ESTUDIO COALICIONAL DE LOS PARLAMENTOS AUTONOMICOS ESPAÑOLES DE REGIMEN COMUN (*)

Por FRANCESC CARRERAS
IGNACIO GARCIA JURADO
MIGUEL A. PACIOS

SUMARIO

RESUMEN

Se analiza la distribución de poder y la formación de coaliciones entre los partidos políticos que obtuvieron representación en las elecciones celebradas el 26 de mayo de 1991 para renovar los Parlamentos de las trece Comunidades Autónomas de Régimen Común. Se aplican dos medidas de poder: el índice de Shapley-Shubik para juegos simples y su generalización, el valor coalicional de Owen para juegos con estructura de coaliciones. Las coaliciones elegidas según el criterio de optimización del valor coalicional se comparan con las formadas realmente en cada Comunidad Autónoma.

I. INTRODUCCION

En este trabajo se aplican conceptos y técnicas de la Teoría de Juegos (cooperativos) al estudio de la aritmética política y las relaciones intraparlamenta-

(*) Los autores agradecen al profesor José Vilas Nogueira sus comentarios a una versión preliminar de este trabajo.

rias entre partidos. A modo de ilustración se procede al análisis de la composición de los Parlamentos Autonómicos españoles de Régimen Común derivada de las elecciones del 26 de mayo de 1991, punto de partida de la III Legislatura para todos ellos.

El objetivo no es reducir a números la complejidad y sutileza de las relaciones políticas. Ni tratar de predecir el comportamiento de individuos y/o grupos influenciados a menudo por circunstancias que los modelos formales —pese a su creciente sofisticación— no llegan a incorporar. Se pretende, simplemente, aportar una componente de racionalidad matemática a una sección importante del análisis político. El contraste de los resultados teóricos con la realidad —haya coincidencia o no— ha de ser necesariamente instructivo.

La rica estructura parlamentaria española proporciona una variedad de situaciones de interés. Así, tras las elecciones generales de 1989, un partido (PSOE) dispone en el Senado de una cómoda mayoría absoluta, mientras que en el Congreso de los Diputados se da la infrecuente circunstancia de que el partido principal (de nuevo el PSOE) controle exactamente la mitad del elevado número de votos de la Cámara; formalmente ello le da sólo derecho a veto, aunque la reiterada ausencia de los representantes de HB y la nula probabilidad de que, incluso con ellos —o debido a ellos— los restantes partidos sin excepción se pongan de acuerdo hace que en la práctica el PSOE pueda gobernar como si contase con mayoría absoluta.

Tres de las cuatro Comunidades Autónomas no sujetas al Régimen Común tienen actualmente gobiernos apoyados por mayoría absoluta en los respectivos Parlamentos: del PP en Galicia desde 1989, del PSOE en Andalucía desde 1990 y de CiU en Cataluña desde 1992. La situación en el País Vasco (desde 1990) es muy distinta por diversas razones.

La composición ideológica de la sociedad española, vista a través de los partidos políticos con representación parlamentaria, no puede describirse como un bipartidismo más o menos imperfecto, ni decirse que tienda hacia él. Junto a PSOE y PP existen no sólo otros dos partidos con una amplia base de votantes potenciales a nivel estatal, CDS e IU, sino también partidos de carácter regional —y en algunos casos nacionalista— algunos de los cuales, como CiU y PNV, gozan de una profunda implantación en sus respectivas Comunidades. De modo que cuando el clásico eje ideológico izquierda-derecha se combina con un eje transversal centralismo-regionalismo, en situaciones donde ningún partido dispone de mayoría absoluta, el espacio político y las negociaciones parlamentarias adquieren una gran complejidad: ésta es precisamente, junto a la postura ambigua de HB, la característica principal del actual Parlamento vasco.

En este punto desearíamos citar dos estudios que sirven de antecedente a nuestro trabajo: el del Parlamento de Cataluña 1980-1984 (Carreras y Owen, 1988) y el del Parlamento del País Vasco 1986-1990 (Carreras y Owen, 1993);

las técnicas empleadas en este último caso (introducidas en Carreras, 1991) serían de aplicación a la actual Legislatura vasca, por lo que nuestro interés deriva más bien hacia los restantes Parlamentos regionales, es decir, los de las Comunidades de Régimen Común.

La organización es como sigue: en la Sección 2 se introducen las ideas de la Teoría de Juegos que serán de aplicación y se propone la metodología a seguir, incluyendo varios supuestos básicos; la Sección 3 está dedicada al análisis de cada una de las Cámaras regionales, y la Sección 4 recoge las conclusiones. Se incluye un Apéndice sobre el formalismo y los fundamentos matemáticos que sustentan los conceptos y técnicas empleados y, finalmente, se dan las referencias bibliográficas.

