Las ambigüedades de la verdad matemática

Gian-Carlo Rota

1. INTRODUCCION

Es bien conocido que los artistas, llamados a dar cuenta de profesión, fabrican descripciones falsas de lo que hacen. Asimismo hay científicos que profesan creer en filosofías de la ciencia que no corresponden a la realidad práctica. Y por fin los matemáticos han propuesto repetidamente teorías de la verdad matemática que no tienen la menor relación con la verdad.

Esta arbitrariedad de las descripciones que nos dan los intelectuales de sus profesiones es un fenómeno demasiado universal para que se lo pueda atribuir al azar o a causas puramente sociológicas. Lo que quisiéramos alcanzar en este ensayo es echar luz sobre las raíces profundas de este contraste entre la honestidad de la profesión del matemático y el disfraz de teorías arbitrarias detrás de las cuales se oculta la realidad.

No nos ocuparemos de los aspectos psicológicos de la situación. Más bien lo que nos interesa es desentrañar el manantial filosófico, sumergido en fenómenos aparentemente arbitrarios, que dé razón de aquella extraña realidad que es la verdad matemática.

Nuestro punto de partida es la actividad matemática tal cual se la observa entre los matemáticos cuando éstos ejercen su profesión. Tendremos que ponernos en guardia contra las pretensiones de los filósofos, que pretenden dictar a priori lo que la matemática debiera ser, independientemente de lo que es.

2. EL CONCEPTO ORDINARIO DE VERDAD MATEMATICA

El concepto de verdad matemática que es universalmente aceptado hoy en día es el siguiente. Una teoría matemática consiste en postulados, en nociones primitivas, en una notación específica y en reglas de deducción. Una afirmación matematica, o **teorema**, es considerado verdadero cuando se puede derivar de un sistema de axiomas, aplicando correctamente las reglas de deducción dadas. Hay que añadir que la derivación de un teorema desde los postulados no es nada obvia. Aunque se admita que la verdad del teorema esté implícitamente contenida en los postulados, no es verdad que lo que llamamos "estar contenido" es algo que se pueda constatar por mera inspección de postulados. El hecho de que todo teorema esté implícitamente contenido en los axiomas de una teoría es una verdad de principio, que no tiene que ver con el proceso efectivo de la demostración.

Nos faltan las palabras para describir correctamente la "relación" entre postulados y teoremas. Al describir esta "relación", no tenemos otro recurso que el de las expresiones infelices, tales como el verbo "contener" o la común expresión filosófica **"a priori"**.

Los filósofos de escuelas empiristas prudentemente han evitado ocuparse de esta relación, o cuanto menos la han dado por obvia. Lo que les importa es llegar cuanto antes a la conclusión de la que siempre habían estado convencidos, de que todos los teoremas matemáticos son, en último análisis, tautológicos.

Pero hay que distinguir entre tautología y trivialidad. Los teoremas matemáticos podrán quizás ser tautológicos, pero su demostración requiere años de trabajo. La demostración definitiva de cualquier teorema de cierta importancia se logra luego de años de esfuerzo de parte de equipos matemáticos, a veces pertenecientes a varias generaciones. De modo que, por más que los filósofos empiristas nos echen en cara que todos los teoremas son tautológicos, por lo menos "a priori", sin embargo, estas tautologías no son inmediatas, ni evidentes, ni fáciles de descubrir.

Pero entonces, ¿ qué quiere decir "tautología" ?. ¿ Para qué sirve esta palabra?. ¿ No se dará mas bien el caso de que la palabra "tautología", a pesar de su pasado respetable, no sea utilizada sino para enturbiar las aguas y desocuparse de la descripción auténtica de la verdad matemática ?.

Detrás de la palabra "tautología" se esconde otra palabra, la palabrita "debería" Todo teorema de matemáticas debería ser consecuencia inmediata de los postulados. Los intrincados razonamientos con que hemos logrado demostrar el teorema deberían ser superfluos. Tarde o temprano, llegaremos a enfocar el teorema en su inmediatez, a darnos cuenta de que la conclusión era ya inevitable desde el principio.

Para nosotros, es este debería el que nos revela la profundidad del problema. Seamos valientes, y adelantémonos en nuestra investigación.

