

## L'ARITHMÉTIQUE PRATIQUE EN FRANCE AU SEUIL DE LA RENAISSANCE: FORMES ET ACTEURS D'UN ENSEIGNEMENT

MARYVONNE SPIESSER

Université Paul-Sabatier (Toulouse, France)

### RÉSUMÉ

*Les traités d'arithmétique commerciale qui sont composés en Europe occidentale entre les XIV<sup>e</sup> et XVI<sup>e</sup> siècles ont une vocation pédagogique claire. Ils reflètent la nécessité d'une formation mathématique pour les marchands et témoignent en même temps de l'existence d'un enseignement permettant de répondre en premier lieu à la demande d'une partie de la population urbaine.*

*Comment et par qui est dispensé cet enseignement en France? Les archives et les sources institutionnelles sont quasiment muettes. Quant aux traités, ils nous livrent quelques renseignements qui semblent conforter l'hypothèse de la constitution, encore embryonnaire, d'un enseignement particulier et collectif à vocation professionnelle. Particulièrement dynamique dans le Midi, le courant des mathématiques dites «pratiques» se développe en dehors de l'Université, sans être toutefois coupé du monde savant. Car il fait naître un terrain nouveau d'étude et de réflexion, qui doit aussi beaucoup à l'investissement d'hommes issus de milieux savants.*

### ABSTRACT

*The arithmetic trade treaties produced in Western Europe between the fourteenth and sixteenth centuries have clear educational vocation. They reflect the need for a mathematical training for merchants and testify at the same time the existence of an education to meet first at the request of a party of the urban population.*

*How and by whom such instruction was offered in France? The archives and institutional sources are virtually silent. With regard to treaties, they give us some information that seems to support the hypothesis of the constitution, still embryonic, of a professional education. Particularly dynamic in the Midi, «practical» mathematics develop outside the University, although not cut off from the scholar world, since they created a new field of study and reflection, which also owes a lot to academics.*

Palabras clave: Aritmética, Aritmética comercial, Matemáticas, Francia, Renacimiento, Siglos XIV-XVI.

Keywords: Arithmetic, Commercial Arithmetic, Mathematics, France, Renaissance, 14<sup>th</sup>-16<sup>th</sup> Centuries.

«On a souvent l'impression que les clercs ont au Moyen Âge le monopole de la culture. L'enseignement, la pensée, les sciences, les arts seraient faits par eux, pour eux, ou du moins sous leur inspiration et leur contrôle. Fausse image, à corriger grandement. L'emprise de l'Église sur la culture n'a été à peu près totale que pendant le Haut Moyen Âge. Dès la révolution commerciale et l'essor urbain, il en va autrement. Si forts que demeurent les intérêts religieux, si puissant que reste l'encadrement ecclésiastique, des groupes sociaux anciens ou nouveaux ont d'autres soucis, ont soif de connaissances pratiques ou théoriques autres que religieuses, se créent des instruments de savoir à eux et des moyens d'expression propres».

Jacques Le Goff, *Marchands et banquiers au Moyen Âge*, Paris, P. U. F., 1993, p. 99.

## Introduction

L'étude de traités d'arithmétique dite commerciale que j'ai entreprise depuis plusieurs années, et qui concerne principalement le domaine géographique de la France actuelle, pose naturellement la question connexe de leur apprentissage. Dès le XIV<sup>e</sup> siècle en Italie et, dans une moindre mesure, un siècle plus tard en France<sup>1</sup>, la multiplication de «manuels» de mathématique commerciale répond à des besoins nouveaux en matière de formation professionnelle, liés à la complexification des échanges commerciaux. Ces ouvrages affichent tous clairement leur rôle utilitaire et leur caractère pédagogique. Et les thèmes empruntés à la vie de la cité et au commerce, qui nourrissent les applications, les distinguent des algorismes universitaires construits à partir des traductions latines du *Livre sur le calcul indien* d'al-Khwārizmī. L'arithmétique commerciale aux marchands s'est donc développée à la fin du Moyen Âge, dont ces textes sont un témoignage. Mais sous quelle forme ? Si les archives italiennes sont suffisamment importantes pour nous offrir de bons éléments de réponse, il n'en est pas de même en France. Et nous ignorons presque complètement, d'une part, le public auquel étaient destinés ces manuels, d'autre part les modalités de diffusion des connaissances. D'emblée nous nous heurtons à plusieurs difficultés, parmi lesquelles l'ambiguïté sur la notion même de marchand, et la maigreur des sources.

Sous l'appellation de «marchand», il n'y a pas de communauté homogène; servir les Perruzzi ou les Bardi en Italie et de par le monde au XIV<sup>e</sup> siècle, ou tenir un important commerce à Montauban ou Toulouse à la même époque, n'est pas comparable, car les affaires gérées ne le sont pas. Pour donner une idée de la puissance des sociétés Bardi et Peruzzi, rappelons que le roi d'Angleterre leur avait emprunté de telles sommes qu'il ne put les rembourser, ce qui contribua fort à la faillite de ces maisons. Citons aussi le marchand de Prato Francesco Datini (m. 1410) dont les archives renferment plus de 150 000 lettres d'affaires<sup>2</sup>.

D'une tout autre dimension est l'entreprise du marchand montalbanais Barthélemy Bonis (1345-1349). Son registre de comptabilité, le «grand livre», nous apprend qu'il a des affaires à Toulouse, qu'il est en relation avec Montpellier, un relais pour les produits orientaux et italiens. Il voyage en Avignon, à Paris, en Catalogne. La diffusion de ses produits (textiles, vin...) est toujours locale, les affaires restent familiales, il n'a pas de correspondants à l'étranger. Le commerce de Bonis étant modeste, il n'a sans doute pas besoin de tenir ses comptes «à l'italienne», un type de comptabilité en partie double qui était «sur le point de s'introduire à Montauban quand la crise économique du milieu du siècle a limité la circulation des marchandises et retardé l'application des techniques nouvelles» [CUGNASSE, 1957, p. 210].

Malgré tout, la complexification des échanges et des techniques nécessite une formation mathématique, serait-elle élémentaire. Et le bourgeois-marchand, qui se sédentarise de plus en plus, peut maintenant se permettre —et se doit— de donner une instruction à ses fils: lire, écrire, compter au minimum, savoir plusieurs langues et avoir éventuellement des connaissances mathématiques plus poussées pour les plus gros marchands. L'historien Philippe Wolff [1990, p. 315] note:

«En 1570, on voit dans les registres notariaux que 90% des marchands savent signer. En ce qui concerne les marchands, la situation n'était pas très différente au siècle précédent où ce milieu disposait déjà d'un petit bagage intellectuel».

Pierre Jeannin [1957, p. 98] fait la même constatation pour le XVI<sup>e</sup> siècle:

«Le moindre trafiquant ne peut se passer de compter. Sait-il lire et écrire ? Très fréquemment sans aucun doute, les croix ne sont pas nombreuses au bas des actes notariés engageant des marchands modestes».

En 1460, dans un poème dédié à son fils, le marchand lyonnais François Garin écrit:

«Quant tu auras a l'escole aprins, / Choisir te couvient [party] prendre; / Alors ne soyes entreprins / Avec marchans te vueilles rendre / Combien premier tu dois apprendre / A bien nombrer, car c'est la voye / Pour plus tost savoir et entendre / Le compte d'or et de monnoye<sup>3</sup>».

Le futur marchand doit être pragmatique [MASCHKE 1964]; il a besoin d'un enseignement pratique et celui qui est dispensé dans les écoles cathédrales, puis à l'université est mal adapté. Ainsi, dans la même plainte, Garin ajoute qu'il n'est pas recommandé au marchand de se disperser en étudiant plusieurs *ars*<sup>4</sup>, ni de lire «*ystoyres et beaulx livres*», car «*trop les aymer n'est pour le mieulx*», surtout pour ceux qui «*suyvent marchandise*».

Un second handicap, qui touche maintenant à la connaissance des contenus et des procédés d'enseignement, est la maigreur des sources. En cela, la situation

de la France est différente de celle de l'Italie. Ce qui va de pair avec l'ampleur du commerce dans les grandes cités italiennes. Nulle part ailleurs en Europe, l'activité commerciale n'a touché une aussi large part de la population, surtout dans des centres comme Venise, Gènes, Pise ou Florence. La formation des futurs hommes d'affaires italiens est assurée dans les célèbres «Botteghe d'abaco». À Florence, qui comptait environ 90000 habitants au milieu du XIV<sup>e</sup> siècle, 1000 à 1200 élèves fréquentaient les six écoles d'abaque<sup>5</sup>. D'après Warren van Egmond [1980, p. 5], la première mention d'une telle école se trouve dans les statuts de la ville de Vérone, en 1284.

