudiantes y restricciones ideológicas institucionales impuestas por el contexto de Argumentación. Además de dichas particularidades, hay que tener en cuenta que las voces que constituyen la Argumentación tienen su origen no solo en interlocutores presentes en la situación inmediata en que la argumentación es producida, sino que también en una multiplicidad de artefactos disponibles en la cultura (libros, grabaciones) o en el llamado discurso interior.

Es necesario tener en cuenta que la Argumentación también envuelve un proceso de negociación entre diferentes instancias de enunciación (no necesariamente diferentes individuos) que asumen los papeles dialécticos de *proponente* y *oponente*, en relación con los puntos de vista discutidos. El papel del *proponente* es ofrecer elementos que den sustento al punto de vista y responder a las críticas y perspectivas alternativas propuestas por el oponente para la discusión; y el *oponente* trae a la discusión dudas, contra-argumentos y perspectivas alternativas que ponen en duda las posiciones del oponente.

Estas instancias de enunciación no deben ser entendidas en un sentido normativo que implique la necesidad de que todas aparezcan de modo explícito en el texto. Es posible que estos procesos de construcción de conocimiento sean producidos cuando un sujeto se involucra en un proceso de negociación de divergencias consigo mismo, marcado por la justificación de posiciones y por el examen y respuesta a las perspectivas contrarias (oponente imaginario).

La justificación de puntos de vista, la consideración de ideas alternativas, la oportunidad de compartir significados (aunque consigo mismo), la interacción social, crean en el discurso un espacio de negociación en el cual las concepciones de los individuos son reformuladas, transformadas. Por tal motivo, interesa el papel constitutivo de la argumentación en la construcción del conocimiento.

Para este trabajo es importante la noción de **Argumentación Autodirigida** como una actividad discursiva privilegiada en relación a los procesos de construcción de conocimiento. En ella el argumentador es confrontado con perspectivas alternativas generadas consigo mismo, a las cuales también se necesita responder. Esta necesidad de encontrar respuestas a los puntos de vistas alternativos, “lleva” al individuo a la revisión de sus propias perspectivas sobre el tema discutido, generando la oportunidad de modificar las mismas. Más en particular, interesan los procesos de construcción de conocimiento y revisión de puntos de vista que son implementados cuando un sujeto se involucra en un proceso de negociación de divergencias consigo mismo y con los libros de texto, marcado por la justificación de posiciones y por el examen y respuesta a las perspectivas contrarias.

Son tres los atributos básicos que diferencian y definen a este tipo de Argumentación donde el individuo hace de oponente y crítico del mismo argumento. Estos componentes son la dialogicidad, la dialecticidad y la reflexividad. La *dialogicidad* captura la diversidad del lenguaje indispensable para que el sujeto argumente consigo mismo; el segundo atributo, la *dialecticidad* posibilita compartir puntos de vista desencadenando en el individuo un movimiento de autorregulación que orienta sus discursos para la búsqueda de la solución o respuesta buscada; y por último, la *reflexividad* posibilita la existencia de una relación reflexiva entre el individuo que piensa, habla y el objeto de su pensamiento o discurso.

De acuerdo con las características de los libros de texto, es necesario considerar por un lado la existencia de argumentación -en un **sentido estricto** del término- en un espacio de confrontación, de negociación de puntos de vista (en situaciones cara a cara; o en ausencia de un interlocutor) como recursos de mediación en procesos de construcción y transformación del conocimiento, y desencadenando en los individuos, un proceso de revisión de sus perspectivas. Mientras que por otro lado, **en un sentido amplio**, se considera que la argumentación es inherente a los principios dialógicos de los enunciados (todo enunciado es producido intencionalmente en la dirección de otro). Se considera que “*enunciar es argumentar*” (Goulart, 2007), es “actuar” sobre los otros, lo que significa que va más allá de comprender y responder enunciados.

El análisis de los libros permite observar también diferentes maneras de fundamentar y concebir a la Matemática de acuerdo al año de edición de los ejemplares. Este cambio en las concepciones acerca de la Matemática como ciencia y de los diferentes tipos de razonamiento que se refleja en los textos, se describe mediante las Tradiciones: Axiomática, Estructuralista y Computacional en el sentido propuesto por Klimovsky y Boido (2005).

## 2.2 Naturaleza de la ciencia y características del Conocimiento Matemático

Para poder describir estos cambios relacionados con las formas de concebir a la Matemática y los diferentes tipos de razonamientos que se emplean en los libros, se toman en

cuenta las ideas expuestas por Klimovsky y Boido en el libro *Las desventajas del Conocimiento Matemático. Filosofía de la matemática: una introducción* (2005). Estos autores realizan en su obra una especie de recorrido que muestra como se fundamenta la Matemática a lo largo del tiempo y proponen tres direcciones diferentes denominadas Tradiciones que caracterizan las formas de validar dicha ciencia.

Se describen cada una de las Tradiciones de la Matemática, porque se puede sugerir que la actividad de los matemáticos, y las formas de validar dicha Ciencia, se han desarrollado en tres direcciones diferentes, las cuales aunque no son totalmente independientes, son metodológicamente distintas; y las denominan: axiomática, computacional y estructural. Estas tradiciones se tienen en cuenta en la categorización que se realiza para analizar los (N=137) libros de texto de Matemática, lo que permite inferir que algunos de los atributos que definen y diferencian a estas Tradiciones; coinciden con las características de los textos escolares.

Se comienza por la **Tradición Axiomática** porque, de alguna manera, ya está presente en la geometría de Euclides (300 a.C.) y aún antes en el método demostrativo de Aristóteles. En esta tradición la idea central, es que se parte de principios simples y evidentes, los axiomas y luego, utilizando las formas correctas de razonamiento que establece la lógica, se deducen a partir de ellos los teoremas. Aquí la actividad matemática se divide en dos etapas, (1) proponer los principios; y (2) demostrar teoremas.

Muchas de las características de esta tradición se analizan en lo que respecta a los Sistemas Axiomáticos Formales y el Método Axiomático. La matemática pura, desde esta perspectiva, se transforma en una suerte de juego formal similar al ajedrez. Sin embargo, un sistema formal puede indicar modelos interesantes, en física o economía, con lo cual se ingresa en el importante terreno de la matemática aplicada, que ya no es posible concebir como un mero juego. Esta orientación de la matemática no encierra todo lo que se investiga en la llamada “matemática moderna”, pero la podemos reconocer en el tratamiento de capítulos importantes de la disciplina.

La **Tradición Computacional**, a la que también se puede llamar Algorítmica, concibe a la Matemática como ocupándose de ciertos objetos, particularmente números, y de las operaciones y cálculos que se pueden realizar con ellos. De algún modo la Tradición tuvo su origen en Pitágoras (siglo VI a.C.), en afirmaciones atribuidas a éste tal como “los números constituyen la esencia del mundo”. Con esta afirmación Pitágoras considera que el mundo se explica con el auxilio de los números, y mediante el cálculo sería posible resolver problemas destinados a acrecentar el conocimiento acerca de tales objetos.

Ésta es una tradición importante porque, como se puede advertir en las aplicaciones de la Matemática al cálculo contable o al de la computación, por ejemplo los sistemas axiomáticos no cumplen prácticamente función alguna. En el seno de esta tradición se ha desarrollado el álgebra, el cálculo infinitesimal y todos los grandes capítulos de la

Matemática donde, a través del empleo de variables, ecuaciones, determinantes y matrices, se cuenta con instrumentos para actuar sobre los números y obtener datos numéricos como resultado de la investigación.

Además de las tradiciones Axiomática y Computacional, se considera la **Tradición Estructural**. La palabra “estructura” es polisémica, pero en el ámbito de la matemática tiene dos significaciones principales. La primera en un sentido bastante limitado de la palabra indica que una estructura es “un conjunto de elemento dentro del cual se toman en consideración ciertas relaciones y propiedades haciendo abstracción de las restantes”. Por ejemplo, si consideramos los números naturales y la relación *menor que*, la estructura aquí está caracterizada por: (a) el conjunto de los elementos de la estructura, los números naturales, y (b) una cierta relación interna, la de *menor que*. Se pueden realizar operaciones entre números, tales como la suma, la resta, o vincularlos por medio de relaciones distintas de *menor que*, pero al concebir la estructura anterior todo ello debe ser ignorado.

