

FUENTES Y DOCUMENTOS

SOBRE LA HISTORIA DE LOS DIAGRAMAS LÓGICOS, «FIGURAS GEOMÉTRICAS»

ERNEST COUMET

(TRADUCCIÓN DE MARY SOL DE MORA CHARLES)

En noviembre de 1999 se ofrecían en el Centre Alexandre Koyré (Histoire des Sciences et des Techniques) de París, unas Jornadas de homenaje al profesor Ernest Coumet, director de estudios en la École des Hautes Études en Sciences Sociales, con ocasión de su jubilación. La actividad de Ernest Coumet se extendió a cuatro aspectos principales: I. Lógica y lenguaje, II. Historia de la Historia de las Ciencias, III. Números, combinaciones, probabilidades y IV. Ciencias en la época clásica. En todos estos campos, el profesor Coumet destacó por su curiosidad pluridisciplinar y por sus análisis minuciosos, abriendo caminos para otros investigadores. Por ello publicamos aquí algunos de sus artículos que se han convertido en clásicos a pesar de ser relativamente recientes. A continuación presentamos el trabajo sobre los diagramas de Venn, publicado en francés en *Math.Sci.Hum* [15e année, n.º 60, 1977, p.31-61].

J.Venn, creador de una nueva «representación diagramática»¹, establecía a finales del siglo XIX, la lista de todas las variedades de diagramas cuya existencia había podido detectar, en «Sobre el empleo de los diagramas geométricos para la representación de las proposiciones lógicas», en las «notas históricas» que forman el último capítulo de *Symbolic Logic*². Ahí se limita a los «esquemas gráficos» que no solamente tratan de las proposiciones, sino que las «analizan»; y sin embargo, la lista, fruto de una atenta pesquisa, es ya bastante rica. Siguiendo sus pasos, los historiadores de la lógica, bien un poco al azar de sus hallazgos en los estudios generales, bien con ocasión de monografías minuciosas, han recogido nuevas referencias, han aprendido a detectar las menores trazas de nuevos grafismos, y a veces intentan culminar estos inventarios.

Así, por ejemplo, I.M. Bochenski consagra un párrafo de su *Historia* a los «diagramas silogísticos»³; así se encontraba en la *Esquisse* de Scholz⁴, Una nota que daba algunas precisiones sobre J.C. Sturm y J.C. Lange, autores del siglo XVII en los cuales hacía bastante tiempo que se habían señalado los círculos llamados de Euler; pero hoy en día, para los periodos que se estudian, es en el impresionante desfile de títulos, el encadenamiento compacto de citas de los dos tomos de W. Risse, donde hay que ir a buscar nuevas referencias y menciones de textos más circunstanciadas⁵. Como sucede cada vez que una perspectiva puramente cronológica ordena una

historia de invenciones, se presta atención en primer lugar a las cuestiones de prioridad, a la datación aleatoria de los orígenes, con frecuencia desmentidas posteriormente: al conocer los manuscritos inéditos de Leibniz conservados en la Biblioteca de Hannover, Couturat descubría con sorpresa círculos «eulerianos»; en *La logique de Leibniz* declaraba —y después de él se repite con frecuencia, incluso hoy día— «Leibniz ha inventado antes que Euler los esquemas circulares de todos los silogismos»⁶; afirmación que más tarde tuvo que retirar⁷.

En segundo lugar, ha sido necesario, con una minucia de la que Venn había dado ejemplo, escrutar en sus mínimos detalles los dispositivos utilizados y sus constituyentes: puntos, segmentos, áreas, figuras vistas en perspectiva; puntos, guiones, dameros, fichas, tallos móviles... En fin, al estar siempre dichos dispositivos al servicio de teorías lógicas determinadas, cada uno de ellos es solidario de lo que está destinado a representar, y de las doctrinas que fijan más o menos claramente su función: su estudio remite a muchos problemas generales y delicados, tales como el de la extensión y la comprensión, o el del alcance existencial de las proposiciones; las dificultades se duplicarán cuando a lo largo de una misma obra los dispositivos se modifiquen, se enriquezcan con aportaciones exteriores, sean sometidos a crítica o revalorizados por generalización, dificultades llevadas al colmo cuando la obra en la cual se insertan es de un renovador eminente; ahora bien, ése es con frecuencia el caso porque la historia de los diagramas lógicos se encuentra de hecho con los más grandes nombres, Leibniz, Euler, pero también Lambert, Bolzano, Schröder, Peirce... Razones que harían pesar hoy en día fuertes hipotecas sobre una presentación sintética de los resultados de semejante historia, pues además de que sus materiales están lejos de haberse reunido enteramente, su suerte depende estrechamente de la historia más general que la engloba, la historia de la lógica.

Y acerca de esta dependencia queríamos, más en general, emitir aquí algunas reservas sobre la plena eficacia descriptiva y explicativa de una historia directamente marcada por periodizaciones que imponen un paso determinado a los progresos de la lógica, y por los grandes juegos de oposición a través de los cuales se aprehenden sus diferentes estados.

Haciendo un esquema a grandes trazos, una de las periodizaciones más generalmente aceptadas privilegia una división tripartita en la que los nombres de Euler y Venn conservan un valor paradigmático: en la época en que se instaura la «lógica clásica»⁸, los diagramas vienen a ilustrar la silogística; después que se hubo abierto el «primer periodo de matematización de la lógica» son introducidos nuevos diagramas para ilustrar la «lógica de clases»; los golpes asestados contra ésta a finales del siglo XIX, vuelven caduca a su vez esta diagramatización demasiado ingenua, más regulada, sujeta a graves ambigüedades. Una especie de edad de oro en la que las figuras geométricas dotan a la silogística de ilustraciones luminosas; un renacimiento en el curso del cual las figuras, remodeladas, hacen lo mismo para la lógica de clases; después de lo cual abandonan la escena, sobreviviendo sólo a título de curiosidad histórica, o por causa de comodidad pedagógica. Pero esta repartición se arriesga a tener como efecto que el problema de la diagramatización no pueda ser tomado en cuenta por el historiador en todas sus dimensiones. Incluso

en su mejor papel, las figuras están en segundo puesto: como ilustran teorías ya existentes, la atención se dirigirá al mayor o menor ingenio de los ilustradores, y no a las razones implícitas o explícitas que hacen posible la ilustración y fundamentan su principio. Además, esta repartición articula sus divisiones según puntos de vista críticos; como consecuencia se tenderá a repetir contra Euler los reproches que le ha dirigido Venn, y a repetir contra Venn las acusaciones de los lógicos posteriores; de ahí la negligencia respecto a lo que, en los textos, no concierne directamente a la descripción de los diagramas y de su uso. Lectura de textos que se hará aún más distraída por una última razón: en el «primer periodo de matematización de la lógica» evocado más arriba, son esencialmente la Aritmética y el Álgebra las fuentes de analogías y de apropiaciones proclamadas como tales; de pronto, la Geometría parece totalmente ausente de esta historia, y por consiguiente la referencia a lo geométrico que conlleva la expresión «figuras geométricas» utilizada para designar los diagramas, no remitirá de ningún modo, para los historiadores de la lógica, a ese cuerpo de conocimientos conocido en las clasificaciones contemporáneas de las Matemáticas con el nombre de Geometría. En suma, lo que una repartición a la vez cronológica y teórica hace aparecer en primer plano en los escritos que tratan de representaciones diagramáticas, es el ingenio que manifiestan las figuraciones, su funcionamiento más o menos bien agenciado; pero a cambio corre el riesgo de pasar inadvertido todo lo que se ha dicho sobre los medios de la representación: las «figuras geométricas».

Lo que la historia de los diagramas lógicos puede ganar con ser pensada de otro modo que con la partición generalmente aceptada, se puede ver en *L'étonnante histoire des machines logiques* de M. Gardner⁹ ¿Y no debería figurar en buen lugar en la historia de la semiología gráfica? Pero la empresa insinuada aquí no ambiciona la recomposición de una historia según otra temática más: querríamos comenzar a reparar las negligencias de un comentario que hemos considerado demasiado reductor; hacer surgir en las obras más conocidas tanto como en los textos que lo son menos, en los autores que apelan a las evidencias, tanto como en aquellos que se ofuscan ante el crédito prestado a las «relaciones espaciales», modos diferentes de aprehensión de lo «geométrico».

A. UN REFLEJO DE GEÓMETRA

Venn, comenzando la historia de los diagramas que él llama «analíticos», los diagramas llamados «eulerianos», señala lo siguiente:

«As regards then the employment of what we may call analytical diagrams -that is, those which are meant to distinguish between subject and predicate, and between the different kinds of proposition- there can be little doubt that their practical employment dates from Euler. That is to say, he first familiarised logicians with their use; and the particular kind of circular diagram which he employed has in consequence very commonly been named after him. But their actual origin is much earlier than this. In fact one

would suppose that they must repeatedly have occurred to many logicians independently. De Morgan states (and I may repeat the remark in my own case) that he had himself hit upon Euler's scheme before he saw it anywhere represented. Indeed to any one accustomed to visualise geometrical figures it seems to me likely that Aristotle's Dictum, when once understood, would naturally present itself in the form of closed figures of some kind successively including each other»¹⁰.

Estas observaciones tienen algo de paradójico: preliminares a investigaciones históricas, anulan en cierto modo su interés por adelantado. La confianza de Venn, que vendría a apoyar un testimonio que habría prestado De Morgan, querría demostrar que nada es más natural que la representación euleriana. La sola lectura del *Dictum* de Aristóteles la suscitaría en el espíritu de quien esté habituado a visualizar figuras geométricas. Una asociación tal sería tan irreprimible que, si no quedase alguna traza históricamente detectable, se podría asegurar con mucha verosimilitud que se ha formado independientemente en muchos lógicos. Una especie de reflejo entonces, pero condicionado por una cierta clase de espíritu; un reflejo de géometra si se quiere entender esta palabra en un sentido bastante amplio, puesto que ningún saber determinado se requiere para que surja la asociación.

