# OLEGARIO FERNÁNDEZ-BAÑOS Y LA INTRODUCCIÓN DE LOS ESTUDIOS ESTADÍSTICOS EN LA UNIVERSIDAD ESPAÑOLA

Víctor Arenzana Hernández Universidad de Zaragoza

### 1. Breve apunte biográfico de Olegario Fernández-Baños

Olegario Fernández-Baños nació en Badarán¹ (la Rioja) en 1886, comenzó haciendo estudios eclesiásticos y volvió a Badarán en mayo de 1908 sin ánimo de volver al Seminario, aunque durante toda su vida mantuviera una profunda religiosidad. El mismo mes solicitó hacer estudios de Bachillerato en el Instituto General y Técnico de Logroño. En esa época sabía un poco de geografía, nada de matemáticas y de gramática, sólo sabía la latina. Preparó el sistema métrico decimal, base del primer curso, y aprobó doce asignaturas de Bachillerato. En el curso 1908-1909 aprobó trece asignaturas más y preparó oposiciones a telégrafos. Las oposiciones comenzaron en febrero de 1909 en la Universidad de Zaragoza (El primer ejercicio, Castellano, Francés y Geografía y el segundo Aritmética, Geometría y Álgebra). Tras estudiar tres meses en la Escuela de Telegrafía de Madrid y hacer otros tres de prácticas en Logroño, obtuvo el número dos entre los setenta aprobados. En esta plaza trabajó desde el 17-XI-1909 hasta finales de 1913 en que pidió la excedencia para acabar la carrera de Ciencias Exactas en Barcelona.

#### 1.1. Sus estudios científicos.

En 1910 obtuvo el título de Bachiller y se matriculó en Ciencias Exactas en la Universidad de Madrid. En otoño de ese mismo año, en una pensión de la calle Mesonero Romanos, conoció a Rey Pastor. En el tiempo que coincidieron en la pensión, Rey Pastor, con charlas de sobremesa y largos paseos, le orientó en los problemas de la Matemática y sus métodos. En junio de 1913, acabó la carrera en Barcelona (se trasladó desde Madrid a Barcelona por la huelga de ferrocarriles del

<sup>1.</sup> La mayor parte de los datos biográficos de este apartado se han extraído de MARTÍNEZ LÓPEZ, V. (1996) Olegario Fernández-Baños. Apuntes para una biografía, Logroño.

verano de 1912). Asistiendo a clase en la Universidad de Barcelona se dio cuenta de que los profesores no eran tan fieros como el setuagenario Torroja de Geomería Descriptiva de Madrid y trasladó el expediente a Barcelona para acabar la carrera con Premio Extraordinario.

En 1914 fue Ayudante Gratuito encargado de las clases prácticas de los cursos 1° y 2° de la Universidad Central, propuesto para un pensionado en Italia por la J.A.E. no pudo ir a ese país por la Guerra Europea. Por oposición libre fue nombrado por Real Orden de 25 de marzo de 1915 Profesor de Término de la Escuela Industrial de Artes y Oficios de Valladolid, donde explicó Algebra, Ampliación de Matemáticas y Geometría Descriptiva.

En octubre de 1915 presentó en el V Congreso de la Asociación Española para el Progreso de las Ciencias de Valladolid un artículo sobre Geometría titulado Representaciones reales de los espacios complejos de n dimensiones, base de su tesis doctoral. En septiembre de 1916 le fue concedida, a propuesta de la J.A.E. una pensión por un año para hacer en Suiza estudios de Geometría Superior para lo que presentó un trabajo titulado Nuevas orientaciones de la Geometría, determinación y generalización de los elementos geométricos. En octubre de 1917 estaba en Italia trabajando con Enriques y, con esa fecha, le concedieron tres meses más de estancia. Los problemas de España le parecieron nimios comparados con los de Europa en guerra y, parece ser, que comenzó a preocuparse por la Economía. En Badarán escribió un nuevo artículo sobre Geometría titulado Contribución a los sistemas lineales de homografías en el espacio de n dimensiones, que envió a la J.A.E. para obtener el certificado de aprovechamiento. En el curso 1919-1920 solicitó nuevamente a la J.A.E. una pensión por medio año a Italia y, después de Navidad fue con su madre a estudiar Ecuaciones Integrales y Curvas Algebraicas. En el Congreso de la Asociación Española para el Progreso de las Ciencias celebrado en Bilbao, presentó el trabajo: Representación plana de la superficie cúbica con una recta doble.

# 1.2. La Universidad de Santiago y los estudios económicos.

A finales de 1920 se presentó a Oposiciones a la Cátedra de Análisis Matemático y Geometría Analítica, obtuvo la plaza y fue nombrado Catedrático Numerario de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Santiago de Compostela.

Sus actividades en la Universidad de Santiago fueron, entre otras, las siguientes. En el curso 1922-23 dio un cursillo de Extensión Universitaria y un curso de Italiano. En septiembre de 1923 lo pensionaron durante tres meses para estudiar Economía Matemática y Economía Financiera a Francia (París y Burdeos) y a Italia (Turín).

En el Congreso de Coimbra de 1925 presentó el primer trabajo importante sobre Economía, Notas sobre la descomposición de las curvas representativas de fenómenos económicos en sus componentes parciales simples. A partir de ese momento comenzó a dar conferencias sobre economía en Madrid, Barcelona, Sevilla, Logroño. Continuó sus trabajos de investigación y fue pensionado por la Universidad de Santiago para realizar estudios en Suiza e Italia para estudiar las lagunas existentes en las aplicaciones de la Matemática a la Estadística y a la Economía.

El curso 1928-29 fue el último en el que estuvo ligado a la Universidad de Santiago. En 1929 el Consejo General del Banco de España le encargó el estudio estadístico del cambio de la peseta y en diciembre de 1930 fue nombrado subdirector de Banco de España. Solicitó permiso para residir en Madrid al rector de la Universidad de Santiago, permiso que se le concedió por un año y que, cada año, tendría que renovar. En septiembre de 1931 el Ministerio de Trabajo solicitó del de Instrucción Pública la cesión de Olegario para proceder a la preparación del Personal del Cuerpo Nacional de Estadística que había de preparar una tabla de mortalidad, dada la reconocida especialización del catedrático. El año 1933 pidió la excedencia voluntaria en la Universidad por un año.

## 1.3. Trayectoria profesional en la etapa madrileña.

Su actividad por difundir la Economía Matemática y la Estadística fue incesante, destacamos los siguientes datos:

En marzo de 1930 dio un curso de quince días de Estadística Matemática en la Universidad de Zaragoza.

En la Sociedad Española de Derecho Internacional dio un conferencia titulada Estudio de las variaciones del cambio de la peseta basado en investigaciones estadísticas.

En 1931 asistió al XX Congreso Internacional de Estadística, fue nombrado Vicepresidente del Comité español y presentó la comunicación *La Correlación y el cambio de la peseta. Análisis de algunas constantes*.

En septiembre de 1933 fue designado por el Consejo General del Banco de España para representar al Servicio de Estudios del Banco en la Comisión de Estadística Social creada por el Ministerio de Trabajo.

En finales de septiembre de 1934, pidió permiso para asistir al IV Congreso de la Economic Society en Stressa allí presentó el trabajo Sur la corrélation, messure directe ou indirecte dans les phénomènes économiques. A la vez, visitó la Banca Nacional de Roma para estudiar la economía nacionalista, la de Berna para tomar contacto con la economía internacional y movimientos de capital y la Banca Internacional de Basilea.

El 14 de febrero de 1934 obtuvo la Cátedra de Estadística Matemática de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid y tomó posesión el 20 del mismo mes.

En 1935 asistió al *II Congreso Económico Europeo* de Bruselas, le pidió el Banco de españa en su autorización que presentara una Memoria e información sobre los trabajos que realizaban los Servicios de Estudios de los Bancos de Bélgica y Holanda.