La segunda noción de estructura, a la cual habría que llamar “tipo de estructura”, hace referencia a un conjunto de estructuras que cumplen una misma serie de condiciones. Se pueden considerar por ejemplo, todas las estructuras donde hay una determinada relación de orden, por ejemplo las estructuras numéricas en las que hallamos relaciones tales como *menor que* (y así tendríamos ordenados de menor a mayor los números naturales, los enteros, los racionales o los reales).

En este trabajo, se utiliza el marco teórico, para la definición de las categorías de análisis, que se muestran y describen en el trabajo, a continuación.

### 3. PREGUNTAS DE LA INVESTIGACIÓN

- 3.1. ¿Cuáles son las diferencias y similitudes, en torno a la Argumentación matemática escolar entre los libros de texto anteriores y posteriores a la Reforma Educativa de 1994?
- 3.2. ¿Cómo varía el “grado de la Argumentación” en los diferentes períodos de edición considerados?
- 3.3. ¿Cuáles son las estrategias argumentativas empleadas por dichos ejemplares en cada Período de Edición y en cada uno de los Años de Escolaridad para los que están dirigidos?

### 4. METODOLOGÍA

Los textos más utilizados y representativos del Nivel Medio en el Sistema Educativo Argentino se seleccionan mediante muestreo intencional. Para el diseño y la construcción de las categorías y subcategorías de análisis se estudian (N=137) libros de Matemática del Nivel Medio. Se tiene en cuenta que el Sistema Educativo Argentino vigente desde 1995, segmentó a la antigua Secundaria de cinco años de duración en la Educación General Básica (7<sup>mo</sup>, 8<sup>vo</sup> y 9<sup>no</sup> Año) denominada EGB3; y en el Nivel Polimodal (1<sup>ero</sup>, 2<sup>do</sup> y 3<sup>er</sup> Año). Esta reforma produjo una

sustitución y/o reformulación de los libros de texto, no así de los contenidos; adaptándolos a las características y requerimientos del Sistema Educativo y Diseños curriculares propuestos con la reforma.

La mayoría de los textos analizados corresponden a ediciones posteriores a la Reforma Educativa por la gran cantidad de ejemplares que se editaron como consecuencia de la misma. Esta reforma produjo una sustitución de los libros anteriores a dicho cambio por otros que se ajustaran a los requerimientos del nuevo Sistema, y fue masiva la cantidad de libros que se editaron en comparación con los años anteriores. Por tal motivo, mayoritariamente se analizan ejemplares correspondientes a ediciones posteriores a la Reforma, que en total son (N=84); destinados a la EGB3 y Polimodal. Se analizan (N=34)

libros correspondientes a Primero, Segundo, Tercero, Cuarto y Quinto año de la “antigua Secundaria”; correspondientes estos al período pre reforma y (N=19) libros editados entre 1940 y 1974 correspondientes a los distintos ciclos de la educación secundaria y las escuelas nacionales de comercio, vigentes en ese momento.

Esto produjo una categorización inicial en dos metacategorías: (A) características de los libros de texto y (B) características de la Argumentación. Luego inductivamente se generaron categorías y subcategorías de análisis que se ajustan a las características de los libros de texto y al marco teórico de la Investigación. Las categorías y subcategorías generadas se muestran, resumen y describen en la Tabla I, a continuación.

<b>Tabla I: descripción de las categorías y subcategorías de análisis</b>		
<b>A- CARACTERÍSTICAS DE LOS LIBROS DE TEXTO</b>		
<b>A1 – PERI</b> (Período de Edición)	<b>A1.1- PER1</b>	<b>Período 1:</b> Libros de texto editados entre 1940 y 1973.
	<b>A1.2- PER2</b>	<b>Período 2:</b> Libros de texto editados entre 1974 y 1994, anteriores a la reforma educativa implementada en 1995.
	<b>A1.3- PER3</b>	<b>Período 3:</b> Libros de texto editados entre 1995 y 2007, correspondientes a la reforma educativa vigente desde 1995.
<b>A2 – ESCO</b> (Año de Escolaridad)	<b>A2.1- ESC1</b>	<b>Escolaridad 1:</b> Libros de texto dirigidos a la escolaridad 7, 8 y 9; correspondientes a los alumnos entre 12 y 14 años.
	<b>A2.2- ESC2</b>	<b>Escolaridad 2:</b> Libros de texto dirigidos a la escolaridad 10, 11, 12 correspondientes a los alumnos entre 15 y 17 años.
	<b>A2.3- INGR</b>	<b>Escolaridad 3:</b> Libros de texto dirigidos a alumnos que cursan el ingreso a la Universidad, correspondientes a estudiantes a partir de los 18 años.
<b>A3 – TRAD</b> (Tradiciones de la Matemática)	<b>A3.1- COMP</b>	<b>Tradición Computacional:</b> Libros que muestran a la matemática como una disciplina ocupada en la resolución de problemas de cálculo, en los números, y en las operaciones que se puedan realizar con ellos.
	<b>A3.2- AXIO</b>	<b>Tradición Axiomática:</b> Libros que comienzan ofreciendo definiciones, proponen principios y utilizando las formas correctas de razonamiento, se deducen a partir ellos los teoremas y se presentan los pasos de las demostraciones respectivas.
	<b>A3.3- ESTR</b>	<b>Tradición Estructuralista:</b> Libros que muestran al trabajo matemático como búsqueda de regularidades y entendimiento de estructuras que cumplen una misma serie de condiciones.
<b>B- CARACTERÍSTICAS DE LA ARGUMENTACIÓN</b>		
<b>B1 – INAR</b> (Inicio de la Argumentación)	<b>B1.1- PREG</b>	<b>Pregunta:</b> Libros de texto que comienzan formulando una cuestión, mediante una situación problema o preguntas, que generalmente más tarde se responde.
	<b>B1.2- DEFI</b>	<b>Definición:</b> Libros que comienzan empleando definiciones para introducir un nuevo conocimiento.
	<b>B1.3- EJEM</b>	<b>Ejemplos:</b> Libros de texto que utilizan ejemplos para introducir un contenido, a partir de los cuales, el conocimiento puede ser generalizado.
<b>B2 - TIAR</b> (Tipo de Argumentación)	<b>B2.1- DEDU</b>	<b>Argumentación Deductiva:</b> Libros que emplean argumentaciones deductivas.
	<b>B2.2- INDU</b>	<b>Argumentación Inductiva:</b> Libros que generalizan a partir del análisis de ejemplos o mediante transformaciones sobre un ejemplo seleccionado, tomado como representante.
<b>B3 – GRAD</b> (Grado de Argumentación)	<b>B3.1- ALTO</b>	<b>Alto:</b> Libros cuyo discurso intenta generar explícitamente algún tipo de confrontación, sin resolverlo en el texto.
	<b>B3.2- MEDI</b>	<b>Medio:</b> libros que intentan generar explícitamente algún tipo de confrontación, que el texto resuelve mas adelante.
	<b>B3.3- NULO</b>	<b>Nulo:</b> (Leitão, noviembre 2007; comunicación personal) libros que informan.

A partir de las categorías y subcategorías de análisis antes descritas, se realiza una descripción de las características de los libros y de la Argumentación.

## 5. DESCRIPCIÓN DE LAS CATEGORÍAS DE ANÁLISIS Y RESULTADOS

### 5.1 Características de los libros de texto

Se describen las características distintivas de los libros a partir de las categorías: (A1) Período de Edición, (A2) Año de Escolaridad y (A3) Tradiciones de la Matemática.

#### A1- Período de edición:

Del análisis de los textos surgen tres subcategorías: libros de texto editados entre 1940 y 1973 (**Período 1**), libros de texto editados entre 1974 y 1994; anteriores a la reforma educativa (**Período 2**) y libros de texto editados entre 1995 y 2007 (**Período 3**) y correspondientes a la Reforma Educativa vigente desde 1995. El Gráfico 1 muestra la distribución del total de libros analizados en cada período considerado.