Les écoles d'abaque accueillent les enfants entre 10 et 12 ans environ, pour leur enseigner les rudiments mathématiques nécessaires à la pratique de leur futur métier. Et parfois des mathématiques plus avancées. Elles sont dirigées par un maître d'abaque, et ce sont ces hommes qui le plus souvent écrivent les traités éponymes. On y trouve exposé le système de numération indo-arabe; à ce titre, les traités d'abaque appartiennent à la famille des «algorismes»(le mot abaque renvoie donc ici au calcul et non à l'instrument sur lequel on déplace des jetons). Le milieu italien de «l'abaque» est un véritable groupe social qui a fait vivre et évoluer ce type de mathématiques, et qui n'attire pas que des commerçants. Piero della Francesca a écrit un *Trattato d'abaco*, Giovanni di Bartolo est un maître florentin qui a collaboré à l'édification de la coupole de S. Maria del Fiore, Léonard de Vinci était lié au maître Benedetto de Florence qui tenait une boutique d'abaque dans cette ville, un homme cultivé, connaissant bien les mathématiques classiques et modernes. Il n'est pas étonnant de constater que les grands algébristes du XVI<sup>e</sup> siècle sont quasiment tous liés à ce cercle, par leur formation ou leur enseignement<sup>6</sup>.

On a conservé quelques témoignages du passage des enfants par les écoles de calcul. Par exemple, le Conseil de Lucques, dans sa déclaration du 4 avril 1386, recherche «un maître d'arithmétique qui enseigne aux enfants afin que, à partir de là, ils soient à la fois plus subtils et plus prudents dans ce qui touche au négoce» («*uti in mercationibus inde sint et subtiliores et cautiores*»). Ou bien ce médecin vénitien qui en 1420 prescrit dans son testament que ses fils, après l'école élémentaire, soient mis «à l'abaque, pour apprendre à faire du commerce» («*ad abacum, ut discant ad facere mercantias*») [FANFANI, 1951, p. 331].

Pour la France, la quête est beaucoup moins fructueuse car les archives et documents sont loin d'être aussi riches. Il faut mettre à profit les renseignements issus des chartes et statuts, des contrats d'apprentissage ou de recrutement des recteurs d'école, des successions et legs, des registres notariaux, etc. À l'heure actuelle, c'est une recherche qui a seulement été amorcée et dont on peut douter des résultats. Car les indications recueillies sont éparées et fragmentaires.

Une autre catégorie de sources est constituée par le corpus de textes mathématiques qui ont été conservés; les ouvrages d'arithmétique commerciale se sont développés en France depuis le début du XV<sup>e</sup> siècle, on en compte moins d'une quinzaine jusqu'à la fin du même siècle. À titre de comparaison, plus de deux cents manuscrits sur l'arithmétique et l'algèbre, parus entre 1300 et 1500, ont été conservés dans les bibliothèques italiennes [VAN EGMOND, 1980, p. 7]. En France, un milieu humain comme celui des maîtres d'abaque, s'il existe, est bien plus restreint, bien moins influent. Néanmoins, la lecture des traités «marchands» de la première période, donc *grosso modo* du XV<sup>e</sup> siècle, apporte des renseignements qui dépassent le cadre scientifique et cet ensemble de textes constitue le point d'ancrage le plus solide actuellement pour une telle étude. J'examinerai donc ces textes de ce point de vue, en m'autorisant quelques incursions dans le corpus des traités en catalan ou castillan quasi contemporains. Dans un premier temps, je présenterai quelques témoignages issus de documents d'archives. Toutefois, ne m'appuyant que sur des sources secondaires, mes impressions sont soumises à l'état actuel des recherches et aux documents que j'ai étudiés: actes de colloques, articles parus dans des revues d'histoire régionale, monographies. Notons cependant que, mises à part certaines particularités locales, les conclusions des études convergent dans l'ensemble.

### Les sources d'archives

Les trois principaux types de formation sont l'apprentissage, l'enseignement à domicile, et la fréquentation d'écoles. La formation «sur le tas» est le lot de nombre d'apprentis marchands. Dans son étude *Commerces et marchands de Toulouse*, P. Wolff [1954, p. 53] écrit:

«Pour ce qui est des connaissances professionnelles plus particulières, c'était évidemment l'apprentissage qui permettait de les obtenir. Très peu de connaissances livresques dans tout cela, bien entendu, mais le fruit d'une longue pratique, un savoir tout empirique et routinier».

Dans un article sur les contrats d'apprentissages en Orléanais, entre 1380 et 1480, un contrat cité renferme une clause sur la formation; il est passé entre le père du futur apprenti et le marchand qui l'engage [MICHAUD-FREJAVILLE, 1982, pp. 185-186]:

«Perrin Thierry, marchand, demorant à Blois, baille Perrin Thierry son fils, de laage de quinze ans ou environ, lequel en la présence et du consentement et auctorité dudit Perrin son père... s'est semblablement baillé, alloé et accueilli à Jehan de Mondidier dit Pave marchand changeur et bourgeois d'Orléans [...]; et avec ce

ledit... père... paiera... la somme de vingt réaux d'or... et se ledit Pave trouve faulte en son change... ledit Perrin le lui rendre et restituer; moiennant ... que ledit Pave lui sera tenu querir et admenistrer boire, manger, feu, lit et hostel [...] et lui apprendre à son pouoir la science et marchandise dont il s'entremet».

Bien des bourgeois marchands ont confié l'éducation de leurs enfants à des précepteurs. Citons Jacques le Goff [1993, p. 106]:

«Tantôt l'impossibilité de donner à leurs fils dans les écoles religieuses une formation technique appropriée et surtout, très tôt, le désir de manifester leur rang social par la ségrégation scolaire, a conduit les marchands à faire appel à des précepteurs, à faire donner dans leur maison des leçons particulières à leurs enfants».

Nicolas Chuquet, auteur d'un *Triparty en la science des nombres*, a peut-être été l'un d'eux. Hervé l'Huillier [1976], qui a rassemblé les minces témoignages de la présence de Chuquet à Lyon, dit qu'il est recensé en 1480 dans les registres de taille sous le nom de «Maistre Nicolas, escripvain» et qu'il apparaît sous ce nom, «maistre Nicolas», dans tous les registres conservés jusqu'en 1485. La même année, ainsi qu'en 1487 et 1488, apparaissent un «Nicolas Chuequet, algoriste» et un «Nicolas Chuquet, algoriste», dans la même maison. Le mot *escripvain* est ambigu. À la même époque, à Barcelone, un maître de mathématiques qui a signé un contrat pour enseigner l'arithmétique et la rédaction de lettres commerciales à un jeune homme de vingt ans, est aussi qualifié de *scriptore littera rotunda*<sup>7</sup> [DO-CAMPO REY, 2006, p. 46]; Chuquet enseignait peut-être comme lui écriture et calcul. Selon H. l'Huillier, *escripvain* peut signifier «copiste», mais est aussi attesté dans le sens de «précepteur»<sup>8</sup>. Chuquet a-t-il été au service d'une famille pour en éduquer les enfants ? Les registres indiquent que la famille Villefranche habitait à deux pas. Or Estienne de La Roche, fils de Pierre Villefranche, a eu en main un exemplaire du *Triparty*, à partir duquel il a d'ailleurs publié en 1520 son *Arismetique*. Peut-être Chuquet a-t-il été son précepteur. Peut-être a-t-il également dispensé son art auprès de classes d'écoliers, à titre privé ou non. Dans *Les marchands au XVI<sup>e</sup> siècle*, P. Jeannin [1957, p. 103] suit la carrière professionnelle de Luca Rem, marchand allemand originaire d'Augsbourg qui a vécu à la charnière des XV<sup>e</sup>-XVI<sup>e</sup> siècles. Après avoir reçu à quatorze ans une première formation à Venise, il se rend à Lyon où «il passe un an à apprendre le français chez un maître lyonnais dont il garde un mauvais souvenir. L'épouse du pédagogue est si ladre que les pensionnaires doivent lui dérober les vivres et le vin !».