En mayo de 1936 el Instituto de Investigaciones Económicas de Barcelona envíó una carta al Gobernador del Banco de España D.Luis Nicolau D'Olwer solicitando autorización del Servicio de Estudios para que Olegario se integrara en el Comité de Enlace de Centros de Investigación Económica de España, representando en el mismo a la economía bancaria. El Consejo General aceptó que Olegario formara parte del Comité, pero sin poder ostentar representación alguna. Por primera vez el Banco de España, desde que se incorporó a su servicio, se negaba a que Fernández-Baños fuera su representante en comité.

A primeros de noviembre de 1937 se incorporó al trabajo en el Banco de España, prestando sus servicios en el Instituto General y Técnico de Santander y fue adscrito al Instituto Nacional de Segunda Enseñanza, en espera de que comenzaran las clases en Madrid. Se inició aquí el servicio de Indices del Coste de la Vida. Siguió en ese trabajo hasta que se los nacionales tomaron Barcelona y volvió a sus puestos de trabajo el personal del Cuerpo Nacional de Estadística de Cataluña y ya no eran precisos sus servicios.

A primeros de abril de 1939 se incorporó a su cátedra de Madrid en la que permaneció hasta su muerte el 16 de marzo de 1946. Desde su cátedra elaboró numerosos informes económicos sobre empresas y el día 3 de julio de 1945 ingresó en la Acacemia de Ciencias de Madrid.

#### 2. LAS CIENCIAS ECONÓMICAS EN OLEGARIO FERNÁNDEZ-BAÑOS.

Olegario Fernández-Baños comenzó sus trabajos de investigación sobre temas geométricos siguiendo las orientaciones de julio Rey Pastor. Las investigaciones en este campo fueron notables en lo que a trabajo se refiere, ya que colaboró con buenos investigadores, como Enriques, pero los temas tratados en sus artículos no estaban en la línea de investigación de la geometría moderna de Klein o Hilbert y fueron poco innovadores. Sin embargo, desde que dio sus primeros pasos en el campo de los estudios econonómicos, fue consciente de que se en contraba en un campo lleno de posibilidades en el que todo investigador podía hacer aportaciones originales.

Olegario Fernández-Baños tenía opiniones precisas sobre la situación de las Ciencias Económicas, en 1928, opinaba que<sup>2</sup>:

a) La Ciencia Económica estaba, a comienzos del siglo XX, en un proceso de plena evolución y progreso. Al igual que ocurría con la geometría a finales del siglo

<sup>2.</sup> FERNÁNDEZ-BAÑOS, O. (1928) Recientes progresos de La Ciencia Económica, Madrid, pp. 11-12.

XIX, tras la sistematización de las matemáticas, cuando se hizo popular entre los matemáticos la frase *cualquiera puede investigar en geometría*, en el primer tercio del XX se podía decir que cualquiera podría investigar con fruto en Economía.

- b) En España la necesidad de trabajar en Economía era urgente porque casi todo estaba por hacer y nuestro atraso era mayor que el de cualquier país de nuestro entorno. Para que nuestra investigación sobre la economía española fuera fructífera, quizás lo más urgente fuera la elaboración de números índices relativos a los factores económicos principales, no con arreglo a métodos anticuados, sino siguiendo la labor y procedimientos que se usaban en los Estados Unidos.
- c) Ningún país moderno podía permitirse prescindir de una pléyade de verdaderos técnicos en el campo de las Ciencias Económicas formados en el seno de un investigación teórica y experimental. Opinaba que ninguna Escuela de Comercio o de Ingeniería de España estaba en condiciones de desarrollar un plan de investigación ni de enseñanza de Ciencias Económicas verdaderamente moderno. Lo mismo ocurría con la Estadística y la Matemática Financiera.

Olegario reclamaba en 1928 la creación de un centro de enseñanza en el que se impartiera Economía Matemática, Matemática Financiera y Estadística, con profesorado escrupulosamente seleccionado, para que España pudiera llegar a ocupar, científica y económicamente, el lugar que le correspondía por su lengua y por su historia.

# 2.1. La evolución histórica de las ciencias económicas según Olegario Fernández-Baños

Olegario Fernández-Baños recogió en su trabajo *Recientes progresos de la ciencia económica* (1928) el sentir de los economistas punteros de su tiempo diciendo que en aquel momento las Ciencias Económicas estaban más cerca de las llamadas Ciencias Físicas que de las Ciencias Morales y distinguió tres períodos claramente diferenciados en la historia reciente de los estudios sobre Economía, que podrían constituir una historia de lo que se podría denominar Economía Matemática<sup>3</sup>.

La división de los tres períodos en la historia de la Economía Matemática queda reflejada en la elección de los ejemplos sobre temas económicos que expone en su obra Matemáticas para Economistas (1944). Los cuales ponen de manifiesto el problema central de la economía que es el equilíbrio entre los distintos factores económicos, además de los problemas de cambio monetario y monopolios.

Primer período: La concepción anterior de la economía estudiaba cada fenómeno en forma aislada para asociarle un causa inmediata que lo produjera. El primer

<sup>3.</sup> FERNÁNDEZ-BAÑOS, O. (1928) Op. cit., pp. 1-9.

período del nacimiento de la Economía Matemática surgió cuando, se consideró la complejidad del hecho económico como un sistema orgánico de partes entrelazadas entre sí e interdependientes unas de otras, de modo que para comprender un determinado suceso era preciso elevarse sobre él y considerarlo de manera general con sus interrelaciones. El primero que descubrió un método para describir la economía de un modo sintético fue, seguramente A. Cournot (1801-77) en su obra *The Mathematical principles of the Theory of Wealth* (1838) a él se le debe la formulación de que la cantidad de un artículo demandada en el mercado era una función del precio del mismo. Esto es, la dependencia funcional d = f(p), donde d es la cantidad media demandada anualmente de un producto y p el precio del producto en un mercado dado. En este primer período se sentaron los cimientos de la teoría económica matemática, pero aún no se distinguían los aspectos estático y dinámico en los fenómenos económicos. Se disponía de una primera aproximación a la realidad económica, pero no se había llegado al concepto de equilibrio económico general.

Segundo período: Está caracterizado por la introducción del equilibrio estático entre los grandes factores económicos. En él se establecieron la serie de ecuaciones que relacionaban los elementos integrantes del equilibrio. El paso fue verdaderamente gigantesco, pues se estableció cuántos eran los factores que intervenían en la teoría de los precios en general y cómo todos ellos guardaban entre sí una posición de equilibrio, de tal modo que cualquier alteración de un elemento del sistema repercutía en los demás para dar lugar a una nueva posición de equilibrio. La situación de equilibrio estático está bien definida y determinada para un período de tiempo suficientemente pequeño. Los resultados fundamentales de esta etapa del desarrollo de las investigaciones sobre Economía se realizaron en el último cuarto del siglo XIX y son sus artífices W. S. Jevons (1835-82) en Inglaterra con la obra Theory of political Economy (1878), A.A. Walras (1801-66) en Francia con Éléments d'économie politique pure (1874) y Theory mathematique de la riqueza social (1883) y C. Menger (1840-1921) en Alemania Fundamentos de Economía política (1871) a estos debe añadirse Vilfredo Frederigo Samaso, marqués de Pareto (1848-1923) que en su Cours d'économie politique profesé à L'Université de Laussanne (1896-97) dio forma definitiva y científica a la obra fundamental de Walras. Para superar el problema de la mensurabilidad de la utilidad (término que Pareto propuso cambiar por el de ofelimidad) y elaborar una teoría económica basada en las escalas de preferencia, adoptó el concepto, que había sido introducido por Edgeworth, de curvas de indiferencia, a las que definió como el lugar geométrico de todas las combinaciones de los bienes que producían el mismo grado de satisfacción en los individuos. Mantenía que estas combinaciones de bienes eran determinables empíricamente y, una vez fijadas para varios niveles de ofelimidad, se podía obtener una familia de curvas que determinaría el orden de las preferencias de un sujeto. Esta teoría económica se conoció con el nombre de marginalismo y basaba la explicación de los fenómenos económicos en motivaciones de carácter psicológico de los individuos, cuya medida se expresa en términos de la satisfacción que les reporta la última unidad disponible de cada bien.

