ECONOMÍA PÚBLICA: DIFERENCIA ENTRE PARETO-EFICIENCIA DÉBIL Y FUERTE

Amo Saus, M. Elisa
García Pérez, Emilia
Ortega Dato, Juan Fco.
Santisteban Martínez, Joaquín

M. Elisa Amo Saus, Emilia García Pérez, Juan Ortega Dato y Joaquín Santisteban Martínez están en el Área de Matemáticas del departamento de Economía y Empresa. Universidad de Castilla-La Mancha.

RESUMEN

Situándonos en una economía con bienes públicos y aun suponiendo que las preferencias de los consumidores son monótonas y continuas, el concepto de Pareto Eficiencia Débil y Pareto Eficiencia Fuerte no coinciden. Guoquian Tian publicó un ejemplo donde se pone de manifiesto esta diferencia. Esto mismo se puede demostrar con un menor número de consumidores y sin que las funciones de utilidad sean distintas.

SUMARY

For the public goods economies, hard Pareto-efficient is different to weak Pareto-efficient even if preferences satisfy strict monotonicity and continuity. Tian evidenced that differences with one example. That has been possible to show with less number of consumers and the same utility funtions for them.

DEFINICIONES PREVIAS

ANTES de mostrar el ejemplo veamos la diferencia entre Pareto Eficiencia débil y fuerte:

Una asignación (x_i, y) factible es Pareto Eficiente fuerte si no existe (x'_i, y') asignación factible y además $u_i(x'_i, y') \geqslant u_i(x_i, y)$ para todo i y con desigualdad estricta para algún consumidor i.

Una asignación (x_i, y) factible se dice que es Pareto Eficiente débil si no existe (x'_i, y') asignación factible y además $u_i(x'_i, y') > u_i(x_i, y)$ para todo i.

NOTA: En una economía con bienes privados bajo condiciones de continuidad y monotonía estricta, las correspondencias PE_f y PE_d coinciden.

Ejemplo

Designaremos una economía por $E = (n, L, K)$ donde n es el número de consumidores, L el número de bienes privados y K el número de bienes públicos. Considérese $E = (3, 1, 1)$; denotamos por x el bien privado y por y el bien público; las dotaciones iniciales serán $w_1 = w_2 = w_3 = 1$ y los rendimientos serán constantes en la producción, es decir, $c(y) = y = x$. Las funciones de utilidad para los consumidores son $u_1(x_1, y) = x_1 + y$; $u_i(x_i, y) = x_i + 2y$ para $i = 2, 3$.

Consideremos la siguiente asignación $(x_i, y) = (0.5, 0, 0, 2.5)$ veamos que esta asignación es PE_d pero no es PE_f puesto que existe otra asignación $(0, 0, 0, 3)$ que la domina para los individuos 2 y 3.

La asignación $(x_i, y) = (0.5, 0, 0, 2.5)$ es PE_d ya que si suponemos por reducción al absurdo que (x_i, y) no es PE_d entonces existe (x'_i, y') asignación factible cumpliendo $u_i(x'_i, y') > u_i(x_i, y)$ para todo i. Veamos si es cierto:

$$u_1(x'_1, y') = x'_1 + y' > u_1(x_1, y) = x_1 + y = 3.$$

$$u_2(x'_2, y) = x'_2 + 2y' > u_2(x_2, y) = x_2 + 2y = 5.$$

$$u_3(x'_3, y') = x'_3 + 2y' > u_3(x_3, y) = x_3 + 2y = 5.$$

también (x'_i, y') debe ser factible, es decir $x'_1 + x'_2 + x'_3 + y' \leqslant 3 = w_1 + w_2 + w_3$ sabemos que $x_1 + x_2 + x_3 + y = 3$ puesto que (x_i, y) es factible por tanto $x_1 = x'_1$ e $y < y'$ entonces $x'_1 + y' > 3$; por tanto nunca se cumple la factibilidad. Así pues la asignación $(0.5, 0, 0, 2.5)$ es PE_d.

Veamos que esta misma asignación no es PE_f ya que existe otra asignación $(0, 0, 0, 3)$ factible y que la domina para los consumidores 2 y 3.

Teníamos calculado $u_1 (x_1, y) = 3$; $u_2 (x_2, y) = 5$; $u_3 (x_3, y) = 5$.

$$u_1 (x'_1, y') = x'_1 + y' = 3 \geqslant u_1 (x_1, y) = 3$$

$$u_2 (x'_2, y') = x'_2 + 2y' = 6 > u_2 (x_2, y) = 5$$

$$u_3 (x'_3, y') = x'_3 + 2y' = 6 > u_3 (x_3, y) = 5$$

y además es factible $0 + 0 + 0 + 3 = 3$.

Este ejemplo se puede simplificar considerando esta economía con 2 consumidores $E = (2, 1, 1)$, con la misma función de utilidad $u_i (x_i, y) = x_i + y$ para $i = 1, 2$ y $w_1 = w_2 = 1$.

La asignación (0.5, 0, 1.5) es PE_d, sin embargo (0.5, 0, 1.5) no es PE_f puesto que existe (0, 0, 2) factible y que domina para el segundo consumidor.

BIBLIOGRAFÍA

LAFFONT, J. J. (1984): *Teoría microeconómica*, Bilbao, Descleé de Brouwer.

TIAN, G. (1988): «On the constrained Walrasian and Lindahl correspondence», *Economics Letters*, 26, 299-303.