3. LA VERDAD MATEMATICA CONTRAPUESTA A LA VERDAD FORMAL

Comencemos por distinguir claramente entre dos conceptos de verdad, por un lado la verdad tal como es vivida efectivamente entre los matemáticos, y por otro el concepto de verdad formal que se utiliza en la lógica. Es una lástima que la misma palabra sea empleada para designar dos conceptos de verdad tan distintos. Para evitar malentendidos, será prudente que utilicemos la palabra "verificación" para designar la verdad de la lógica formal. En efecto, cuando un lógico habla de verdad, lo que quiere designar es la derivación correcta de una proposición lógica, partiendo de ciertos axiomas, o cuanto más su análogo semántico, es decir, la "verificación" de que dicha proposición es válida en todos los modelos de la teoría.

Nuestra objeción contra este concepto de verdad es que es un concepto derivado ("caido", como habría dicho Heidegger), es decir, que presupone un concepto de verdad más primordial. Para darse cuenta de que la verdad formal, tanto en matemáticas como en cualquier otro quehacer, no coincide con la verdad primordial; ejecuten ustedes la variación eidética siguiente.

Imaginen asistir a una lección de matemáticas, dictada por un buen profesor. ¿ No les pareceria a ustedes extraño si el profesor se preocupara exclusivamente de que sus estudiantes se pusiesen a dar una demostración formal tras otra, descuidados de todo posible significado real de lo que demuestran ?. ¿ No llamaría la atención si el profesor estuviera satisfecho con que los estudiantes practicaran el arte de la deducción correcta, ni más ni menos ?.

El concepto formal de verdad no se preocupa del origen de los axiomas, y la demostración es considerada como un juego desprendido de cualquier relación con la realidad.

¿ Pero hay tal profesor de matemáticas ?. ¿ Hay profesor que se considere satisfecho al no más que dictar axiomas, mondos y lirondos, a sus estudiantes, sin sombra de motivación, de justificación, de perspectiva, acompañados exclusivamente de crudas pruebas ?. Claro que no. Lo que hará un buen profesor de matemáticas es otra cosa. No se contentará con la mera enunciación de los axiomas, sino que se pondrá a mostrar cómo los axiomas son justificados por los lindos y útiles teoremas que con ellos se pueden demostrar.

Este fenómeno, en el que las consecuencias de los axiomas reobran sobre los axiomas mismos, es lo que en filosofía se llama el **círculo hermenéutico**. Es este círculo, que entre paréntesis no tiene que ver con el círculo vicioso de la lógica formal, el que lleva a los estudiantes a la comprensión auténtica del sentido de un teorema ya demostrado por medio de una demostración formal. Dicha demostración no es más que el punto final de un razonamiento que no es nada lineal — ya hemos dicho que es circular en un sentido bien distinto del error de circularidad — . un razonamiento que no es racional en el sentido estricto de la palabra, ni tanto menos puramente deductivo.

Tomemos un ejemplo: la fórmula de Euler – Schläfli – Poincaré, que afirma que la suma alternada del número de caras de dimensiones sucesivas de un poliedro es invariante. Un profesor que realmente quiere que su clase tome en serio esta fórmula, no dejará de decir a su auditorio que esta fórmula ya era considerada verdadera (como lo demostró Lákatos en su tesis, escrita bajo la dirección de Popper) antes de que se conociera la definición formal del concepto de poliedro, y que la prueba formal llegó a lo último, como la última rueda del carro. Este mismo profesor insistirá en que sus estudiantes se den cuenta de que la invariancia de la suma alternada del número de caras es un hecho real verificable experimentalmente, y no sólamente una consecuencia formal de cierto sistema de axiomas. Para decirlo con el estilo de Heidegger, el profesor intentará convencer a su clase de que la verdad de la fórmula es una verdad **mundana**, y de que la verdad formal está ya motivada por esta previamente percibida verdad mundana. Con otras palabras: la verdad mundana del aserto, previamente percibida, sirve de motivación para toda demostración del teorema, y no lo contrario, como pretenden deshonestamente los filósofos formalistas.

Este ejemplo nos debiera convencer de que los asertos de las matemáticas no adolecen exclusivamente de verdad formal, sino que también, y previamente, se refieren siempre a otra verdad más primordial, que es la coincidencia del enunciado del teorema con el mundo real, igual que para la verdad de cualquier ley de la física. Es esta verdad del mundo real la verdad que el buen profesor enseña a sus estudiantes. Un buen libro de matemáticas, es uno que, sin dejar de serivirse del método axiomático-deductivo, sabe convencer al lector de que lo que parece mera deducción formal consiste en realidad en el enunciado de hechos reales y verificables, hechos que pueden ser útiles en circunstancias vitales cualesquiera.