II. PRELIMINARES Y METODOLOGIA

Un *juego de mayoría ponderada* es un tipo particular de juego cooperativo (véase el Apéndice), que está formado por un conjunto de *jugadores*, representado en abstracto por $N = \{1, 2, \ldots, n\}$, una distribución que asigna a cada jugador $i \in N$ un *peso* $v_i \geq 0$ y una condición de *mayoría* q a la que se impone la condición $T/2 < q \leq T$, siendo T la suma de todos los pesos. En la práctica un juego de mayoría ponderada se representa por

$$[q; v_1, v_2, \ldots, v_n],$$

dando los pesos en orden decreciente.

Cualquier subconjunto $S \subseteq N$ se denomina una *coalición*. S es una coalición *vencedora* si verifica la condición

$$\sum_{i \in S} v_i \geq q,$$

y coalición vencedora *minimal* si no puede prescindir de ninguno de sus jugadores para satisfacer la desigualdad anterior. Cualquier par de coaliciones vencedoras tiene algún elemento en común, por la condición $q > T/2$.

Un jugador i tiene *veto* si pertenece a todas las coaliciones vencedoras. Si, además, $\{i\}$ es vencedora se dice que i es el *dictador*. En el otro extremo, un jugador es (estratégicamente) *nulo* si no pertenece a ninguna coalición vencedora minimal. Finalmente, dos jugadores $i, j \in N$ son *indiferentes* si, para cada coalición $S \subseteq N - \{i, j\}$, $S \cup \{i\}$ es vencedora si y sólo si $S \cup \{j\}$ lo es, de forma que, también en el aspecto estratégico, ambos son igualmente interesantes como compañeros de coalición.

El *índice de poder de Shapley-Shubik* (Shapley y Shubik, 1954) establece para cada juego $[q; v_1, v_2, \ldots, v_n]$ una distribución de utilidades a los jugadores:

$$\Phi = (\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_n),$$

tal que cada $\Phi_i \geq 0$ y $\sum_{i \in N} \Phi_i = 1$ (por lo que en la práctica suele expresarse mediante porcentajes). El índice precisa numéricamente la importancia estratégica de cada jugador, es decir, su capacidad para formar parte de coaliciones vencedoras. Existen diversas caracterizaciones axiomáticas del índice de Shapley-Shubik, muy elegantes desde el punto de vista matemático (véase el Apéndice; cf. también Carreras (1984) acerca de la conexión del índice con la estructura del juego). En nuestro contexto son de especial interés las siguientes propiedades:

(1) $\omega_i \geq v_j \implies \Phi_i \geq \Phi_j$
(2) $\Phi_i = 1$ (100 %) si y sólo si i es dictador
(3) $\Phi_i = 0$ si y sólo si i es nulo
(4) $\Phi_i = \Phi_j \iff i, j$ son indiferentes

El índice de poder de Shapley-Shubik constituye una evaluación inicial del juego, basada en el «potencial» de los jugadores. Es correcto, pues, interpretarlo como una descripción del *status quo* o punto de partida para la negociación coalicional. El problema central del análisis de un juego cooperativo es el estudio de la formación de coaliciones y el reparto de los beneficios que de ella se deriven. El *valor coalicional* (Owen, 1977) aporta una solución a este problema tan rigurosamente fundamentada (véase el Apéndice) como el índice de Shapley-Shubik, y al mismo tiempo perfectamente compatible con él puesto que se trata de una generalización. Una *estructura de coaliciones* en N es una partición

$$B = \{N_1, N_2, \ldots, N_m\},$$

que describe las coaliciones que los jugadores han decidido formar. A partir de esta información adicional, el valor coalicional establece una asignación

$$\Phi^B = (\Phi_1^B, \Phi_2^B, \ldots, \Phi_n^B)$$

que tiene en cuenta el juego de partida, el juego que resulta de la coordinación de fuerzas entre los jugadores de cada bloque y las exigencias que cada uno plantea —basadas en el beneficio que podría haber recibido asociándose a otro bloque— a la hora de repartir entre los miembros de cada coalición el valor que ésta obtiene como tal. Si $B = \{\{1\}, \{2\},..., \{n\}\}$ o bien $B = \{N\}$ (estructuras triviales) se verifica que $\Phi^B = \Phi$; en este sentido el valor coalicional es compatible con el índice de Shapley-Shubik (y, al igual que éste, para juegos de mayoría ponderada es correcto expresarlo mediante porcentajes). Además es generalizable a situaciones en que algunas de las coaliciones de *B* estén a su vez estructuradas en subcoaliciones. En general, el tipo de estructuras de coaliciones que utilizaremos serán aquéllas en que solamente se forma una coalición vencedora minimal (*estructuras simples*): en este caso, el comportamiento posterior de los restantes jugadores es irrelevante.

Tomaremos como hipótesis de trabajo: 1) una perfecta disciplina de voto dentro de cada partido; 2) la restricción del tipo de decisiones que toma un cuerpo colegiado al caso binario (sólo sobre dos alternativas, o sobre una propuesta y su negación); 3) la exigencia de mayoría absoluta para la aprobación, entendiendo que la abstención o ausencia sistemáticas de un partido se traducen en el adecuado descenso de la mayoría exigida, y 4) la tendencia de los partidos a formar, en el caso de que ninguno de ellos alcance la mayoría, coaliciones vencedoras *minimales*.

