LLULL, vol. 25, 2002, 369-381

EL GONIOBARÍMETRO DEL INGENIERO DARÍO BACAS. RECUPERANDO UN INVENTO CASI PERDIDO DE LA INGENIERÍA MECÁNICA ESPAÑOLA DEL SIGLO XIX

JAVIER DEL REY PANTÍN
E.T.S.I.I. Gijón

RESUMEN

En este artículo se analiza el único documento encontrado sobre un dispositivo al que su inventor, el ingeniero Darío Bacas (1845-1913), puso el nombre de «goniobarímetro». Ese documento es un plano sin apenas texto con cuatro figuras que van siendo descifradas e interpretadas una tras otra hasta obtener un todo coherente que permite la fundamentación y reconstrucción teórica del dispositivo. Se reconstruyen los razonamientos que posiblemente siguió el inventor, llegando mediante ellos a gráficos coincidentes con los del plano y concluyendo que se trata de una báscula, cuyo mecanismo está basado en las propiedades de la curva conocida con el nombre de cicloide.

ABSTRACT

This article analyses the only document found about a device called by his inventor, the engineer Dario Bacas (1845-1913), «Goniobarymeter». This document is a plan with a very short text and four geometric figures that are decoded one by one, to obtain a coherent total that permits the fundamentation and theoretical rebuilding of the device. The reasonings posibly followed by the inventor are rebuilt, arriving through them to graphics that coincide with the plan. In conclusion, it is a kind of scales whose mechanisme is based on the properties of the curve known under the name of «Cycloid».

Recibido el 12 de abril de 2002

I.S.S.N. 0210-8615

Palabras clave: Báscula, Cicloide, Ingeniería Mecánica, España, Siglo XIX.

Hace algún tiempo, cuando todavía estaba en imprenta el trabajo biográfico editado por la Diputación de Cáceres en 1998, *Darío Bacas. Ingeniero Naval. 1845-1913*, escrito por su nieta Pilar Bacas Leal, tuve con la autora uno de los encuentros propios de nuestra vieja amistad.

Fue al comentarme lo referente al libro que estaba a punto de publicarse, cuando me enseñó el plano que se reproduce en la figura 1.

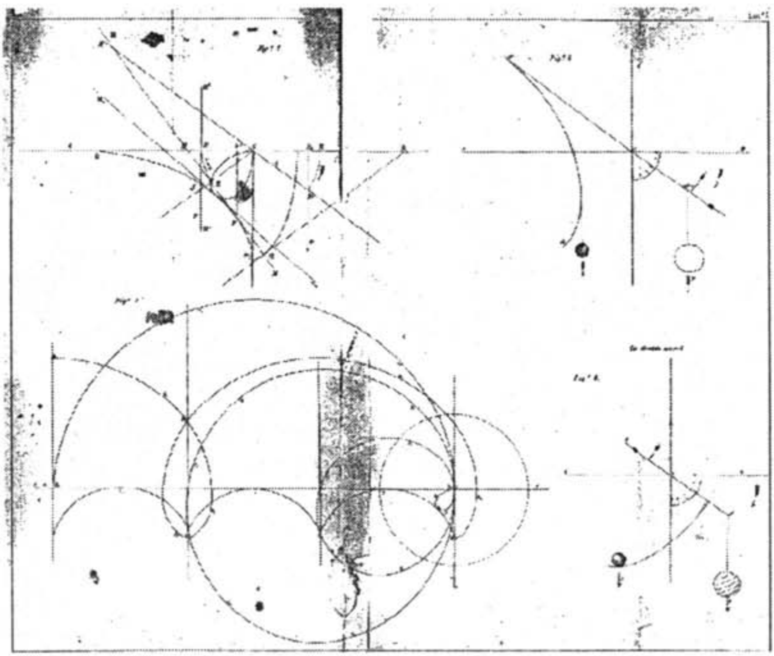

Figura 1.- *Plano del Goniobarímetro. Lámina I*

Este plano es toda la documentación que se ha encontrado hasta hoy, sobre el diseño de un dispositivo al que Darío Bacas puso el nombre de «Goniobarímetro» y del que sólo han aparecido tres alusiones en su obra escrita. La primera es el plano citado en cuyo reverso figura la palabra «Goniobarímetro» escrita a lápiz, posiblemente del puño y letra del inventor.