A pesar de la evidencia a la que se llega observando cómo se enseñan realmente las matemáticas, quedan hoy en día filósofos – y aún filósofos influyentes – que predican que el estudio de la verdad mundana de los hechos matemáticos debe quedar desterrado en los arrabales de la psicología. Es mucho más cómodo para los filósofos profesionales entregarse a conceptos de verdad dictados por lo que los franceses llaman **pensée de surval**, que les evitan el ingrato contacto directo con matemáticos.

Esta preferencia que se nota entre los filósofos de la ciencia por la noción formal de verdad, en desfavor de la noción de verdad mundana, noción – hay que admitirlo – mucho más salvaje y bruta, pero más cercana a la realidad, tiene un secreto origen emotivo. Lo que pasa es que aquellos métodos filosóficos que tan regiamente habían servido a los filósofos de este siglo para teorizar profunda y definitivamente sobre el método formal, han fracasado en dar razón de otros aspectos, no menos importantes, de la faena matemática. Los filósofos de todos los tiempos siempre han tenido unas ganas locas de decirnos cuánto más pronto posible lo que la verdad **debiera ser**, sin tener que nadar por las peligrosas aguas de la averiguación de lo que realmente pasa en el mundo.

Concluyendo esta primera parte, podemos afirmar lo siguiente. Toda teoría formalista de la verdad es reduccionista, por cuanto dicha teoría identifica a las matemáticas con el estilo de presentación de las matemáticas. El hecho de que en el espacio euclídeo de tres dimensiones no hay más que cinco sólidos regulares – los llamados sólidos platónicos – puede ser presentado con muchas salsas y estilos, pero nadie lo pone en duda, cualesquiera sean los axiomas utilizados para demostrarlo.

Este ejemplo nos muestra claramente la obviedad de la distinción entre matemática y método axiomático, y demuestra además que la relación entre los dos es – utilizando la terminología de la fenomenología de Husserl – una relación de **Fundierung**.

Y sin embargo, se nota en estos últimos tiempos un recrudecimiento de la actitud psicologista, y nos sentimos obligados a renovar las viejas precauciones contra la reducción psicológica. Baste decir que no hay tal cosa como una realidad que sea puramente psicológica. Los aspectos psicológicos de las matemáticas, importantes en ciertas circunstancias, **presuponen** la verdad real de las aserciones matemáticas. Como escribía Husserl hace casi cien años, no hay **Real** sin una base de **reel, Nihil est in intellectu quad prius non fierit in mundo,** podríamos decir, alterando ligeramente el viejo refrán.

En suma: la verdad matemática no difiere de la verdad física o de la verdad química. La verdad matemática es el resultado de la observación del mundo, y describe hechos no previsibles a **priori**, hechos que son independientes de cualquier sistema axiomático y de nuestra voluntad.

4. UN EJEMPLO EMBARAZOSO

Ustedes habrán ya adivinado que lo que voy a hacer ahora es tomar la contraria de lo que acabo de decir. Echando otra ojeada a la historia de las matemáticas, vamos a intentar demostrar la tesis opuesta.

Consideremos un ejemplo, que nos lleve a darnos cuenta de que el concepto de verdad matemática que acabamos de describir es demasiado ingenua. Otra vez intentemos observar honestamente lo que realmente pasa, más específicamente, lo que realmente pasa durante un trozo de historia. ¿ Qué nos enseña la historia de uno de los grandes teoremas de las matemáticas, quiero decir el teorema de los números primos ?.

Este resultado, que concierne a la distribución asimptótica de los primos, fue conjeturado por Gauss sobre la base de minuciosos cálculos de casos especiales, cálculos, hay que añadir, que estaban guiados por una genial intuición. A partir del momento en que Gauss descubrió la evidencia numérica de su conjetura, nadie dudó de la verdad del teorema. Pero los matemáticos no son como los fisicos, para quienes la verdad coincide con la verificación experimental. En matemáticas, la demostración es lo único que garantiza la verdad. Y en efecto, gracias a recientes adelantos en la construcción de computadoras rápidas, sabemos hoy algo de lo que Gauss quizás no se había enterado, es decir, que en teoría de números hay conjeturas para las cuales el primer contraejemplo se halla fuera del alcance de las más poderosas computadoras. Por lo tanto, se reivindica la necesidad de demostración formal.