En estas condiciones, una Cámara parlamentaria queda descrita por un juego de mayoría ponderada

$$[q; \omega_1, \omega_2,..., \omega_n],$$

donde n es el número de partidos —o, más exactamente, grupos parlamentarios—, cada ω_i es el número de escaños asignados al partido i y la mayoría exigida es $q = \text{int}(T/2) + 1$, donde $T = \sum_{i \in N} \omega_i$.

Si un partido alcanza la mayoría, es decir, si $\omega_i \geq q$, entonces su índice de poder es 100 %, y también su valor coalicional bajo cualquier estructura de coaliciones. Los restantes partidos son nulos en todo caso, su índice de poder es 0 y no hay regateo dirigido a formar coaliciones: hablaremos entonces de *oligarquía homogénea*, y entenderemos que se trata de situaciones estables donde gobierna en solitario el partido dominante.

Hay seis Comunidades Autónomas donde se produce esta situación tras las elecciones de mayo del 91: al principio de la sección siguiente se describen brevemente todas ellas.

En las siete restantes Comunidades Autónomas el análisis comenzará por determinar las coaliciones vencedoras minimales y el índice de poder de Shapley-Shubik como configuración inicial, excluyendo a los jugadores nulos de las consideraciones posteriores. A continuación calcularemos el valor coalicional para cada estructura simple definida por una coalición vencedora minimal. Nuestro último supuesto será el siguiente: 5) la utilidad del poder (y por tanto del valor coalicional) es fraccionable y transferible. En consecuencia, buscaremos las coaliciones que optimizan el valor coalicional de *cada uno* de sus integrantes (*coaliciones óptimas*). Esta característica, ya de por sí esencial, tiene una importante consecuencia adicional, la *estabilidad* que confiere a la coalición por el hecho de que ninguno de sus miembros tenga incentivos para preferir abandonarla.

Evitaremos hacer uso *a priori* de consideraciones acerca de afinidades o incompatibilidades entre partidos. Toda introducción de información en este sentido corre el riesgo de ser calificada de subjetiva o, peor aún, ser tachada de tendenciosa para forzar coincidencias de resultados. Preferimos comentar sólo *a posteriori*, y de un modo relativamente informal, algunas tendencias, dejando a especialistas de la Ciencia Política la labor de justificar el comportamiento real de los partidos y, si viene al caso, el florentinismo político. Además, tanto la historia de pasadas alianzas como las previsiones del futuro coste político (en votos perdidos) de ciertas combinaciones suelen influir en los cálculos de los partidos, a veces tanto o más que las proximidades o divergencias ideológicas y/o programáticas del momento.

Somos asimismo conscientes de que, en los casos más simples, Occam y el sentido común aconsejan contar con los dedos de la mano, aunque añadiendo las tablas de valores coalicionales no se pretende perturbar a nadie que esté ocupado en este ejercicio.

III. ANALISIS DE LOS PARLAMENTOS

Cuatro partidos de ámbito estatal obtuvieron escaños en mayo de 1991: CDS, Centro Democrático y Social; IU, Izquierda Unida; PP, Partido Popular; PSOE, Partido Socialista Obrero Español. Las demás formaciones con representación parlamentaria son de carácter regional, por lo que el significado de sus siglas se dará en el apartado correspondiente a su Comunidad Autónoma.

1. *Oligarquías homogéneas*

Las seis Comunidades donde un partido alcanza la mayoría absoluta se describen en la Tabla 1. Aunque en varias de ellas la mayoría obtenida por el partido dominante es muy próxima a la exigida, el mecanismo de sustitución automática de diputados asegura la perdurabilidad de la oligarquía. En definitiva, la formación del gobierno y su estabilidad no presentan ninguna clase de problemas, ni teóricos ni prácticos, en situaciones de este tipo, por lo que es innecesario cualquier otro comentario.

Tabla 1. Oligarquías homogéneas

Comunidad	Mayoría	Partido dominante	Escaños
Baleares	30/59	PP-UM (*)	31
Castilla-La Mancha	24/47	PSOE	27
Castilla-León	43/84	PP	43
Extremadura	33/65	PSOE	39
Murcia	23/45	PSOE	24
Valencia	45/89	PSOE	45

(*) UM: Unió Mallorquina. La coalición PP-UM se formó antes de las elecciones, por lo que se considera un grupo políticamente homogéneo.

Para cada una de las restantes Comunidades Autónomas, una tabla describirá la distribución de escaños entre los partidos, su porcentaje, el poder según el índice de Shapley-Shubik (columna Sh-Sh) y el valor coalicional según la formación de cada una de las coaliciones vencedoras minimales, que encabezarán la columna correspondiente. Cerrará el estudio de cada caso un breve comentario acerca de las coaliciones óptimas obtenidas, las restricciones ideológicas aparentes y el contraste entre esta solución teórica y el resultado real de la negociación entre partidos. Por su mayor complejidad, los Parlamentos de Canarias y Navarra se desvían algo de esta norma y su tratamiento requiere consideraciones adicionales.