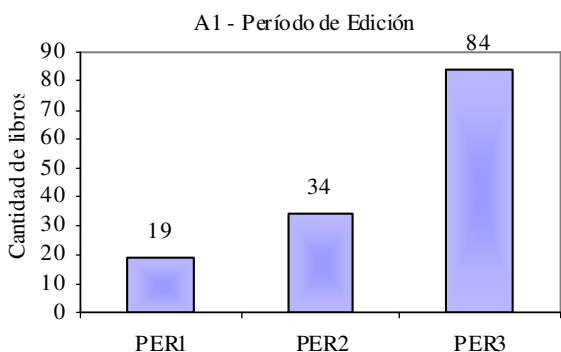


Gráfico 1: Distribución de los libros analizados por cada período de edición.

Del Gráfico se observa que la mayoría de los libros analizados corresponden al Período 3. Para llevar a cabo la investigación, se seleccionan los textos más utilizados y representativos del Nivel Medio y como consecuencia se nota que es superior la cantidad de ejemplares disponibles editados con posterioridad a la reforma; conjunto de libros que superan a los editados en los dos primeros períodos considerados. Este factor podría ser consecuencia de los cambios en la textualización que se produjo como consecuencia de la Reforma Educativa de 1994; así como también podría estar relacionado con cuestiones que benefician a la industria editorial. El punto es que la distribución de los libros por cada período de edición no fue intencional, sino que estas cantidades representan las posibilidades que hay de acceder a un libro para estudiar Matemática, correspondientes a cada período de edición.

#### A2- Año de escolaridad

Las tres subcategorías generadas para describir la categoría Año de Escolaridad son: **A2.1- Escolaridad 1** libros de texto dirigidos a la escolaridad 7, 8 y 9; correspondientes a

alumnos entre 12 y 14 años aproximadamente, **A2.2- Escolaridad 2** libros de texto dirigidos a la escolaridad 10, 11, 12 correspondientes a los alumnos entre 15 y 17 años y **A2.3 Ingreso** libros de texto editados para alumnos que cursan el ingreso a la universidad (18 años aproximadamente). En el Gráfico 2 se muestra la distribución de los ejemplares analizados de acuerdo a los distintos años de escolaridad para el que se dirige cada texto.

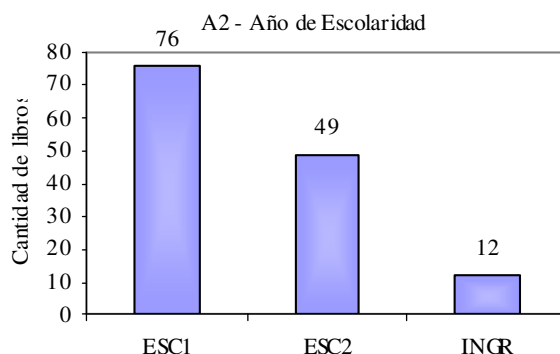


Gráfico 2: Distribución de los libros de acuerdo al Año de Escolaridad al que están destinados.

Del Gráfico 2 puede observarse que la mayoría de los libros analizados corresponden a alumnos que cursan la Escolaridad 1 y en menor medida la Escolaridad 2. Considerando que los libros no se seleccionaron atendiendo al año de escolaridad - la distribución se dio así - y teniendo en cuenta que gran parte de los libros fueron editados con posterioridad a la reforma, se puede interpretar que la textualización instalada por dicho cambio estuvo pensada primordialmente para los primeros años de la escolaridad y sobre todo para el primero. Si bien no es posible determinar a partir del análisis de los dos primeros gráficos en que período fueron editados los libros correspondientes a los cursos de ingreso, se nota que es menor la disponibilidad de estos ejemplares respecto de quien quiera utilizarlos, tal vez porque la demanda de los libros de este nivel sea inferior a los de Polimodal y sobretodo los de EGB 3 que se editan como consecuencia de la Reforma.

#### A3- Tradiciones

Cada uno de los ejemplares analizados se encuadra con alguna de las tradiciones: **A3.1- Computacional**, **A3.2- Axiomática** o **A3.3 Estructuralista**; de acuerdo con las características que poseen los libros. En el Gráfico 3 se muestra la distribución de los ejemplares en las distintas tradiciones con que se identifica cada texto.

La distribución de los libros del Gráfico 3, muestra que la mayoría de los ejemplares para estudiar matemática se caracterizan con la Tradición Computacional. Esto explica que gran parte de los textos conciben a la matemática como una ciencia ocupada en la resolución de problemas de cálculos, en los números y en las operaciones que se puedan realizar con los números. Considerando los dos gráficos anteriores, se puede interpretar que estos "libros Computacionales" han sido editados con posterioridad a la

Reforma Educativa, y dirigidos principalmente a alumnos que cursan el primer año de la escolaridad.

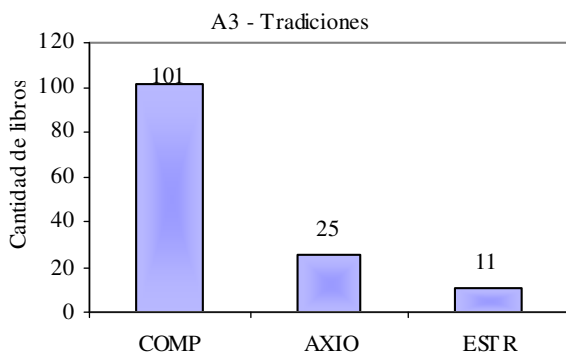


Gráfico 3: Distribución de los libros de acuerdo a la tradición con que se identifica cada ejemplar.

La categoría **Tradición Computacional (COMP)** se presenta en los libros que muestran a la matemática como una disciplina ocupada en la resolución de problemas de cálculo, en los números, y en las operaciones que se puedan realizar con ellos. Del total de libros caracterizados con esta tradición (N=101), la mayoría (N=76) libros fueron editados luego de la reforma educativa implementada en 1995, (N=23) se editaron en el período pre reforma posterior al año 1974 y sólo (N=2) se editaron en el primer período considerado (entre 1940 y 1973). Del total de libros que se identifican con la Tradición Computacional, (N=64) están destinados a alumnos entre 12 y 14 años, (N=35) a lo que correspondería al Polimodal actual y sólo (N=2) correspondientes a alumnos con más de 18 años.

En esta tradición se deja al lector la posibilidad de realizar cálculos numéricos como medio para contestar las preguntas, y obtener por generalización la definición del teorema buscado. Se enuncian los Teoremas y a continuación se proponen otros ejercicios y aplicaciones que requieren también del cálculo numérico para su solución. Se interpreta que para el lector serían suficientes las verificaciones realizadas a partir de las operaciones y cálculos que se indican en el libro, y de esta manera pueden aceptar las propiedades como verdaderas.

La subcategoría **Tradición Axiomática (AXIO)** es asumida por los libros que comienzan ofreciendo definiciones, proponen principios y utilizando razonamientos deductivos, obtienen los teoremas y presentan los pasos de las respectivas demostraciones. Del total de libros identificados con la Tradición Axiomática (N=25) libros, (N=19) fueron editados antes de la reforma educativa, y sólo (N=6) luego de esta. Del total de libros que se identifican con la Tradición Axiomática, sólo (N=9) corresponden a alumnos entre 12 y 14 años y (N=16) a alumnos a partir de 15 años. De los datos anteriores, se observa que la mayoría de los libros que se identifican con esta tradición corresponden a ediciones anteriores a la reforma y están destinados a alumnos que estudian matemática en el segundo Año de Escolaridad considerado.

Los libros que se identifican con esta tradición, comienzan proponiendo una breve introducción teórica, luego (en algunos casos) se muestra con ejemplos la relación que se

quiere demostrar, y se enuncia a continuación el teorema a demostrar. Para la demostración del mismo se proponen la hipótesis, la tesis, y se utiliza un esquema (en este caso) que colabora en el entendimiento de las deducciones realizadas en los sucesivos pasos de la demostración. Una vez demostrado el teorema se enuncian los corolarios que se deducen del teorema demostrado y se muestran otros ejemplos como una aplicación del teorema anterior.

Los libros caracterizados dentro de esta tradición, a diferencia de los demás, muestran claramente el punto de partida del enunciado, el significado del teorema, la identificación de las hipótesis, la tesis (lo que se quiere demostrar), la interpretación gráfica (en caso que hubiera), la demostración, la relación de este teorema con otros resultados (corolarios, teoremas recíprocos) y la importancia práctica de la propiedad enunciada.