Como ustedes saben, la primera prueba de la conjetura de Gauss sobre la distribución de los números primos fue obtenida casi simultáneamente a fines del siglo pasado por el matemático francés Jacques Hadamard y el matemático belga Charles de la Vallée-Poussin. Las demostraciones se parecían mucho, y en particular, ambas utilizaban los métodos más adelantados de ese entonces, a saber, la teoría de las funciones meromorfas.

Justamente se consideró esta demostración como uno de los grandes adelantos de las matemáticas.

Sin embargo, por lo que yo sepa, nadie supo expresar entonces la verdadera razón del regocijo que el éxito de Hadamard y de la Vallée-Poussin había causado entre los matemáticos. Y esa verdadera razón era que una teoría abstrusa como la de las funciones meromorfas, que en ese tiempo no más de una docena de matemáticos sabía utilizar, teoría que había sido formulada para hacer frente a problemas de análisis y de geometría, se convertía en la llave inesperada para responder a una pregunta de otra rama totalmente distinta de las matemáticas, es decir la teoría de números.

El misterio, como la gloria de las matemáticas, estriba no sólo en que teorías abstrusas resultan útiles para la solución de problemas prácticos, sino más bien en aquella maravilla de las maravillas, el hecho de que una teoría desarrollada para resolver cierto problema resulte también apta para resolver otros problemas de índole completamente distinta, problemas que los matemáticos que habían primeramente concebido la teoría ni siquieran soñaban.

Estas coincidencias son tan frecuentes, que merecen ser consideradas como constitutivas de la realidad matemática. Ninguna filosofía de las matemáticas puede excusarse de dar razón de estas aparentemente inesperadas ocurrencias.

Sigamos con la historia del teorema de los números primos. Un observador simplón de la historia de la matemática podría pensar que una vez demostrado el teorema de los números primos, nadie se ocuparía más de buscar otras demostraciones del mismo teorema, a no ser por ejercicio o por lo que los alemanes llaman Schadenfreude. Pero eso no es lo que pasó después del descubrimiento de Hadamard y de la Vallée-Poussin. Antes bien, pasó exactamente lo contrario. Por un período de cerca de cincuenta años, se observa en las mejores revistas matemáticas del mundo un florecimiento de trabajos de investigación, en los cuales se propone simplificaciones, generalizaciones, variaciones, y eventualmente otras demostraciones del teorema de los números primos. Por ejemplo, en los años treinta, el matemático norteamericano Norbert Wiener desarrolló una profunda teoría de los teoremas Tauberianos, en la cual se unificaban resultados distintos de varias ramas del análisis matemático. La aplicación más espectacular del teorema Tauberiano de Wiener, en seguida reconocida como un gran descubrimiento, fue precisamente otra demostración del teorema de los números primos.

En este momento, nuestro observador simplón nos preguntará: Pero, ¿qué pasa? ¿Una teoría que pretende ser nueva se enorgullece al dar como su principal aplicación un resultado que ya había sido cocinado con todas las salsas?. Yo siempre había creido que las matemáticas deben resolver problemas nuevos.

Me apresuro a añadir que aún hoy en día, el teorema Tauberiano de Wiener es considerado una de las grandes nuevas ideas matemáticas de este siglo. Y, ¿por qué? Entre otras razones, porque Wiener fue el primero en intuir cuáles eran los conceptos básicos que servirian para entender una demostración que hasta ese entonces había quedado misteriosa. En efecto, la demostración original del teorema de los números primos relacionaba como por magia la ley asimptótica de la distribución de los primos al comportamiento de la función zeta de Riemann. Esta conexión había sido primeramente intuida por Riemann en el siglo diecinueve, después de Riemann, varios matemáticos habían intentado poner en obra las intuiciones de Riemann, abriendo así el camino para la primera demostración. Sin embargo, no se puede decir que esta conexión sea intuitiva, ni entonces ni hoy en día. Lo que logró hacer Wiener fue abrir el paso al desarrollo de un aparato conceptual que llevara más directamente a entender la ley de distribución de los números primos. El aparato conceptual propuesto por Wiener era totalmente distinto de las técnicas utilizadas por Hadamard y de la Vallée-Poussin.