2. *Comunidad Autónoma de Aragón*

La estructura política del Parlamento de Aragón es bastante sencilla, como se refleja en la tabla siguiente. Estratégicamente, y así lo indica el índice de Shapley-Shubik, uno de los partidos es nulo, mientras los tres restantes, pese a la diferencia de escaños, son indiferentes.

Tabla 2. Aragón

Partidos (*)	Escaños	% Esc.	Sh-Sh	(a)	(b)	(c)
PSOE	30	44,78	33,33	50,00	50,00	0
PP	17	25,37	33,33	50,00	0	50,00
PAR	17	25,37	33,33	0	50,00	50,00
IU	3	4,48	0	0	0	0
Mayoría:	34/67					

(*) PAR: Partido Aragonés Regionalista.
Coaliciones vencedoras minimales: 3.
(a) PSOE+PP; (b) PSOE+PAR; (c) PP+PAR.

Comentario: Las tres coaliciones consideradas son óptimas; si se admite una incompatibilidad (local, tal vez) entre PSOE y PP se concede al PAR un veto no formal sino «político», es decir, derivado de circunstancias ideológicas, que hace imprescindible su presencia en la coalición de gobierno y deja en sus manos la decisión definitiva.

El resultado en esta Comunidad Autónoma fue un gobierno de coalición PP + PAR, con Presidencia para el PAR.

3. *Comunidad Autónoma de Asturias*

El Parlamento asturiano se compone de cinco partidos, aunque estratégicamente el último de ellos es nulo y los tres que le preceden son indiferentes.

Tabla 3. Asturias

Partidos (*)	Escaños	% Escaños	Sh-Sh	(a)	(b)	(c)	(d)
PSOE	21	46,66	50,00	66,66	66,66	66,66	0
PP	15	33,33	16,66	33,33	0	0	33,33
IU	6	13,33	16,66	0	33,33	0	33,33
CDS	2	4,44	16,66	0	0	33,33	33,33
CA	1	2,22	0	0	0	0	0
Mayoría:	23/45						

(*) CA: Coalición Asturiana.
Coaliciones vencedoras minimales: 4.
(a) PSOE + PP; (b) PSOE + IU; (c) PSOE + CDS; (d) PP + IU + CDS.

Comentario: Las cuatro coaliciones consideradas son óptimas; si se admite la incompatibilidad entre PP e IU, el partido principal, PSOE, pasa a disponer de veto político y puede escoger el compañero de coalición que más convenga a sus intereses coyunturales (probablemente IU o CDS antes que PP, por razones ideológicas).

El resultado en esta Comunidad Autónoma fue un gobierno de coalición PSOE + IU, con Presidencia para el PSOE.

4. *Comunidad Autónoma de Canarias*

Esta es una de las dos regiones que ofrecen cierto nivel de complejidad, derivada básicamente en este caso del número de partidos presentes en el Parlamento, ya que ninguno de ellos carece de cierto valor estratégico. El único representante de AHI ha sido agregado a los de las AIC, ya que inmediatamente después de las elecciones pero antes de iniciarse las negociaciones intraparlamentarias se alcanzó el acuerdo de fusión de ambas formaciones.

Tabla 4. Canarias

Partidos (*)	Escaños	% Escaños	Sh-Sh
PSOE	23	38,33	41,66
AIC + AHI	17	28,33	20,00
CDS	7	11,66	15,00
PP	6	10,00	10,00
ICAN	5	8,33	6,66
AM	2	3,33	6,66
Mayoría:	31/60		

(*) AIC: Agrupaciones Independientes Canarias; ICAN: Iniciativa Canaria; AM: Asamblea Majorera; AHI: Agrupación Herreña Independiente.

Coaliciones vencedoras minimales: 9.

(a) PSOE + (AIC + AHI); (b) PSOE + CDS + PP; (c) PSOE + CDS + ICAN; (d) PSOE + CDS + AM; (e) PSOE + PP + ICAN; (f) PSOE + PP + AM; (g) (AIC + AHI) + CDS + PP + ICAN; (h) (AIC + AHI) + CDS + PP + AM; (i) (AIC + AHI) + CDS + ICAN + AM.

Tabla 5a. Canarias

Partidos	Sh-Sh	(a)	(b)	(c)	(d)
PSOE	41,66	60,83	56,94	58,33	58,33
AIC + AHI	20,00	39,16	0	0	0
CDS	15,00	0	27,78	29,17	29,17
PP	10,00	0	15,28	0	0
ICAN	6,66	0	0	12,50	0
AM	6,66	0	0	0	12,50

Tabla 5b. Canarias

Partidos	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)
PSOE	56,94	56,94	0	0	0
AIC + AHI	0	0	34,72	34,72	33,33
CDS	0	0	29,17	29,17	27,78
PP	23,61	23,61	23,61	23,61	0
ICAN	19,44	0	12,50	0	19,44
AM	0	19,44	0	12,50	19,44

Comentario: Hay abundancia de coaliciones vencedoras minimales; el reparto del valor coalicional se da en las Tablas 5a y 5b, precedido en la primera del índice de Shapley-Shubik a efectos comparativos. Aparece una única coalición óptima, PSOE + (AIC + AHI), y carece de toda relevancia cualquier consideración acerca de posibles incompatibilidades (en cuanto a la cohesión de esta coalición es oportuno recordar el decisivo voto del único representante de las AIC en el Congreso de los Diputados de Madrid durante la investidura del presidente González tras las elecciones generales de 1989).