La última de las tradiciones, la **Tradición Estructuralista (ESTR)** es asumida por los libros que muestran al trabajo matemático como búsqueda de regularidades y entendimiento de estructuras que cumplen una misma serie de condiciones. Se identificaron en total (N=11) libros con esta tradición. De éstos, (N=9) corresponden a ejemplares editados con anterioridad a la Reforma Educativa, en su mayoría entre 1974 y 1994 y sólo (N=2) con posterioridad a dicha Reforma.

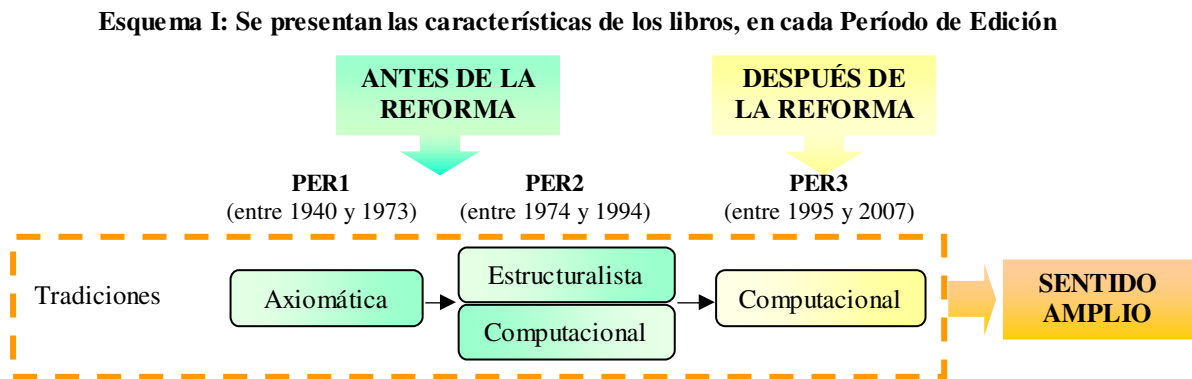
En la mayoría de los libros que se identifican con la tradición Estructuralistas, a diferencia de los que se identifican con la Axiomática, se enuncian los teoremas pero no se demuestran ni se proponen otros teoremas alternativos que derivan del primero. Por lo general, tampoco se proponen valores numéricos que verifiquen el teorema, pero sí suelen utilizarse algunas propiedades que requieran del cálculo para su solución, y que a partir de las mismas se enuncien otras propiedades que tampoco son demostradas. Los “libros Estructuralistas” optan por mostrar que hay propiedades, teoremas, -una “estructura”- que se obtiene de tomar un conjunto de elementos y ciertas relaciones o propiedades entre ellos y que es posible a partir de ésta, encontrar otras estructuras que cumplen con estas mismas condiciones.

De las características que describen el conjunto de libros analizados, podemos interpretar que gran parte de los libros disponibles corresponden al período posterior a la Reforma, editados principalmente para alumnos que cursan los dos primeros años de la escolaridad y que conciben a la matemática como una ciencia que se ocupa de la obtención de resultados numéricos, a partir de los cuales es posible realizar generalizaciones. Los libros que se identifican con las tradiciones Axiomática y Estructuralista; a diferencia de los anteriores, los “computacionales”, corresponden en su mayoría a ediciones anteriores a la reforma y están dirigidos principalmente a los alumnos a partir de los 15 años. Estos libros no realizan generalizaciones a partir del cumplimiento de algunos ejemplos numéricos, sino que parten del teorema o propiedad y emplean razonamientos deductivos que justifiquen el teorema o buscan regularidades entre las propiedades enunciadas.

Con el Esquema I se describen las modificaciones producidas en los libros, de acuerdo al Período de edición

de los mismos; identificando las características de los ejemplares anteriores y posteriores a la Reforma Educativa de 1994. Se muestra qué Tradiciones de la Matemática predominan en cada período de edición y se interpreta en el

sentido que las flechas indican, con diferentes colores. Estas modificaciones entendidas en un sentido amplio de Argumentación, se muestran en el esquema a continuación.



El esquema permite interpretar que los libros anteriores a la reforma son Axiomáticos y en menor medida, Estructuralistas y Computacionales; y en el último período considerado (en los libros editados como consecuencia de la Reforma) predominan los libros Computacionales. Esto permite interpretar que a medida que los libros corresponden a los diferentes períodos de edición cambia la forma de concebir y fundamentar la matemática.

Del Gráfico 4, se observa que la mayoría de los libros inician la Argumentación mediante una definición o pregunta y en menor medida a partir de un ejemplo. La distribución de los ejemplares respecto del Inicio de la Argumentación también es casual, por lo que se puede interpretar que en Matemática predominan las definiciones y preguntas sobre los ejemplos, pero sólo para el inicio de cada capítulo. Las subcategorías que definen el Inicio de la Argumentación, podrían estar relacionadas con la distribución de los ejemplares de acuerdo al período en que fueron editados.

## 5.2 Características de la Argumentación

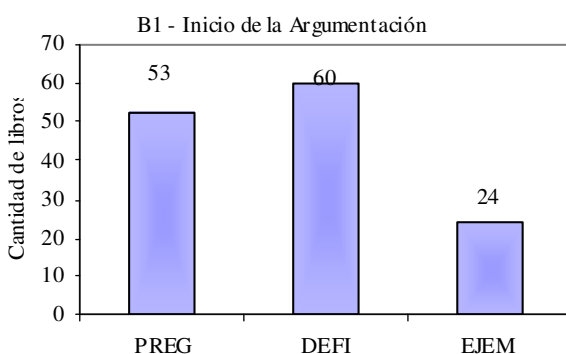
Las categorías generadas para describir la Argumentación en cada uno de los ejemplares son: (B1) Inicio de la Argumentación, (B2) Tipo de Argumentación y (B3) Grado de Argumentación.

La categoría **B1.1- Pregunta** caracteriza a los libros que inician cada capítulo mediante una situación problema, o una pregunta, tomada como modelo (en la mayoría de los casos solo una, la inicial) que generalmente tiene la respectiva respuesta y que es utilizada como medio de solución para las nociones que se van a abordar. De acuerdo a lo analizado en la totalidad de los ejemplares que se caracterizan con la subcategoría, que en total son (N=53), pareciera que las situaciones problemas o preguntas se implementan más como una “moda pedagógica” que como una respuesta a la necesidad instalada por la evolución de la Didáctica de la Matemática de trabajar con Situaciones.

### B1- Inicio de la Argumentación

Con esta categoría se hace referencia al modo en que se inicia la argumentación al comienzo de cada capítulo seleccionado del total de los libros estudiados. Se definen tres subcategorías: **B1.1- Pregunta (PREG)**, **B1.2- Definición (DEFI)** y **B1.3- Ejemplos (EJEM)** y se muestra en el Gráfico 4 la forma en que se distribuyen los libros de acuerdo al modo en que inician la Argumentación en cada capítulo estudiado.

Las preguntas/situaciones a las que anteriormente se hizo referencia, sería interesante que surgieran como una herramienta que posibilite al lector construir los conceptos que eventualmente podrían surgir de la misma, más que como una obediencia de responder a la “moda pedagógica” aparentemente instalada, de acuerdo a lo que se interpreta del análisis realizado. Esto ocurre, sobre todo en los libros editados aproximadamente sobre el año 1990.



De los libros que inician la argumentación mediante una pregunta, la mayoría corresponden al segundo y tercer período de edición considerados. La mayoría de los libros implementan una situación problema para iniciar cada unidad, donde la “pregunta” aparece más como una forma de responder a la “moda pedagógica” instalada al momento, que como una herramienta que colabora en la construcción de un determinado objeto matemático. Hay libros que proponen una situación problema al iniciar la

**Gráfico 4:** Distribución de los libros de acuerdo al modo en que inician la Argumentación.



unidad, y a partir de su resolución se definen y construyen determinadas propiedades. Estos últimos libros no solo proponen una colección de situaciones para obedecer a esta “moda” que aparentemente está instalada, sino que dichas situaciones podrían estar “más cargadas” de significados para el lector por la manera en que se desarrollan y relacionan con el contenido.