El plano fue encontrado en una carpeta que perteneció a un hijo de Darío, Rafael Bacas, al poco de fallecer éste.

La segunda aparece en uno de sus libros que fue publicado póstumamente: *Hacia la redención económico-social*. Se trata de un estudio matemático-financiero en el que el autor, anticipándose a su tiempo, defiende el establecimiento de un impuesto progresivo sobre las rentas del capital. En la contraportada se hace una referencia a «Otras obras del autor» y entre ellas a una: «Teoría del goniobarímetro» de la que no se ha encontrado ningún ejemplar.

Y la tercera y última está sobre la pared de la casa natal de Darío Bacas, en una placa de mármol, en Cilleros, un pueblo del norte de Extremadura escondido entre las sierras que separan las cuencas del Duero y el Tajo. Reproducimos textualmente la inscripción de la placa:

A la memoria eterna del ilustre señor D. Darío Bacas Montero, Coronel de Ingenieros de la Armada e inventor del goniobarímetro etc., etc., que nació en esta casa el 25 de Octubre de 1845 y falleció en la misma el 19 de Enero de 1913. El Ayuntamiento de Cilleros 6 de junio de 1924

Se encontraron referencias a la colocación de la placa en la prensa local de la época, pero ni en la prensa ni en los archivos del Ayuntamiento de Cilleros, se encontró explicación alguna del goniobarímetro. Se buscó también en un buen número de archivos nacionales[1] sin obtener referencia ninguna sobre el dispositivo.

Pero al menos tenemos el plano. Y podemos estudiarlo.

El original tiene aproximadamente 50 x 60 cm y muestra abundantes huellas del paso del tiempo. En el extremo superior derecho aparece «Lam^{a}. I.», lo que hace pensar que había otras láminas que se han perdido. De las fotografías que hice del plano, nada saqué en los primeros intentos, salvo constatar el evidente parecido que presentaba con la cicloide, una de las curvas que aparecen en la parte inferior. También hice algunas especulaciones de las que luego hablaré, sobre el singular nombre del dispositivo. Lo demás de aquel plano me resultaba totalmente incomprensible. Y así fue cómo, aquellas fotos, durmieron durante casi dos años en una carpeta.

Debió ser un intento de combatir la melancolía que me producía el inminente fin de unas tranquilas vacaciones de verano, lo que me impulsó a reabrir aquella carpeta. Fue entonces cuando, al contemplar por enésima vez los gráficos que hasta entonces habían conservado un carácter hermético, se me ocurrió la idea que permitió que todo, o casi todo, empezara a encajar como cuento a continuación.

Ya antes, como decía, había estado pensando en el nombre: «goniobarímetro». Se trata de una palabra formada por otras tres griegas que aparecen frecuentemente en la geometría elemental, pero nunca, hasta ahora, las tres juntas. Y sin estar muy fuerte en griego, se podía comprender que un instrumento llamado así, tenía que ser un aparato que estableciera una relación métrica entre el ángulo y el peso. Medir un peso, por medio de un ángulo. Según esto, el goniobarímetro había de ser una especie de balanza o báscula con un indicador que girara un ángulo, indicativo del peso a medir.