El resultado en esta Comunidad Autónoma fue un gobierno de coalición PSOE + (AIC + AHI), con Presidencia para el PSOE.

5. *Comunidad Autónoma de Cantabria*

La situación en este caso es de nuevo formalmente sencilla, con un jugador nulo y los tres restantes indiferentes.

Tabla 6. Cantabria

Partidos (*)	Escaños	% Escaños	Sh-Sh	(a)	(b)	(c)
PSOE	16	41,03	33,33	50,00	50,00	0
UPCA	15	38,46	33,33	50,00	0	50,00
PP	6	15,38	33,33	0	50,00	50,00
PRC	2	5,13	0	0	0	0
Mayoría:	20/39					

(*) UPCA: Unión para el Progreso de Cantabria; PRC: Partido Regionalista Cántabro.
Coaliciones vencedoras minimales: 3
(a) PSOE + UPCA; (b) PSOE + PP; (c) UPCA + PP.

Comentario: Las tres coaliciones consideradas son óptimas. UPCA proviene de una escisión del PP previa a las elecciones: de no haberse producido la separación, el PP habría alcanzado muy probablemente la mayoría absoluta. No puede hablarse en principio de incompatibilidades obvias, ya que, por una parte, la Legislatura anterior había terminado con un gobierno PSOE + PP tras la escisión; por otra, existía tanto la posibilidad de que volviera a producirse un acuerdo entre UPCA y PP como la de que, consolidando la división, UPCA aceptase una entente con el PSOE para desbancar al PP.

El resultado en esta Comunidad Autónoma fue un gobierno de coalición UPCA + PP, con Presidencia para UPCA.

6. *Comunidad Autónoma de Madrid*

También aquí hay una total simetría en el aspecto formal.

Tabla 7. Madrid

Partidos (*)	Escaños	% Escaños	Sh-Sh	(a)	(b)	(c)
PP	47	46,53	33,33	50,00	50,00	0
PSOE	41	40,59	33,33	50,00	0	50,00
IU	13	12,87	33,33	0	50,00	50,00
Mayoría:	51/101					

Coaliciones vencedoras minimales: 3.
(a) PP+PSOE; (b) PP+IU; (c) PSOE+IU.

Comentario: Las tres coaliciones consideradas son óptimas. Si se considera que hay incompatibilidad entre PP e IU, el PSOE obtiene veto político y puede decidir quién le acompañará en el gobierno de coalición (probablemente IU, por razones obvias).

El resultado en esta Comunidad Autónoma fue un gobierno de coalición PSOE + IU, con Presidencia para el PSOE.

7. *Comunidad Autónoma de Navarra*

Esta es la otra región que destaca por su complejidad, no tanto de carácter formal en este caso —pese a haber cinco partidos con valor estratégico— sino debida a la radicalidad de la postura política de uno de los componentes, situado además en posición crucial y con una tradición de asistencia totalmente irregular.

La Tabla 9 describe la situación suponiendo que HB asista a la Cámara. La posibilidad de una ausencia sistemática de este grupo exige la correspondiente modificación del escenario, que aparece en la Tabla 10, así como la precaución de considerar en qué condiciones quedarán las coaliciones analizadas en este segundo caso de producirse la reincorporación de HB al Parlamento, lo que se refleja en la Tabla 11.

Tabla 8. Navarra

Partidos (*)	Escaños	% Escaños	Sh-Sh	Sh-Sh (sin HB)
PP + UPN	20	40,00	36,66	41,66
PSOE	19	38,00	28,33	25,00
HB	6	12,00	28,33	—
EA	3	6,00	3,33	25,00
IU	2	4,00	3,33	8,33
Mayoría:	26/50	(23/44, sin HB)		

(*) UPN: Unión del Pueblo Navarro, en coalición con PP previa a las elecciones; HB: Herri Batasuna; EA: Eusko Alkartasuna.

Coaliciones vencedoras minimales: 4.
(a) (PP + UPN) + PSOE; (b) (PP + UPN) + HB; (c) PSOE + HB + EA; (d) PSOE + HB + IU.
Coaliciones vencedoras minimales sin HB: 3.
(a) (PP + UPN) + PSOE; (e) (PP + UPN) + EA; (f) PSOE + EA + IU.