Nada más difícil de comentar que una representación «natural»; se podrá constatar al menos, remitiéndose en primer lugar al texto de Euler, que surge allí efectivamente como si nada fuera más natural; en segundo lugar, vendrán las precisiones sobre el testimonio de De Morgan que hemos encontrado en la *Formal Logic*; finalmente unas observaciones sobre esas diagramatizaciones más o menos antiguas encontradas o reconstruidas por historiadores de la lógica.

-1-

Una observación indispensable para comenzar; hay que releer las indicaciones breves que conducen a las figuras en las *Cartas a una princesa alemana*¹¹:

«Se pueden representar también por figuras esas cuatro especies de proposiciones, para expresar su naturaleza de manera visible para los ojos. Esto es de gran ayuda para explicar muy distintamente en qué consiste la justeza de un razonamiento. Como una noción general encierra una infinidad de objetos individuales, se la considera como un espacio en el cual están comprendidos todos esos individuos: así para la noción de hombre se hace un espacio en el cual se concibe que están comprendidos todos los hombres. Para la noción de mortal, se hace también un espacio donde se concibe que está comprendido todo lo que es mortal. A continuación, cuando digo que todos los hombres son mortales, eso significa que la primera figura está contenida en la segunda»¹².

Pero a eso no se limita la virtud de esta representación de las proposiciones por figuras:

«[...] la ventaja mayor se manifiesta en los razonamientos que, siendo enunciados mediante palabras, son llamados silogismos, en los que se trata de extraer una conclusión correcta de algunas proposiciones dadas»¹³.

También la primera carta sobre los silogismos comenzará por un verdadero panegírico:

«[...] esas figuras redondas, o más bien esos espacios (pues no importa qué forma les demos) son muy apropiados para facilitar nuestras reflexiones sobre esta materia, y para descubrirnos todos los misterios de los que se jactan en la lógica y que se demuestran en ella con mucho trabajo, mientras que, por medio de esas figuras, todo salta a la vista en primer lugar»¹⁴.

Se considera a una noción como un espacio. Ningún preámbulo ha legitimado esta descripción, ningún comentario vendrá a iluminar sus consecuencias; apenas lanzada la palabra «lógica», aparecen los espacios; el «lenguaje» era el objeto de las cartas precedentes, y la Carta XXXIV continúa al comienzo con ese estudio, hasta el punto de que un espíritu desprevenido no podría sospechar que con la enumeración de las «cuatro especies de proposiciones» ha entrado en escena la lógica tradicional; son las palabras «sujeto» y «predicado» las que le harán comprenderlo:

«Esas palabras se usan mucho en la lógica, que nos enseña las reglas del bien razonar».

A continuación se anuncia la representación por figuras: «se puede también representar mediante figuras...» «También»: se solicita a la vista para procurar otro modo de expresión, un modo cuya ayuda es ciertamente maravillosa, pues facilita las reflexiones, pero que no pretende en absoluto destruir el modo antiguo, ni siquiera denunciar sus defectos. Por medio de las figuras simplemente se muestra lo que sólo se podía decir con dificultad.

El dispositivo euleriano, o más generalmente las ilustraciones geométricas de relaciones lógicas, conocieron un gran éxito en el siglo XIX. Todavía hoy se puede uno remitir, puesto que no se ha establecido desde entonces ningún censo de ese género, a una pequeña estadística establecida por Venn:

«Until I came to look somewhat closely into the matter I had not realized how prevalent such an appeal as this had become. Thus of the first sixty logical treatises, published during the last century or so, which were consulted for this purpose: somewhat at random, as they happened to be most accessible: —it appeared that thirty-four appealed to the aid of diagrams, nearly all of these making use of the Eulerian scheme»¹⁵.

Por nuestra parte, añadiremos a esta enumeración un testimonio de importancia que no mencionan los historiadores de la lógica; Schopenhauer en *El mundo como voluntad y como*

representación rinde homenaje a los diagramas, un homenaje que ha podido contribuir a hacerlos conocidos o a reforzar su prestigio:

«De estas consideraciones resulta que todo concepto, al ser una representación abstracta y no intuitiva, por consiguiente siempre incompletamente determinada, posee, como se suele decir, una extensión o esfera de aplicación, y ello incluso en el caso en que no existe más que un solo objeto real correspondiente a ese concepto. Ahora bien, la esfera de cada concepto tiene siempre algo en común con la de algún otro; en otros términos, se piensa, con la ayuda de ese concepto, una parte de lo que es pensado con ayuda del segundo y reciprocamente; no obstante, cuando los dos conceptos difieren realmente, cada uno, o al menos uno de los dos, debe comprender algún elemento no encerrado en el otro: tal es la relación del sujeto con el predicado. Reconocer esa relación, es juzgar. Una de las ideas más ingeniosas que se hayan tenido es la de representar con ayuda de figuras geométricas esa extensión de los conceptos. Probablemente fue Godefroy Ploucquet el primero que pensó en ello; empleaba para ello cuadrados; Lambert después de él se servía todavía de líneas superpuestas; Euler llevó el proceso a su perfección haciendo uso de círculos. Yo no sabría decir cuál es el fundamento último de esta analogía tan exacta entre las relaciones de los conceptos y las de las figuras geométricas. El caso es que para la lógica constituye una preciosa ventaja poder representar así gráficamente las relaciones de los conceptos entre sí, incluso desde el punto de vista de su posibilidad, es decir, a priori»¹⁶.

Al mismo tiempo que el filósofo alemán alababa a Euler por «haber llevado el procedimiento a su perfección mediante el uso de círculos», un matemático francés, retomando «una idea propuesta por Euler, pero de la cual no parecía haber sacado todo el partido que al parecer ofrece», hizo de ella «una de las bases principales» de su escrito sobre la Dialéctica racional. Gergonne¹⁷ determina lo que pueden ser las relaciones posibles entre las extensiones de dos ideas, a partir de las relaciones de situación posibles entre dos figuras cerradas cualesquiera; caracteriza a continuación las cinco clases de relaciones que pueden ligar el sujeto y el predicado de una proposición elemental, propone una notación original, expone una teoría del silogismo que se resuelve en un cuadro completo de todos los silogismos concluyentes, cuadro obtenido por procedimientos que conducen a ello «mecánicamente»¹⁸. De este escrito tan rico, retendremos aquí solamente tres observaciones que una primera lectura anotará ciertamente en la cuenta de aquel matemático enamorado de la claridad y que concede su confianza a la «intuición geométrica». Una indicación¹⁹ antes que nada sobre las circunstancias de la composición del *Ensayo*²⁰: Gergonne ha debido «dar cursos de lógica» y en tanto que profesor que fue libre, por haberlas enseñado, de percibir las imperfecciones de las exposiciones habituales, habla de su «intención», que no es rechazar «la dialéctica de nuestros padres», sino «perfeccionar y completar mejor la exposición que se hace de ellos comúnmente»; «claridad, rigor y brevedad: ese es el triple objetivo que tengo constantemente ante mis ojos, y del que desearía no haberme

separado demasiado». En segundo lugar, Gergonne responde por adelantado al lector que se asombre de «encontrar tales materias en una compilación como ésta»; en particular observa: «la doctrina que expongo, y más todavía la forma bajo la cual la presento, no podría ser captada más que por geómetras o al menos por aquellos que posean el espíritu geométrico». En fin, igual que en la exposición de Euler, ningún preámbulo, ningún comentario prepara o legitima extensamente la intervención de las «figuras»; en el giro de una frase, se invoca una evidencia:

«Examinemos ahora cuáles son las diversas circunstancias en las que dos ideas, comparadas la una con la otra, pueden encontrarse con respecto a su extensión. Esta cuestión evidentemente es la misma que preguntar cuáles son las diversas clases de circunstancias en las que dos figuras cerradas cualesquiera, dos círculos por ejemplo, trazados sobre un mismo plano, pueden encontrarse uno con respecto al otro; la extensión de cada círculo representa aquí la de cada idea».

-2-

Al final de *Formal Logic*, enumerando en una nota histórica la importancia de los matemáticos que, desde Wallis, han tratado de lógica²¹, De Morgan añade, a propósito de los círculos utilizados por Euler «para representar los términos»:

«In a tract published (or completed) in 1831, in the *Library of Useful Knowledge*, under the name of «the Study and Difficulties of Mathematics», I fell upon this method before I knew what Euler has done, using for distinction, squares, circles, and triangles, as in Chapter I of this work»²².

Este primer capítulo se limita estrictamente²³ al estudio de las formas y de los silogismos de tipo aristotélico; comienza con observaciones sobre «la verdad lógica», la negación, la presentación de las cuatro especies tradicionales de proposiciones, continúa con la caracterización rápida de los elementos esenciales para toda inferencia²⁴, después de lo cual se aborda en el texto que nos interesa aquí el estudio del silogismo. La introducción de las figuras geométricas quizá ha sido sugerida por el hecho de que estas primeras nociones de lógica servían de preparación a un estudio de la Geometría. Círculo, cuadrado, triángulo²⁵ se integran así en la expresión de las proposiciones, en una simbolización curiosa que De Morgan abandonará en el curso de su trabajo y no volverá a retomar.