Hoy día estamos familiarizados con este tipo de instrumentos. El pesacartas es uno de ellos. En él, la desviación de la aguja no es proporcional al peso y las divisiones en el limbo graduado no son iguales entre sí. Otros son las básculas mecánicas de baño y las viejas básculas que tal vez encontremos todavía en las pequeñas tiendas de comestibles del barrio. En ellas sí que existe una proporcionalidad entre el peso y el ángulo de desviación de una aguja, sobre un arco graduado por divisiones equidistantes. El propio Darío Bacas, patentó en 1894, con la denominación de «Aparato automático para pesar», una báscula que conseguía desviaciones de la aguja proporcionales a los pesos[2].

Sin embargo, aunque nada había en el plano que se pareciera a ese diseño, aquella tarde de finales de agosto en que lo contemplaba por enésima vez, sí que vi algo que se parecía a una balanza y me asombré de no haberme dado cuenta antes de ello.

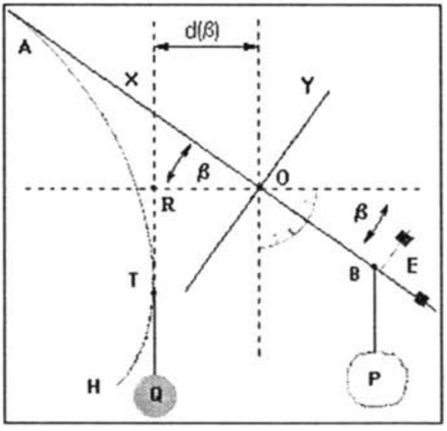

Figura 2.- *Esquema del goniobarímetro*

La figura de la parte superior derecha del plano, y que reproducimos de nuevo con mayor claridad en la Figura 2, podía ser interpretada de la siguiente manera. El dispositivo es una especie de balanza que gira en torno al punto O. Del punto B cuelga el peso P que se quiere medir. En el brazo izquierdo de la balanza y fijado rígidamente a él, tenemos la curva directriz ATH de la que cuelga un contrapeso Q, mediante un hilo que está enrollado en ella y que se va desenrollando a medida que «la balanza» se inclina, por la acción del peso P. Tenemos también un arco graduado para medir la desviación. Si este instrumento ha de hacer honor a su nombre debemos suponer que el contrapeso Q y la forma de la curva ATH han de ser tales, que el sistema quede equilibrado justo en el momento en que el ángulo girado sea proporcional al peso P.

¿Se podrá encontrar la forma matemática de la curva ATH que haga esto posible? Esta pregunta no surge de la reflexión sobre lo que vemos en el plano, en el que no aparece ninguna fórmula matemática, sino de los hábitos de pensamiento aprendidos. En cualquier caso, la búsqueda de la forma matemática de esa curva, puede darnos alguna pista.

Hay además otros detalles en esa figura: las dos pequeñas manchas negras E, que aparecen en el extremo del brazo derecho de la balanza. Su interpretación podría ser la de pequeños contrapesos móviles, compensadores de la desigualdad de peso de los dos brazos de la balanza. Efectivamente, tal como están situados en el dibujo, podríamos conseguir con ellos, dos cosas. Primero, que el peso de los dos brazos de la balanza, incluidos los contrapesos por un lado y por otro el perfil ATH, sea el mismo. Y segundo, deslizándolos por sus soportes, hacer que el centro de gravedad del conjunto se sitúe en O. De esta manera, la balanza (libre de las cargas P y Q), permanecerá equilibrada en cualquier posición. En lo que sigue supondremos que así es.

Tomando como eje de referencia X la recta AOB, barra móvil de la balanza, supongamos que $y = f(x)$ es la ecuación, (referida al sistema de ejes X, Y) de la curva ATH (curva goniobarimétrica) que solucionaría nuestro problema (problema goniobarimétrico). Podría enunciarse así: encontrar la forma de $f(x)$ para la cual, cuando colgamos un peso P del punto B, el dispositivo encuentra su punto de equilibrio girando un ángulo β, proporcional al peso P.