La prueba de Wiener fue seguida por un periodo de gran actividad en teoría de números. Por primera vez, los matemáticos comenzaron a conjeturar que se podría dar una demostración elemental del teorema de los números primos.

¿Qué es una "demostración elemental"?. Una demostración elemental es un razonamiento que muestra claramente la inevitabilidad analítica (en el sentido Kantiano de la expresión) de un teorema, partiendo de los conceptos fundamentales, y sin hacer hincapié en técnicas extrañas a estos conceptos.

Durante un periodo de diez años después del trabajo de Wiener, algunos centenares de trabajos fueron publicados, en los que se explicaban las ideas de Wiener, y gracias a ellos, poco a poco las aparatosas técnicas de la prueba de Wiener fueron eliminadas. La primera demostración elemental del teorema de los números primos, demostración que no utilizaba nada más que algunas acotaciones de la magnitud relativa de los primos, fue finalmente obtenida en colaboración por los matemáticos Erdös y Selberg. Es otra obra maestra de las matemáticas de nuestro siglo.

Desgraciadamente, hay que admitir a pesar nuestro que las demostraciones elementales no son casi nunca sencillas. La demostración de Erdös y Selberg consistía en unas cicuenta páginas de densos razonamientos, y resultaba más difícil que las que la habían precedido. Sin embargo, tenía un gran mérito, el de apoyarse en nociones intrínsecas a la definición de número primo, junto con ciertas técnicas elementales descubiertas hace dos mil años por Euclides y Eratóstenes.

La demostración de Erdös y Selberg mostraba claramente que la dificultad del teorema se podía reducir a un razonamiento en principio trivial, una vez comprendidas las nociones fundamentales, pero sólo en principio. Tuvieron que pasar varios años y varios cientos más de trabajos de investigación, hasta que el matemático norteamericano Norman Levinson (que, entre paréntesis, fue el único estudiantre de tesis que tuvo Wiener) publicara una nota de unas pocas páginas en la revista "American Mathematical Monthly", periódico muy popular entre los profesores de secundaria. A pesar del modesto título, a saber "A motivated introduction to the prime number theorem", la nota de Levinson contenía una demostración elemental completa del teorema de los números primos, al alcance de cualquier matemático que haya seguido los modestos cursos de matemáticas ofrecidos en cualquier "college" Norteamericano.

Después de la publicación del trabajo de Levinson, hubo una baja en el número de trabajos de investigación relacionados al teorema de los números primos. La demostración de Levinson, o una de sus variantes, es la que se encuentra hoy en día en textos de teoría de números para estudiantes universitarios.

Volvamos a la filosofía. ¿ Cuáles serán las conclusiones filosóficas que se puede sacar de este fragmento de historia matemática ?. Al ojear cualquier de los trescientos periódicos donde se publican trabajos originales de investigación matemática, caemos en la cuenta de que muy pocos de esos trabajos de investigación proponen soluciones a problemas nuevos y no todavía resueltos. Menos aún son aquellos donde se desarrollan teorías nuevas. La mayoría absoluta de los trabajos de investigación de matemática se propone no demostrar, sino re-demostrar, no axiomatizar, sino re-axiomatizar, no inventar, sino unificar, simplificar, allanar, añadir resultados marginales a teorias existentes; lo que Thomas Kuhn llama "limpiar trastos".

Frente a esta realidad, nos sentimos obligados a escoger una de dos tesis. La primera es que el nivel de la investigación matemática de nuestro tiempo ha caído. Pero, ¿es ésta tesis correcta?. En la historia de las matemáticas en los siglos dieciocho y diecinueve notamos exactamente el mismo fenómeno, como averiguamos pasando las páginas de periódicos de matemáticas de esos tiempos. Veremos entonces que el nivel de originalidad de los trabajos publicados en matemáticas no ha caído, antes bien, ha subido.

La única conclusión correcta es otra. Nuestras ideas preconcebidas de lo que la investigación matemática **debiera ser** no corresponden a la realidad. El matemático no es un sabio que, concentrándose con ojos de fuego delante de una hoja blanca de papel, después de un período de intensa actividad mental, produce soluciones de nuevos problemas como una maquinaria que produce caramelos. Tampoco es el matemático el inventor de llaves milagrosas, llamadas teorías, de los misterios del universo.