Con todo lo conseguido por estos eminentes economistas, el problema no estaba plenamente resuelto, ya que se había planteado y resuelto el problema del equilibrio estático de los factores económicos, pero las fuerzas económicas variaban con el tiempo. Los gustos de las personas, los precios de las cosas y las cantidades producidas y vendidas, así como los factores de producción y de distribución se transformaban con el tiempo y, por lo tanto, quedaba pendiente el problema fundamental que suponía el estudio de los equilibrios dinámicos, con variación del tiempo, y adaptación a la cambiante realidad concreta. Además, los datos estadísticos obtenidos de cualquier fenómeno económico no se conseguían de experiencias repetidas del mismo fenómeno, sino observaciones en situaciones más o menos distintas en diferentes momentos, por lo tanto, la experiencia suministrada por la estadística económica no podía ser un medio adecuado para comprobar los resultados teóricos obtenidos con relación al equilibrio estático, si lo que se pretendía era una aproximación práctica a la realidad.

Tercer período: Está caracterizado por el paso del estudio de la Economía como un fenómeno de equilibrio estático a considerarla como un equilibrio dinámico. Este paso no se hizo de forma automática. En 1901, Pareto introdujo las derivadas con respecto al tiempo en los estudios sobre los procesos económicos para investigar la tendencia de variación temporal de los procesos en equilibrio estático. Irving Fisher (1867-1947), economista americano y profesor en Yale que impulsó la utilización de las Matemáticas en las Ciencias Económicas, ponía de relieve en Mathematical Investigations in the Theorie of value and prices (1892) que la dinámica económica no había sido objeto de un estudio sistemático. En esa obra exponía, desde unas concepciones marginalistas, una condición ordinal de la utilidad (números índices). Olegario mantenía que en el primer cuarto de siglo XX se había hecho poco en esa dirección, ya que en este período el problema del equilibrio dinámico no ha recibido adecuado tratamiento, aunque era innegable el avance que habían tenido los estudios sobre Economía, tanto matemática como experimental, a través de las obras de Edgeworth, Marshal, Pantaleoni, Barone y otros muchos economistas y estadísticos americanos que trabajaban grandes laboratorios de Economía y Estadística dedicados principalmente al estudio de diversos ciclos económicos y al análisis de ciertos tipos de oscilaciones en algunos fenómenos económicos para poder predecir hechos futuros.

H.L. Moore veía claramente la limitación de la teoría estática y confiaba en que el método de correlación le daría el complemento eficaz. Este autor aplicó a la ley de la demanda el método de los cambios relativos en cadena y el método de las trend-ratio (cociente entre los datos observados y los correspondientes del movimiento normal) para eliminar las pequeñas oscilaciones respecto a la evolución nor-

mal del fenómeno que, en sentido positivo o negativo, se daban a lo largo del tiempo. Gracias al concepto de elasticidad introducido por Marshal y tomando la *trend-ratio* de la cantidad demandada en el mercado como función de las *trend-ratio* de los precios correspondientes se obtuvo una primera aproximación de la ecuación dinámica de la demanda.

H. Schulz conseguió una ley estadística para la demanda del azúcar con procedimientos análogos a los de Moore. I. Fisher introdujo el tiempo como variable y las derivadas de algunas funciones respecto al tiempo en algunos procesos económicos con éxito. G.C. Evans hizo depender la ley de la demanda, no sólo el precio, sino también de la derivada del precio con respecto al tiempo y, al analizar el problema del máximo beneficio en régimen de monopolio, se vió conducido al cálculo de variaciones.

El paso definitivo en la consecución de una teoría del equilibrio económico dinámico lo dio C.F. Roos, planteando el problema económico de un modo tan general que todos los modelos económicos estudiados desde Cournot a Evans resultaron ser casos particulares. C.F. Roos sentó las bases de la teoría económica en dos obras fundamentales publicadas ambas en 1927, que fueron *Dynamical Theory of Economic Equilibrium* y *A Dynamical Theory of Economics*. En todos los casos de planteamiento de procesos económicos (leyes de oferta y demanda, coeficientes de producción,...) llegó a ecuaciones en forma simbólica a las que aplicó el cálculo infinitesimal y el de variaciones. La gran generalidad con que Roos planteó los problemas de la Economía hizo que se llegara, en ocasiones, a ecuaciones que la Matemática de su tiempo no podía resolver por necesitar largos cálculos numéricos.

Además de las grandes consecuciones que se lograron en el planteamiento del problema general de la dinámica económica se produjeron avances notables en otras cuestiones de menor dificultad. Se hicieron aportaciones apreciables en temas de aplicación más inmediata tales como la cinemática económica, que se ocupaba de cuestiones monetarias. En este campo, gracias a los progresos de la estadística, especialmente en el problema de correlaciones, la economía tenía una fisionomía y un contenido más general y sustancialmente distinto al que se apreciaba en las obras de finales del siglo XIX. En esta línea estaban los nombres de Marshal, Kemmerer, Fisher, Bresciani, Turroni, Keynes, Cassel, Hawtrey o Rueff, además de otros muchos, generalmente norteamericanos que habían trabajado, entre otros temas, sobre el nivel general de precios, circulación monetaria y velocidad monetaria, cambios de moneda, balance comercial exterior, crédito y descuento. La más importante consecución fue la ecuación de cambio de I. Fisher sobre la que se publicó una abundante bibliografía.

# 2.2. Olegario y la economía española en torno a la primera guerra mundial

Olegario era partidario, en la década de los veinte, de aprovechar la posición internacional de España, que había salido fortalecida de la Guerra Europea

como consecuencia de la neutralidad observada en el conflicto<sup>4</sup>. Había varios aspectos favorables para que España se subiera al carro del progreso de las naciones más avanzadas, entre otras circunstancias se daban las siguientes:

- a) Desde el punto de vista económico las cifras del comercio exterior experimentaron, desde 1914, un incremento del veinte por ciento en relación con los trece primeros años del siglo. Además durante los trece primeros años, la ajustada balanza de pagos española, que se solía saldar con un déficit del orden de los cien millones de pesetas al año y entre 1914 y 1919 lo hizo con un superávit de cuatrocientos millones al año.
- b) Desde el punto de vista financiero un río de oro entró en la península como pago a unas exportaciones angustiosamente necesarias a los beligerantes. Las reservas de oro del Banco de España pasaron de 567 millones de pesetas en 1914 a 2233 millones en 1918. La deuda exterior fue casi completamente rescatada, así como buena parte del capital extranjero en el país.
- c) Desde el punto de vista político el prestigio español fue considerable como consecuencia de los buenos oficios que le comportó la no beligerancia. Además la neutralidad propició una política exterior fecunda que siguió después de las hostilidades.

A partir de 1918 y, pese a la gran crisis interna española, que estaba en período de gestación, el prestigio internacional de España aumentó y alcazó un auge sin precedentes desde la emancipación americana. En este renacer del prestigio español influyeron diversos factores.