«Let us take the simple assertion, «Every living man respire»; or every living man is one of the things (however varied they may be) which respire. If we were to enclose all living men in a large triangle, and all respiring objects in a large circle, the preceding assertion, if true, would require that the whole of the triangle should be contained in the circle. And in the same way we may reduce any assertion to the expression of a coincidence, total or partial, between two figures. Thus, a point in a circle may represent an individual of one species, and a point in a triangle an individual of

another species, and we express that the whole of one species is asserted to be contained or not contained in the other by such forms as, 'All the triangle is in the circle'; 'None of the triangle is in the circle'.

Any two assertions about X and Z, each expressing agreement or disagreement, total or partial, with or from Y, and leading to a conclusion with respect to X or Z, is called a syllogism, of which Y is called the middle term.

The plainest syllogism is the following:

Every X is Y		All the triangle is in the circle
Every Y is Z		All the circle is in the square
Therefore Every X is Z	Therefore	All the triangle is in the square

In order to find all the possible forms of syllogism, we must make a table of all the elements of which they can consist; namely

X and Y		Z and Y
Every X is Y	A	Every Z is Y
No X is Y	E	No Z is Y
Some Xs are Ys	I	Some Zs are Ys
Some Xs are not Ys	O	Some Zs are not Ys
Every Y is Xs	O	Square and circle
All the triangle is in the circle	A	All the square is in the circle
None of the triangle is in the circle	E	None of the square is in the circle
Some of the triangle is in the circle	I	Some of the square is in the circle
Some of the triangle is not in the circle	O	Some of the square is not in the circle
All the circle is in the triangle	A	All the circle is in the square
Some of the circle is not in the triangle	O	Some of the circle is not in the square

Now, taking any one of the six relations between X and Y, and combining it with either of those between Z and Y, we have six pairs of premises, and the same number repeated for every different relation of X to Y. We have then thirty-six forms to consider: but, thirty of these (namely, all but (A,A), (E,E), etc.) Are half of them repetitions of the other half. Thus «Every X is Y, no Z is Y», and «Every Z is Y, no X is Y», are of the same form, and only differ by changing X into Z and Z into X. There are then only 15+6, or 21 distinct forms, some of which give a necessary conclusion, while others do

not. We shall select the former of these, classifying them by their conclusions; that is, according as the inference is of the form A, E, I, or O»²⁶.

No podemos seguir aquí esta demostración completa, pero con el fin de ilustrar el uso que se hará de las «figuras» en el examen de los cuatro casos anunciados, leamos uno de los más simples, el segundo:

«II. In what manner can a universal negative conclusion be drawn; namely, that one figure is entirely exterior to the other? Only when we are able to assert that one figure is entirely within, and the other entirely without the circle. Thus,

Every X is Y	All the triangle is in the circle	A
No Z is Y	None of the square is in the circle	E
No X is Z	None of the triangle is in the square	E

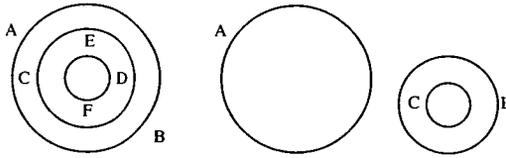
is the only way in which a universal negative conclusion can be drawn»²⁷.

-3-

Al afirmar que Euler no fue el primero en utilizar un procedimiento diagramático para expresar silogismos, Venn disponía ya de pruebas indiscutibles; cita un breve texto de Vivès, y supone con razón²⁸ que debían ser atribuidas a J.C. Lange las figuras circulares utilizadas en el *Nucleus Logicae Weisianae* aparecido en 1712. Couturat más tarde debía descubrir otras semejantes en los manuscritos de Leibniz, y se señaló también su presencia en J.C. Sturm²⁹. Pero nada podía ilustrar mejor nuestra presente afirmación que un texto del siglo XVI, citado por W. Risse³⁰: la petición «sea un círculo» aparece allí de manera tan abrupta como en Euler o Gergonne.

«Unumquodque intimum in aliquo intermedio comprehensum, ipsoque intermedio in quodam extremo rursum contento, erit etiam in ipso extremo comprehensum. Sit enim circulus EF intimus, CD intermedius, AB vero extremus. Cum itaque intimus sit comprehensus in inferno CD, rursumque intermedius in externo AB, necessario erit etiam intimus contentus in extremo AB»³¹.

«Quodcumque internum in aliquo externo comprehensum, ipsoque externo in quodam tertio non contento, non erit in ipso tertio comprehensum. Sit enim circulus internus C, inque externo circulo B comprehensus eique inclusus. Sit autem circulus tertius A. Dico itaque, cum internus circulus C insit atque inclusus sit circulo externo B, ipseque externus circulus B non insit circulo tertio A, non fieri posse, quod internus circulus C insit tertio circulo A»³².



Pero una vez que la investigación ha comenzado a remontar los siglos, ¿por qué detenerse a mitad de camino? ¿Por qué no remontarse hasta el fundador mismo de la silogística? Recordemos que el texto de Venn del que habíamos partido hablaba del *Dictum* de Aristóteles: esta visualización «natural» que se presta a algunos de sus lectores, ¿por qué no iba a ser también característica del filósofo que fue entre otras cosas, un analista metódico de la Geometría? Lo más curioso es que no solamente la cuestión ha sido efectivamente planteada en estos términos por sus comentaristas, sino que uno de los más autorizados ha respondido afirmativamente. Estudiando los términos matemáticos que se pueden rastrear en la Lógica aristotélica, B. Einarson³³ había lanzado la idea de que Aristóteles, inspirándose en los diagramas utilizados por los griegos para ilustrar la teoría de las proporciones, había utilizado segmentos dispuestos los unos sobre los otros para ilustrar las tres figuras del silogismo; interpretación que W.D. Ross ha aceptado en su comentario a los *Analíticos Primeros*³⁴. No diremos más acerca de esto, no solamente a causa del carácter altamente conjetural de la afirmación, sino porque, en todas las controversias sobre el tema —¡el problema estaba ya planteado en el siglo XVI!³⁵— interviene más o menos conscientemente la idea que se hace el intérprete de las funciones de la diagramatización y de las «significaciones espaciales» de expresiones fundamentales del léxico lógico: G. Patzig critica a esos intérpretes que, deseosos de «retener las significación espacial original de tales expresiones, han querido relacionarlas con ciertos modelos, enteramente conjeturales, por medio de los cuales Aristóteles, como lo harán Leibniz, Lambert, Euler y Venn, habría ilustrado e iluminado los modos del silogismo»³⁶; se rechaza esta interpretación y reprocha a W.D. Ross el haber confundido intervención de significaciones espaciales y utilización de «diagramas geométricos», concede que tales significaciones han desempeñado un gran papel, pero en otro sentido³⁷. Pero ese es exactamente el género de problemas que querríamos plantear a propósito de los modernos inventores de diagramas; si se admitiera como algo obvio, como hacen aquí los comentaristas, la evidencia que reivindicamos los modernos, estaríamos en un círculo vicioso. Para salir de él, tendríamos que ver qué procesos se entablaron contra los diagramas en el siglo XIX y comienzos del XX, en el nombre de principios opuestos a toda espacialización indebida.

B. PROCESO A LAS FIGURACIONES ESPACIALES

-1-

Una prueba en cierto modo *a contrario* de que se haya podido ver, en los diagramas lógicos, la mano del matemático, viene dada por aquellos que protestaron contra tales manipulaciones consideradas inoportunas. Preocupados por preservar la filosofía y la lógica de la invasión de las matemáticas, estos filósofos, que ya desconfiaban de las exposiciones efectuadas *more geometrico*, detectaban en el mero empleo de algunos símbolos, contaminaciones peligrosas. Ciertamente, los diagramas pueden no ser el blanco principal de aquellos que Venn cataloga al comienzo de su obra con la etiqueta de «lógicos anti-matemáticos»³⁸; pero, respecto a lo que aquí nos interesa observaremos que algunos de ellos dirigieron sus recriminaciones tanto contra las ilustraciones geométricas como contra la utilización del álgebra. Venn³⁹ menciona las objeciones de Mansel, autor de *Prolegomena logica*⁴⁰, que había invocado sobre este punto la autoridad de Hegel. Es notable que en el severo ataque llevado a cabo por Hegel contra los sistemas de notaciones radicalmente impropios, líneas, figuras, espacios se pongan en el mismo plano — aunque sea como blancos— que los caracteres del álgebra.

«El gran Euler, tan fecundo y penetrante en el arte de descifrar y combinar las relaciones profundas entre magnitudes algebraicas, más explícitamente Lambert, con su seco entendimiento, y algunos otros, han buscado con vistas a formular las relaciones entre las determinaciones del Concepto, un sistema de notaciones por medio de líneas, figuras y entidades análogas. Se proponían en suma elevar las relaciones lógicas a la condición de cálculo, de hecho más bien rebajarlas a él.

Ahora bien, la búsqueda de ese sistema de notaciones se revela absolutamente vana en cuanto se compara la naturaleza de la notación con la de lo que debe notar. Ciertamente las determinaciones del Concepto: Universalidad, Particularidad y Singularidad son diferentes entre ellas, lo mismo que lo son las líneas o los caracteres del álgebra; también son opuestas, permitiendo en proporción el uso de los signos + y -. Pero en realidad son de una naturaleza completamente diferente que las letras y las líneas; igualmente sus relaciones —aunque nos limitemos a la subsunción y a la inherencia— son de especie totalmente diferente a las relaciones entre cantidades algebraicas y líneas, igualdad o diferencia de magnitudes, valor positivo o negativo, recubrimiento de líneas, ligazón de éstas en ángulos, o disposición de los espacios que encierran⁴¹.