Otra vez nos apresuramos a añadir que la opinión opuesta a la que acabo de bosquejar es igualmente errónea. Es falso opinar que el matemático **no** resuelve problemas y **no** inventa teorías. Por el contrario, es verdad que los problemas se resuelven y las teorías se inventan continuamente; así es como los matemáticos se ganan la vida, pero no hay que simplificar demasiado. En su mayoría, los trabajos de investigación en matemáticas no se pueden clasificar fácilmente en cuanto a originalidad. Un juez estricto clasificaría a todos los trabajos de matemáticas como faltos de originalidad, con dos o tres excepciones cada siglo; un juez más liberal encontrará una chispa de originalidad en casi todos los trabajos publicados. Hasta aquellos trabajos en que se encuentran nuevas soluciones de viejos problemas pueden ser clasificados o como meros ejercicios (a veces ejercicios difíciles), o como sendas abiertas a machetazos en una floresta virgen.

El error consiste en presuponer que el valor de un trabajo de matemáticas es algo objetivo y fijo. Esto no es verdad. Hay trabajos que no hace más de veinte años se consideraban como fundamentales, y que hoy se admite que fueron pasos falsos; y viceversa, baste recordar que dos algebristas que cuando yo era estudiante no se tomaban en serio, quiero decir Young y Macaulay, son hoy considerados como grandes creadores del álgebra.

Es un error creer que las teorías crecen por añadidura, como cuentas corrientes en el banco.

La idea del aumento continuo y cuantitativo del conocimiento es un disparate. El abuso del concepto de crecimiento exponencial es uno de los grandes errores de nuestro tiempo. Al contrario, se nota hoy un retorno a las matemáticas concretas del siglo pasado, después de una época en que reinó la abstracción más extrema. Algoritmos y técnicas de las cuales una vez se sonreía han sido revalorizadas, como por ejemplo la teoría de los invariantes de Gordan, de la cual se burlaba Hilbert. La matemática contemporánea, con su falta de centro, con sus discontinuidades, con sus lapsos en el pasado, nos proporciona una confirmación más de la desaparición en la época actual de dos grandes ilusiones heredadas de la edad Victoriana: la idea de progreso y el mito de la conquista definitiva.

5. QUE ES LA REALIDAD MATEMATICA?

Hemos trazado a grandes rasgos dos puntos de vista sobre la realidad matemática que parecen oponerse el uno al otro. Ambos puntos de vista se imponen al observar sin prejuicios el desarrollo de las matemáticas modernas.

El primer punto de vista es parecido a la idea de realidad en la ciencia experimental. Según este punto de vista, los teoremas matemáticos tienen que ver con la realidad del mundo en que vivimos (aunque no necesariamente el mundo material): como todas las realidades científicas, se los descubre mediante la observación y el experimento. Por lo tanto, la teoría filosófica de la realidad matemática no difiere esencialmente de la teoría de cualquier otra ciencia, a no ser por detalles fenomenológicos. Por ejemplo, las leyes matemáticas adolecen de mayor precisión en comparación con las leyes de la física o de la botánica. El hecho de que las leyes matemáticas sean "ideales", mientras las leyes de la naturaleza son "materiales" (como se decía en los tiempos de nuestro maestro Don José Ortega y Gasset) no tiene mayor importancia. Ideales o materiales, las leyes matemáticas son hechos que se encuentran en el mundo como cualquier otro hecho, y de ninguna manera son meras creaciones de la mente humana. Las matemáticas y las ciencias naturales están aliadas en la faena del descubrimiento de la estructura del mundo real, estructura que no sólo incluye la materia, sino también, y **equiprimordialmente** (otra palabra de Heidegger) las ideas.