Entre los factores económicos estuvieron el desarrollo interno, y la prosperidad financiera acarreada por la Guerra Europea, que se manifestó en un aumento del comercio exterior que llegó a alcanzar en 1928 los 5800 millones de pesetas (más del doble que las cantidades logradas durante la guerra). El déficit de la balanza comercial fue ahora mucho mayor, debido a que se invirtió en bienes de equipo y consumo. Los años treinta consiguientes a crisis mundial de 1929 supusieron una contracción del comercio exterior. En 1935 estaba por debajo del de 1901.

Otros factores, que, pese a no ser económicos, no se deben desdeñar son los culturales. Al abandonar la contienda Europa se vió atraída por las culturas no comprometidas en la misma. España aportó el prestigio intelectual y artístico de una serie de españoles universales, Ortega, Unamuno, Falla, Picasso..), que colaboraron eficazmente a que en Europa se apreciara lo español.

<sup>4.</sup> FERNÁNDEZ-BAÑOS, O. (1928) Dinamismo de los precios y carestía de vida, Madrid, pp. 98-122.

También en el aspecto militar se apreció una renovación en la marina, prácticamente deshecha en 1898. Antonio Maura comenzó esta renovación con la Ley Ferrándiz de construcciones navales de 1908, que sería completada con otros planes y que sacó del letargo a las bases navales de Cartagena, Cádiz y El Ferrol. En 1927 España era la sexta potencia marítima mundial. En ese mismo año se había consumado la pacificación de la zona marroquí<sup>5</sup>.

Se puede suponer la euforia de la política exterior española en estos años y el interés de científicos, como Olegario, por los estudios económicos y estadísticos sobre, población, producción, política monetaria, medidas arancelarias, etc. para poder hacer planificaciones económicas a largo plazo.

### 2.3. Teorías económicas de Fernández-Baños

Las ideas económicas fundamentales de Olegario Fernández-Baños se encuentran en un conjunto de obras publicadas con anterioridad a 1932. A partir de esa fecha figuran, fundamentalmente, los informes y trabajos realizados para el Banco de España (de vital importancia para conocer los mecanismos económicos precisos recomendados por él para elevar el nivel económico español), su *Tratado de Estadística* (1945) (donde optó por los métodos estadísticos de A.R. Fisher (1890-1962) y sus *Apuntes de Matemáticas para Economistas* (1944) (fundamental para conocer los problemas de Economía Matemática que explicaba realmente en clase). Las obras anteriores a 1932 son:

Nociones fundamentales de Economía Matemática y algunas de sus aplicaciones. Separata de la Revista Universidad. Tip. La Académica. Zaragoza 1925. Nociones fundamentales de Economía Matemática. Anales de la Universidad de Santiago. Tip. Año 2. Nº 2. Santiago. 1926. Cambio y estabilización. Revista nacional de economía 1927. Dinámica del cambio de la peseta. Madrid. 1927. Dinamismo de los precios y carestía de vida. Industrial Gráfica. Madrid, 1928. Recientes progresos de la Ciencia Económica. Industrial Gráfica. Madrid, 1928. Oscilaciones del cambio de la peseta. Industrial gráfica, Madrid, 1929. Técnica del Cálculo de la Paridad Económica de la Peseta. Industrial gráfica, Madrid, 1931.

# 2.3.1. Cálculo de la paridad económica de la peseta

En 1929 el Consejo General del Banco de España encargó a Fernández-Baños que realizara un estudio estadístico del cambio de la peseta. A partir de este momento, los estudios económicos de Olegario se orientaron por un camino en que brillaría con luz propia. Elaboración de estudios estadísticos y económicos sobre política monetario-financiera.

<sup>5.</sup> UBIETO, A. y otros (1967) Introducción a la Historia de España, Barcelona, pp. 862-868.

Para realizar estos estudios se basó en las teorías económicas de K.G. Cassel (1886-1945), famoso economista sueco, catedrático de la Universidad de Estocolmo. En su obra principal *Economía Social teórica* (1918) Cassell exponía su opinión sobre la inutilidad de un teoría del valor, ya que esta se apoyaba en una base subjetiva. En su doctrina, los valores fueron sustituidos por los precios y las valoraciones por tasaciones en dinero. Consideraba tres las causas fundamentales para la alteración de los precios:

- La demanda.
- Los coeficientes técnicos de producción.
- La oferta de materias primas.

Cassel excluía de sus consideraciones cualquier justificación moral o sociológica del precio. Su teoría de los costos trataba de ser de una objetividad absoluta.

Para estudiar la paridad de la peseta respecto al franco francés, siguiendo las teorías de Cassel, Olegario comenzó distinguiendo entre cambio de moneda y paridad de la misma en su obra Técnica del Cálculo de la Paridad Económica de la Peseta(1931).

Para introducir el concepto de paridad Fernández-Baños comenzaba planteando en hecho que en 1913 con 107 pesetas se compraban 100 francos. Esto es lo que se entiende por cambio. Si en España con 107 pesetas se puede comprar lo mismo que en Francia con 100 francos, se dice que la paridad económica hispano-francesa es igual al cambio, es decir que el poder adquisitivo de compra de la peseta respecto al franco está en relación 100 es a 107. Si, por otra parte, tales artículos españoles o franceses costaran respectivamente 100 francos o 107 pesetas y el cambio se haría a la par y la paridad económica hispano-francesa será 107 por 100 y el cambio 100 por 100. La paridad económica hispano-francesa era, por consiguiente, la relación entre el coste de un conjunto determinado de artículos y servicios en pesetas o en francos repectivamente<sup>6</sup>.

Olegario, al utilizar las teorías de Cassel, veía la necesidad de disponer de varias tablas estadísticas fiables, a partir de las cuales poder calcular índices generales de precios, así como tablas de los cambios de la monedas respectivas. La teoría de Cassel mantenía que el cambio de dos monedas tiende a estabilizarse alrededor de su paridad económica.

Para una correcta aplicación de las teorías de Cassel en el cálculo de la paridad económica de una moneda había una serie de exigencias, tales como:

<sup>6.</sup> FERNÁNDEZ-BAÑOS, O. (1931) Técnicas del Cálculo de la Paridad de la peseta, Madrid, pp. 5-6.

- La necesidad de disponer de un índice general de precios y servicios que expresara el poder adquisitivo de la moneda respectiva.
- Era preciso tomar el cambio de un año básico (1913 para peseta-franco) en el que el cambio coincidiera con la paridad. Por lo tanto, cuando el índice español 100 es igual al francés 100, la paridad económica es de 107 pts por 100 francos, esto es, igual al cambio<sup>7</sup>.

La paridad económica (sin corregir) de la peseta respecto a otra moneda(por ejemplo la libra esterlina) se calcula dividiendo el índice español por el inglés, referidos a la misma base y multiplicando el cociente por la constante dada por el cambio medio de estas monedas en 1913.

Ejemplo: Si el índice español en 1929 era de 150 y el francés del mismo año de 600 la paridad sin corregir será:

$$(150/600)$$
 x  $(107/100)$  = 26'75 pts por 100 francos.

Fernández-Baños ponía de manifiesto la existencia de algunos problemas para calcular los índices. Por ejemplo ¿Se han de utilizar para calcularlos los precios al por mayor, al por menor o los del coste de la vida?. Además, ¿Para hallar la paridad económica de la peseta respecto al exterior, hemos de elegir un índice francés, uno belga o uno americano, por ejemplo?. Estas cuestiones no eran puramente académicas, puesto que, según se usaran unos u otros índices, los resultados podían ser muy distintos y la paridad económica de la peseta respecto al exterior es una solamente. Atendiendo a la pureza de la teoría de Cassel los índices empleados debían cumplir las siguientes condiciones:

- 1ª.- Expresar fielmente el poder adquisitivo de cada país en la respectiva moneda.
- 2ª.- La fórmula matemática con la que se calculen los dos índices había de ser la misma, pues para conocer la relación entre índices tenían que dividir para dar un número abstracto.
- 3<sup>a</sup>.- Los índices se debían referir a productos y servicios que se intercambiaran, expresando la importancia de cada uno en el intercambio<sup>8</sup>.