«[...] El Concepto, por esencia, no puede aprehenderse más que por el espíritu, del cual es no solamente la posesión propia, sino también el Si puro. Es vano pretender fijarlo por medio de figuras espaciales y de notaciones algebraicas para el único bien de la mirada exterior y de un cálculo, modo de tratamiento mecánico del que el concepto se encuentra evacuado»⁴².

Medio siglo más tarde los filósofos a los que disgustaba la fascinación ejercida por el álgebra sobre ciertos lógicos veían multiplicarse las causas de inquietud. Mansel aprueba tan poco el método algebraico adoptado por De Morgan como el silogismo geométrico de Euler⁴³; pero hemos podido encontrar además en los *Prolegomena* dos pasajes en los que los diagramas son atacados expresamente.

«If Logic is exclusively concerned with Thought, and Thought is exclusively concerned with Concepts, it is impossible to approve of a practice, sanctioned by some eminent Logicians, of representing the relations of terms in a syllogism by that of figures in a diagram. To illustrate, for example, the positions of the terms in Barbara, by a diagram of three circles, one within another, is to lose sight of the distinctive mark of a concept, that it cannot be presented to the sense, and tends to confuse the mental inclusion of one notion in the sphere of another, with the local inclusion of a smaller portion of space in a larger. The diagrams of Geometry in this respect furnish no precedent; for they do not illustrate the form of the thought, but the matter, not the general character of the demonstration as a reasoning process, but its special application as a reasoning about magnitudes in space»⁴⁴.

Mansel subrayaba por otra parte el papel eminente que desempeñaba un principio llamado por él principio de concebibilidad; cuando se combinan símbolos algebraicos en largos cálculos, no se piensa ya en su significado; así sucede cuando se razona con las palabras, pero hay que someter el resultado del razonamiento a un test lógico, asegurándose de la coexistencia efectiva de los atributos en un objeto de intuición; los diagramas habrían podido así conseguir el favor de Mansel; sin embargo insiste en precisar que por el contrario, aquí hay un motivo suplementario para condenar su uso:

«Still less is such a practice justified by the test of conceivability which has been mentioned above, the possibility, namely, of individualizing the attributes comprehended in a concept. For, whereas that test is employed to determine the conceivability of the actual contents of each separate concept, the logical diagrams are designed to represent the universal relations in which all concepts, whatever be their several contents, formally stand towards each other. The contrast between these two, as legitimate and illegitimate appeals to intuition, will more fully appear in the sequel»⁴⁵.

-2-

Los historiadores de la lógica relatan —lo hemos recordado al comienzo— que los golpes asestados contra la «lógica de clases» a finales del siglo XIX volvieron caducas las diagramatizaciones afectadas de graves ambigüedades. Las críticas fueron, por supuesto, de un orden muy diferente al de Hegel: el cálculo «booleano» mal fundamentado y con un horizonte demasiado estrecho no había elevado todavía en realidad la Lógica al rango de Lógica simbólica.

Pero la denuncia de las confusiones conceptuales —como la confusión entre la relación de pertenencia y la de inclusión— supera de tal modo a la cuestión particular planteada por el uso de las visualizaciones espaciales que los diagramas pudieron ser condenados aquí por añadidura: en cierto modo relegados *a fortiori*. También se comprenderá fácilmente que una historia general que dé cuenta de este periodo permanezca muda sobre esta cuestión. ¿Qué sucedió de hecho? Sin proponernos en absoluto responder a una pregunta tan delicada, nos limitaremos, después de haber recordado observaciones de Frege bien conocidas, a señalar las reflexiones que hemos encontrado en Couturat y Russell y que dan testimonio de una desconfianza muy particular respecto de los diagramas lógicos.

Cuando somete a un examen severo algunos puntos del *Álgebra lógica* de Schröder, Frege marca el límite más allá del cual los diagramas eulterianos dejan de proporcionar una representación intuitiva adecuada; no ofrecen para ciertas relaciones lógicas más que una analogía imperfecta⁴⁶. Frege «considera que el tratamiento calculista de las clases, tal como lo desarrollan Boole y Schröder y tal como se encuentra todavía en la base de los razonamientos intuitivos sobre los esquemas geométricos (círculos de Euler y diagramas de Venn), es extraño a la lógica»⁴⁷.

El interés de los dos textos de Couturat que vamos a citar aquí es que permiten diferenciar entre dos tipos de reproches muy diferentes que se podrían hacer a los diagramas.

Couturat consagra un párrafo del *Álgebra de la lógica* a los «esquemas geométricos de Venn» a propósito del método de Poretsky; en él realiza una crítica que podríamos decir técnica de ese esquematismo:

«Sólo que el esquematismo, considerado como un método para resolver los problemas lógicos, tiene graves inconvenientes: no indica cómo se traducen los datos por la anulación de ciertos constituyentes y no indica tampoco cómo hay que combinar los constituyentes restantes para obtener las consecuencias buscadas. En suma, no hace más que traducir una única etapa del razonamiento, a saber la ecuación del problema; no dispensa ni de las etapas anteriores, es decir de la «puesta en ecuación» del problema y de la transformación de las premisas, ni de las etapas posteriores, es decir las combinaciones que conducen a las diversas consecuencias. Por lo tanto es de muy poca utilidad, dado que los constituyentes están igualmente bien representados por los símbolos algebraicos que por las regiones del plano, y son mucho más manejables de esta forma»⁴⁸.

Y ahora veamos un decreto de destierro cuyo principio es de orden totalmente diferente:

«Aunque tal esquematismo sea cómodo, sobre todo desde el punto de vista pedagógico (como todos los esquematismos), no es en absoluto necesario, pues nosotros nos hemos pasado muy bien sin él. Hemos preferido abstenernos completamente de él en la exposición de la Lógica de clases, para no dejar creer al lector que esta lógica reposa, en grado alguno, sobre representaciones geométricas; y para no dar lugar

a esa objeción de algunos filósofos, de que la lógica está basada sobre una intuición, espacial⁴⁹ o de otro tipo»⁵⁰.

Y es una misma guerra, pero generalizada sobre un frente filosófico más extendido, guerra contra la sumisión al «espacio», la que proclama Russell en una observación incidental, pero muy significativa:

«Los filósofos han sido los esclavos del espacio y del tiempo cuando han imaginado que aplicaban su lógica. Esto se debe en parte a los diagramas de Euler y a la idea de que las proposiciones tradicionales A, E, I, O eran formas elementales de proposición; en suma se debe a la confusión entre 'x es un b' y 'todos los a son b'. Todo esto ha conducido a confundir las clases y los individuos y a concluir que los individuos pueden interpretarse por el hecho de que las clases pueden interferir. Yo no insinúo que se hayan producido confusiones explícitas de esta naturaleza, sino solamente que la lógica elemental tradicional enseñada en nuestra juventud es como mínimo una barrera fatalmente infranqueable para aquellos que quieran a continuación iluminar su entendimiento, a menos que pasen mucho tiempo adquiriendo una nueva técnica»⁵¹.

C. ¿FIGURAS SIN MISTERIO?

Esas «figuras redondas» nos descubren «todos los misterios de los que alardea la lógica». ¿Pero de dónde viene su virtud? No parece que la cuestión debía ni siquiera plantearse. Sin embargo, en cuanto se levantan sospechas contra las «intuiciones espaciales», es esa misma virtud la que se vuelve misteriosa. Y viene la obligación de escrutar la confianza de los que creyeron en ella. El análisis no podría avanzar si se lo encerrara de nuevo en la relación unilateral de representación: silogismos - figuras. Algunas observaciones aparentemente marginales de Euler y de Gergonne nos designarán dos órdenes de cuestiones sobre los «misterios» de las figuras, cuestiones cuya presencia y efectos serán a continuación recogidos en los textos de Venn y De Morgan.

-I-

La lógica enseña las «reglas para razonar bien», los diagramas permiten «explicar muy claramente en qué consiste la exactitud de un razonamiento»; toda insistencia es poca, esas declaraciones igual que las afirmaciones análogas de Gergonne deben entenderse en su sentido³⁷ más fuerte; instantáneamente todo lo que se diga o se calle acerca de los diagramas tendrá consecuencias; una clasificación del saber que mantenga respetuosamente la primacía del silogismo concede, aunque sea tácitamente, un inmenso privilegio a todos sus medios adecuados de expresión.

Al término de su exposición sobre «las diferentes formas de silogismos», Euler formula los principios que los fundamentan:

«El fundamento de todas esas formas se reduce a dos principios sobre la naturaleza del continente y el contenido: I. Todo lo que está en el contenido, se encuentra también en el continente. II. Todo lo que está fuera del continente está también fuera del contenido»⁵².

Estos «principios» ya deben intervenir de hecho en el análisis anterior del «juicio», pues un «juicio» no es «otra cosa que una afirmación o una negación acerca de que una noción conviene o no conviene»⁵³. No obstante es notable que el principio de conveniencia que rige los juicios sea invocado como principio eminente en un sitio bien distinto de la exposición sobre la lógica:

«Vuestra Alteza sabe que la extensión es el objeto propio de la geometría, donde no se consideran los cuerpos más que en tanto que son extensos, haciendo abstracción de la impenetrabilidad y de la inercia; así pues el objeto de la geometría es una noción mucho más general que la de los cuerpos, puesto que contiene no sólo a los cuerpos, sino también a todos los seres simplemente extensos sin impenetrabilidad si los hubiera. De ahí se sigue que todas las propiedades que se deducen en la geometría de la noción de extensión, deben también tener lugar en los cuerpos, en tanto que son extensos; pues todo lo que conviene a una noción más general, por ejemplo la de árbol, debe también convenir a la noción de cerezo, peral, manzano, etc. y ese principio es incluso el fundamento de todos nuestros razonamientos, en virtud de los cuales afirmamos y negamos siempre de las especies y cosas individuales lo que afirmamos y negamos del género»⁵⁴.