Qu'en est-il de l'enseignement collectif, par des maîtres privés ou des écoles urbaines ? Aucune étude d'ensemble n'existe sur l'enseignement élémentaire en France à la fin du Moyen Âge. Selon Jacques Verger [1997, p. 50], «[c'est] le niveau le plus divers et le moins cohérent. Il n'a souvent laissé dans la documentation que des traces très dispersées». Jean-Patrice Boudet [1997, p. 230-231]

souligne le «caractère profondément inégalitaire [de cet enseignement] qui favorise les catégories sociales privilégiées, les villes aux dépens des campagnes et les garçons au détriment des filles<sup>9</sup>».

De l'étude précédemment citée sur l'apprentissage en Orléanais, il ressort que la moyenne d'âge d'entrée dans la vie professionnelle pour les garçons est alors assez élevée; la majeure partie des contrats se situe entre 14 ans et 20 ans. Et avant ? F. Michaud-Frejaville [1982, p. 192 et 205] explique: «Encore plus exceptionnelles sont les obligations imposées au maître de bien traiter «doulcement» un enfant ou de l'envoyer à l'école» Elle cite un extrait de contrat avec un tonnelier engageant comme apprenti un enfant de 8 ans: «lequel il enverra à l'escole jusqu'à ce qu'il ait appris son abc et sept psaumes, et lui fera donner tonsure, et icelui envoyer à l'écriture par l'espace de deux mois» [MICHAUD-FREJAVILLE, 1982, n. 59, p. 205].

Toutes les études concordent: le contenu de l'enseignement dans les petites écoles et écoles de grammaire (ce qui correspond en gros à un enseignement primaire et secondaire) demeure obscur. Les textes insistent sur les aspects moraux et lorsque les programmes sont évoqués, il n'y a pas d'allusion aux mathématiques. Qu'il s'agisse des écoles de Bourgogne, de Champagne, de Carpentras, de Pamiers..., où les archives ont été dépouillées, les précisions concernent avant tout l'apprentissage de la grammaire via la récitation du «Donat», celui de la logique, la lecture d'ouvrages religieux ou moraux, ou encore de poésie [CHOBOUT, 1924; CHAURAND, 1975; DESPORTES, 1975; LAHONDÈS, 1883; VIAUX, 1987]. Toutefois, on n'a guère de détails. On sait que dans les écoles, les enfants apprenaient d'abord à lire, ensuite à écrire et à calculer. Mais la majorité d'entre eux terminaient leur scolarité avant d'avoir abordé le stade de l'écriture. Un registre des archives communales de Carpentras, qui date de 1377 environ, contient un petit mémoire sur deux feuillets qui décrit les écoles de grammaire au milieu du XIV<sup>e</sup> siècle. Les élèves apprennent la grammaire latine, base de leur enseignement, ils sont aussi formés dans les deux autres disciplines du *trivium*, la rhétorique et la dialectique. La logique est facultative. Aucune mention n'est faite d'un apprentissage dans les matières du *quadrivium* [CHOBOUT, 1924].

Les premières écoles primaires furent l'œuvre des chapitres de cathédrales ou de collégiales. Mais le poids des communes dans la gestion de l'instruction s'accroît au cours des siècles, une évolution qui va de pair avec la laïcisation de la société à la fin du Moyen Âge. La mainmise de l'éducation par les syndicats de la ville, plus fréquente dans le sud de la France que dans le nord [VIAUX, 1987, p. 9], leur vigilance à l'égard des «tentatives d'empiètement des évêques», est bien décrite dans le cas de Pamiers au XV<sup>e</sup> siècle [LAHONDÈS, 1883, p. 394].

En même temps, dès le XIII<sup>e</sup> siècle, et cela va s'accroissant, les clercs n'ont plus le monopole de l'instruction qu'ils détenaient durant les siècles de stagnation de l'économie. Les laïcs instruits sont de plus en plus nombreux, mais le type de culture qu'ils recherchent n'est pas celle des clercs. Aussi sont-ils intéressés à la création et la bonne marche des institutions scolaires<sup>10</sup>. Les habitants interviennent souvent pour réclamer l'ouverture d'une école ou le remplacement d'un maître. Dans le sud de la France actuelle, à partir du XIV<sup>e</sup> siècle, les écoles urbaines sont mentionnées de plus en plus fréquemment dans les archives; leur développement suit celui des villes. À Marseille, une école est attestée pour la première fois en 1365; à Aix-en-Provence en 1378, à Sisteron en 1388 [BOUDET, 1997, p. 231]. Pour les Pays bourguignons, Dominique Viaux [1987, p. 7] écrit:

«Les écoles surgirent en milieu urbain, ce qui n'exclut pas quelques créations en milieu rural. Dans les communes et chez leurs habitants, se manifestait un souci scolaire, qui correspondait aux besoins nouveaux, à la demande utilitaire des classes sociales du commerce et du négoce et des nouvelles couches urbanisées».

Il est certain que les marchands, du moins les plus aisés —la scolarité n'est pas gratuite— sont les premiers bénéficiaires de l'ouverture d'une école<sup>11</sup>. Ont-ils eu suffisamment de poids pour infléchir l'enseignement vers un apprentissage mathématique les concernant? C'est plausible, d'autant que les marchands sont souvent actifs dans la gestion de la cité. Citons l'exemple de Romans, l'une des premières places commerçantes du Bas Dauphiné au XV<sup>e</sup> siècle, que l'on peut qualifier de ville commerçante moyenne; le négociant y est un «marchand intermédiaire», à la fois par la quantité de marchandises qui lui passent entre les mains et par l'aire géographique dans laquelle il évolue. À Romans, bourgeois et marchands occupent au XV<sup>e</sup> siècle la moitié des postes de consuls alors qu'ils ne représentent que 20% de la population; ils sont aussi très majoritaires dans les différents conseils [VIALLET, 2001]. Là encore, on ne sait rien de l'enseignement élémentaire dispensé. En 1497, les écoles sont désignées comme écoles «grammaticales et des autres arts, dialectique et philosophie». Les registres montrent que les recteurs sont très impliqués dans la vie sociale, souvent appelés comme témoins dans des signatures d'actes, mariant leurs filles à des bourgeois de la ville. Il paraît dès lors naturel qu'ils s'impliquent dans le devenir de leurs élèves.

Dans *l'Histoire de Pamiers*, François Baby [1981, p. 194] s'appuie sur l'existence d'un traité d'arithmétique pratique composé dans la ville vers 1420 pour affirmer que «la grande originalité de l'enseignement appaméen du XV<sup>e</sup> siècle est la place éminente réservée aux mathématiques». Le traité lui-même est muet sur la manière dont son contenu était enseigné. Certes, l'économie de la cité nécessitait de former ses enfants au négoce<sup>12</sup>. En dehors de l'enseignement lié aux



ordres religieux et au chapitre cathédral, l'école était, selon F. Baby, «l'affaire exclusive des syndics qui y voient un moyen de promotion sociale». La ville possède une maison d'école au début du siècle et les syndics recrutent les maîtres pour l'année. Toujours selon F. Baby:

«les prêtres sont autorisés à rester précepteurs des enfants de leur parenté et de leur domesticité (1427), mais cet enseignement à domicile reste l'exception car la tendance générale jusqu'en 1540 a été, pour le microcosme des marchands, juristes et notaires de Pamiers de confier à «l'école des syndics» les enfants qu'ils destinaient à leur succession».

Dans ce contexte, on peut effectivement penser que «l'école des syndics» se chargeait aussi de l'instruction mathématique. Mais une fois encore, tout cela n'est que conjectures.

### Les manuels d'arithmétique marchande

Le *Compendi del art del algorism* composé à Pamiers au début du XV<sup>e</sup> siècle est le plus ancien de la poignée des traités d'arithmétique commerciale qui ont été conservés. Parmi ces ouvrages, beaucoup proviennent de l'Occitanie et entrent dans la catégorie des algorismes. Quelques autres sont issus de la partie nord de la France; parmi eux, certains sont fondés sur le calcul «avec les jetons» (et relèvent donc du domaine de l'abaque au sens usuel du terme), ou présentent les deux méthodes. Leur meilleur représentant est *l'Arismétique* de Jehan Adam, datée de 1475. Ils sont tous écrits en langue vernaculaire, français ou occitan. Enfin beaucoup sont accompagnés d'une géométrie pratique (mesure de champs, jaugeage de tonneaux...), utile aussi aux marchands. La production de tels ouvrages a surtout été dynamique dans la deuxième partie du XV<sup>e</sup> siècle. Les héritiers directs du traité anonyme de Pamiers sont tous composés à partir de 1460 environ. Le courant ne s'éteint pas avec le siècle, mais le regard sur la mathématique pratique va prendre une autre dimension et une autre orientation, qu'on ne considérera pas ici, sous l'influence de l'humanisme. Toutefois, certains ouvrages comme la *Cisterna fulcronica* de Jean-François Fulconis (1562) perpétuent fidèlement cette tradition, et nous intéressent donc à l'occasion. On peut adjoindre enfin des titres en catalan et en castillan (fin XV<sup>e</sup>-début XVI<sup>e</sup>) qui sont de facture très proche et partagent des sources communes avec les algorismes méridionaux franco-occitans.