Si así ocurriera, los momentos respecto al punto O, en el punto de equilibrio, de las cargas situadas a izquierda y derecha serían iguales. Por tanto:

$$P.BO.\cos \beta = Q\ d(\beta)$$

donde d(β) es, la distancia entre el origen y la tangente a la curva ATH en uno de sus puntos. Cuando variamos la inclinación, varía la distancia y el punto de tangencia T.

Despejando el peso P y exigiendo que sea proporcional al ángulo de equilibrio β, se obtendrá la conclusión $d(\beta) = k\,\beta \cos \beta$ (1)

donde k es una constante positiva.

Releyendo ahora la figura 2, se puede plantear el problema a resolver de otra manera:

Hallar la forma de la función $y = f(x)$, tal que la distancia d, entre el origen y la tangente en cada uno de sus puntos cumpla la condición (1) donde β es el ángulo que forma la perpendicular a esa tangente desde el origen, con el eje X.

Planteado así, parece un problema no excesivamente difícil, para alumnos de un curso de ecuaciones diferenciales. De hecho el problema se puede resolver por esa vía, llegando a la solución correcta. Pero, si el método por el que fue diseñado el goniobarímetro tuvo que ver con las ecuaciones diferenciales, resulta extraño no encontrar ninguna referencia a ellas en el plano.

Una posible explicación a esto puede ser que el autor utilizara otros procedimientos. Tal vez procedimientos gráfico-geométricos. ¿A qué gráficos puede conducirnos el análisis realizado hasta ahora? Pues por ejemplo al gráfico de la función $d(\beta) = k\,\beta \cos \beta$

Siendo β un ángulo, puede ser más oportuno representarla en coordenadas polares. Y lo hacemos, como sugiere la figura 2, en la que $OR = d(\beta)$, tomando el origen de β en el semieje X negativo y su crecimiento en sentido anti-reloj. La curva obtenida para $k = 1$, es la figura 3, lugar geométrico del punto R al girar el dispositivo desde $\beta = 0°$ hasta $\beta = 540°$

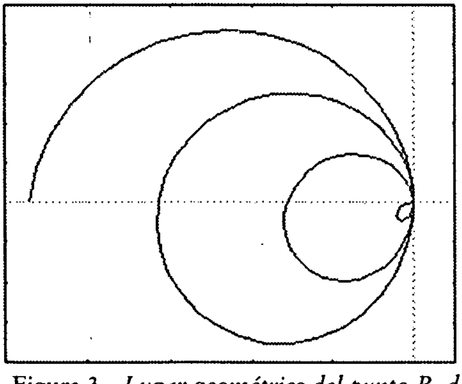

Figura 3.- *Lugar geométrico del punto R, de la figura 2, al girar el goniobarímetro*

Volviendo de nuevo al plano, figura 1, vemos que esa misma curva, la tenemos allí, mezclada con otras, en la parte inferior izquierda. Si he representado la curva de la figura 3 en el intervalo de 0° a 540° ha sido sólo buscando la coincidencia con la curva representada en el plano, figura 1, pero resulta extraño que un dispositivo como el de la figura 2 gire un ángulo mayor que 90°. Más adelante volveremos sobre este tema.

El bucle más interno que corresponde a los valores de β entre 0 y 90° podemos verlo ampliado en la figura 4.

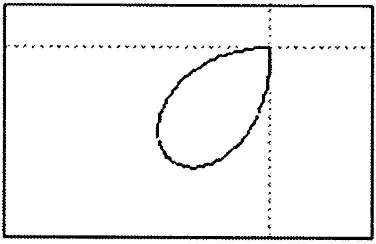

Figura 4.- *Ampliación del bucle interno de la figura 3*

Y aquí tenemos otra coincidencia, porque ese bucle en forma de almendra aparece otra vez en el plano en la figura superior izquierda, como parte de una compleja figura cuyo significado podemos empezar a aclarar. La curva de las figuras 3 y 4 representa, en función del ángulo girado por el goniobarímetro, la distancia entre la tangente a la curva ATH (figura 2) y el origen de coordenadas, punto fijo del dispositivo.