La teoría de la paridad económica de Cassel se basaba en dos supuestos fundamentales. El primero era que se suponía que, en la época que se tomaba como base de la referencia, había un intercambio comercial entre ambos países y se daba en el mismo un cierto equilibrio económico y del poder adquisitivo. En esta teoría se tomaba como año de referencia base 1913, en el que el poder adquisitivo de 107

<sup>7.</sup> Ibid., pp. 7-8.

<sup>8.</sup> Ibid., pp. 5-6.

pesetas era el mismo que el de 100 francos. El segundo supuesto era que tal equilibrio se mantendría a lo largo del tiempo. Aunque el equilibrio se podía romper por una guerra, nuevos impuestos, el establecimiento de nuevos monopolios, etc..

## 2.3.2. Dinamismo de los precios y carestía de vida

Olegario se respondía a una serie de preguntas sobre el problema del dinamismo de los precios antes de exponer una teoría de los precios con el fin de poner de manifiesto la complejidad de la cuestión. Las preguntas que se formulaba y se respondía servirán para aproximarnos su pensamiento económico y son las siguientes:

- 1<sup>a</sup>.- ¿El problema de los precios es monetario?.- Es indudable que la vida se encarece cuando suben los precios de los artículos que consumimos, esto es, cuando necesitamos más dinero para todas las actividades, buenas o malas, convenientes o nocivas, necesarias o caprichosas que precisamos habitualmente. Es absurdo pensar que todo se encarece, pues encontramos que algo se abarata y deprecia, es el precio del dinero, luego, aunque no es un problema monetario está íntimamente relacionado con él.
- 2ª.-¿Es un problema de producción y distribución?.- No puede negarse que cuando aumenta la cantidad de un producto en el mercado, los precios dejan de elevarse e incluso tienen que bajar los precios. También se verifica el fenómeno inverso. Por eso se ha llegado a decir que vida cara es sinónimo de escasez de medios empleados en ella, ya sea por falta de producción o por mala distribución de los productos.
- 3ª.- ¿Es efecto del descuento e interés del dinero?.- En 1928, muchos economistas estaban interesados y habían escrito sobre la relación de los precios y los tipos de interés. Es claro que si un industrial paga un alto interés por el capital necesario para producir cierto artículo lo producirá a mayor coste que repercutirá en el precio del mismo.
- 4ª.-¿Dependerá del rendimiento y efectividad del trabajo?.- Así como el mayor tipo de interés impuesto sobre el capital afecta a los precios, también el mayor o menor rendimiento en el trabajo repercute sobre los precios en mayor o menor cuantía.
- 5ª.- ¿Dependerá del cambio de la correspondiente divisa en el mercado internacional?.- Es un hecho comprobado que la depreciación internacional de la divisa acarrea un aumento de los precios en el interior del país. ¿Tendrán alguna conexión íntima ambos problemas? La teoría llamada del cambio indica que bastantes economistas defienden que el cambio exterior de la moneda de un país es el resorte principal de la regulación de los precios en el interior del mismo.
- 6<sup>a</sup>.- ¿Será un problema de proteccionismo o libre cambio?.- Entre las conquistas realizadas por la ciencia económica figura la siguiente proposición: todo impuesto de Aduanas implica destrucción de riqueza y, por lo tanto, contribuye a la elevación

de los precios. Por otra parte, la última Conferencia Internacional Económica de Ginebra patentiza que las tarifas aduaneras son un factor sustancial para el bienestar económico de los pueblos y para el coste de la vida.

7<sup>a</sup>.- ¿Estará relacionado con la tributación?.- Los estados modernos, ya por un exaltado espíritu nacionalista, ya por el influjo exagerado de la clase militar, ya por la inercia tradicional del proverbio *si vis pacem para belum*, ya por las muchas exigencias de los grupos políticos en los modernos parlamentos y la multitud de oligarquías en las democracias, ya por otras causas, es el hecho que elevan los tributos al extremo que, algunas veces, son impracticables sin destruir las fuentes de riqueza. Como, por otra parte, el tributo empleado en pagar un servicio que no sea productor inmediato o mediato de tanta riqueza como la que consume es un medio evidente de destruir riqueza positiva y, por tanto, de elevación de precios y de malestar económico. Por consiguiente, la tributación y la subida de precios están relacionados.

8a.- ¿Será un problema de ciclos económicos?.- Los pueblos, además de experimentar incesantes oscilaciones, experimentan grandes ondas de alza de precios seguidas de grandes depresiones de los mismos ¿Estaremos en la gran onda o ciclo iniciada en la guerra europea cuyos trastornos económicos sufre especialmente el viejo continente? ¿Es un fenómeno derivado de los factores económicos, crédito, especulación, capitalismo, industrialismo, socialismo, despoblación de campos, etc.?9

# 2.3.2.1. Bases teóricas de la determinación de la carestía de la vida. Opiniones de Olegario Fernández-Baños

Una de las mayores preocupaciones de los economistas de todos los tiempos ha sido la investigación de las causas de la carestía y el abaratamiento de la vida y conocer las causas de sus oscilaciones, que es la de los precios de los artículos en general. Desde que se descubrieron los números índices generales de los precios, que permitían apreciar con una aproximación anteriormente ignorada el poder adquisitivo de la moneda y el nivel medio de los precios, el problema de la determimación de la carestía de vida se estudió con mayor intensidad, especialmente después de terminada la Gran Guerra. Puede decirse que el problema de la dinámica de los precios es el núcleo central de toda la economía. Fernández-Baños expuso las diferentes teorías económicas existentes con una valoración de cada una con el convencimiento de que sólo los datos estadísticos servirán para dilucidar, en cada caso, cuál será la teoría acertada.

Olegario describió las tres teorías económicas existentes la clásica o cuantitativa, la del cambio y la del descuento<sup>10</sup>.

<sup>9.</sup> FERNÁNDEZ-BAÑOS, O. (1928), Dinamismo de los precios y carestía de vida, pp. 1-5. 10. Ibid., pp. 6-8.

a) La Teoría clásica o cuantitativa afirmaba que, siendo la moneda un artículo de riqueza, estaba sometida, como toda mercancía, a la oferta y la demanda, variando su precio en razón inversa a la cantidad existente en el mercado, según la fórmula M = P Q, donde M era la cantidad de moneda, Q la cantidad de artículos comerciados (volumen comercial) y P el nivel general de precios. La fórmula M = P Q decía que, para un volumen comercial fijo Q, los precios eran directamente proporcionales a la cantidad de moneda. Había una expresión más adecuada dentro de esta teoría en la llamada ecuación del cambio MV + M'V' = PQ, M' la cantidad de moneda indirecta, V y V' la velocidad de ambas monedas. Esta ecuación será analizada más adelante por su importancia y el uso que de ella hizo Olegario.

Los defensores de la teoría cuantitativa mantenían que la variación de los precios, para un volumen comercial Q fijo, es efecto del aumento o disminución de la moneda.

- b) La del Teoría del cambio mantienía que, salvo casos excepcionales de abusiva inflación monetaria, gran destrucción de riqueza, o incomunicación de mercados la variación de los precios de los artículos de una nación es efecto de las alteraciones que experimenta el cambio de la divisa en el mercado internacional. Entre los ejemplos que aportaron figuran:
- La subida de los números índices de los precios coincidía con la disminución de circulación monetaria y el alza del cambio internacional.
- La circulación fiduciaria variaba a tenor del cambio y siguiendo las oscilaciones de este.