C'est sur ces ouvrages<sup>13</sup> que je m'appuierai pour tenter d'éclairer deux points essentiels: d'une part le contenu et les formes d'un enseignement pratique pour les marchands et futurs marchands, d'autre part la physionomie des acteurs de

cet enseignement, qui induit aussi la question des liens et relations humaines entre la communauté savante et celle des praticiens.

### *Le contenu mathématique*

Les arithmétiques marchandes d'inspiration méridionale, même si chacune a ses spécificités, sont bâties sur un modèle commun directement calqué sur le premier texte du genre que nous connaissons, l'algorisme de Pamiers. Cette homogénéité de construction, que l'on ne discerne pas dans les nombreux livres d'abaque italiens, que l'on ne retrouve pas non plus de manière aussi évidente dans les traités du nord de la France, fait des arithmétiques marchandes du Sud une famille distincte et bien typée. De plus, et ceci vaut pour tous les ouvrages examinés, deux objectifs complémentaires gouvernent tous les textes: répondre d'abord aux besoins mathématiques directs des marchands; les entraîner ensuite à la résolution de problèmes.

Que doit donc savoir un marchand ? Essentiellement compter et manier la règle de trois, la fameuse «règle d'or». C'est pourquoi les trois premières parties du *Compendi del art del algorism* de Pamiers, reprises dans les ouvrages ultérieurs, sont les suivantes: 1. Numération et opérations sur les entiers (addition, soustraction, multiplication, division, parfois racines carrées, cubiques, ...). 2. Opérations sur les fractions: réduction au même dénominateur, opérations, méthodes de simplification. 3. Règle de trois et applications.

Les problèmes utiles au marchand sont tous tributaires de la règle de trois, de manière directe ou détournée. Étant donné la diversité des monnaies de l'époque, il doit connaître les rudiments du change, il pratique le troc, il doit aussi savoir calculer des intérêts. Le modèle des compagnies, ces sociétés qui regroupent des hommes ou des associations pour un temps, est la source de nombreux exercices, qui en sont des reproductions simplifiées. La résolution de ces problèmes a donné naissance à la règle dite également *de compagnies*, issue de la règle de trois.

Tous les problèmes d'application au métier forment la première partie du volet «exercices». Dans les traités calqués sur celui de Pamiers, elle est suivie de trois chapitres, portant chacun le nom d'une règle: une fausse position, deux fausses positions, apposition et rémotion. Cette dernière, utilisée dans la résolution de problèmes linéaires indéterminés, est plus difficile à saisir; selon le dire des auteurs, elle consiste en partie en tâtonnements<sup>14</sup>. On ne la trouve pas dans les arithmétiques italiennes. Tous les problèmes proposés, à quelques exceptions près, sont de type linéaire et la règle de trois règne encore en maître<sup>15</sup>. Ici ne dominent plus les problèmes à vocation pratique. La plupart des énoncés sont d'origine très ancienne et peu d'exercices sont originaux.

Voilà pour le contenu, qui varie cependant d'un traité à l'autre, selon qu'il est ou non exclusivement tourné vers l'apprentissage du commerce, donc selon le lectorat visé. En un sens, ces traités dépassent les besoins des marchands; la plupart renferment des problèmes dont l'aspect extérieur traite de marchandise mais qui n'ont rien de concret et certains proposent même des problèmes récréatifs de logique tels «le loup, la chèvre et le chou». Sans aller aussi loin, l'apprentissage des fractions n'est pas en adéquation avec l'usage parcimonieux qui en est fait dans les comptes retrouvés en France. Paul Benoit [1992] note que le plus souvent, dans les rares comptes ou registres personnels de marchands que l'on possède entre le XIII<sup>e</sup> et le XV<sup>e</sup> siècle, les nombres sont écrits en chiffres romains, les calculs effectués sur l'abaque. Les fractions utilisées sont données en toutes lettres: ce sont des demis, des tiers et des quarts, des dixièmes, qui désignent plutôt des sous unités de mesure. L'usage des fractions va s'amplifier avec l'emploi des chiffres arabes. Cependant, leur maniement est considéré comme difficile, on les évite autant que faire se peut, et les sous divisions des unités sont un moyen de contourner le problème.

D'un autre côté, les traités marchands ne contiennent pas tout ce dont peut avoir besoin un marchand ou un homme d'affaires: les intérêts composés, par exemple, d'une complexité mathématique plus grande, sont rarement abordés dans les textes considérés<sup>16</sup>.

Voilà grosso modo le contenu mathématique de ces ouvrages à vocation didactique, qu'il convient de moduler, répétons-le, suivant la personnalité et les aspirations de leurs auteurs. Comment était-il dispensé et, question connexe, quels étaient les hommes qui les ont composés ?

### *Un enseignement professionnel, à l'image des «écoles d'abaque» italiennes ?*

Voici le prologue du dominicain Juan Ortega à son *Arte de l'arismetica* dans la traduction française qu'en donne le moine Claude Platin en 1514:

[...] Et aussi nostre mere sainte esglise [...] entre les choses qu'elle nous enseigne [...] c'est que nous sommes tous obliges de enseigner et aprendre aux ignorans la science qu'il a pleu a dieu nous enseigner. Par quoy par ung bon zele j'ay esté esmeu pour eviter tant de fraudes et deceptions qui se font aujourduy par le monde touchant le fait des comptes. Puisque j'ay receu ce don de dieu pour extirper et deschasser ces faultes par lesquelles dieu est offensé grandement par les tromperies et deceptions qui journellement se font au simples gens qui peu ou neant entendent en comptes. Et aussi qu'il ne me fut reproché avoir mussé souz terre cest tresor a moy donné de dieu j'ay proposé de composer ung petit traicté de arithmetique aultrement dit chiffre et aussi de geometrie. Non pas comme grant arithmeticien mais comme ung petit compteur entre les moindres en ladite science pour seullement monstrier ce qui est necessaire pour compter en tous comptes en fait de marchandises comme compaignies, trocques, [...].

Les motivations d'Ortega sont liées aux déviances du commerce (fraudes, «déceptions», soit tromperies) qui sont une offense à Dieu. Mais on ne sait pas comment le «petit traité» qu'il a décidé de composer sera enseigné et diffusé. Cette situation est la plus fréquente. C'est dans un esprit voisin que Jehan Certain ouvre le *Kadran aux marchans*: il s'adresse à un ami au jugement critique duquel il soumet le «petit traité d'algorisme» qu'il vient d'écrire. Il dit clairement que ce texte a été «rassemblé de plusieurs autres» et, si cet ami si sage pense qu'il est de quelque valeur, qu'il veuille bien le publier et «faire sçavoir à ceulx qu'il te semblera qu'il pourra prouffiter». L'idée commune est d'aider le marchand dans ses transactions et ses comptes, en un souci de justice et d'équité. Mais nous ne savons rien du rôle joué par Ortega dans l'enseignement de la matière sur laquelle il écrit, ni de la fonction sociale de J. Certain. Sur Chuquet, nous avons vu que les archives de Lyon nous renseignent un peu plus, malgré le flou qui entoure les termes utilisés pour le qualifier.