La otra subcategoría que describe al Inicio de la Argumentación es **B1.2- Definición** y con esta se identificaron los libros que comienzan empleando definiciones para introducir un nuevo conocimiento. Hay en la subcategoría (N=60) ejemplares, la mayoría de los cuales han sido editados en los dos primeros períodos considerados. Estos ejemplares no proponen situaciones problema – preguntas; ni siquiera en los ejercicios de familiarización al final de cada capítulo, sí una “guía de actividades” para resolver. Los libros que se identifican con esta subcategoría propician un tipo de discurso que no busca sino informar al lector, por las sucesivas definiciones que se van presentando en caso de ser oportuno.

La última de las subcategorías que define al Inicio de Argumentación es **B1.3- Ejemplos**. Ésta hace referencia a los libros que utilizan ejemplos para introducir determinados conceptos, a partir de los cuales se realizan generalizaciones. Se identificaron (N=24) ejemplares con dicha subcategoría, gran parte de éstos editados luego de la reforma educativa. La mayoría de los libros que inician cada capítulo con un ejemplo, lo hacen con el objetivo de que el lector comprenda el significado de la propiedad que se va a enunciar.

La utilización de argumentos inductivos (que se describen a continuación) es usual en este tipo de procesos, donde se presenta la generalización de una propiedad tras verificar el cumplimiento de un número finito de ejemplos, y en ocasiones sólo uno. En estos libros, a lo largo del capítulo se van proponiendo nuevos ejemplos para generalizar también nuevos conocimientos a partir de un único caso tomado como representante.

Con la categoría Inicio de la Argumentación se describió la manera en que los libros inician la Argumentación en cada capítulo. Como se dijo en párrafos anteriores, el inicio de la Argumentación también podría estar relacionado con el período en que fueron editados los libros. Los libros que desde un principio proponen definiciones, corresponden en su mayoría a los dos primeros períodos considerados; mientras que los que inician la Argumentación mediante una pregunta corresponden a los dos últimos períodos; y los que introducen cada capítulo mediante ejemplos están editados en su mayoría con posterioridad a la Reforma.

Quiere decirse que a medida que los libros corresponden a ediciones más recientes también cambia el modo en que se inicia la Argumentación en cada capítulo, pasando desde el inicio de la argumentación mediante una definición, a ejemplos o preguntas en el último período pero las sucesivas argumentaciones, a lo largo del capítulo se inician mediante definiciones. Esto “explica” esta moda pedagógica a la que anteriormente se ha hecho referencia de colocar sólo al inicio del capítulo situaciones problemas, y a continuación del mismo las argumentaciones se

realizan mediante definiciones. Entre 1940 y 1973 los libros inician la Argumentación del capítulo mediante definiciones, entre 1974 y 1994 mediante definiciones o preguntas y entre 1995 y 2007 mediante preguntas o ejemplos en su mayoría.

## B2- Tipo de Argumentación

Es posible argumentar de determinadas maneras. Sin embargo, la justificación de algunas proposiciones y teoremas están “respaldadas” por la utilización de ciertos recursos deductivos y procedimientos matemáticos, que no siempre son utilizados. Dependiendo del uso que se haga de estos recursos, se definen las subcategorías correspondientes a la categoría Tipo de Argumentación. Estas son **B2.1- Argumentación Deductiva (DEDU)** y **B2.2- Argumentación Inductiva (INDU)**. El Gráfico 5 muestra la distribución del total de ejemplares analizados por cada categoría.

Del gráfico se observa que la mayoría de los libros emplean razonamientos inductivos. La distribución de los libros no fue intencional, lo que permite explicar que en los libros de Matemática del Nivel Medio hay un predominio de razonamientos inductivos sobre los deductivos, y que a partir del Gráfico 1 que representa la distribución de los libros de acuerdo al período de Edición podría entenderse que los “libros inductivos” corresponden a ediciones posteriores a la Reforma. Como también se describió en Gráfico 4, predominan las preguntas y definiciones sobre los ejemplos como modos de iniciar la Argumentación en el total de libros analizados; entonces seguramente los libros que inician la Argumentación mediante preguntas o definiciones emplean también razonamientos inductivos.

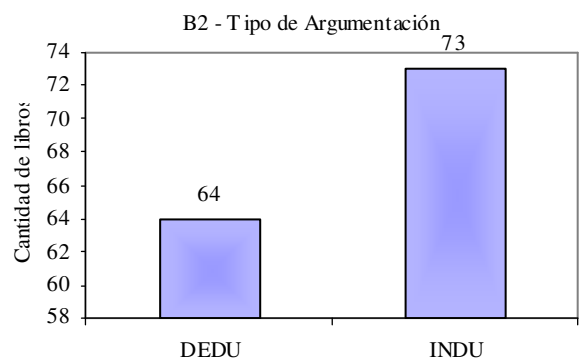


Gráfico 5: Distribución de los libros de acuerdo al Tipo de Argumentación empleada en cada ejemplar.

La **Argumentación Deductiva (B2.1)**, es característica de aquellos libros de texto que optan por una argumentación matemática deductiva, de carácter más o menos formal, pudiendo llegar hasta el método axiomático. Se identificaron (N=64) ejemplares con el tipo de argumentación deductiva; la mayoría de los cuales inician la Argumentación mediante una definición, y a lo largo del capítulo se van proponiendo otras definiciones (sean estas teoremas o propiedades) que son verificadas deductivamente. El tipo de actividades que se proponen en estos libros al final de la unidad “conservan la formalidad” en el tipo de lenguaje priorizado.

Entre estos libros deductivos hay algunos que emplean razonamientos deductivos más formales que otros, distinguiendo los libros “deductivos formales” de los “deductivos informales”. Los “libros deductivos formales” se han editado en su mayoría en el primer período considerado y corresponden al segundo año de la escolaridad, es decir, a los últimos años de la Educación Media; o los libros para estudiar el curso de ingreso a la universidad, estos últimos editados en el último período considerado, posterior a la Reforma Educativa. Entre los libros que se identifican con la Argumentación Deductiva Formal, se observa un cierto formalismo (en la utilización de lenguaje formal y simbólico) y cada afirmación que forma parte de la argumentación, está justificada desde el punto de vista lógico. Estos libros se caracterizan por proponer explícitamente: definición, teorema, hipótesis, tesis, demostración, teorema recíproco y ejercicios de aplicación.

Los libros que emplean razonamientos deductivos más informales que los anteriores han sido identificados como “deductivos informales”. Estos libros por lo general demuestran un teorema derivado de la necesidad de resolver una situación problema. En las demostraciones que se realizan en los mismos se utilizan otros teoremas que se admiten como verdaderos y cuya demostración no se encuentra en el libro; obteniendo como resultado el enunciado del teorema.

De acuerdo con las descripciones anteriores, la matemática escolar admite distintos Tipos de Argumentación. Además de las deductivas (formal e informal descritas anteriormente), la que describe la subcategoría **B2.2** es la **Argumentación Inductiva**. Este Tipo de Argumentación caracteriza a los libros que realizan generalizaciones a partir del análisis de ejemplos (generalmente pocos) o mediante transformaciones sobre un único ejemplo seleccionado, tomado como representante. En el ámbito escolar, este tipo de argumentaciones generalmente son consideradas como verdaderas, porque independientemente de sus interrelaciones formales y deductivas, su validez se incrementa a medida que se muestran o producen más hechos que se ajusten al enunciado.

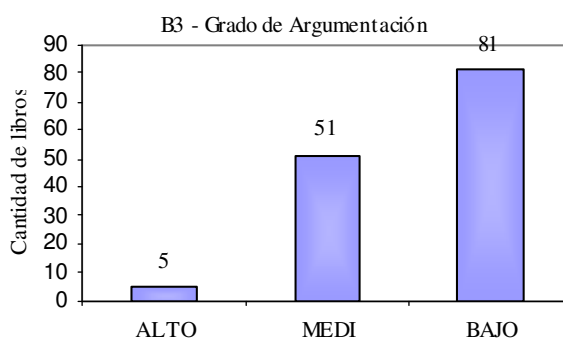
La mayoría de los libros que se identifican con esta subcategoría fueron editados en el tercer período considerado. El inicio de la Argumentación, en la mayoría de los casos se da mediante preguntas y definiciones y en menor medida mediante ejemplos. En total se identifican (N=73) ejemplares con el Tipo de Argumentación Inductiva. Los libros identificados con este Tipo de Argumentación, toman uno o más ejemplos como casos particulares, a partir de los cuales, se realizan generalizaciones y se definen los teoremas o propiedades. Los teoremas que se enuncian producto de la generalización realizada a partir de ciertos casos particulares, no tienen la respectiva demostración que los valide.