Tabla 9. Navarra

Partidos	Sh-Sh	(a)	(b)	(c)	(d)
PP + UPN	36,66	54,16	54,16	0	0
PSOE	28,33	45,83	0	44,44	44,44
HB	28,33	0	45,83	44,44	44,44
EA	3,33	0	0	11,11	0
IU	3,33	0	0	0	11,11

Tabla 10. Navarra (sin HB)

Partidos	Sh-Sh	(a)	(e)	(f)
PP + UPN	41,66	58,33	58,33	0
PSOE	25,00	41,66	0	41,66
EA	25,00	0	41,66	41,66
IU	8,33	0	0	16,66

Tabla 11. Navarra

Partidos	Sh-Sh	(a)	(e)	(f)
PP + UPN	36,66	54,16	37,50	33,33
PSOE	28,33	45,83	25,00	27,78
HB	28,33	0	25,00	33,33
EA	3,33	0	4,16	2,78
IU	3,33	0	8,33	2,78

Comentario: De este análisis se desprende que las coaliciones óptimas son (PP + UPN) + PSOE (con independencia de la presencia o no de HB) y (PP + UPN) + HB, en tanto que otras dos coaliciones (PP + UPN) + EA y PSOE + EA + IU solamente son óptimas en ausencia de HB. Si suponemos a la coalición PP + UPN involucrada en dos tipos de incompatibilidad, una frente al PSOE en razón del eje izquierda-derecha y otra frente a HB y EA por la cuestión vasco-navarra, la única salida sería un gobierno de coalición PSOE + EA + IU o tal vez un gobierno minoritario del PSOE con el apoyo parlamentario de EA e IU. De no prosperar ninguna de las combinaciones óptimas —en sentido absoluto o relativamente a la autoexclusión de HB—, parece casi obligado el regreso a la situación de partida, que queda reflejada por las dos últimas columnas de la Tabla 8.

El resultado en esta Comunidad Autónoma, después de largos meses de negociaciones y votaciones sin formarse ninguna coalición que alcanzase la mayoría requerida, fue un gobierno minoritario del partido más votado en las elecciones, es decir, PP + UPN, en aplicación de la Ley Electoral.

8. *Comunidad Autónoma de La Rioja*

La situación en este caso es formalmente muy sencilla, análoga a otras anteriores.

Tabla 12. La Rioja

Partidos (*)	Escaños	% Escaños	Sh-Sh	(a)	(b)	(c)
PSOE	16	48,48	33,33	50,00	50,00	0
PP	15	45,45	33,33	50,00	0	50,00
PRP	2	6,06	33,33	0	50,00	50,00
Mayoría:	17/33					

(*) PRP: Partido Riojano Progresista.
Coaliciones vencedoras minimales: 3.
(a) PSOE + PP; (b) PSOE + PRP; (c) PP + PRP.

Comentario: Las tres coaliciones analizadas son óptimas; de nuevo parece plausible introducir una incompatibilidad local entre PSOE y PP, que concede veto político al partido regionalista, el PRP.

El resultado en esta Comunidad Autónoma fue un gobierno de coalición PSOE + PRP, con Presidencia para el PSOE.

IV. CONCLUSIONES

Los Parlamentos de las Comunidades Autónomas de Régimen Común corresponden a tres tipos bien diferenciados:

a) Aquéllos donde PSOE o PP (éste con alguna tendencia a asociarse a grupos regionalistas para concurrir a las elecciones) disponen de mayoría absoluta y, salvo descomposiciones internas del partido principal, presentan una total estabilidad.

b) Aquéllos donde la posición dominante corresponde también a PSOE y PP aunque sin alcanzar la mayoría absoluta. Los partidos menores —de ámbito estatal como CDS o IU, o regional como PAR, CA, PRC o PRP— pueden pasar a ser decisivos por la incompatibilidad habitual entre los dos partidos principales. Así, los Parlamentos de Aragón, Cantabria (ambos con un jugador nulo), Madrid y La Rioja poseen estructuras isomorfas formalmente pero no políticamente. En ellos todas las coaliciones vencedoras minimales están formadas por dos partidos, son óptimas y distribuyen el valor coalicional entre sus componentes al 50%. Sin embargo, las ideologías de los partidos y las relaciones entre ellos (y por tanto el resultado real de las negociaciones) son diferentes. En Aragón y La Rioja el partido regionalista se halla en tercer lugar, y mientras en aquella región se coaliga con el segundo para formar gobierno, en ésta se asocia al partido principal. En Cantabria es un partido de tipo personalista el que desempeña este papel decisivo, uniéndose al tercero, del que se había separado antes de las elecciones, para alcanzar la mayoría. En Madrid, finalmente, es un partido menor de ámbito estatal el que permite al segundo partido desbancar al primero. Asturias tiene una estructura inicial algo más complicada que los cuatro anteriores, aunque un jugador nulo reduce a cuatro los partidos significativos. La única coalición en la que no interviene el partido principal es poco plausible políticamente, y en todas las restantes este partido recibe un valor coalicional doble del que se asigna al posible asociado.