Dans le manuscrit mathématique conservé à Cesena en Italie (le seul ouvrage de ce genre dans la Bibliothèque Malatestiana), nous trouvons des informations plus nettes. Le volume renferme quatre traités, dont deux sont des arithmétiques «pratiques». Le second, un *Compendy de la pratique des nombres*, a été composé par le frère prêcheur Barthélemy, originaire de Romans. Le clerc Mathieu Préhoudé, qui a recopié ce texte en 1476, est signalé dans la même ville en 1455-1456, des années qui correspondent à la période d'activité de Barthélemy. On peut imaginer que Barthélemy dispensait un enseignement de l'algorisme à Romans ou ailleurs, auquel aurait assisté Préhoudé. Car le même Barthélemy est probablement l'auteur du troisième traité du manuscrit de Cesena. Au début de cette arithmétique spéculative, il nous fournit des indices plus précis d'un enseignement de l'algorisme (f. 269r):

Car le maistre reverend conditeur<sup>17</sup> du livre estant au lieu de Carcassonne enseignant la science d'algorisme ou arismetique fut par aulcuns des escoliers pryé de leur faire aulcun brief traité qui leur donnast clere congnoissance des nombres proportionalz, esquelz gisent et sont toutes raisons. Pour ce, pour leur faire plaisir, fist ce petit traité lequel donne competant cognoissance de leurs proportions, tant comme sont necessaires à avoir clere congnoissance des raisons qui est la tierce partie générale du compendy qu'il avoit fait aultres foiz de la pratique des nombres.

Il y avait donc bien, au milieu du XV<sup>e</sup> siècle, un enseignement de l'algorisme dispensé à des «escoliers» de Carcassonne (mais on n'en a aucune trace dans les archives de la ville), auquel participait notre auteur. Le terme «escolier» désigne à cette époque des élèves ou des étudiants: ceux d'une école de grammaire ?

Nous avons quelques autres témoignages du même ordre. Au XIV<sup>e</sup> siècle, Paolo Gherardi, maître toscan, vient enseigner à Montpellier. On le sait à la lecture de l'introduction de son *Libro di ragioni*:

Au nom de Dieu, de sa très sainte Mère et de toute la cour céleste, ce livre sur les raisons sera écrit selon les règles et le cours d'abaque fait par Paolo Gherardi de Florence [...]; Année du seigneur 1327, le 30<sup>e</sup> jour de janvier, selon le cours de Montpellier». (traduit du toscan)

Dans la préface à sa *Summa de l'art d'aritmética*, Francesc Santcliment dit avoir composé son traité dans la «remarquable ville de Barcelone où il enseigne». Une édition en espagnol, avec des variantes, paraît quelques années plus tard à Saragosse. Santcliment y redit la même chose dans le colophon: il enseigne dans la remarquable cité de Saragosse. Antoni Malet, qui a édité le texte<sup>18</sup>, émet l'hypothèse que l'auteur devait évoluer dans des milieux proches de celui des maîtres d'abaque de l'Italie du Nord. Actuellement, rien ne permet d'appuyer cette conjecture.

Quant à Francés Pellos, il se dit «noble Frances Pellos, citadin es de Nissa<sup>19</sup>». Les recherches sur ce patronyme font apparaître au XVI<sup>e</sup> siècle une famille alliée à des nobles et qui possède des biens immobiliers. Pellos écrit son traité de la manière la plus brève possible parce que, dit-il, les citadins de la ville de Nice sont «*subtils et speculatieus*» en chaque chose et spécialement en arithmétique et géométrie<sup>20</sup>. Et il ajoute que les arts en question sont nécessaires, non seulement aux marchands, mais à toute personne de quelque condition que ce soit. De fait, certaines arithmétiques marchandes s'adressent à un public cultivé. Les auteurs eux-mêmes ne sont pas rares qui sont passés par l'université, il en sera question plus loin.

Un demi-siècle plus tard, le Niçois Jean-François Fulconis, tout en perpétuant strictement la tradition des arithmétiques commerciales occitanes dans la *Cisterna fulcronica* (écrit en 1555 et publié en 1562), est moins réservé et dans ses préfaces pointent les accents de l'humanisme. Il ouvre son livre sur une adresse en latin aux jeunes niçois: «Jean-François Fulconis salue les étudiants niçois et les jeunes gens provençaux» (*Niceanis studiosis et provincialibus adolescentibus Joannes Franciscus Fulconis*<sup>21</sup>). C'est un public qu'il côtoie puisqu'il apprend l'écriture et l'arithmétique aux écoliers. Il n'est pas plus loquace sur ses charges, mais le fait d'enseigner l'écriture permet de penser qu'il instruit des élèves ayant déjà acquis le premier niveau de la lecture. D'autant qu'il ajoute que son livre trace le chemin vers les arts libéraux «dont [l]'esprit ou [la] main habile s'occupe». Fulconis insiste sur l'utilité de son ouvrage qui «renferme de grandes richesses», à la fois pour l'esprit et la pratique professionnelle. Ainsi, «en te servant de cet ouvrage, tu peux t'intéresser au commerce et examiner mille affaires. Si tu méprises ce seul ouvrage, tu ne feras rien d'utile<sup>22</sup>». Tout ceci est écrit en latin, et c'est dans cette langue qu'il se positionne par rapport à son choix linguistique de la langue d'oc, afin que le lecteur ne s'en étonne pas et n'ait pas une opinion négative *a priori*. C'est par souci d'efficacité, pour toucher un auditoire plus large et mieux ciblé qu'il fait ce choix. La préface qui suit, écrite, elle, dans le dialecte de Nice, reprend des idées identiques:

En réfléchissant à la science si honnête / De l'arithmétique non évidente pour tous, / Pour qu'elle soit profitable à tous les vrais marchands, / [...] Pour qu'elle profite à tous les bons écoliers / De la même façon à tous les bons artisans / et autres personnes qui dirigent d'importantes affaires [...] Ce livret, sans grand discours, / Moi, Jean-François Fulconis né dans l'ancienne lieusola (village d'isola) / Maintenant habitant / La magnifique cité de Nice, / Enseignant l'écriture et l'arithmétique, / Je l'ai fait dans la langue usuelle / De cette cité et courante en Provence; / Car cette langue, pour les petits et les grands, / Est plus commune pour apprendre la théorie / Que tout parler le latin, le grec, l'allemand / l'italien, sans oublier le français / Plus facilement on en aura la pratique<sup>23</sup>».

Ce sont là les seules pistes sur l'état de l'enseignement de la matière que nous offrent les algorismes. Et toutes proviennent des traités de la zone de langue d'oc.

### *Culture marchande, culture universitaire*

Les références de début d'ouvrage ainsi que les connaissances disciplinaires présentées sont un indice du niveau de culture académique des auteurs. Il faut toutefois être prudent car beaucoup d'auteurs s'inspirent, souvent de très près, de traités antérieurs. Les préfaces, en particulier, sont souvent stéréotypées. Après les louanges à Dieu, à la Vierge Marie, la Sainte Trinité ou un saint local, la plupart des traités expliquent d'emblée ce qu'est «nombre»<sup>24</sup>. À l'image des algorismes universitaires, certains auteurs s'attardent auparavant sur l'étymologie du mot «algorisme». La version la plus courante renvoie au philosophe Albus<sup>25</sup>. Cette explication provient des premiers ouvrages issus des traductions latines du *Calcul selon les Indiens* d'al-Khw\_rizm\_. On la retrouve dans l'*algorismus* de Sacrobosco (c. 1240): «*Hanc igitur scientiam numerandi compendiosam edidit quidam philosophus nomine Albus, unde et algorismus nuncupatur...*»<sup>26</sup>.

L'auteur anonyme du traité de Pamiers cite l'université de la ville, ce qui est plus rare<sup>27</sup>. On sait qu'à Pamiers, à cette époque, coexistent les quatre ordres mendiants des Dominicains, Franciscains, Carmes et Augustins [BABY, 1981, p. 185] En s'appuyant sur les références religieuses qui émaillent le texte, F. Baby [1981, p. 196] n'hésite pas à attribuer un peu rapidement la composition de l'algorisme à un homme d'Église, peut-être le Carme Jean de Tolosa, «le maître fameux que les syndics de 1423 firent venir de Barcelone».

On a des renseignements plus précis sur Barthélemy de Romans, connu à la fois en tant que docteur en théologie et maître d'algorisme. Il se présente dans le *Compendy de la pratique des nombres* comme prédicateur, de l'ordre des frères prêcheurs. Il figure dans les annales de l'Ordre<sup>28</sup> et nous savons qu'il a étudié au couvent de Valence et enseigné la Bible (*Magistrum in Sancta Pagina*) au *Studium generale* de Montpellier<sup>29</sup>. Jehan Adam, secrétaire de Nicolle Tilhart, lui-même au

service de Louis XI, est l'auteur en 1475 d'une arithmétique «*par les jets*» (calcul avec des jetons) dans laquelle il nomme «*M<sup>o</sup> Bartholomeux de Romanis, professeur en la Sainte Escripiture*». Il le cite parmi les philosophes et mathématiciens les plus prestigieux (f. 2v-3r):

Et depuis Aristote, Platon, Pitagoras, Isidore, Boisse, Alebert, Alexandre de Villedieu, Maistres Bartholomeux des Roumanis, Jehan de Sacrobosco, Jehan de Ligneris, Jehan de Mehung et Jehan Loquemeren ont si bien et souverainement traicté que nulle reprehencion<sup>30</sup> ny doit estre faicte.