De acuerdo a las particularidades de la Argumentación, se interpreta que predomina una matemática de “características informales”, cuestión que podría estar explicada por la cantidad de ejemplares analizados correspondientes a los distintos períodos de edición. En los libros de ediciones más recientes, los conceptos

matemáticos aparecen vinculados con objetos y situaciones de la vida cotidiana. Las argumentaciones poseen en este período un carácter informal y los razonamientos son de tipo inductivos, por lo general. Las actividades matemáticas que proponen los libros se refieren a justificar soluciones y conjeturas. En los libros correspondientes a los primeros períodos de edición, predominan razonamientos más formales, en los que se alcanza un mayor grado de abstracción en las generalizaciones. Las actividades están orientadas a la formulación de hipótesis, poniendo énfasis en la importancia de la verificación deductiva de los razonamientos alcanzados. En particular, en el primer período de edición; todos los razonamientos están justificados deductivamente.

### B.3- Grado de la Argumentación

De acuerdo con la definición de Argumentación asumida en este trabajo, se hablará de “grado de argumentación” según si el libro posibilite explícitamente la generación de una confrontación, que puede ser resuelta mas adelante, o que quede a cargo del alumno lector. Si lo anterior no sucede, el discurso del libro no busca sino informar. Se identifican tres subcategorías: **B3.1- Grado de Argumentación Alto (ALTO)**, **B3.2- Grado de Argumentación Medio (MEDI)** y **B3.3- Grado de Argumentación Nulo (NULO)**, y la distribución de los libros de acuerdo a las distintas subcategorías se muestra en el Gráfico 6 a continuación.



**Gráfico 6:** Distribución de los libros de acuerdo al Grado de Argumentación que emplea en cada ejemplar.

Considerando que la distribución de los libros de acuerdo al grado de Argumentación no fue intencional, se interpreta que del total de ejemplares analizados la mayoría de los libros son no argumentativos en sentido estricto, es decir, no generan explícitamente ningún tipo de confrontación. En caso que los libros tengan explícitamente alguna intención confrontativa el mismo libro la resuelve a continuación. Considerando además, por los dos gráficos antes analizados que la mayoría de los libros emplean argumentaciones de tipo Inductivas, realizadas a partir de preguntas o definiciones; puede entenderse que los libros no argumentativos también cumplen con las características anteriores.

La primera de las subcategorías **B3.1- Grado de Argumentación Alto** hace referencia a los libros cuyo discurso intenta generar explícitamente algún tipo de conflicto cognitivo, que no está resuelto en el texto. Los

libros altamente argumentativos, por lo general inician la Argumentación mediante una pregunta. Los (N=5) libros descritos por la subcategoría desde el comienzo de cada capítulo proponen situaciones problema, donde la respuesta de las mismas quedan a cargo del lector y además, estas preguntas o situaciones están “acompañadas” por un discurso que posibilita la respuesta a esos problemas.

De los (N=5) libros que se identifican por tener grado de Argumentación alto, algunos plantean situaciones y sus respectivas respuestas, y al final de la unidad no proponen una “guía de actividades” para resolver como sí lo hacen la mayoría de los libros, sino un conjunto de situaciones de las cuales se desconoce la respuesta, quedando la solución del problema a cargo del lector. Esta responsabilidad por parte del alumno de “hacerse cargo” de su propio conocimiento, es lo que marca la diferencia con los libros que se categorizan entre los que presentan grado de Argumentación Medio o Bajo y son los ejemplares que efectivamente podrían propiciar la construcción del Conocimiento versus aquellos libros que están ocultando esta posibilidad en el lector.

A diferencia de estos cinco libros altamente argumentativos, los ejemplares medianamente argumentativos o no argumentativos, por lo general proponen al finalizar la unidad una guía de actividades para resolver (no necesariamente con las respectivas respuestas), o bien proponen situaciones; pero las soluciones de dichos problemas se dan a continuación de la situación o en su defecto al final del capítulo. De esta manera no sólo no hay espacio para las confrontaciones a lo largo de la unidad, sino que en el “espacio de familiarización” para el lector tampoco, y si lo hay también está la respectiva respuesta. El lector en estos casos puede optar por hacerse cargo de las situaciones a resolver, o directamente por leer y entender la solución del problema propuesto. De esta manera estos libros no propician la Argumentación (entendida en sentido estricto), y como consecuencia anulan toda posibilidad de confrontación en el lector ocultándole la posibilidad de que construya su propio conocimiento.

Los libros que se identifican con algunas de las características antes definidas corresponden a la categoría **B3.2- Grado de Argumentación Medio** y se incluyen los libros que intentan generar explícitamente algún tipo de conflicto cognitivo en el lector, pero que el texto resuelve a continuación. Se identificaron con esta subcategoría (N=51) ejemplares en total. Estos libros intentan generar explícitamente algún tipo de conflicto mediante una situación problema que se resuelve a continuación de la misma, con el objetivo de definir los contenidos de la unidad.

La última de las subcategorías de la categoría Grado de Argumentación es **B3.3- Grado de Argumentación Nulo** y hace referencia a los libros que no tienen otra intención que informar al lector. La mayoría de los libros analizados se identifican con esta subcategoría y en total son (N=81). Poseen grado de Argumentación Nulo los libros que proponen actividades para completar, a partir de las cuales se muestran las definiciones y generalizaciones. Estos libros no propician explícitamente ningún tipo de

confrontación, excepto que a la persona que tenga que completarlo o resolver dichas actividades, se le genere una duda en algunos de los pasos de la solución.

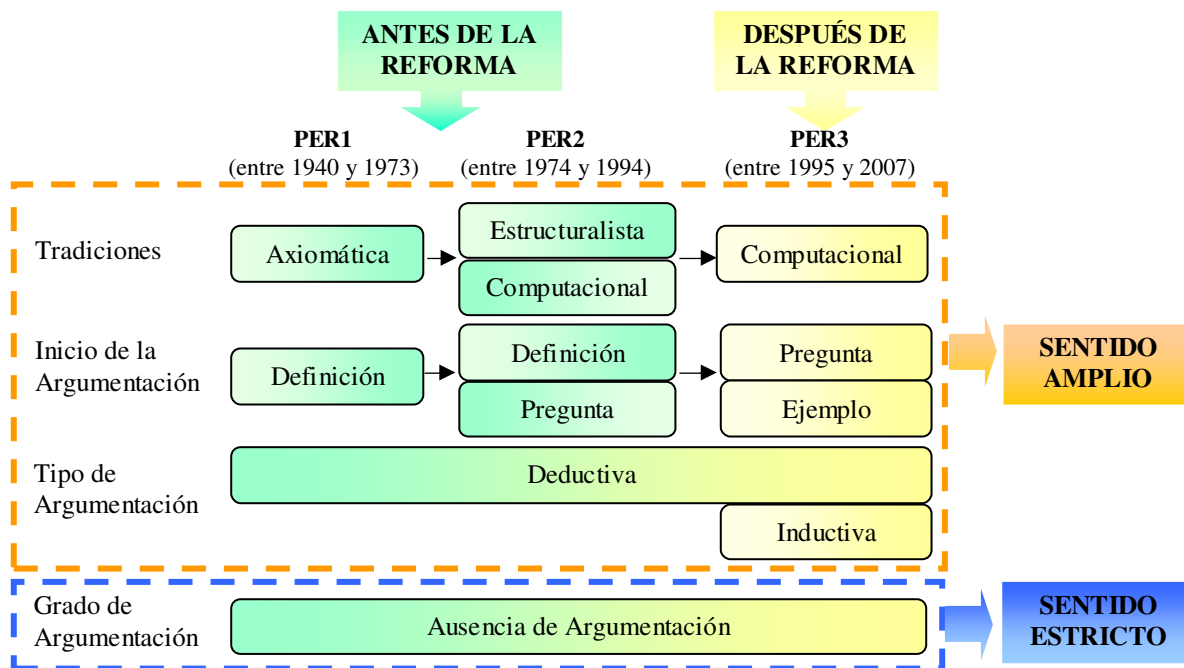
Se interpreta que el grado de Argumentación Nulo no estaría relacionado con el año de edición de los libros, porque los ejemplares corresponden a los distintos períodos de edición analizados. Con esto podemos concluir al menos parcialmente, que la distribución de los libros de acuerdo al grado de argumentación no estaría afectada por el período en que fueron editados. También se puede entender que hay una ausencia de libros altamente argumentativos; independientemente del período de edición, del tipo de Argumentación empleada y del modo en que se inicia la Argumentación.