Veamos cómo se puede construir, a partir de la curva de la figura 4, lo que estamos buscando: la curva ATH, lugar geométrico del punto T.

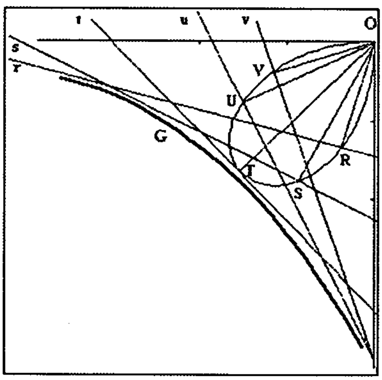

Figura 5.- *Construcción de la curva directriz como envolvente de un conjunto de rectas*

Observemos la figura 5. En ella, la curva ORSTUV es la representación en polares de la ecuación (1). Por cada uno de los puntos señalados trazamos la perpendicular al radio vector. Las rectas que así se obtienen, r, s, t, u, v... están a las distancias precisas del origen, para equilibrar el goniobarímetro en un ángulo proporcional al peso P, cuando al adoptar la posición vertical por el giro del dispositivo, cuelgue de ellas el contrapeso Q. Ese conjunto de rectas, genera una curva G, que es su envolvente, lugar geométrico de los puntos de tangencia, y que es la curva que resuelve el problema goniobarimétrico: la curva ATH de la figura 2. Y esto es posiblemente, lo que quiso explicar el autor del plano, figura 1, en su esquina superior izquierda.

Este planteamiento permite hallar la curva goniobarimétrica de forma sencilla, mediante el procedimiento ordinario para hallar la envolvente de un conjunto de rectas y es seguramente el que siguió el ingeniero Bacas Montero para encontrar la solución.

El lector que conozca los procedimientos del cálculo de envolventes, podrá comprobar por sí mismo un curioso resultado: al obtener en forma paramétrica la ecuaciones de la curva G, se encontrará con las ecuaciones de la cicloide. La curva goniobarimétrica es la cicloide[3] generada por una circunferencia de radio k/2, que rueda por encima de la recta y = – k. Figura 6.

Esta cualidad «goniobarimétrica» de la cicloide, expresada por la ecuación (1), que el ingeniero Bacas Montero aplicó a su invento, no se deja enunciar de forma tan sencilla como las otras propiedades que hicieron famosa a esta curva: la braquistocronía[4], encontrada por Bernouilli y la isocronía[5] descubierta por Huygens. En base al documento que se analiza en este artículo, ¿podemos reivindicar para Darío Bacas la paternidad del descubrimiento de esta propiedad de la cicloide? Si el razonamiento que siguió para diseñar su invento es el que he supuesto en este artículo, la forma perfectamente lógica en que la cicloide es obtenida, a partir de la curva de la figura 3 me hace pensar que sí, con las naturales reservas que de la limitación del presente estudio se desprenden.

En cualquier caso, la cualidad goniobarimétrica de la cicloide, añade una sorpresa más a la riqueza de sus propiedades y nos sugiere que esta curva, puede esconder todavía otros secretos.

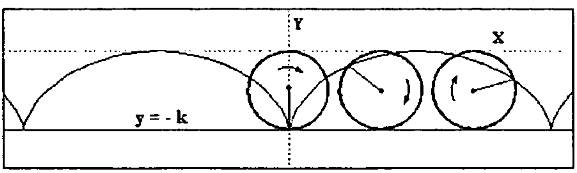

Figura 6.- *La cicloide*

Pero no puedo dar todavía por zanjada la interpretación de la figura de la esquina superior izquierda del plano. Por dos razones: primera porque el lector me dirá que en esa figura hay otras rectas que requieren interpretación. Y segunda porque, aparte del arco de cicloide y de la curva en forma de almendra, hay otro arco de curva que va desde donde termina la cicloide en su parte inferior hasta el eje horizontal. A la primera razón podría contestar que seguramente se trata de cuestiones de detalle, de escasa entidad para una primera interpretación global del plano, pero la segunda objeción no puedo esquivarla. Máxime cuando ese arco de curva parece ser parte de una de las curvas que se dibujan en la figura inferior, solo que en ella el arco se prolonga por encima del eje horizontal y se extiende hacia la izquierda formando un bucle en torno al punto de retroceso de otro arco de cicloide.