Esta teoría adquirió mucha importancia después del Memorandum presentado por Cassel en 1920 en la Conferencia Financiera Internacional de Bruselas, a partir de entonces era corriente hablar de cambio teórico y práctico de una moneda.

c) La Teoría del descuento mantenía que facilitar o dificultar el crédito de las empresas productoras contribuía a estabilizar los precios de mercado. Muchos economistas han defendido esta posición, entre otros Fisher y Keynes.

La existencia de diferentes escuelas para explicar las causas de la carestía de la vida pone de manifiesto la dificultad del problema, entre las Escuelas existían rivalidades y cada una quería demostrar que era mejor que sus rivales porque explicaba mejor el fenómeno. Un estudioso independiente, como Olegario, podía elegir entre dos opciones: bien la de adoptar una tesis previa, las teorías de una escuela o bien la de tomar postura teórica después de el analizar estadísticamente los datos empíricos. Olegario optó por hacer el mejor uso posible de las estadísticas, sin prejuicio ni tesis previa alguna, y valorar la mejor o peor aproximación a los datos de cada teoría. Así como tener siempre en cuenta que en la ciencia no ha habido teorías definitivas y que, si ninguna de ellas se adaptara a la realidad observada hasta el momento, se

debería pensar que seguiría siendo necesario recoger datos y observar objetivamente desde distintos puntos de vista para seguir corroborando o refutando las distintas hipótesis.

Se debe tener en cuenta, continuaba Olegario, el significado particular de las fórmulas deducidas, al igual que la ley de los gases perfectos, PV = KT, expresa una relación entre la presión, el volumen y la temperatura absoluta, pero de ninguna manera significa que, a volumen constante, la presión sea efecto de la temperatura. Lo que ocurre es que lo más cómodo es tomar un volumen de gas fijo, someterlo a diferentes temperaturas, y observar que, en cada estado, los cocientes entre la presión y la temperatura son constantes.

Aplicando la reflexión anterior a la ecuación M = PQ, Olegario decía que no se debe deducir de ella que la cantidad de moneda circulante sea efecto de las oscilaciones de los precios generales de los artículos.

Por eso, matizaba Olegario, se deben tener en cuenta las siguientes observaciones sobre las distintas teorías matemáticas de los precios:

- a) Si conociéramos una función P = f(C), que relacionara el precio medio con el cambio internacional, conoceríamos tantas proposiciones que relacionan precios y cambios como propiedades sepamos de la función f. Pero ello no significaría que los precios fueran causa del cambio. Lo que ocurre es que, como entre los factores integrantes de la ley de un fenómeno hay unos cuyas variaciones dependen más fácilmente de nuestra voluntad mientras que otros no podemos, se ha dado en llamar causas a los que sabemos manejar alterar aislada e independientemente de los demás y efectos a los restantes que de ellos dependen. Así, a un aumento de la circulación monetaria suele seguir un alza de precios, pero, a veces, se da el proceso contrario.
- b) Si el Banco de España duplicara su circulación fiduciaria subirían los precios. Pero, a veces, se han elevado los precios y luego ha venido un aumento de la circulación monetaria, como sucedió durante la guerra. Además, siempre que se de crédito a personas de gran capacidad técnica, las cuales emprendan grandes obras que den lugar a aumentos de la producción, empezarán con una gran demanda de determinados artículos, que alcanzarán precios más altos.
- c) Si la divisa de depreciara grandemente no tardarían en elevarse los precios en el interior del país, pero, a veces, una elevación de los precios sigue a una devaluación internacional de la divisa, ya que al disminuye la exportación y aumenta la importación <sup>11</sup>.

<sup>11.</sup> Ibid., pp. 8-12.

Decía Olegario que, ante una determinada coyuntura económica, se podrían dar una serie de hipótesis económicas contrarias, ciertas unas y falsas otras<sup>12</sup>, pero con el análisis de los datos con los métodos de la Estadística se podrá dilucidar cuáles son válidas. La Estadística estaba en la base de las buenas decisiones Económicas.

## 2.3.3. Números índices y oscilaciones económicas

En la elaboración de números índices Olegario siguió a I. Fisher, que en su obra *The purchaising power of monney* (1920) analizaba 44 números índices y a F. Divisia en su obra *L'indice Monétaire et la théorie de la monnaie* (1925-26), trabajo que consideraba definitivo sobre el tema<sup>13</sup>.

Cuando se elabora un índice de precios lo que se pretende es obtener, a través de fórmulas diversas, un valor que represente el nivel de precios de un conjunto de bienes.

Olegario comenzó la exposición con un ejemplo ilustrativo del cálculo del índice de precios del siguiente modo: Es conocido que cuando se intercambian 5 Kgs. de A (azúcar) por 8 unidades de P (pesetas) se dice que el precio de A en P es 8/5 = 1`60 y si el precio del aceite es 2 en pesetas el precio de A en aceite es 1'6/2 = 0'8. El precio es un concepto puramente matemático que surge de comparar todos los artículos con uno dado que se llama numerario o moneda. De la definición se infiere que el precio de A en P y el de P en A son dos números inversos, cuyo producto es uno.

En general, si  $p_1, p_2, \ldots, p_n$  son los precios de una serie de artículos  $A_1, A_2, \ldots, A_n$  expresados en un numerario M, el precio de éste respecto a  $A_1, A_2, \ldots, A_n$  será  $1/p_1, 1/p_2, \ldots, 1/p_n$  respectivamente. Supongamos los números  $1/p_1, 1/p_2, \ldots, 1/p_n$  ordenados de mayor a menor, por lo tanto el valor de la moneda oscilará entre  $1/p_1$  y  $1/p_n$  y el valor medio  $V_m$  verificará  $1/p_1 < V_m < 1/p_n$ .

Como no todas las personas hacen el mismo uso del dinero, es evidente que  $V_m$  varía con la edad, la educación, gustos, nacionalidad, etc., no puede hablarse de un modo exacto de  $V_m$  para todos los ciudadanos ni se un precio medio  $P_m = 1/V_m$  para todos los artículos  $A_1, A_2, \ldots, A_n$ . Se puede, en cambio, hablar de un valor medio de dinero. Con relación a un mercado determinado los valores  $V_m$  y  $P_m$  tienen un significado real y concreto, siempre que no varíen sensiblemente la cantidad y calidad de artículos vendidos.

Si se quiere calcular el precio medio de los artículos de todos los mercados procederemos así:

<sup>12.</sup> *Ibid.*, p. 12. Puede observarse que la Estadística es el método seguro que se debe emplear para resolver problemas económicos.

<sup>13.</sup> *Ibid.*, p. 17.

$$p_1 q_1 + p_2 q_2 + \dots, p_n q_n = PQ = T,$$

derivando con respecto a t y dividiendo por T (Olegario le llama derivación logarítmica) se tiene:

$$\frac{\sum_{p_i q_i^{'}}}{\sum_{p_i q_i}} + \frac{\sum_{p_i^{'} q_i}}{\sum_{p_i q_i}} = \frac{P^{'}}{P} = \frac{Q^{'}}{Q} = \frac{T^{'}}{T}$$

P' es la velocidad instantánea de la variación del precio medio. Igualmente Q' y T' son las velocidades de variación de Q y T respectivamente 14.

Los problemas que existían en España para elaborar numeros índices los resume Olegario diciendo que, en España, en el Anuario Estadístico, se publicaban los índices de precios al por mayor utilizando 74 artículos y los índices parciales de alimentación, animales, vegetales, bebidas combustibles, tejidos y cueros..., pero según métodos muy imperfectos. También se habían empezado a publicar números índices anuales de los principales factores económicos y sociales desde el año 1913 en adelante. Se habían elaborado varias estadísticas particulares, pero no había números índices de los salarios, ni de la producción, ni del consumo, ni de la renta nacional, ni de la actividad industrial, ni de la bancaria, ni del coste de la vida, ni de la vivienda. A pesar de los tomos del Consejo de Economía Nacional no se disponía de números índices mensuales y los semestrales se publicaban cuando ya no servían para un estudio serio de extrapolación y predicción probable. En opinión de Fernández-Baños se estaba lejos, por falta de estudios económicos, de poder realizar una economía aplicada con los buenos resultados que se observaban en otros países 15.