Considerando conjuntamente las características de la Argumentación se puede concluir que la mayoría de los libros de Matemática inician la Argumentación mediante preguntas o definiciones, empleando razonamientos de tipo inductivos, que no siempre son justificados deductivamente (sólo en algunos casos) y están editados con el objetivo de informar al lector; teniendo en cuenta que los ejemplares no plantean explícitamente ningún tipo de confrontación que necesariamente debe ser resuelta por el alumno. Las demostraciones ocupan una posición central en la actividad matemática, ya que constituyen el método de prueba en las afirmaciones de esta ciencia.

De acuerdo con el análisis realizado sobre los libros de texto, durante los dos últimos períodos de edición considerados la concepción de demostración y el lenguaje empleado en las mismas, ha cambiado notablemente. El argumento deductivo no es el único aspecto importante en la matemática escolar y las validaciones tienen distintos grados de validez: formal o informal. A partir de la descripción antes realizada se considera que la actividad matemática en los libros de texto del Nivel Medio se centra en la resolución de nuevos problemas, en el acrecentamiento del conocimiento mediante generalizaciones realizadas sobre algunos casos particulares, no así en las argumentaciones deductivas; comprendiendo a éstas como un recurso de validación de resultados en matemática.

Asumiendo una noción de argumentación en sentido amplio, puede decirse que habría modificaciones en la forma de iniciarla, en los tipos de razonamientos y en las situaciones que se proponen relacionadas con la manera de concebir a la Matemática. Por otro lado, si la confrontación explícita de puntos de vista se asume como condición necesaria para definir la Argumentación, se concluye que ninguno de los textos del conjunto sería argumentativo. En el Esquema II se describen las modificaciones producidas en los libros y en la Argumentación de acuerdo al Período de edición de los mismos. Se muestra cuales las modificaciones en el Inicio y Tipo de Argumentación, entendidas estas en un sentido amplio y del grado de Argumentación (sentido estricto). Las modificaciones se interpretan en el sentido que las flechas indican, con diferentes colores.

**Esquema II: Se presentan las características de los libros y de la Argumentación, en cada Período de Edición**



## 6. CONCLUSIONES

A partir del análisis realizado, es posible describir y comprender posibles modificaciones en la Argumentación Matemática en los ejemplares editados entre 1940 y 2007, a partir de las relaciones entre: el período de edición, el año de escolaridad al que los libros están dirigidos, la Tradición de la Matemática con la que se identifica cada ejemplar y las características de la Argumentación, no así con el grado de Argumentación. Realizando un análisis conjunto de las variables y modalidades que describen las características de los libros y de la Argumentación, es posible mostrar ciertos atributos que obedecen a la forma de concebir y fundamentar la matemática en cada uno de los momentos en que han sido editados dichos ejemplares; con el objetivo de responder a las preguntas inicialmente planteadas.

**Asumiendo una noción de Argumentación en un sentido amplio**, se responden a continuación dos de las preguntas a las que anteriormente se hizo referencia y que describen: las diferencias y similitudes en la Argumentación Matemática escolar entre los libros de texto anteriores y posteriores a la Reforma Educativa de 1994 y a las estrategias argumentativas empleadas por dichos ejemplares en cada período de edición y cada uno de los años de la Escolaridad para los que están dirigidos.

Con el objetivo de describir y analizar las similitudes y diferencias en la Argumentación entre los libros anteriores y posteriores a la Reforma, se presentan las características correspondientes a cada período de edición, considerando que: los dos primeros períodos que se describen corresponden a los ejemplares anteriores a la Reforma y el tercer período corresponde a los libros post reforma. Se describen las características de la Argumentación, de acuerdo al período de edición.

En los libros editados entre 1940 y 1973 (Período 1), se nota un formalismo -en la utilización de lenguaje formal y simbólico-, donde cada afirmación está justificada desde el punto de vista lógico. En este período los ejemplares son axiomáticos y los razonamientos deductivos. Sólo buscan informar, no proponen explícitamente ningún tipo de confrontación que requiera la solución del lector. La Argumentación se inicia mediante definiciones y se van presentando sucesivas definiciones a lo largo del capítulo, en caso de ser oportuno.

En el segundo período considerado, libros editados entre 1974 y 1994, los ejemplares emplean argumentos deductivos mediante procedimientos más informales. La demostración está asociada generalmente, a cuestiones de la vida cotidiana por el hecho de que dicha demostración, surge por lo general de resolver una situación-problema que se presenta en un lenguaje ordinario. Si bien en los libros se genera explícitamente algún tipo de confrontación, a continuación se muestra la respuesta. Estos libros se caracterizan por mostrar regularidades que se obtienen como resultado de las demostraciones o del análisis de casos particulares.

Los libros editados como consecuencia de la Reforma Educativa, entre 1995 y 2007, muestran a la matemática como una disciplina ocupada en la resolución de problemas de cálculo, en los números y en las operaciones que se pueden realizar con ellos. Los “nuevos” libros para estudiar matemática proponen formas muy elementales de justificación, apoyados en objetos concretos, usados para explicar y justificar el significado de proposiciones a partir de casos particulares. En la mayoría de estos libros se genera explícitamente algún tipo de confrontación que a continuación se resuelve, desde el inicio en cada capítulo.

Las diferencias más notorias en la Argumentación en el conjunto de libros de Matemática en el Nivel Medio de

acuerdo al período de edición, se podrían interpretar de la siguiente manera:

- Hay un cambio en las Tradiciones matemáticas que caracterizan a los ejemplares en cada período, pasando desde los libros identificados con la Tradición Axiomática, a los identificados con la Computacional y Estructuralista – esta última en menor medida- y en el último período, la mayoría se identifican con la Tradición Computacional.
- La forma en que se inicia la argumentación en cada uno de los momentos también cambió; comenzando por las definiciones en las primeras ediciones, luego las preguntas y la incorporación de ejemplos (en menor medida) en los libros pre reforma y finalmente, un uso acentuado de las preguntas en los libros de ediciones recientes. Esos cambios en el modo de iniciar la argumentación a los que se hace referencia, corresponden al inicio del capítulo, porque a lo largo del mismo las argumentaciones se dan mediante definiciones.
- En los libros de ediciones más actuales se pierde el formalismo con que se realizan las Argumentaciones, pasando de Argumentos deductivos (sean estos formales o informales) a argumentaciones de tipo Inductivas.

Se analiza ahora como el año de escolaridad al que están dirigidos los libros también determina características comunes, que se detallan a continuación. Es necesario aclarar que estos “cambios” de acuerdo al Año de la Escolaridad son característicos de un conjunto de libros y no del total de ejemplares analizados. Principalmente estas modificaciones se presentan en los libros correspondientes al período post reforma:

- A medida que los libros están dirigidos a alumnos de escolaridad más avanzada, se caracterizan con las distintas tradiciones de la matemática. Se pasa de la Tradición Computacional (en los libros editados para el primer año de la escolaridad) a la Estructuralista; hasta la Axiomática recién en los libros destinados a alumnos que terminan la Educación Media o que Ingresan a la Universidad.
- El tipo de Argumentación que predomina en los libros para alumnos que cursan los últimos Años de la Escuela Media o están ingresando a la Universidad es deductiva (de tipo formal o informal), pasando a argumentaciones inductivas en los primeros años de la escolaridad.

**Asumiendo una noción de Argumentación en un sentido estricto** es posible responder a la última de las preguntas planteadas en este trabajo, acerca de la variación del “grado de Argumentación” en cada uno de los períodos de edición de los libros.