Enfin, dans un appendice au *Triparty*, Chuquet critique à deux reprises les solutions mathématiques de Barthélemy. Ainsi, par son rang dans l'Église, Barthélemy appartient au milieu savant; par ses activités mathématiques, il côtoie de près le milieu des marchands.

Barthélemy n'est pas le seul frère prêcheur impliqué dans l'enseignement de l'arithmétique commerciale. Au début du siècle suivant, le Dominicain Juan Ortega écrit lui aussi un traité d'algorithmie sur le même modèle que ceux dont il a été question. Son ouvrage, imprimé à León en 1512, est traduit en français et publié à Lyon en 1515 par Claude Platin, moine de l'ordre de Saint Antoine, originaire comme Barthélemy du Dauphiné, et qui écrit, dit-il, pour éviter l'oisiveté<sup>31</sup>.

Quant à Chuquet, c'est lui qui nous fournit les seuls renseignements que nous tenons sur ses études en signant son *Triparty*: «fait par Nicolas Chuquet parisien Bachelier en médecine.» À ce titre, il a dû fréquenter la faculté des arts parisienne avant d'être gradé en médecine.

La diversité de formation et de culture des auteurs transparait dans le contenu des traités. Certains ciblent prioritairement l'apprentissage des marchands, d'autres développent des questions plus «théoriques», dont le commerce n'a cure. À la première catégorie appartient le *Kadran aux marchans*; à la seconde, le *Compendi* de Pamiers, ou celui de Barthélemy de Romans.

Le *Kadran aux marchans* de Jehan Certain est un guide pour le commerce, que l'auteur compare au cadran qui nous guide en permettant de suivre le temps; grâce à quoi le marchand sera à même de bien compter pour «justement prandre et donner en vendant et achetant à chascun son loyal droit». C'est donc explicitement un traité destiné à la formation professionnelle, qui sera divulgué aux intéressés par réseaux de connaissance. Jehan Certain ne s'embarrasse pas des notions inutiles à la pratique commerciale, comme les racines carrées ou cubiques; il passe aussi rapidement sur la dernière règle, d'«apposition et rémotion», parce que «peu advient des questions de celle regle en fait de marchandise» (f. 61r); en revanche, la dernière partie de l'ouvrage est tout entière consacrée au «fait des monnoyes et billons, de l'or et de l'argent».

De son côté, l'algorithme de Pamiers a des prétentions plus théoriques, et cela s'amplifie avec le *Compendy de la pratique des nombres*. On trouve dans le manuscrit de Pamiers des réflexions de nature générale, un effort pour définir les notions enseignées (par exemple les opérations) et des mathématiques plus poussées que les applications immédiates des règles de trois et de fausse position. On y trouve aussi une méthode, semble-t-il nouvelle, de calcul approché de racine carrée et la résolution d'un problème concret de répartition d'argent qui se solde par un résultat négatif, accepté sans commentaire (donc sans justification en termes de dette) [SESIANO, 1984, p. 41-44 et 51-53]. De plus, l'auteur ne néglige pas les références savantes: ainsi, avant de traiter des racines carrées et cubiques, il consacre plusieurs pages à une définition euclidienne de la ligne, du plan, et du corps solide.

Quant à Barthélemy de Romans, il approfondit des résultats énoncés dans le manuscrit de Pamiers, il pousse plus loin les investigations sur les quantités négatives, dans une tentative de reconnaissance au même titre que le positif ou le nul. En approfondissant des thèmes développés dans les arithmétiques commerciales, il se propose d'«illuminer l'entendement de ceulx qui voudraient voir les subtilités qui y sont contenues<sup>32</sup>». Il parsème aussi son *Compendy* de remarques relevant de l'arithmétique spéculative. Par exemple, il se permet une longue digression sur la classification des proportions telle que l'expose Boèce, au prétexte d'un énoncé qui met en jeu des données fractionnaires. Le petit traité de *Speculative des nombres*, d'inspiration boétienne, qui suit le *Compendy* dans le même manuscrit lui est, rappelons-le, attribuable.

Chuquet, dont l'œuvre a des visées nettement plus larges que les applications commerciales, organise autrement son traité. Dans un premier temps (c'est le *Triparty* proprement dit), il offre un traité de la science des nombres, sans orientation pratique mais qui n'est pas une fin en soi: le second temps est celui des applications, dont l'une d'elles est la pratique du négoce. Dans le premier livre du *Triparty*, il réserve un chapitre entier à l'arithmétique spéculative, qui reprend des notions du livre I de l'*Institutio arithmetica* de Boèce, sans toutefois citer ses sources. Ses allusions à Boèce sont ailleurs. Il cite aussi Euclide et son traducteur et commentateur Campanus de Novare en se référant à des propositions précises des *Éléments*<sup>33</sup>.

La participation de clercs à l'élaboration de documents utiles à des professionnels qui doivent savoir compter, calculer et résoudre des problèmes élémentaires, n'est pas rare. Et n'est pas étonnante non plus. Ils sont souvent impliqués dans les affaires, qu'elles soient commerciales ou autres, directement ou indirectement par leurs ascendants familiaux. À la fin du Moyen Âge, la perméabilité entre le milieu académique des Universités et le milieu de la pratique n'est pas si



ténue: pour l'arithmétique commerciale, ce sont des hommes instruits à l'Université ou dans les *Studia* des ordres religieux qui construisent des passerelles. Barthélemy de Romans en est un bon exemple, qui écrit sa *Speculative des nombres* uniquement dans le but de justifier par la mathématique savante des règles caractéristiques de la tradition mathématique pratique. Pour la même raison, les écrits circulent aussi dans les différents milieux. Nous en avons un exemple avec le même Barthélemy de Romans: dans un manuscrit appartenant à la tradition universitaire médiévale (le ms latin 7381 de la Bibliothèque nationale de France), un traité d'arithmétique en français, qui occupe les fol. 211 à 228v, reprend quasiment mot pour mot certains passages du *Compendy de la pratique des nombres*. L'analyse du texte permet de dire que l'emprunt est fait dans ce sens: l'arithmétique de Barthélemy a donc dû circuler dans ce milieu.

Signalons pour terminer que la *Summa de l'art d'aritmética* de Santcliment a reçu l'approbation de deux personnages. Le premier est le révérend maître Rapita, un homme versé dans cet art, dans les autres arts et aussi en théologie. Le second est l'honorable Jacme Serra, qui fut maître de l'atelier des monnaies de Perpignan. Le traité obtient donc à la fois la caution du milieu savant et celle des praticiens.

## Conclusion

Les manuels d'arithmétique commerciale qui sont composés entre les XIV<sup>e</sup> et XVI<sup>e</sup> siècles, de manière plus ou moins précoce et éclatante suivant les contrées, reflètent la nécessité d'une formation mathématique pour les marchands européens. Textes à vocation pédagogique, ils sont aussi le témoignage qu'il existe un enseignement, de quelque forme qu'il soit, pour répondre à la demande d'une partie de la population urbaine. En France, on ne sait pas bien comment est dispensé cet enseignement, car les archives et les sources institutionnelles sont quasiment muettes. Il n'est pas déraisonnable de supposer que les écoles urbaines, dont la création s'intensifie à la fin du Moyen Âge, souvent à l'initiative des bourgeois, ont joué leur rôle dans cette formation. Quelques brèves allusions dans les traités confortent également l'hypothèse de la constitution, sans doute encore embryonnaire, d'un enseignement particulier et collectif à vocation professionnelle.

En France, du moins dans le Midi, les «mathématiques pratiques» à destination des marchands et plus généralement des professions qui vivent de la Cité, prennent clairement leurs modèles dans le milieu de l'abaque italien, mais pas seulement: des influences ibériques existent, qui sont moins bien connues. C'est un courant dynamique aux XV<sup>e</sup> et XVI<sup>e</sup> siècles, dont on ne connaît certainement qu'une faible part

de la production, qui se développe en dehors de l'Université, sans être toutefois coupé du monde savant. Car ces mathématiques, qui font naître un terrain nouveau d'étude et de réflexion, n'ont pas attiré que des praticiens; elles doivent aussi beaucoup à l'investissement d'hommes issus de milieux savants.