El segundo punto de vista parece ser diametralmente opuesto. Las demostraciones de los teoremas matemáticos, como hemos visto en el ejemplo del teorema de los números primos, son el resultado de enormes esfuerzos intelectuales. Gracias a estos esfuerzos, las demostraciones son gradual y lentamente reducidas en su complicación, y tarde o temprano quedan simplificadas hasta llegar a la trivialidad. Generaciones de trabajadores reducen una prueba de cien páginas a un elegante razonamiento de pocos renglones. ¿ No es acaso este proceso de simplificación una prueba de que las matemáticas son creaciones de la mente humana ?. ¿ No será verdad que la dificultad que tenemos en encontrar la demostración de un teorema es culpa nuestra, que no sabemos ver ?. Y, ¿ no sería verdad acaso que el acto mismo del descubrimiento sea una ilusión en que hemos caído, nosotros pobres pecadores ?. ¿ Y que la trivialidad que un día sellará para siempre lo que creemos ser un descubrimiento profundo, no es más que otra revelación de nuesrtra humana finitud ?. "Toda demostración es una demistificación", escribió el matemático inglés Hardy. El ideal de la verdad matemática es la trivialidad, y la comunidad de los matemáticos no cesará de trabajar sobre cualquier nuevo desubrimiento hasta haber demostrado para la satisfacción general que las dificultades encontradas por los desubridores eran causadas por su ceguera, y que al final del camino lo que queda es la analiticidad en su pureza. El progreso de las matemáticas es un despertar del sueño de una razón que amenazaba producir monstruos. ¿ Cómo saldremos de esta paradoja de los dos puntos de vista en apariencia opuestos ?. Voy a proponer hacerlo mediante un razonamiento que es originalmente debido a Husserl, y que puede ser útil para resolver otras sendas paradojas filosóficas. Propongo que a este razonamiento se le dé el nombre de **"argumentum ex universali"**.

Volvamos por útima vez a examinar el problema. Por un lado, los teoremas matemáticos describen leyes de la naturaleza, no determinadas por la mente humana, de una naturaleza que es, como solía decir Einstein, **raffiniert** pero no **boshaft**.

Por otro lado, tarde o tempramo la razón humana reduce todo teorema a una trivialidad analítica. ¿ Cómo es posible que los dos puntos de vista sean ambos verdaderos ?.

Pero caigan ustedes en la cuenta de que la misma duplicidad se observa no sólo en las matemáticas, sino también en las otras ciencias, en la física y en la química, en la botánica y en la biología.

Toda ley de la física, una vez que ha sido encajada dentro de la teoría que le conviene, se transforma en una trivialidad matemática. La búsqueda de la ley universal de la constitución de la materia por ejemplo, en la cual la física está metida desde hace un siglo, es en realidad la búsqueda de un principio trivializador, de un "no es otra cosa que ..." que finalice la investigación.

Igualmente, la unificación de la química que ha sido llevada a cabo por la mecánica cuántica tiene una motivación parecida. Y la moda contemporánea de la biología molecular, puede atribuirse al primer rayo de esperanza que estas profundas investigaciones proporcionan a la biología, para que, por primera vez en la historia, el aparente azar del fenómeno de la vida vuelva al hogar maternal de la analiticidad Kantiana.

En conclusion. el ideal de toda ciencia, no solo de las matemáticas, es el de desbarazarse de toda sintesis a priori, reemplazándola con la verdad analitica. Se pudiera definir la ciencia como la transformación de los hechos sintéticos de la naturaleza en proposiciones analiticas de la razón.

De este modo, la paradoja que creiamos haber descubierto en las matemáticas revela ser, gracias al **argumentumm ex universali**, una paradoja que es compartida por todas las ciencias. Aunque esta constatación no nos salva de todos los males epistemológicos, sin embargo, es una consolación saber que nosotros los matemáticos no somos los únicos en padecer de esta calamidad. Al darnos cuenta de la frecuencia de esta paradoja nos salvamos del deber dar razón de ella. El problema es demasiado universal y demasiado importante para que se lo pueda pretender resolver dentro de los estrechos limites de la filosofía de las matemáticas. No tenemos otro remedio que desentendernos de todo el problema, y entregarlo esperanzadamente a la atención del metafísico profesional, único competente para ocuparse ocuparse de problemas de este tipo. Al alentar al metafísico a que se ocupe de este importante problema, le recordaremos el antiguo refrán: **Hic Rhodus, hic salta.**

M.I.T.
CAMBRIDGE, MASSACHUSETTS
USA.

* El anterior es el texto de la conferencia dictada por el doctor Gian-Carlo Rota en el I Coloquio Bolivariano de Matemáticas, realizado en la ciudad de Quito, Ecuador, del 16 al 21 julio de 1990 y se publica con autorización expresa del autor.