¿Cómo podemos llegar a interpretar esta curva? Pues a través de otra figura del plano, de la que todavía no hemos hablado. En la esquina inferior derecha , hay un dibujo que hemos ampliado y esquematizado en la figura 8. En el plano está encabezada por la frase «Con directriz normal» cosa que se distingue bien en el original, aunque en la reproducción que aquí adjuntamos apenas se vea.

La expresión «directriz normal», podría oponerse a directriz tangencial. Y ya hemos visto algo que podría denominarse como directriz tangencial. Efectivamente, el arco de cicloide, curva ATH de la figura 2, puede considerarse como una curva directriz que determina al girar, la vertical del contrapeso y la distancia variable desde esa vertical al origen. Y efectivamente se trata de una directriz tangencial, pues esa vertical es tangente a la cicloide. De esta manera el contrapeso Q es guiado tangencialmente.

Pero hay otra forma de guiarlo. Se le puede hacer rodar por un carril que tenga exactamente la forma de la trayectoria que seguiría el contrapeso Q, si estuviera colgado del hilo que se desenrolla de la directriz tangencial. Ese carril sería la directriz normal pues se trata de una curva que es en todo momento normal al hilo del que pende el contrapeso Q. Esa curva sería también el lugar geométrico del extremo del hilo que se desenrolla del arco de cicloide, es decir, lo que se conoce como «evolvente» de la cicloide. (Ver figura 7).

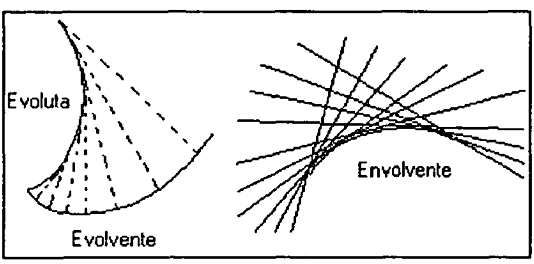

Figura 7.- *Terminología*

Entre la evoluta y la evolvente hay una propiedad interesante. Las tangentes a la evoluta son las normales de la evolvente. Por eso es perfectamente lógico afirmar que si la evoluta es la directriz tangencial, la evolvente es la directriz normal.

Podemos interpretar ahora la figura 8. Se trata de una nueva modalidad de goniobarímetro. La barra OAB, que gira en torno al punto O, sostiene en B el peso que se quiere medir y está rígidamente unida en A, a un carril AH, con la forma de la evolvente de la cicloide, por el que rueda el contrapeso Q.

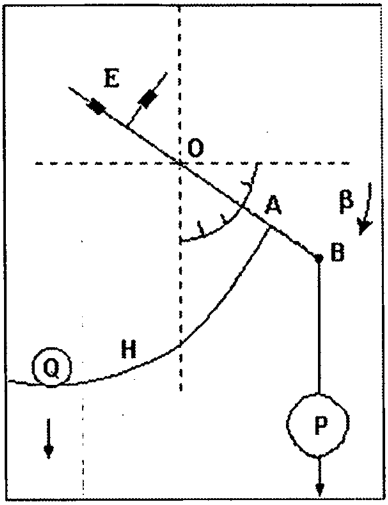

Figura 8.- *Goniobarímetro con directriz normal*

Los pequeños contrapesos deslizantes E del otro extremo de la barra, equilibran el peso del carril, situando el centro de gravedad del conjunto sin cargas, en el punto O.