Para evitar la crudeza de los ciclos descendentes de prosperidad económica, propuso Olegario, armonizar los dos grandes factores de producción, capital y trabajo. Esta medida debería apoyarse con la elasticidad de salarios, seguros contra el paro, etc. Abogaba por los cambios lentos en el régimen económico, ya que los cambios bruscos del mismo producían, según su opinión, destrucción de riqueza y la miseria era el mal económico por excelencia.

#### 2.3.4. Ecuaciones del cambio

La fórmula que Olegario estimaba como básica para el análisis económico era la ecuación del cambio de I. Fisher. Opinaba que era la herramienta que necesitaba la Ciencia Económica en sus métodos de investigación.

La ecuación del cambio fue formulada por Fisher en la forma

$$MV + M'V' = PO$$

<sup>14.</sup> Ibid., pp. 14-16.

<sup>15.</sup> Ibid., pp. 17-20.

donde M era la cantidad de moneda, M' la cantidad de moneda indirecta (por ejemplo, cheques) y V y V' las velocidades respectivas de ambas monedas, Q la cantidad de artículos comerciados (volumen comercial) y P el nivel general de precios.

Verdadero precursor de Fisher en su ya conocida ecuación, publicada en 1913 fue Simon Mewcomb en sus *Principles of Political Economy* (1885). La obra de este autor fue ignorada durante mucho tiempo, quizás por su carácter matemático. Una vez formulada la ley había que comprobarla estadísticamente. El primer ensayo de tan tediosa labor se debió a E.W. Kemmerer en una tesis doctoral publicada en 1906 y en su obra *Money and Credit Instruments and their relation to General Prices*, publicada en 1909. El cálculo de M y M' en esta ecuación fue realizado, para el período comprendido entre 1896 y 1909 con un error probable del 2% y los de V, V', P y Q con errores entre el 5 y el 10%. Calculados los demás valores a partir de la ecuación del cambio, resultaron valores que discrepaban de los valores reales en cantidades menores que el tanto por ciento de error probable. La ecuación del cambio de Fisher quedaba probada experimentalmente.

Como en las modernas sociedades tiene tanta importancia la economía al crédito, en 1920, Fisher publicó la ecuación del cambio en la forma MV+ M'V'+ C'- C" = PQ<sup>16</sup>. Donde C' el crédito que se adquiere a plazo y C" el que se extingue mediante pago. Si C'> C" los precios subirán y se pueden hacer consideraciones similares. La nueva ecuación del tiempo será:

$$MV + M'V' + C = PQ$$

donde C = C' - C''.

La fórmula MV + M'V'+ C = PQ sirve para explicar multitud de fenómenos económicos, pero, además, de modo análogo a como ha ocurrido en ocasiones con muchas leyes de la Mecánica o la Astronomía, sugiere considerar la diferencia C = C' - C'' como término de corrección que suma o resta según los casos y nos hace pensar que también sea preciso introducir nuevos términos de corrección en el segundo miembro PQ o en el primero MV + M'V'. ¿Habrá alguna magnitud que, sin ser riqueza material, sea, sin embargo, fuente de ella y que no sea valorada en moneda por no ser cotizable en el mercado de valores ni de artículos en el sentido estricto de la palabra?

Olegario propuso la siguiente modificación en la ecuación del cambio de Fisher: Si al término PQ se le añadiera un término I de corrección que represente valores no materiales tales como capacidad técnica, paz social, laboriosidad, espíritu de ahorro, es decir, valores inmateriales, transformables en una mayor potencia productora de los servicios personales, quedarían explicados muchos fenómenos económicos, que

<sup>16.</sup> Ibid., pp. 53-55.

la misma ecuación anteriormente modificada no podría explicar adecuadamente. Paralelamente a esta magnitud I se le debería añadir al primer término otro valor K que representara la confianza en tales bienes inmateriales y la esperanza en su, más o menos, próxima transformación en riqueza material. Este crédito no es moneda directa ni indirecta, pero es, respecto a ella, lo que la ciencia y otros muchos entes inmateriales son respecto a la riqueza material que de ellos dimana. Llegando por fin a escribir la ecuación:

$$MV + M'V' + C + K = PQ + I^{17}$$
.

Olegario Fernandez-Baños describió como se podía aplicar esta ecuación al estudio de los equilibrios económicos. En ella aparecen, además de conceptos puramente económicos, otros valores sociales, culturales y de valoración de la población de un país.

Aunque la fórmula se refería a mercados cerrados y con moneda única también podía aplicarse a la dinámica de los mercados internacionales, para ello bastaría descomponer PQ en suma de tres sumados, en la forma  $P_pQ_p+P_iQ_i+P_eQ_e$ , donde  $P_pQ_p$  representaría lo intercambiado en el interior del país,  $P_iQ_i\,$  la importación y  $P_eQ_e\,$  la exportación. Deberían hacerse las mismas subdivisiones en el valor I.

Esta ecuación explicaba perfectamente los fenómenos de los mercados de valores, esto es, el juego de la bolsa o especulación. Si se tratara de un valor nacional, por ejemplo, acciones de la empresa A, cuya cotización subiera exageradamente para luego descender con gran rapidez, el problema consistiría en estudiar si el valor K de la ecuación para esa empresa se ha valorado más de lo que corresponde a su I, o viceversa. Si de tratara de un valor internacional el análisis sería el mismo, pero requeriría un estudio particular pormenorizado.

La fe de Olegario Fernandez-Baños en esta ecuación era tal que opinaba que, aunque no decía nada de los problemas del cambio, ni de asuntos relacionados con el capital y el trabajo, ni del aumento de beneficios de las empresas, ni de la capacidad consumidora de los obreros, tenía, sin embargo, la propiedad de proporcionar una explicación de las repercusiones de las alteraciones de estos parámetros en el equilibrio económico como si las contuviese. Así:

- a) El aumento o disminución del descuento equivale a una disminución o aumento del crédito, que ya está en el primer miembro de la ecuación del cambio.
- b) El cambio monetario también se puede tratar con la ecuación del cambio, pues si en el mercado internacional subiera la cotización de la peseta, para importar se necesitarían menos pesetas y por la misma exportación se recibiría más dinero cir-

<sup>17.</sup> Ibid., p. 67.

culante internacional, por lo tanto, aumentaría el medio circulante, en moneda directa, indirecta o crédito concedido al extranjero, y en consecuencia PQ crecerá, lo cual conllevaría o alza de precios en el interior o disminución de la exportación y aumento de la importación, de tal modo que la exportación crecería menos que la importación, con lo cual aumentaría Q.

- c) Un ejemplo práctico de lo expuesto es que cuando aumenta la cotización de la peseta en el mercado internacional (lo que equivale a aumentar nuestro medio circulante). Si este medio circulante se invirtiera en mejorar los valores I, lo cual sería altamente beneficioso, la ecuación dice, además, cuándo perjudicaría y cuando podría beneficiar a un país la mejora de la cotización de la divisa. Si se utilizara el medio circulante para aumentar el capital fijo dentro y fuera así como los valores inmateriales y la producción del mismo país sería altamente beneficioso, como ocurrió durante la Guerra Europea que se compraron muchos títulos de ferrocarriles y minas, que estaban en manos de extranjeros. Pero si se empleara en comprar moneda extranjera o artículos cuya importación perjudicara la producción española el daño económico podría ser de consideración, como ocurrió con la compra de marcos alemanes con pesetas duarante la Guerra Europea.
- d) Las luchas entre el capital y el trabajo se traducen también en desequilibrios de la ecuación. El primer efecto es la disminución de la producción y la destrucción de algunos valores I. Por lo tanto, se produce una subida de precios o una disminución del medio circulante con la consiguiente depresión de las actividades productoras y, en todo caso, una onda de miseria y malestar social.