Principio reafirmado en la Carta relativa a la «famosa disputa sobre las mónadas»:

«[...] es el principio más seguro de todos nuestros conocimientos, que todo lo que conviene al género conviene también a todos los individuos que están comprendidos en ese género»⁵⁵.

Aunque acabemos de ver que el «principio fundamental» sirve para analizar el objeto de la geometría, podríamos preguntarnos si los razonamientos matemáticos tienen realmente el mismo fundamento que los silogismos; cuando se nos dice que ese principio es el fundamento de todos nuestros razonamientos, o que reside en las formas del silogismo, «el único medio de descubrir las verdades desconocidas»⁵⁶, ¿tales virtudes les son prestadas en un sentido bastante amplio, por concesión retórica, o hay que entender que los razonamientos matemáticos, en un sentido por el contrario estrechamente determinado, son siempre reducibles por derecho propio a silogismos? Euler no deja lugar a dudas; al final de la Carta XXXVII se pronuncia sin ambigüedad a favor de tal reducibilidad:

«[...] en cuanto un silogismo se encuentra en una de nuestras diecinueve formas podemos estar seguros de que si las dos premisas son verdaderas, la conclusión es siempre indudablemente verdadera. Así Vuestra Alteza comprenderá cómo desde algunas verdades conocidas se llega a verdades nuevas, y que todos los razonamientos mediante los cuales se demuestran tantas verdades en la geometría se pueden reducir a silogismos formales. Ahora bien no es necesario que nuestros razonamientos sean siempre propuestos en forma de silogismos, siempre que el fundamento sea el mismo; en los discursos y al escribir se suele tener a gala el disimular la forma silogística»⁵⁷.

Y con la misma firmeza pero sin dar más explicaciones, a más de medio siglo de distancia Gergonne notifica su apego al silogismo cuya defensa toma contra los sarcasmos del célebre autor de *La lógica* o los primeros desarrollos del arte de pensar:

«Condillac, en una nota de su *Lógica* (primera parte, cap. VII) intenta ridiculizar este método»⁵⁸. Sin embargo sería difícil imaginar otros. En particular el de los geómetras es el que emplean desde hace veinte siglos y por su medio han realizado un gran número de descubrimientos; en cambio sus errores, durante ese largo intervalo, pueden contarse fácilmente»⁵⁹.

Esta constatación hace ya muy dudosas las interpretaciones demasiado marcadas por las intervenciones del historiador que, procediendo como si se encontrase frente a proyectos de «matematización», no puede a continuación más que constatar los fracasos de los mismos: matemáticos que habrían tenido medios para ir más allá de la silogística se han quedado encerrados en ella. Esta constatación nos plantea de hecho la cuestión inversa: puesto que ellos consideran el silogismo como primero, ¿con qué derecho podrían utilizar libremente figuras geométricas en la exposición de la silogística? Tal cuestión pone en juego su filosofía de las matemáticas que a partir de entonces sería difícil poner entre paréntesis cuando se estudia su lógica; una cuestión que hoy toma forma de aporía, por no haber sido planteada nunca. Una simple sugerencia (en cuyo favor hablarán textos de autores posteriores, citados más adelante): ¿no vendrá el privilegio de las figuras del hecho de que pertenecen a una geometría que supera a la geometría ordinaria, la geometría de situación?

Un comentario de Gergonne nos indica otra dirección de investigación, a propósito de la cual habrá que tener presente que, en las *Cartas...* de Euler, la carta XXXIV que comienza por observaciones «sobre las perfecciones de una lengua» sigue a la Carta XXXIII «sobre los lenguajes, su esencia, avance y necesidad, tanto para comunicarse mutuamente los pensamientos como para cultivar nuestros conocimientos». Lo que se llama a falta de algo mejor «la intuición geométrica» ha podido desempeñar un papel propiamente crítico a juzgar por algunos de sus efectos. Todo lector atento de Gergonne se sorprenderá de ver cómo se cuestiona, en nombre de las relaciones fundamentales extraídas de la dialéctica racional a partir de analogías geométricas, la capacidad de expresión de las lenguas naturales:

«No hay ninguna lengua en la cual una proposición exprese de forma precisa y exclusiva en cual de nuestros cinco casos se encuentran los dos términos que la componen; una lengua tal, si existiera, sería mucho más precisa que las nuestras, tendría cinco tipos de proposiciones y su dialéctica sería totalmente diferente de la de nuestras lenguas»⁶⁰.

Así, nos dice R. Blanché, este sistema lógico se distingue aquí del sistema tradicional

«[...] en que basado sobre la intuición geométrica en lugar de estar inspirado en un análisis del discurso, se ha liberado completamente de las servidumbres del lenguaje usual»⁶¹.

¿Pero debemos encontrar aquí otra razón suplementaria para deplorar el tradicionalismo de Gergonne, porque no se dedica más que a encontrar las leyes clásicas y porque no ve en las insuficiencias de las lenguas, tan bien señaladas, una invitación a construir una lengua artificial? Y sobre todo, debemos ver en las últimas palabras del Ensayo⁶² únicamente una especie de desánimo ante una empresa tan vasta⁶³? Eso sería olvidar que Gergonne ha llevado a cabo tal análisis como matemático y filósofo de las matemáticas, bajo otras modalidades que el análisis de las «proposiciones simples» en la dialéctica racional. El teórico de la definición, que sostenía que «se razona con palabras, igual que en álgebra se calcula con letras», el teórico de la dualidad que vuelve a exponer en dos columnas yuxtapuestas una parte de la geometría, ha dispuesto de otros medios para manipular y trabajar el «discurso» aparte del uso de símbolos artificiales. Habría pues que analizar este efecto crítico de los diagramas que acabamos de mencionar, pensando en todo eso más que en el éxito de una algebraización, lograda según Boole por otros caminos.

En suma —y estas son las dos sugerencias que guiarán los análisis más finos que siguen— incluso cuando se le concede crédito a una figuración aparentemente translúcida, ese crédito no puede comprenderse después más que a través de lo que fueron para cada autor su clasificación de los saberes y su filosofía del lenguaje.

-2-

Cuando Venn juzga con toda generalidad el nuevo proceso diagramático que acaba de poner en marcha, en función de lo que podía requerir la nueva Lógica Simbólica, tiene razones para estar satisfecho: «teóricamente», la representación mediante figuras de los procesos de división dicotómica que rige la combinación de un número cualquiera de clases, es siempre posible⁶⁴ y perfectamente adecuada, en el sentido de que a todo término lógico corresponde una y sólo una región del diagrama⁶⁵. Por otro lado y sobre todo a causa de esta «correspondencia y armonía», la «representación diagramática» no provoca en tanto que representación ninguna objeción sería de principio; aunque emplea gran minuciosidad para defender contra muchos objectores «la introducción de los símbolos matemáticos en lógica», Venn aparta de un manotazo las protestas planteadas por un purista como Mansel contra las tentativas de aquellos que pretenden «visualizar los conceptos»: la Lógica Simbólica trata de

clases de objetos, y tales clases pueden estar perfectamente representadas por círculos u otras figuras cerradas⁶⁶.

Ahora bien, en la práctica, y sólo por el problema de la representación de los términos, todo se confunde; pero esas discordancias desagradables, esas imperfecciones inevitables van a inducir nuevas visiones de las figuras.

Problema de la representación de los términos: dado un cierto número de términos x , y , z , etc. formar un «cuadro de figuras geométricas» que corresponda a la tabla de combinaciones de x , y , z , etc. Para 2 términos, para 3 términos, las figuras pueden ser círculos; la solución presenta entonces propiedades muy notables que Venn no enumera, pero que manifiestamente le parecían el colmo de la perfección diagramática, y que se localizan fácilmente, pues su pérdida es muy sensible, en cuanto se sigue un poco el tratamiento del problema: elegancia, simetría, regularidad, excelente visibilidad, «continuidad» de las figuras que representan a los términos. Si pasamos al caso de tres términos hay que renunciar ya a esas «figuras simples» que son los círculos; no importa, se nos precisa que los círculos no tienen importancia y que basta con utilizar «figuras continuas»⁶⁷. Si se proponen elipses para realizar el caso de cuatro términos, a fin de formar el diagrama «más simple y más simétrico», éstas dejan de prestar un servicio análogo en el caso de cinco términos. Peor todavía, llegados a este punto, estamos obligados a elegir entre dos sacrificios: o sacrificar la «regularidad» o sacrificar la «continuidad»; desgraciadamente en ambos casos se pierde «el golpe de vista».

Sacrificar la «regularidad»:

«It will be found that when we adhere to continuous figures, instead of the discontinuous five-terms figure given above, there is a tendency for the resultant outlines thus successively drawn to assume after the first four or five, a comb-like shape. If we begin by circles or other rounded figures the teeth are curved, if by parallelograms then they are straight. Thus the fifth-term figure will have two teeth, the sixth four, and soon, till the $(4+x)^{th}$ has 2^x teeth. There is no trouble in drawing such a diagram for any number of terms which our paper will find room for. But, as has already been repeatedly remarked, the visual aid for which mainly such diagrams exist is soon lost on such a patch» [p. 118, n. 1].

Sacrificar la «continuidad»: en el caso de 6 términos podemos servirnos de dos «figuras de 5 términos»;

«[...] if we wanted to use a diagram for six terms one plan would be to take two five-term figures, one for the u part and the other for the not- u part of all the other combinations. This would give the desired 64 subdivisions. Of course this loses the advantage, to some extent, of the *coup d'oeil* afforded by a single figure» [p. 117, n. 1].