Como la confrontación explícita de puntos de vista se asume como condición necesaria para definir la argumentación, se concluye que ninguno de los textos del conjunto sería argumentativo. En el mejor de los casos es posible llegar hasta el grado de Argumentación medio, donde si bien se plantea explícitamente alguna confrontación, a continuación se resuelve y se informa al

lector la solución. Esta “ausencia de Argumentación” instala una petición de obediencia respecto del saber, hace desaparecer las preguntas, sustituyéndolas por resultados acabados y se reduce de esta manera toda posibilidad de confrontación en el lector. No habría Argumentación en ningún período, porque los libros son puramente informativos. La ausencia de Argumentación que se hace evidente luego del análisis realizado, conduce a reflexionar acerca de la proporción entre aspectos informativos y estrictamente argumentativos que efectivamente pueden plantearse en un texto escolar.

Si bien es importante concebir argumentación en sentido estricto en el proceso de construcción de conocimiento matemático; se considera que los textos deben permanecer informativos y la Argumentación estricta debe realizarse en el aula durante el proceso de Construcción de Conocimiento, siendo esto lo que sigue otorgando a la Institución escuela un papel insoslayable, junto con los dispositivos de mediación que esta puede ofrecer. Se sugiere:

- Estudiar los procesos argumentativos en situaciones didácticas, y considerar a la Argumentación objeto de análisis Epistemológico, Didáctico y Cognitivo.
- Reconocer y analizar cómo los procesos argumentativos propios de la Matemática escolar, contribuyen a generar situaciones que propicien procesos de construcción de conocimiento.

## REFERENCIAS

- Arsac, G. (1987). El origen de la demostración : Ensayo de epistemología didáctica. *Recherches en didactique des mathematiques* 8 (3), 267-312.
- Arsac, G.; Chapiro, G.; Colonna, A.; Germain, G.; Guichard, Y.; Mante, M. (1992). *Initiation au Raisonnement Déductif au collège*. Achevé d'imprimer sur les presses linhart & C<sup>ie</sup> A. N°5497. Imprimé en France.
- Bakhtin, M. (1998). *Questões de literatura e de estética. A teoria do romance*. São Paulo: Hucitec: UNESP.
- Banks Leite, L. (1998). O estudo da argumentação infantil na perspectiva da ADL. *Signo & Seña*, 9, 319-345.
- Banks Leite, L. (2004). O discurso argumentativo – explicativo em História. Realizado durante estágio pos-doutoral na Universidade de Paris XIII – França (CAPES/MEC-BEX 2696/03-7)
- Banks Leite, L. (2007). Argumentative discourse in a history class: topoi, stereotypes and knowledgebuilding. *Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação-Unicamp: Pro-Posições – Dossie: Argumentação e construção do Conhecimento: estudos em sala de aula*. Vol 18, nº 3 (54), 109-128.
- Candela, A. (1998). A construção discursiva de contextos argumentativos no ensino de ciencias. In: Coll, C.;

- Edwards, D. *Ensino, aprendizagem e discurso em sala de aula*. (pp. 143-169). Porto Alegre: Artes Médicas.
- Colinvaux, D. (2007). Aprendizagem e construção/constituição de conhecimento: reflexões teórico-metodológicas. *Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação-Unicamp: Pro-Posições – Dossie: Argumentação e construção do Conhecimento: estudos em sala de aula*. Vol. 18, nº 3 (54), 29-51.
- Crespo Crespo, C. (2005). *El papel de las argumentaciones matemáticas en el discurso escolar. La estrategia de deducción por reducción al absurdo*. Tesis de Maestría sin publicar. CICATA del IPN, México.
- Crespo Crespo, C. (2006a). El reconocimiento de argumentaciones por reducción al absurdo en escenarios académicos y no académicos. *Presentado en Relme 20*. Camagüey (Cuba).
- Crespo Crespo, C. (2006b). La identificación de argumentaciones por reducción al absurdo en escenarios académicos de la matemática desde la óptica de los estudiantes. *Presentado en VI Congreso Virtual de Enseñanza de las Matemáticas*. Guadalajara (México).
- Crespo Crespo, C., Farfán, R. (2005). Una visión de las argumentaciones por reducción al absurdo como construcción sociocultural. *Relime 8* (3), 287-317.
- Crespo Crespo, C., Farfán Márquez, R. (2006). Las argumentaciones por reducción al absurdo como construcción sociocultural. *En Martínez, G. (Ed.) Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. (Vol. 19, pp.766-781). Clame, México.
- D'Amore, B. (2005a). La argumentación matemática de jóvenes alumnos y la lógica hindú (nyaya). En *UNO* 38, 83-99.
- D'Amore, B. (2005b). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. Barcelona: Editorial Reverté.
- Duval, R. (1999). Algunas cuestiones relativas a la argumentación. *Internacional Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Prof.* ISSN 1292-8763.
- Godino, J.; Recio, A. M. (2001). Significados Institucionales de la Demostración. Implicaciones para la educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 19 (3), 405-414.
- Goulart, C. M. A. (2004). Argumentação a partir dos estudos de Bakhtin: em busca de evidências teóricas e balizadores para a análise de interações discursivas em sala de aula. *Trabalho apresentado no GT Argumentação e Explicação, Simpósio Nacional da ANPEPP*. Vitória, ES.
- Goulart, C. M. A. (2007). Enunciar é argumentar: analisando um episódio de uma aula de História com base em Bakhtin. *Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação-Unicamp: Pro-Posições – Dossie: Argumentação e construção do Conhecimento: estudos em sala de aula*. Vol. 18, nº 3 (54), 93-108.
- Klimovsky, G.; Boido, G. (2005). “Las desventuras del conocimiento matemático: Filosofía de la matemática una introducción”. A-Z editora. Buenos Aires, Argentina.
- Leitão, S. (2001). Argumentação como processo de construção do conhecimento. *II Encontro Internacional: Lenguaje, Cultura y Cognición*. Faculdade de Educação da UFMG.
- Leitão, S.; Banks-Leite, L. (2006). Argumentação na linguagem infantil: algumas abordagens. In DEL RÉ, Adriana (org) *Aquisição da Linguagem: uma abordagem psicolinguística*. São Paulo: Contexto.
- Leitão, S. (2007). Processos de construção do conhecimento: a Argumentação em foco. *Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação-Unicamp: Pro-Posições – Dossie: Argumentação e construção do Conhecimento: estudos em sala de aula*. Vol. 18, nº 3 (54), 75-92.
- Llanos, V.; Otero, M. R. (2007). Argumentación matemática en los libros de texto de la enseñanza media. *Acta I Encontro Nacional sobre Enseñanza de la Matemática*, 212-223. ISBN 978-950-658-183-1. Disponible en <http://www.exa.unicen.edu.ar/reiec/>.
- Llanos, V. C.; Otero, M. R.; Banks Leite, L. (2007). Argumentación matemática en los libros de texto de la enseñanza media. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias* 2 (2), 39-53. ISSN 1850 - 6666 / NIECYT.
- Recio, A., M. (1997). Significado de la demostración en educación matemática. *Revista Interuniversitaria de Formación del profesorado*. Vol. 2, 313-320.
- Recio, A., M. (1999). Una aproximación epistemológica a la enseñanza y el aprendizaje de la demostración matemática. *Resumen de la tesis doctoral presentada en el III SIIDM y defendida en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada*. Director: Juan Díaz Godino.
- Santos, C. M. M. (2007). Inferences in argumentation and knowledge building: exploring classroom situations. *Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação-Unicamp: Pro-Posições – Dossie: Argumentação e construção do Conhecimento: estudos em sala de aula*. Vol. 18, nº 3 (54), 53-74.

**Lic. Prof. Viviana Carolina Llanos**

Profesora de Matemática. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. 2006.

Licenciada en Educación Matemática. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. 2009

Becaria del Concejo Nacional de Investigación Científicas y Técnicas (CONICET).

Investigador Integrante del Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT). Facultad de Ciencias Exactas. U.N.C.P.B.A

Integrante de la planta estable del Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT). Departamento de Formación Docente. Facultad de Ciencias Exactas-UNCPBA.

Ayudante Graduado del Departamento de Formación Docente en la Carrera Profesorado en Matemática. Facultad de Ciencias Exactas-UNCPBA.

Temas de Interés: Educación Matemática- Didáctica de la Matemática- Educación Media y Superior