c) Finalmente, los casos de Canarias y Navarra merecen un comentario especial por su mayor complejidad. En Canarias ésta es puramente formal, ya que hay seis partidos en condiciones de negociar y aparecen nueve coaliciones vencedoras minimales, algunas de hasta cuatro jugadores. Pese a todo, y tal vez sorprendentemente, encontramos una única coalición óptima, avalada —si se quiere— por cierta predisposición demostrada con anterioridad (véase el comentario final del apartado 3). El problema de Navarra se debe no tanto a la presencia de cinco partidos con posibilidades estratégicas como a la postura ambigua de HB acerca de su participación en la Cámara, la cual adopta, por así decirlo, dos estructuras posibles. El entramado de relaciones políticas entre los partidos contribuye a enrarecer la situación, cuya salida real es el único gobierno minoritario encontrado en este estudio de los Parlamentos Autonómicos de Régimen Común. Este ejemplo ilustra nuestra consideración del juego de partida, evaluado por el índice de Shapley-Shubik, como configuración inicial o *statu quo* al que siempre es posible «regresar» tras el fracaso de las negociaciones, con la alta inestabilidad que comporta la existencia de un gobierno minoritario.

En definitiva, todas aquellas coaliciones efectivamente formadas se hallan entre las coaliciones óptimas seleccionadas a partir de criterios de racionalidad puramente formal. Es frecuente que un partido regionalista intervenga en la coalición, y que sean relaciones políticas de carácter local —incluso personales—

las que contribuyan a decidir la coalición real, especialmente en los casos más simples, en los cuales nuestro estudio se limita a ofrecer un marco relativamente amplio de resultados aceptables. Otro aspecto que se pone de manifiesto es la significación del índice de Shapley-Shubik y del valor coalicional, mucho más precisos que el peso o número de votos controlados por partidos y coaliciones.

Si se quiere se puede concluir que el comportamiento *in vivo* de las formaciones políticas en el regateo coalicional intraparlamentario encaja, en términos generales, entre los resultados obtenidos *in vitro* aplicando la teoría (de la optimización) del valor coalicional.

V. APÉNDICE: JUEGOS Y VALORES

Un *juego cooperativo con utilidad transferible* es un par (N, v) donde N es un conjunto (finito) de *jugadores* y v es la función característica,

$$v : 2^N \rightarrow R,$$

que asigna a cada *coalición* $S \subseteq N$ un valor $v(S)$, exigiéndose que $v(\emptyset) = 0$. Se interpreta $v(S)$ como el pago que la coalición S puede garantizarse, hagan lo que hagan los jugadores de N-S. Fijado N, el juego suele designarse simplemente por v. Habitualmente se supone que v es *superaditiva*, es decir, verifica

$$v(S \cup T) \geq v(S) + v(T) \text{ si } S \cap T = \emptyset,$$

de modo que la formación de coaliciones tiene interés.

Un juego cooperativo v es *simple* si $v(S) = 0$ ó 1 para toda coalición S, $v(N) = 1$ y además $v(S) < v(T)$ cuando $S \subseteq T$. Todo juego simple v queda determinado por la colección de las *coaliciones vencedoras*

$$W = \{S \subseteq N : v(S) = 1\}$$

que satisface, equivalentemente, (1) $N \in W$, $\emptyset \notin W$ y (2) $T \in W$ si $S \subseteq T$ y $S \in W$. Debido a (2), basta considerar la colección W^m de las *coaliciones vencedoras minimales* (por la inclusión) para definir el juego. La superaditividad se traduce en que $S \cap T \neq \emptyset$ para cada $S, T \in W^m$.

Un juego simple v definido por W es de *mayoría ponderada* si existe una distribución de pesos $v_1, v_2, \ldots, v_n$ entre los jugadores y una cantidad q (mayoría) tales que

$$S \in W \text{ si y sólo si } w(S) \geq q,$$

siendo $w(S) = \sum_{i \in S} v_i$ para cada coalición S. Si $T = w(N)$, la condición $q > T/2$ asegura la superaditividad.

Fijado el conjunto N de jugadores, sea G_N el espacio vectorial de todos los juegos cooperativos en N. El *valor Shapley* es la única aplicación Φ: $G_N \longrightarrow R^n$ que asocia a cada juego v sobre N un vector

$$\Phi[v] = (\Phi_1[v], \Phi_2[v], \ldots, \Phi_n[v])$$

y que satisface los siguientes axiomas:

(1) Eficiencia: (a) $\sum_{i \in N} \Phi_i[v] = v(N)$; (b) $\Phi_i[v] = 0$ si i es *nulo* en v (es decir, si $v(S \cup \{i\}) = v(S)$ para todo $S \subseteq N$).

(2) Simetría: si los jugadores i y j son *indiferentes* en v, es decir, si $v(S \cup \{i\}) = v(S \cup \{j\})$ para todo $S \subseteq N - \{i, j\}$, entonces $\Phi_i[v] = \Phi_j[v]$.