Una observación relativa al procedimiento de representación mediante una tabla con múltiples entradas propuesta por Marquand⁶⁸ deja entender bastante claramente cuál es la

ventaja inversa de un diagrama en el que cada clase está representada por una figura de un solo representante:

«Of course there is not the help to the eye here, afforded by keeping all the subdivisions of a single class within one boundary» [p. 140].

La crítica es más viva y más sensible también el enojo que siente el diagramista ante tal desorden, en un texto que se encuentra al final de la obra y donde se desliza, inesperadamente en este género de exposición que por ello mismo adquiere más sentido, una metáfora geográfica:

«If, on the other hand, we take our stand on having ultimate compartments whose relative magnitudes admit of ready computation we are driven to abandon continuous figures. Our ABC compartment, say, instead of being enclosed in a ring fence, is scattered about the field like an ill-arranged German principality of olden times, and its component portions require to be brought together in order to collect the whole before the eye. We draw a parallelogram to stand for A, and divide it into its B and not-B parts. If we divide each of these again into their C and not-C parts, we shall find before long that the corresponding compartments will not lie in juxtaposition with each other, and therefore the eye cannot conveniently gather them up into single groups» [p. 527].

Continuidad, regularidad, simetría, son otras tantas nociones no definidas, pero las de figura, área, frontera, sin las cuales la empresa de diagramatización ni siquiera tiene sentido, tampoco están definidas. Así se hace en general el silencio sobre matemáticas tan balbucientes. Por el contrario, en nuestra opinión, la pobreza de medios, la indefinición de las nociones los tanteos requieren un análisis histórico atento al planteamiento de nuevos problemas. Venn que no deseaba sencillamente más que dibujar las figuras más simples posibles, choca en su camino con circunstancias accidentales, lo que antes se habría llamado hechos geométricos⁶⁹. Este contratiempo le obliga a disociar y por lo tanto a percibir mejor cualidades confundidas en la primera noción de simplicidad⁷⁰. Constatando con disgusto que las formas «perfectas» se escapan una a una, está obligado a buscar entrecruzamientos inéditos de formas todavía no nombradas. Diagramas erizados con dientes de peine, diagramas mal compartimentados donde lo que no debía ser más que un compartimento se disloca, a la manera de un principado alemán formado con piezas y pedazos: esas deformidades, ciertamente, son benignas, comparadas con los «monstruos» que comenzaron a exhibir justamente en la misma época ciertos matemáticos; pero, aun guardando las proporciones, el encuentro de lo «accidental» provoca un ligero deslizamiento del interés que recuerda de lejos al suscitado por los fenómenos «patológicos» en matemáticas; el obstáculo se convierte en tema propio para el ejercicio; hemos visto más de un ejemplo de ello, cuando Venn en una nota, da una indicación rápida sobre las formas «con dientes»; he aquí otro: los «compartimentos», que eran medios de representación para el

lógico, son observados por ellos mismos; se esboza un nuevo lenguaje para estudiar las relaciones de la situación relativa de los compartimentos:

«A number of deductions will occur to the logical reader which it may be left to him to work out in detail. Some of them may be briefly indicated. For instance, any two compartments between which we can communicate by crossing only one line, can differ by the affirmation and denial of one general term only, e.g. $x y z w$ and $x y \bar{z} w$. Accordingly, when the two terms corresponding to such compartments come to be united, or as we may say, 'added' together, the result may be simplified by the omission of this term z ; for the two together make up all $z y w$. Any compartments between which we can only communicate by crossing two boundaries, e.g. $x y \bar{z} w$ and $x \bar{y} z w$, must differ in two respects: it would need four such compartments to admit of simplification then resulting in the opportunity of dropping the reference to two terms. For instance, $x y \bar{z} w$, $x \bar{y} z w$, $\underline{x \bar{y}} z w$, $\bar{x} y \bar{z} w$, taken together, amount simply to xw »

El interés se ha trasladado así a la «travesía de las fronteras»; se ha evocado una «adición», se definirá una «equivalencia»:

«In talking thus of crossing boundaries it must be remembered that to cross the same one twice is equivalent to not doing so at all, and that to do three times is the same as doing so only once; it merely puts us outside if we were inside before» [p. 119].

Venn podía difícilmente decir en qué punto afectaba, mucho o poco, a la «Geometría» tal cambio de objetivo; la división de tareas que él defiende, en muchas ocasiones, le impedía aparentemente designarlo como tal: en primer lugar, cuando están en juego las Matemáticas en su conjunto, él no habla más que de Aritmética y Álgebra, en segundo lugar, muy susceptible cuando se pone en duda la autonomía de la Lógica, los únicos préstamos que retienen largamente su atención conciernen a esos «símbolos» que van de las Matemáticas a la Lógica y que la Lógica dota de sentidos específicos. Pero, vistos desde el exterior, algunos de sus textos atestiguan discretamente aportaciones de la Lógica a la Geometría. Por decirlo en el lenguaje de Venn, así como el lenguaje simbólico puede siempre extraer de formas familiares y antiguas significaciones nuevas e inesperadas (p. XIV), así la noción de «figura» reapropiada a su manera por la Lógica, cambia de significación; también se podría oír en el párrafo final de *Symbolic Logic* una declaración general, más allá de su sentido literal⁷¹, que registra un avance de la abstracción hacia visiones separadas de conceptos estrictamente métricos:

«My own conviction is very decided that all introduction of considerations such as these should be avoided as tending to confound the domains of Logic and Mathematics; of that which is, broadly speaking, qualitative, and that which is quantitative. The compartments yielded by our diagrams must be regarded solely in the light of being bounded by such and such contours, as lying inside or outside such and such

lines. We must abstract entirely from all considerations of their relative magnitude, as we do of their actual shape, and trace no more connection between these facts and the logical extension and the size and shape of the letter symbols, A and B and C» [p. 527].

-3-

«Es sobre todo por el impulso que ha dado a la lógica⁷² moderna de las relaciones que De Morgan tiene un lugar en la historia de la lógica». Sus estudios sobre el silogismo, esmaltados con visiones sutiles «no tienen hoy en día más que un interés de erudición»⁷³. Su obra en lógica abunda en consideraciones ingeniosas, en tentativas industriosas de simbolización, pero su espíritu inventivo ha sufrido mucho, incluso en su teoría de las relaciones, por un apego excesivo a la lógica tradicional. Así se juzga generalmente —como lo hacía ya C.I. Lewis⁷⁴—un conjunto muy amplio de textos de los que siempre se extraen ya los mismos pasajes considerados significativos.

Por el contrario, es en los paréntesis, en las observaciones incidentales donde nuestra búsqueda ha encontrado textos en los que se perciben agudamente y se plantean nuevas relaciones entre notaciones simbólicas, lenguaje y diagramas. He aquí yuxtapuestas y brevemente comentadas algunas de esas observaciones hechas de paso.

a

En un primer tiempo —lo vimos antes— De Morgan, sin conocer los diagramas de Lambert y de Euler, había formulado por sí mismo el principio; una vez que tuvo conocimiento de los procedimientos de esos dos autores, lo aprovechó para proponer, junto a una de sus notaciones simbólicas, un procedimiento mejorado de diagramatización.

En 1850, en un trabajo «sobre el silogismo»⁷⁵, De Morgan consagra la segunda parte a «la formación de la notación simbólica para las proposiciones y los silogismos»; critica la nomenclatura tradicional de las proposiciones (A, E, I, O), propone su reforma; luego expone su propio sistema de notaciones (paréntesis y puntos); después de lo cual observa lo siguiente sobre una «representación gráfica del silogismo»:

«All notation, no doubt, is both pictorial and arbitrary; nethertheless, there are cases in which one or the other character decidedly predominates. The arbitrary character decidedly predominates in the preceding notation: but the syllogism admits of a graphical representation which is as suggestive as a diagram of geometry. This was partially adopted by Lambert and Euler (*Formal Logic*, p. 323) and may be more completely shown, and without new types or woodcuts, in the following way.

Let all the instances in the universe of the syllogism be represented by the points of a definite straight line: but to avoid confusion, let this straight line be repeated as often as it is necessary to introduce a name. Let the division of this straight line

into a continuous and a dotted portion signify the distribution of the universe into a name and its contrary. When a proposition is asserted, let a second line run over so much of the extent of each name as is declared by the proposition to be in agreement or disagreement with the whole or part of the other: extents which fall under one another being taken as in agreement. Thus in the following diagrams we see the propositions 'Every X is Y' and 'Some things are neither Xs nor Ys'.



Estas son indicaciones sumarias, pero el mero hecho de que esta notación se plantee como una notación entre otras imaginables a voluntad con vistas al mismo objetivo, cuenta tanto a nuestros ojos como el propio dispositivo. Como deben también contar las dos frases generales con que comienza el texto; «notación»: ese termino califica, en una exposición sobre las notaciones simbólicas, una representación gráfica; «arbitrario», «pictórico»: la oposición remite al venerable debate sobre los diferentes tipos de escritura, sobre el papel respectivo de lo arbitrario y de lo pictográfico en teoría de signos. De ahí viene en nuestra opinión una comparación menos banal de lo que parece: «la representación gráfica» no se da directamente como figura geométrica; su carácter sugerente es comparado con el que puede tener un dibujo, en geometría.

b

De Morgan volvió con frecuencia sobre la oposición entre los puntos de vista de la extensión y de la comprensión, así como sobre la noción de «cantidad» en lógica; en uno de sus primeros textos sobre el tema, evoca la «idea» de donde parecen provenir ciertos modos de expresión de los «lógicos»: la de un área incluida en otra.