En esta situación, el carril AH actúa como guía y coloca al contrapeso Q, en relación con el dispositivo, en la misma situación en que estaría si colgara del hilo enrollado en torno a la cicloide. La distancia entre el punto O y la línea de acción del peso, es en todo instante la que permite equilibrar al dispositivo en un ángulo β proporcional al peso P. Esta modalidad de goniobarímetro es completamente equivalente a la que ya hemos descrito, pero en ella no es la cicloide la que juega el principal papel, sino su evolvente.

Esto nos sugiere la necesidad de estudiar la gráfica de esa evolvente. A partir de las ecuaciones conocidas de la cicloide, no es un gran problema obtener las de su evolvente y representar ambas conjuntamente. La figura 9 es el resultado.

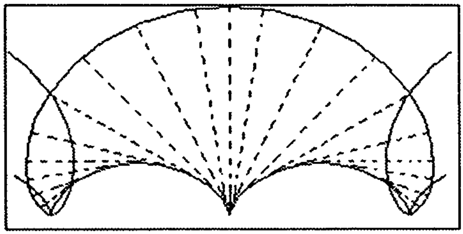
Figura 9.- *Cicloide y su evolvente*

Observándola, vemos que podemos comprender mejor la parte izquierda del plano.

En la figura 10 he representado conjuntamente, utilizando sus figura 3, la cicloide y su evolvente. Obtengo así por la vía de las fórmulas, una reconstrucción casi exacta de la figura que aparece en la esquina inferior izquierda del plano que posiblemente fue dibujada manualmente utilizando esas mismas fórmulas.

Sólo se diferencian una figura de otra en la circunferencia que rodea el origen de coordenadas, (que indicaría el posible giro del goniobarímetro) y en las líneas verticales que señalan los puntos de retroceso de la cicloide.

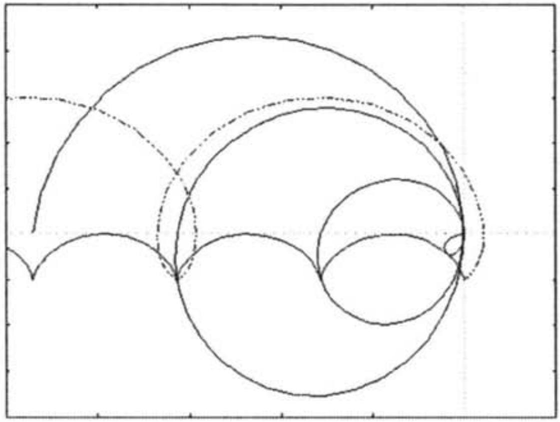

Figura 10.- *Reconstrucción analítica de la figura de la esquina inferior izquierda del plano*

Y también podemos ahora comprender la otra curva que aparece en la esquina superior izquierda del plano. Tal parece que esa figura, sea ampliación de la parte de la inferior que está dentro del círculo y por debajo del eje X. Allí están la cicloide, la curva en forma de almendra y la evolvente de la cicloide, junto con algunas rectas que explican la construcción de la cicloide como envolvente.

En la figura 11, restringimos la curvas de la figura 10 a la parte cercana al origen de coordenadas.

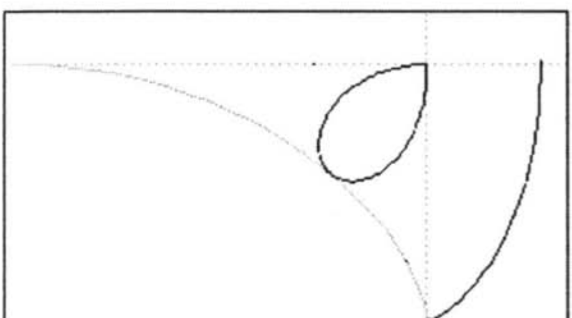

Figura 11.- *Reconstrucción analítica de la figura de la esquina superior izquierda del plano*

Pero queda una cuestión: al mirar otra vez la figura mayor del plano, la de la esquina inferior izquierda, me preguntaba qué sentido tenía para el autor representar esas curvas, la cicloide, su evolvente y la curva de la figura 3, en un rango de valores de β entre 0° y 540°, mucho mayor que el intervalo de 0° a 90° que parecía ser el único útil para el funcionamiento del goniobarímetro.