## NOTES

1. Il s'agit bien sûr —et les noms de pays seront toujours utilisés dans ce sens— de la France ou de l'Italie actuelle.
2. Voir GOUREVITCH [1989, p. 295].
3. «Après avoir étudié à l'école, il te faut prendre un parti; alors ne sois pas embarrassé; pour devenir marchand, tu dois d'abord apprendre à bien calculer, car c'est la voie pour connaître et comprendre au plus vite le compte de l'or et de la monnaie». *La complainte de François Garin*, v. 1073 à v. 1080.
4. «D'acquérir science nouvelle / ne vueille estre curieux: / souffise toy de savoir celle / que [choisi] auras pour le mieulx; / en peu de temps on devient vieulx: / une souffira pour ta vie; / les trop soubtilz sont dangereux, / de plusieurs ars n'ayes envie». *La complainte de François Garin*, v. 1089 à v. 1096.
5. Ce sont les témoignages du chroniqueur Giovanni Villani (vers 1276-1348), issu d'une grande famille de marchands. Voir par exemple [FRANCI & TOTI RIGATELLI, 1982, p. 26].
6. Sur l'enseignement dans les écoles d'abaque en Italie, on peut consulter entre autres [FRANCI, 1996]; [ULIVI, 2000].
7. En échange des leçons, le jeune homme servira chez le maître.
8. «Dans un article récent sur la ville de Lyon au XVI<sup>e</sup> siècle, Fédou parlait de «ces modestes escripvains qui se mesloient fors seulement de apprendre les enfans a escrire». [L'HUILLIER, 1976, n. 18, p. 350]. Dans un article ultérieur H. L'Huillier [1988, p. 37] associe plutôt «escripvain» ou «maistre d'écriture» à la fonction d'instituteur.
9. Voir aussi l'article plus ancien de L. Thorndike [1940, pp. 400-408].
10. Les observations d'Henri Pirenne [1929] pour le nord de l'Europe et surtout la Flandre vont dans le même sens. Dès le XII<sup>e</sup> siècle, «la population urbaine s'efforce de se pourvoir d'écoles répondant à ses besoins et placées sous son contrôle». Les abbayes ont aussi ouvert leurs portes aux marchands, même si l'enseignement n'était pas des plus adaptés.
11. À Beaumont-en-Rouergue, depuis le XV<sup>e</sup> siècle ce sont les consuls qui ont la charge de l'école, du bâtiment, de la nomination des régents. M.-L. Alary [1986, p. 281-282], dans son étude sur Beaumont-en-Rouergue, à propos de l'aménagement de l'école, parle de «La richesse des marchands, artisans et hommes de loi de la ville, dont les enfants allaient être les premiers bénéficiaires de l'école...».
12. A l'époque où est écrit l'algorisme de Pamiers, paraît un *Traité des monnaies* qui reproduit plus de cent variétés de pièces issues des grandes zones de négoce, et montre l'étendue des relations commerciales de la ville [BABY, 1981, p. 199].

13. La liste des traités étudiés figure à la fin du texte dans les sources.
14. *Appositio* et *remotio*: action d'ajouter (ce qui fait défaut) et d'enlever (ce qui est en excès). Exemple de problème classique: on considère 12 personnes comprenant des hommes, des femmes et des enfants, qui doivent se partager 12 deniers. Chaque homme en reçoit 2, chaque femme 1 et chaque enfant  $\frac{1}{2}$ . Combien y a-t-il d'hommes, de femmes et d'enfants ?
15. Ce n'est pas le cas dans les traités d'abaque italiens, où des problèmes de degré supérieur à 1 sont résolus: les traités d'abaque sont nombreux à introduire des rudiments d'algèbre, alors que les traités français ignorent majoritairement ces méthodes de résolution issues des mathématiques arabes.
16. Les auteurs italiens de traités d'abaque proposent au contraire plus couramment de tels problèmes.
17. «Conditeur» signifie ici «auteur» (*conditor*: fondateur, créateur).
18. A. Malet, *Summa de l'art d'Arithmética*, Francesc Santcliment, p. 28.
19. D'après R. Lafont et G. Tournerie, auteurs de l'édition du *Compendion*, le terme de noble que s'attribue Pellos correspond à la tradition niçoise qui ne l'utilise que pour d'authentiques gentilshommes (Francés Pellos, *Compendion de l'abaco*, p. 6).
20. «Los citadin de la Ciutat de Nisa son subtils et speculatieus en ogni causa et specialment de las dichas arts», f. 4.
21. J.-F. Fulconis, *La cisterna fulcronica*, éd. R. Rocca, p. 90, trad. de l'éditeur
22. *La cisterna fulcronica*, éd. R. Rocca, p. 91, trad. de l'éditeur.
23. *La cisterna fulcronica*, éd. R. Rocca, p. 93, trad. de l'éditeur.
24. Par exemple, le premier chapitre du *Compendion* de Pellos commence d'emblée par:  
«Prumierament es necessari donar la declaracion a nummar cascuna summa sia granda ho petita» (f. 4r).
25. «Et prent ce non d'alogorisme d'un philosophe d'arabe nommé Albus, qui fust inventeur de cest art», Médiathèque de Nantes, ms 456, f. 3r.
26. «C'est un philosophe nommé Albus qui a créé cette science du comptage, c'est pourquoi elle a été appelée algorithme». D'après F. S. Pedersen (éd.) (1983) *Petri philomenae de Dacia et Petri de S. Audomaro opera quadrivalia, Pars I: Opera Petri Philomenae*. Copenhague, «Corpus philosophorum Danicorum Medii Aevi, x-1», p. 174.
27. C'est Boniface VIII qui dota Pamiers d'un *Studium generale* en 1295. Mais jamais il n'y eut d'autre enseignement que celui des arts.
28. *Monumenta Ordinis Praedicatorum Historica* (M.O.P.H.), t. 8, Actes du Chapitre de Colmar pour 1434, Rome, 1900, p. 236.
29. T. Kaeppli, *Scriptores Ordinis Praedicatorum Medii Aevi*, vol. 1, A-F, Rome, S. Sabinae, 1970, p. 157.
30. Reproche.
31. C. Platin, *L'art et science d'arismetique et geometrie translaté nouvellement d'espaignol en françoys*, f. ij.
32. *Compendy de la pratique des nombres*, f. 185v.
33. *Triparty en la science des nombres*, f. 140v.

## BIBLIOGRAPHIE

*Sources*

- ANONYME, *Compendi del art del algorisme* («manuscrit de Pamiers»), vers 1420-1430, Paris, Bibl. nat. de France, fr. nouv. acq. 4140 [Pamiers, Occitan].
- *Art d'arismetique*, c. 1460, Paris, Bibl. nat. de France, fr. 2050 [Français].
- *Arithmetique*, vers 1460, Paris, Bibl. nat. de France, fds fr. 1339 [nord de la France, Français].
- *Traicté de la pratique d'algorisme*, vers 1476, Cesena, Bibl. Malatestiana, S.XXVI.6 [Lyon, Français].
- *Arithmetique*, médiathèque Nantes 456, 1488 [copié dans le nord de la France, Français]. Éd. R. Duhil, *Etude d'un traité d'arithmétique du XV<sup>e</sup> siècle: le manuscrit 456 de Nantes*, mémoire de maîtrise, dir. J. Verger et P. Benoit, Univ. Paris XIII, 1996.
- ADAM (JEHAN), *Arismetique*, 1475, Paris, Bibl. Sainte-Geneviève, fr. 3143 [nord de la France, Français].
- BARTHÉLEMY DE ROMANS, *Compendy de la pratique des nombres*, 1476, Cesena, Bibl. Malatestiana, S.XXVI.6 [Lyon, Français]. Éd. M. Spiesser (voir références).
- CERTAIN (JEHAN), *Le Kadran aux marchans*, 1485, Paris, Bibl. de l'Arsenal, 2904 [Bilbao et Marseille, Français].
- CHUQUET (NICOLAS), *Triparty en la science des nombres*, 1484, Paris, Bibl. nat. de France, fr. 1346 avec, en appendice: *Commant la science des nombres peut se appliquer au fait de marchandise* [Lyon, Français]. Éd. A. Marre, «Le Triparty en la science des nombres par Maistre Nicolas Chuquet parisien, d'après le manuscrit fonds français, n° 1346 de la Bibliothèque Nationale», *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e Fisiche*, t. 13, 1880, p. 593-659 (1<sup>e</sup> partie) et p. 693-814 (2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> parties).
- Complainte de François Garin, marchand de Lyon (La)*, 1460, Centre d'études et de recherches médiévales, Univ. Lyon II, Presses univ. de Lyon, 1978.
- FULCONIS (JOUAN-FRANCÉS), *La cisterna fulcronica*, imprimé à Lyon, 1562 [Occitan (niçois)]. Éd. bilingue nissart-français R. Rocca, Nice, Lou sourgentin, 1996.
- ORTEGA (JUAN), *Arte de l'arimetica*, impr. à Lyon, 1512 [Espagnol].
- PELLOS (FRANCÉS), *Compendion de l'abaco*, vers 1460, impr. à Turin en 1492 [Occitan (niçois)]. Éd. R. Lafont et G. Tournerie, *Frances Pellos, Compendion de l'Abaco*, Montpellier, éd. de la Revue des langues romanes, 1967.
- PLATIN (CLAUDE), *L'art et science d'arismetique et geometrie translaté nouvellement d'espagnol en françoys*, impr., Lyon, 1514.