«The language of logicians has generally been unfavourable to the distinct perception of their terms being distributively applicable to classes of instances. They have rather been quantitative than quantuplicitative: expressing themselves as if, in saying that animal is larger or wider term than man, they would rather draw their language from the idea of two areas one of which is larger than the other. They have even carried this so far as to make it doubtful, except from context, whether their distinction between universal and particular is that of all and some, or of the whole and part. If their instances had been white squares, their 'all A is B' and 'some A is B' might have applied as well to 'All the squares is white' and 'Some of the square are white'. I shall take particular care to use numerical language, as distinguish from magnitudinal, throughout this work, introducing of course, the plural Xs, Ys, Zs, etc.»⁷⁶.

c

De Morgan ha introducido en Lógica la noción fundamental de «universo del discurso»; sus motivos, sus comentarios atañen de muy cerca a las cuestiones planteadas aquí;

daremos sólo un análisis preliminar donde se plantea una teoría de la denominación dicha en términos de fronteras, según la cual a cada nombre corresponde una decisión o bien divisiones de tipo dicotómico: sí-no, dentro-fuera, inclusión-exclusión; teoría que aprovechará Boole y que esboza ya el cuadro en el que se inscribirá la diagramatización de Venn.

«Every name has a reference to every idea, either affirmative or negative. The term horse applies to every thing, either positively or negatively. This (no matter what I am speaking of) either is or is not a horse. If there be any doubt about it, either the idea is not precise, or the term horse is ill understood. A name ought to be like a boundary, which clearly and undeniably either shuts in, or shuts out, every idea that can be suggested. It is the imperfection of our minds, our language, and our knowledge of external things, that this clear and undeniable inclusion or exclusion is seldom attainable, except as to ideas which are well within the boundary: at and near the boundary itself all is vague. There are decided greens and decided blues: but between the two colours there are shades of which it must be unsettled by universal agreement to which of the two colours they belong. To the eye, green passes into blue by imperceptible gradations: our senses will suggest no place on which all agree, at which one is to end and the other to begin.

But the advance of knowledge has a tendency to supply means of precise definition[...].»⁷⁷.

d

El paradigma del Álgebra domina a tal punto la constitución de la Lógica Simbólica que podríamos preguntarnos si la Geometría fue invocada en alguna forma, positiva o negativa, en los debates contemporáneos relativos a la Lógica. De Morgan procede de hecho a comparaciones razonadas de esas dos disciplinas en cuanto a sus respectivas relaciones con la Lógica; pero nosotros preferimos aquí una reflexión que casi es una humorada, cargada de alusiones, pero que en su literalidad conviene perfectamente a nuestro propósito, reuniendo en algunas frases varios de los temas evocado antes. De Morgan responde a una objeción: se le había acusado de ver en «el pensamiento una rama del álgebra», en lugar de concebir «el álgebra como una rama del pensamiento».

«I might with more justice charge the logician with affirming all thought a branch of geometry, instead of geometry a branch of thought. By processes nearly resembling those which led Descartes to affirm that space is all the essence of matter, he reduces all thought of comparison to the assertion or denial of containing and contained. These are originally terms of space-relation: and his only syllogism, his universal includent of all argument, can be fully symbolized by areas: a practice which many logicians dislike, and with reason, for it tells tales»⁷⁸.

Una duda había motivado nuestra búsqueda; una regla de lectura la guiaba. La duda se planteaba sobre la plena eficacia descriptiva y explicativa de una historia general de la lógica, distribuyendo según un esquema tripartito la historia de los diagramas lógicos: en la medida en que esa historia pecaba por defecto, el repertorio de textos reunidos aquí puede tener por sí solo su utilidad; dichos textos aportan la prueba de que este esquema adolece de una excesiva simplicidad⁷⁰: deja al historiador desarmado ante esos «misterios» que recubren recursos a la evidencia de orden diverso; concede demasiado o demasiado poco, según los periodos considerados, a las virtudes de la «visualización»; no permite integrar los diferentes tipos de críticas dirigidas contra los diagramas; tiende a confundir, en lo que se refiere al «primer periodo», uso de figuras y matematización; por el contrario inclina a considerar como marginal ese uso en el periodo en el que se constituye la «lógica simbólica». La regla de lectura pretendía que se prestase atención a lo que se decía sobre los diagramas, no en tanto que sirvieran de medios a teorías lógicas, sino en tanto que son precisamente calificados como diagramas: figuras geométricas; aparece entonces la necesidad de tener en cuenta no sólo las relaciones respectivas de la Lógica y las Matemáticas, sino, en cada etapa, la evolución de la Geometría (y se habrá podido constatar que interviene en varias ocasiones a título propio); y se ha atraído la atención sobre las complejas relaciones que ligan la aprehensión de las figuras y el «lenguaje de los lógicos»: metáforas espaciales que rigen ciertos términos de su léxico, clasificación de los signos, filosofía de las lenguas naturales y artificiales. Habría que continuar este trabajo de reconocimiento para lo cual se han fijado así algunos puntos de referencia; de todas maneras, en el dossier que acabamos de reabrir, no han figurado —la exclusión era deliberada— textos fundamentales sobre los diagramas: los de Bolzano y Peirce; quizá las consideraciones precedentes permitirán apreciar mejor su situación histórica, leer en ella otra cosa que análisis críticos marginales, sorprenderse menos de las extrañas tentativas realizadas para extender al extremo los poderes de la diagramatización.

NOTAS

- 1 Cf. E. COUMET, «Les diagrammes de Venn». *Mathématiques et Sciences humaines*, nº 10.
- 2 VENN, J. (1894) *Symbolic Logic*. 2ª ed. Londres.
- 3 BOCHENSKI, I.M. (1961) *A History of Formal Logic*. Trad. Ivo Thomas, University of Notre Dame Press, pp. 260-2.
- 4 SCHOLZ, H. (1969) *Esquisse d'une histoire de la logique*. Paris, Aubier-Montaigne, pp. 130-132.
- 5 RISSE, W. *Die Logik der Neuzeit*. 1. Band, 1550-1640. 2. Band, 1640-1780. Stuttgart - Bad Cannstatt, 1964 y 1970.
- 6 COUTURAT, L. (1901) *La logique de Leibniz, d'après des documents inédits*. Paris (edición facs. Hildesheim, Georg Olms, 1969), p. 25: cf. p. 21.
- 7 «M. Itelson nos ha enseñado que esos esquemas se encontraban ya en Christophe Sturm» [COUTURAT, L. (1917) «Sur les rapports logiques des concepts et des propositions». *Revue de métaphysique et de morale*, 24ª année, 1917, p. 47, n.1].

- 8 Hablando como I.M. BOCHENSKI (op.cit., p.254) a quien tomamos prestada igualmente la expresión «primer periodo de matematización» (id., p.296) para designar el tiempo en el que se estableció el cálculo booleano.
- 9 «Una máquina lógica es una invención, eléctrica o mecánica, concebida especialmente para resolver los problemas de lógica formal. Un diagrama lógico es un método geométrico para hacer lo mismo. Los dos dominios están estrechamente relacionados y este libro es la primera tentativa en cualquier lengua de trazar su curiosa y fascinante historia» (M. GARDNER, *L'étonnante histoire des machines logiques*, Paris, Dunod, 1964, p.VII).
- 10 Op. cit., pp.506-7.
- 11 L. EULER, *Lettres à une Princesse d'Allemagne*, ed. Emile Saisset, paris, Charpentier, 1843.
- 12 Carta XXXIV, p. 260.
- 13 Carta XXXIV, p. 260.
- 14 Carta XXXV, p. 261.
- 15 VENN, op. cit., p. 110 n. 1.
- 16 *Le monde comme volonté et comme représentation*, trad. A. Burdeau, nueva ed. R. Roos, PUF, 1966, p. 73.
- 17 «Essai de dialectique rationnelle», *Annales de mathématiques pures et appliquées*, t.IX, 1818-1819, p. 306-319.
- 18 Cf. El análisis muy circunstanciado realizado recientemente por L. GIARD: «La 'dialectique rationnelle' de Gergonne», *Thalès*, tome XIV, année 1970-71, *Revue d'Histoire des Sciences...*, Avril-Juin 1972, pp. 97-124.
- 19 Notemos a este respecto que disponemos de muy pocas informaciones precisas sobre la suerte reservada a la «lógica» en las instituciones de enseñanza a partir del siglo XVII.
- 20 Ya hace tres cuartos de siglo que «la dialéctica de Aristóteles enseñada todavía en algunos establecimientos góticos, había caído, entre las personas de buen tono, en el descrédito más completo»; pero en estos últimos tiempos ha recuperado un poco de prestigio y yo me vi obligado, precisa Gergonne, «en esas circunstancias, a dar cursos de lógica en una escuela pública».
- 21 Ha encontrado tres: Euler, Lambert y Gergonne.
- 22 *Formal Logic or the Calculus of Inference, Necessary and Probable*, London, Taylor and Walton, 1847, p. 323.
- 23 «It is strictly confined to the Aristotelian forms and syllogisms, and is the reprint of a tract published in 1839, under the title of *First Notions of Logic* (preparatory to the study of Geometry)» [id., p. VII].
- 24 «The paragraph preceding contains the essential parts of all inference, which consists in comparing two things with a third, and finding from their agreement or difference with that third, their agreement or difference with one another» [id., p. 8].
- 25 Venn que llega a clasificar a los autores según las figuras que emplean, opera una curiosa comparación recordando los diagramas utilizados por Kant en sus lecciones de lógica:

- «KANT (*Logik*, I.#21) y DE MORGAN (*Formal Logic*, p. 9) have introduced or suggested both a square and a circle in the same diagram, one standing for subject and the other for predicate» [p. 514]; cf. KANT, *Logique*, trad. L. Guillermit, Vrin, 1966, p. 113.
- 26 A. DE MORGAN, *Formal Logic...*, pp. 9-10.
- 27 Id., p. 10.
- 28 Reprocha a HAMILTON (*Logic*, I, 256) haber dicho que Christian Weise fue el primero en hacer un uso familiar de los diagramas lógicos.
- 29 Cf. H. SCHOLZ, *Esquisse d'une histoire de la logique*, Aubier-Montaigne, 1968, pp. 131-2; W. RISE, op. cit., tomo 2; en J.C. STURM, pp. 167-9; en J.C. Lange, pp. 561-4.
- 30 W. RISSE, op. cit., tomo I, p. 192.
- 31 NICOLAUS RAYMARUS URSUS, *Metamorphosis logicae*, Argentorati, 1589, 32.
- 32 [Id., 36].
- 33 «Mathematical terms in Aristotle's Logic», *American Journal of Philology*, t. 57, 1936, pp. 166-9.
- 34 ARISTOTLE, *Prior and Posterior Analytics*, ed. W.D. Ross, Oxford, Oxford U. Press, 1965, pp. 301-3.
- 35 Varios comentaristas han señalado que Julius Pacius estimaba que Aristóteles se había servido de «diagramas», perdidos después por culpa de los copistas. Prueba de ello era a sus ojos el uso de letras en ciertos pasajes, letras que no tenían sentido, decía él, que como referencia a diagramas o figuras. W.D. Ross menciona ese comentario, pero no lo transcribe; he aquí un extracto: «litterarum enim nullus est usus, si figuras tollas, quae causa fuit, ut nos varia diagrammata huic libro inseruerimus, cujusmodi putamus ab ipso Aristotele delineata fuisse & incuria scriptorum ad nos non pervenisse. Hoc igitur loco Aristoteles perspicue significat se adiecisse diagrammata sive figuras» [Aristotelis... *Organum*, s. 1, 1584, p. 515].
- 36 G. PATZIG, *Aristotle's theory of the syllogism*, Dordrecht, D. Reidel, 1968, p. 118.
- 37 [Id., p. 125].
- 38 «[...] those logicians who may without offence be designated as anti-mathematical [...]» [Op. cit., p.IX].
- 39 [Id., p.137-8].
- 40 H.L. MANSEL, *Prolegomena logica*. An inquiry into the psychological character of logical processes, Oxford, 1851.
- 41 G.W.F. HEGEL, *Wissenschaft der Logik: Die subjektive Logik*, Chap.IB, Anm.; citamos la traducción del R.P. Dominique DUBARLE de los dos textos que «aportan lo esencial del pensamiento de Hegel sobre el tema de la matematización de la lógica» [*Logique et dialectique*, Larousse, 1972, pp. 12-15].
- 42 [Id., p. 13].
- 43 H.L.MANSEL, Op. cit., p. 318, n.1.
- 44 [Id., pp. 46-7].
- 45 [Id. pp. 47-8].

- 46 G.FREGE. «Kritische Beleutung einiger Punkte in SchrödersVorlesungen über die Algebra der Logik», en *Kleine Schriften*, hrsg. I. Angelelli, Darmstadt, 1967, p. 198.
- 47 J.LARGEAULT, *Logique et philosophie chez Frege*, Paris, 1970, p.204. Cf. en *Los fundamentos de la aritmética*, un texto en el que Frege recurre a una «imagen geométrica», y donde se podría leer, según C. Imbert, una crítica a los diagramas [G.Frege, *Les fondements de l'arithmétique*, trad. e introd. de C.Imbert, Paris, Ed. Du Seuil, 1969, pp. 78-9, p. 212].
- 48 *L'Algèbre de la Logique*, Gauthier-Villars, 1914, p. 77.
- 49 COUTURAT precisa en una nota: «Albert Lange, especialmente, ha sostenido que el fundamento de las leyes lógicas se encuentra en la intuición espacial, de forma que las leyes lógicas serian en definitiva leyes geométricas» [*Logische Studien*, 1877, póstumo].
- 50 «Sobre las relaciones lógicas de los conceptos y de las proposiciones» [*Revue de métaphysique et de morale*, 24e année, 1917, pp.47-8], Las frases que siguen harán comprender mejor de dónde viene «la objeción»: «Hemos podido exponer toda la Lógica de clases sin apelar a ninguna imagen. Con mayor razón la Lógica de proposiciones es independiente de toda intuición, puesto que algunas de sus fórmulas (las que no son válidas para las clases) son, como acabamos de mostrar, contradichas por los esquemas geométricos. Los kantianos, que quieren sea como sea encontrar intuiciones hasta en los principios de la Lógica, deberán buscar argumentos un poco más sólidos».
- 51 B. RUSSELL, *L'analyse de la matière*, Paris, Payot, 1965, p. 302.
- 52 Carta XXXVI, p. 269.
- 53 Carta XXXIV, p. 259.
- 54 Carta LIV, p. 314.
- 55 Carta LVII, p. 321.
- 56 P. 270.
- 57 P. 273.
- 58 Me acuerdo de que se enseñaba en el Colegio que «el arte de razonar consiste en comparar dos ideas entre sí por medio de una tercera. Para juzgar —decían— si la idea A incluye o excluye la idea B, tórnese una tercera idea C, a la cual se comparará sucesivamente con la una y con la otra. Si la idea A está incluida en la idea C, y la idea C en la idea B, conclúyase que la idea A está contenida en la idea B. Si la idea A está contenida en la idea C y la idea C excluye a la idea B, conclúyase que la idea A excluye la idea B». Nosotros no haremos ningún uso de todo eso. [CONDILLAC, *Oeuvres philosophiques*, Corpus général des philosophes français, P.U.F., vol. 2, p. 385].
- 59 *La dialectique rationnelle*, p. 206.
- 60 P. 194.
- 61 R. BLANCHĚ, op.cit., p. 239.
- 62 «Lo que precede ofrecería una teoría completa del razonamiento, si no se empleasen nunca en el discurso más que proposiciones simples; pero desgraciadamente nuestras lenguas emplean una multitud de proposiciones de otros tipos, y parece igualmente difícil tanto

limitar su número como enunciar una teoría que englobe todas las proposiciones de las que puede hacer uso».

- 63 R. BLANCHÉ, op. cit., p. 239-240; «con esta reflexión desengañada se liquida la dialéctica» [L. GIARD, op.cit., p. 123.]
- 64 «Theoretically, as we shall see, the desired aim is perfectly attainable» [p. 113]; «this process is capable of theoretic extension to any number of terms» [p. 115]; «their theoretic perfection... is unaffected by their intricacy» [p. 118].
- 65 «Of course we must positively insist that our diagrammatic and our purely symbolic scheme shall be in complete correspondance and harmony with each other. The main defect of the common or Eulerian diagrams is that such correspondance is not secured» [p. 139].
- 66 «Those who adhere to the material view of Logic will of course be but little influenced by such an objection. What we are concerned with is classes of objects, actual or possible, and these may very fairly be represented by circles or other closed figures. Such figures must necessarily include or exclude any part of the extension, just as the class must, and by shading or otherwise marking the figure we can duly indicate whether or not such a class must be pronounced actually non-existent. And this is all that can possibly be expected of any such figure» [p. 138].
- 67 «This process is capable of theoretic extension to any number of terms. The only drawback to its indefinite extension is that with more than three terms we do not find it possible to use such simple figures as circles; for four circles cannot be so drawn as to intersect one another in the way required. With employment of more intricate figures we might go on for ever. All that is requisite is to draw some continuous figure which shall intersect once and once only, every existing subdivision» [p. 116]. Cf. D.E.ANDERSON y F.L.CLEAVER, «Venn-type diagrams for arguments of n terms», *Journal of Symbolic Logic*, 30, 1965, n. 2, 113-8.
- 68 Cf. M.GARDNER, op.cit., pp. 52-3.
- 69 «Indeed up to four or five terms inclusive our plan works very successfully in practice; where it begins to fail is in the accidental circumstance that its further development soon becomes intricate and awkward, though never ceasing to be feasible» [p. 113].
- 70 «Guilbaud caracteriza una forma visual simple por dos cualidades: conexidad es decir, no tener agujeros, ser homogénea, o en una red no tener intersecciones no significativas; convexidad, estar delimitada siguiendo ángulos convexos, y formar así una playa en el interior de la cual toda recta no atraviesa la figura más que una vez. Toda simplificación visual debe tender hacia estos caracteres» [J.BERTIN, *Sémiologie graphique*, Paris, Gauthier-Villars, 1967, p. 166].
- 71 Este párrafo sigue al texto de la p. 527 que hemos citado más arriba; Venn critica a aquellos que quieren tener en cuenta consideraciones «cuantitativas» en el trazado de los diagramas.
- 72 R. BLANCHE, op. cit., p. 293.
- 73 R. BLANCHE, op. cit., p. 293.
- 74 C.I. LEWIS, *A Survey of Symbolic Logic*, Dover Publications, New York, 1960, p. 43 y p. 50.

- 75 *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, IX, 1850, pp. 79-127; reproducido en A. DE MORGAN, *On the Syllogism and Other Logical Writings*, ed. P. Heath, London, Routledge and Kegan Paul, 1966.
- 76 *Formal Logic*, p. 48.
- 77 *Formal Logic*, p. 35.
- 78 *On the Syllogism, ...*, p. 82.