(3) Aditividad: $\Phi[v + w] = \Phi[v] + \Phi[w]$. Una fórmula explícita (Shapley, 1953) es la siguiente:

$$\Phi_i[v] = \sum_T \frac{t!(n-t-1)!}{n!} [v(T \cup \{i\}) - v(T)]$$

donde $i \notin T \subseteq N$ y $t = |T|$.

Φ_i $[v]$ es, pues, el valor esperado de la contribución marginal del jugador i cuando todos los órdenes de formación de la coalición total son igualmente probables.

La restricción del valor Shapley a un juego simple se denomina el *índice de poder de Shapley-Shubik*.

Una *estructura de coaliciones* en N es una partición

$$B = \{N_1, N_2, \ldots, N_m\}$$

de N. Sea $M = \{1, 2, \ldots, m\}$ el conjunto cociente. Dado un juego v sobre N, el *juego cociente* v_B se define por $v_B(J) = v(\cup_{j \in J} N_j)$ para cada $J \subseteq M$. Si v es simple (respectivamente de mayoría ponderada), v_B también lo es.

Designemos por B_N el conjunto de todas las estructuras de coaliciones posibles en N. El *valor coalicional* es la única aplicación $\Phi : G_N \times B_N \longrightarrow R^n$ que asocia a cada juego v sobre N y a cada estructura de coaliciones B en N un vector

$$\Phi[v; B] = (\Phi_1[v; B], \Phi_2[v; B], \ldots, \Phi_n[v; B])$$

y que satisface los siguientes axiomas:

(1) Eficiencia: Para toda B, (a) $\sum_{i \in N} \Phi_i [v; B] = v(N)$; (b) $\Phi_i [v; B] = 0$ si i es *nulo* en v.

(2) Simetría: si los jugadores i y k son indiferentes en v y pertenecen a un mismo N_j, entonces $\Phi_i [v; B] = \Phi_k [v; B]$.

(3) Simetría en el cociente: si j y h son indiferentes en el cociente v_B, entonces $\sum_{i \in N_j} \Phi_i [v; B] = \sum_{k \in N_h} \Phi_k [v; B]$.

(4) Aditividad: $\Phi [v + w; B] = \Phi [v; B] + \Phi [w; B]$ para toda B.

Una fórmula explícita (Owen, 1977) es la siguiente: si $i \in N_j$,

$$\Phi_i [v; B] =$$

$$= \sum_{H} \sum_{K} \frac{h!(m-h-1)!k!(n_j-k-1)!}{m!\, n_j!} [v(Q \cup K \cup \{i\}) - v(Q \cup K)]$$

donde $j \notin H \subseteq M$, $i \notin K \subseteq N_j$, $Q = \bigcup_{r \in H} N_r$ y h, k y n_j son los cardinales respectivos de H, K y N_j.

$\Phi_i[v; B]$ es, pues, el valor esperado de la contribución marginal del jugador i cuando sólo se consideran —y con igual probabilidad— los órdenes de formación de la coalición total en los que aparecen juntos los miembros de cada N_r para $r = 1, 2, \ldots, m$.

Cuando la estructura de coaliciones es trivial, es decir, $B = \{N\}$ o bien $B = \{\{1\}, \{2\}, \ldots, \{n\}\}$, el valor coalicional se reduce al valor Shapley.

Mediante la interpretación probabilística del valor coalicional no hay ninguna dificultad en extenderlo a estructuras de orden superior: aquéllas en las que algún $N_j \in B$ está dotado a su vez de una subestructura de coaliciones; el proceso puede continuar «hacia el interior» sin más limitación que la indivisibilidad de los jugadores.

REFERENCIAS

CARRERAS, F.: «A characterization of the Shapley-Shubik index of power via automorphisms», Stochastica, vol. 8, núm. 2, 1984, 171-179.

— «Restriction of simple games», Mathematical Social Sciences 21, 1991, 245-260.

CARRERAS, F., Y OWEN, G.: «Evaluation of the Catalonian Parliament 1980-1984», Mathematical Social Sciences 15, 1988, 87-92.

— «An Analysis of the Euskarian Parliament 1986-1990», en Coalition Theory and Coalition Governments, Kluwer, 1993, en prensa.

MYERSON, R. B.: «Graphs and Cooperation in Games», Mathematics of Operations Research, vol. 2, núm. 3, 1977, 225-229.

OWEN, G.: «Values of games with a priori unions», en Mathematical Economics and Game Theory, Springer-Verlag, 1977, 76-88.

— Game Theory, 2ª. ed., Academic Press, 1982.

ROTH, A. E. (ed): *The Shapley value: Essays in honor of Lloyd S. Shapley*, Cambridge University Press, 1988.

SHAPLEY, L. S.: «A value for n-person games», Annals of Mathematics Studies, Study 28, Princeton University Press, 1953, 307-317.

— «Simple games: An outline of the descriptive theory», Behavioral Science 7, 1962, 59-66.

SHAPLEY, L. S., Y SHUBIK, M.: «A method for evaluating the distribution of power in a committee system», American Political Science Review 48, 1954, 787-792.

VON NEUMANN, J., Y MORGENSTERN, O.: *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, 1944.