SANTCLIMENT (FRANCESCO), *Summa de l'art d'aritmética*, 1482, impr. à Barcelone [Catalan]. Éd. A. Malet, Vic, Eumo editorial, 1998. Trad. fr. M.-H. Labarthe, *La Suma de la art de arismetica de Francesch Sanct Climent*, mém. D.E.A. histoire des sciences, Univ. Paris I, 1999.

### Références

- ALARY, M.-L. (1986) «Les petites écoles de Beaumont-en-Rouergue». *Revue du Rouergue*, 7, 279-285.
- BABY, F. (1981) *Histoire de Pamiers*. S. I. Pamiers.
- BEC, C. (1967) *Les marchands écrivains; affaires et humanisme à Florence, 1375-1434*. Paris-La Haye, Mouton.
- BENOIT, P. (1992) «Arithmétiques commerciales et comptabilités dans la France médiévale». En: P. Benoit, K. Chemla et J. Ritter (eds) *Histoire des fractions, fractions d'histoire*. Bâle/Boston/Berlin, Birkhäuser, 307-323.
- BOUDET, J.-P. (1997) «Le bel automne de la culture médiévale (XIV<sup>e</sup>-XV<sup>e</sup> siècle)». En: Jean-Pierre Rioux, Jean-François Sirinelli (eds) *Histoire culturelle de la France*. Vol. 1, *Le Moyen Âge*. Paris, Le seuil.
- CHAURAND, J. (1975) «Quelques aspects de l'enseignement médiéval en Champagne (XIII<sup>e</sup>-XIV<sup>e</sup> siècles)». En: *Enseignement et vie intellectuelle (IX<sup>e</sup>-XVI<sup>e</sup> siècle)*. Actes du 95<sup>e</sup> congrès des sociétés savantes, Reims 1970. Paris, Bibliothèque nationale, 101-106.
- CHOBOUT, H. (1924) «Un document sur les écoles de grammaire de Carpentras au XIV<sup>e</sup> siècle». *Annales d'Avignon et du Comtat venaisin*, 5-12.
- CUGNASSE, C. (1957) «Activité économique et milieu urbain à Montauban au XIV<sup>e</sup> siècle d'après le registre de Barthélemy Bonis». *Annales du Midi*, 69, 207-227.
- DESPORTES, P. (1975) «L'enseignement à Reims aux XIII<sup>e</sup> et XIV<sup>e</sup> siècles». En: *Enseignement et vie intellectuelle (IX<sup>e</sup>-XVI<sup>e</sup> siècle)*, Actes du 95<sup>e</sup> congrès des sociétés savantes, Reims 1970. Paris, Bibliothèque nationale, 107-122.
- DOCAMPO REY, J. (2006) «Reading Luca Pacioli's in Catalonia: an early 16th-century Catalan manuscript on algebra and arithmetic». *Historia mathematica*, 33, 43-62.
- FANFANI, A. (1951) «La préparation intellectuelle et professionnelle à l'activité économique, en Italie, du XIV<sup>e</sup> au XVI<sup>e</sup> siècle». *Moyen Âge*, 17, 327-346.
- FRANCI, R. (1996) «L'insegnamento dell'aritmética nel medioevo». En: R. Franci, P. Pagli et L. Toti-Rigatelli (eds) *Itinera matematica, studi in onore di Gino Arrighi per il suo 90<sup>e</sup> compleanno*. Siena, Centro studi sulla matematica medioevale, 1-22.
- FRANCI, R. et TOTI RIGATELLI, L. (1982) *Introduzione all'aritmética mercantile del medioevo e del Rinascimento*. Siena, Serv. ed. univ. Siena.

- GOUREVITCH, A.-J. (1989) «Le marchand». En: J. Le Goff (dir.) *L'homme médiéval*. «Points histoire». Paris, Le Seuil, 267-313.
- JEANNIN, P. (1957) *Les marchands au XVI<sup>e</sup> siècle*. Paris, Le Seuil, 1957.
- L'HUILLIER, H. (1976) «Éléments nouveaux pour la biographie de Nicolas Chuquet». *Revue d'histoire des sciences*, 19, 347-350.
- (1988) «Les mathématiques à Lyon à travers l'arithmétique commerciale d'Étienne de la Roche (1480-1520)». En: *Lyon, cité de savants, Actes du 112<sup>e</sup> congrès national des sociétés savantes, Lyon 1987*. Paris, éd. C.T.H.S., 31-41.
- LAHONDES (de), J. (1883) «Les écoles dans une petite ville avant la Renaissance». *Mémoires de la Société archéologique du midi de la France*, 12 (1880-1882), 392-403.
- LE GOFF, J. (1993) *Marchands et banquiers au Moyen Âge*. «Que sais-je ?», 699. Paris, Presses Universitaires de France, (1<sup>e</sup> éd., 1956).
- MASCHKE, E. (1964) «La mentalité des marchands européens au Moyen Âge». *Revue d'histoire économique et sociale*, 42, 457-484.
- MICHAUD-FREJAVILLE, F. (1982) «Les contrats d'apprentissage en Orléanais (1380-1480)». En: *Les entrées dans la vie: initiations et apprentissages, Annales de l'Est, Année 34, sér. 5, n<sup>o</sup> 1-2*, 183-208.
- PIRENNE, H. (1929) «L'instruction des marchands au Moyen Âge». *Annales d'histoire économique et sociale*, 1, 13-28.
- SPIESSER, M. (2003) *Une arithmétique commerciale du XV<sup>e</sup> siècle, le Compendy de la pratique des nombres de Barthélemy de Romans*. «De diversis artibus», 70. Turnhout, Brepols.
- THORNDIKE, L. (1940) «Elementary and Secondary Education in the Middle Ages». *Speculum*, 15, 400-408.
- ULIVI, E. (2000) «Benedetto da Firenze (1429-1479), un maestro d'abaco del XV secolo». *Bollettino di storia delle scienze matematiche*, 1, 7-243.
- VAN EGMOND, W. (1980) *Practical Mathematics in the Italian Renaissance: a Catalog of Italian Abacus Manuscripts and Printed Books to 1600*. Florence, Istituto e Museo di storia della scienza.
- VERGER, J. (1997) *Les gens de savoir en Europe à la fin du Moyen Âge*. Paris, Presses Universitaires de France.
- VIALLET, L. (2001) *Bourgeois, prêtres et cordeliers à Romans*. «Travaux et Recherches», XV. Saint-Étienne, C.E.R.C.O.R, Publ. de l'Université de Saint-Étienne.
- VIAUX, D. (1987) «L'école élémentaire dans les pays bourguignons à la fin du Moyen Âge (XIV<sup>e</sup>-XV<sup>e</sup> siècles)». *Annales de Bourgogne*, 59, 5-19.
- WOLFF, P. (1954) *Commerce et marchands de Toulouse (vers 1350-vers 1450)*. Paris, Plon.
- (dir.) (1990) *Histoire du Languedoc*. Toulouse, Privat (1<sup>e</sup> éd. 1967).