La respuesta está en que no hay razón alguna para aceptar esa limitación. Teóricamente no hay limitaciones ni en la ecuación (1) sobre los valores del ángulo de giro ni en los procesos de cálculo que se utilizan para obtener las curvas de la cicloide y su evolvente, que constituyen su diseño. Esto significa que el goniobarímetro, seguirá haciendo honor a su nombre para ángulos que van más allá de los 90° y en la práctica, sus indicaciones seguirán siendo correctas, siempre que se encuentre solución al problema técnico de evitar que las partes del instrumento, choquen entre sí al hacer giros de 360 grados o superiores. Es decir si las curvas directrices, tangencial y normal, se prolongan lo suficiente, el goniobarímetro podrá medir cualquier peso por grande que sea y encontrará su punto de equilibrio justo después de haber girado un ángulo proporcional al peso, aunque tenga que dar varias vueltas completas para ello.

Sin duda, en esta exposición, en la que he intentado reconstruir la «Teoría del goniobarímetro», no he llegado tan lejos como el inventor lo hizo, en el trabajo que llevaba ese título y que al parecer se perdió para siempre. Aunque no se hayan explicado completamente todos los detalles del plano, creo haber rescatado lo fundamental y dejar encaminadas las reflexiones que nos lleven a resolver lo que falta ...

Vuelvo otra vez sobre las palabras grabadas en la placa de mármol: «*A la memoria eterna del ilustre señor D. Darío Bacas Montero, Coronel de Ingenieros de la Armada e inventor del goniobarímetro etc., etc., ...*»

Para el mármol es sencillo hablar del goniobarímetro -aunque no hubiera nadie sobre la Tierra capaz de explicar su funcionamiento- y pregonar memoria eterna de los logros y éxitos de nuestros antepasados. Para nosotros es un poco más complicado. No nos queda más remedio que trabajar y escudriñar sobre sus escritos, si queremos evitar que singulares aportaciones de su esfuerzo y de su ingenio desaparezcan, quizás para siempre, en el olvido.

Agradecimientos:

A Pilar Bacas Leal, por darme la idea de estudiar y descifrar el plano de su abuelo, y facilitarme toda la documentación.

NOTAS

1 Véanse fuentes consultadas en BACAS [1998, p. 162].

2 Véase el Anexo «Descripción de un aparato automático para pesar» en BACAS [1998, p. 131].

3 Se llama cicloide a la curva generada por un punto de un circunferencia que rueda sobre una recta. Ver figura 6.

4 Braquistocronía: el tiempo que tarda un objeto pesado en deslizarse sin rozamiento, por un arco cóncavo de cicloide que pasa por dos puntos dados, no situados en la misma vertical, y con tangente vertical en uno de ellos, es menor que el que emplearía por cualquier otra curva que pase por esos puntos.

5 Isocronía: el tiempo que tarda un objeto pesado en deslizar sin rozamiento, por la concavidad de la cicloide desde un punto cualquiera de ella, hasta el mínimo, es independiente del punto de partida. Esto conlleva que el período de oscilación de un péndulo cicloidal es independiente de su amplitud.

BIBLIOGRAFÍA

BACAS, D. (1912) *Hacia la redención económico-social.* Madrid.

BACAS, P. (1998) *Darío Bacas, Ingeniero Naval. 1845-1913.* 1ª edición, Cáceres. Diputación de Cáceres, Institución Cultural El Brocense.

BRONSHTEIN, I. & SEMENDIAEV, K. (1977) *Manual de Matemáticas.* 3ª edición, Moscú, Mir.