De la ecuación del cambio dedujo Olegario el siguiente principio fundamental:

"Toda disposición o hecho gubernamental o privado que haga crecer el primer miembro en mayor cuantía que Q e I del segundo contribuye a la elevación del nivel general de precios y, por lo tanto, es causa del encarecimiento de la vida. Si, por el contrario, produjera un aumento de riqueza Q e I contribuye al abaratamiento de la vida. Toda alteración brusca y grande de cualquiera de los términos de la ecuación, que no tenga compensación simultámea e inmediata, destruye el equilibrio económico anterior, en tal forma que sobrevienen importantes destrucciones de riqueza efectiva y, por lo tanto, es económicamente perjudicial. 18"

Para poder aplicar con garantías de fiabilidad la ecuación del cambio, tanto en la versión de Fisher como en la que adopta Fernández-Baños, es preciso determinar con precisión las variables que intervienen en esa ecuación. Pero esas variables son variables estadísticas promedio y para el cálculo de las mismas es preciso disponer de unos afinados métodos estadísticos.

<sup>18.</sup> Ibid., pp. 55-66.

# 3. Olegario Fernández-Baños y la introducción de los estudios de Estadística Matemática en la Universidad Española.

# 3.1. La Estadística en España desde el siglo XIX

A finales del siglo XVIII la cantidad y calidad de los trabajos estadísticos producidos en España, censos y catastros fundamentalmente, eran parecidas a las que se daban en Europa. La Guerra de la Independencia y la llegada al poder de Fernando VII hicieron que los trabajos sobre Estadística se redujeran casi a cero y que los estudios de esta materia se quedaran relegados a las Sociedades Económicas de Amigos del País. Tras el reinado de Fernando VII se inició una fase de renovación de los trabajos sobre Estadística hasta llegar a un renacimiento de estos estudios con la Reforma Universitaria conocida como Ley Moyano de 1857.

Uno de los primeros trabajos en Estadística tras la Guerra de la Independencia fue Plan para formar la estadística de Sevilla (1814) de Alvaro Flores Estrada (1766-1845). También fue destacable el *Diccionario Geográfico-estadístico de España y Portugal* (1826-1829) de Sebastián de Miñano y Bedoya (1779-1840). En estos trabajos se seguían las pautas metodológicas del siglo XVIII y tenían más importancia como documentos al servicio de la Administración del Estado que como profundización en las técnicas y conocimientos estadísticos.

# 3.2. El impulso de Madoz y la ley de Moyano

Tras la muerte de Fernando VII se produjo un aumento notable del interés por los estudios estadísticos. El impulso inicial más importante lo dio Pascual Madoz (1806-1870), que impulsó los estudios de Estadística Descriptiva y trató de que el Cálculo de Probabilidades se aplicara a la Estadística, según lo hacía Quetelet (1796-1874) con la intención de poder hacer predicciones sobre la evolución de los fenómenos sociales, económicos de población, etc.

Pascual Madoz (1806-1870) militó en el Partido Progresista, ejerció como abogado en Barcelona donde se ligó a los intereses industriales catalanes y se convirtió en uno de sus defensores a ultranza, primero como diputado (de 1836 a 1856). En 1855 fue Ministro de Hacienda y presentó durante su gestión un proyecto de desamortización civil y eclesiástica. En 1856 resistió el golpe de O'Donell al frente de la milicia nacional y después de la revolución de 1868 fue gobernador de Madrid y se le eligió para ir a ofrecer la corona al rey Amadeo I. En 1843 fue nombrado Presidente de la Comisión de Estadística Riqueza Pública y desde este puesto, que ocupó durante dos años, fomentó estos estudios. Recomendó la creación de dos Cátedras de Estadística, idea que fue desechada por el Gobierno y recogida por la Sociedad Económica de Amigos del País de Madrid, que inauguró en diciembre de 1844 la primera Cátedra de Estadística de España, regentada por José Mª Ibáñez . Publicó Diccionario geográfico-estadístico-histórico de España y sus posesiones de ultramar (16 vols., 1845-1850).

Desde mediados del siglo XIX se produjo una renovación en los estudios estadísticos en dos líneas diferentes. La primera línea arrancó de la Sociedad Económica de Amigos del País de Madrid continuó por las cátedras de Geografía y Estadística Industrial y Mèrcantil de las Escuelas de Comercio y las de Économía Política de las Facultades de Derecho, creadas con la Ley Moyano de 1857. En esta línea se trabajaba en una estadística al servicio de la administración en la que se hacía poco uso de las Matemáticas y casi nada de las Probabilidades. El máximo exponente de esta línea es el *Tratado Elemental de Estadística* (1873), de Mariano Carreras y José Manuel Piernas Hurtado que sustituyó a los textos de Dufau y de Moreau de Jonnes en las Universidades españolas<sup>19</sup>. Esta obra constaba de tres partes:

- a) Introducción al estudio de la Estadística.
- b) Teoría de la Estadística.
- c) Aplicación de la Estadística a España.

La segunda línea la constituyen la de los probabilistas que pretendían profundizar en el Cálculo de Probabilidades y asimilar y divulgar las ideas de Quetelet. En esta línea están, entre otros, autores como Diego de Ollero (1839-1907), Manuel Velasco de Pando y Gabriel Galán Ruiz (1869-1936).

# 3.3. La Estadística en Escuelas de Comercio y Facultades de Derecho

Los estudios estadísticos orientados al comercio y a la administración se ubicaron, como se ha señalado anteriormente, en las Escuelas de Comercio y en las Facultades de Derecho. Un antecedente de esta enseñanza es la que impartió José Ma Ibáñez (1807-64), amigo íntimo de Madoz, que publicó el primer tratado español de estadística teórico-práctico *Tratado Elemental de Estadística* (1844), en él demostraba gran conocimiento de las tendencias y teorías modernas existentes en Europa. En su obra se puede apreciar la influencia de L. Gioja en *Filosofía della Stadistica* (1826) y de P.A. Dufau con *Traité de Statistique* (1840). Su libro fue utilizado como libro de texto durante muchos años y se encontraba dividido en dos partes bien diferenciadas, según la moda los libros de Estadística europeos:

- a) Filosofía de Ciencia Estadística y Teoría de sus Principios.
- b) Aplicación de los Principios de la Ciencia Estadística a la Práctica de sus Investigaciones.

En este ambiente cabe destacar a una serie de autores que cultivaron la Estadística como una disciplina, cada vez con mayor autonomía respecto a las necesidades de la Administración del Estado, pero sin utilizar el Cálculo de Probabilidades o modelos matemáticos. Entre estos figuran Angel Castro y Blanc,

<sup>19.</sup> VILLAPLANA, J.P, (1980) Esbozo sobre el desarrollo histórico de la estadística en España, En GARMA, S. (Ed.) El científico Español ante su historia. La ciencia en España entre 1750 y 1880. I Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias. Diputación Provincial de Madrid, pp. 143-156.

que publicó *Tratado de Estadística Territorial* (1859), claramente influido por P.A. Dufau. Antonio Aguilar Vela (1820-1882), que fue Catedrático de Matemáticas Elementales en Valladolid, de Cálculo en Santiago y de Astronomía en Madrid. Miguel Merino y Melchor (1831-1905), astrónomo y estadístico, que publicó *Reflexiones y Conjeturas sobre la ley de Mortalidad en España* (1866), obra en la que demostraba su dominio en los últimos progresos del Cálculo de Probabilidades. Fabio de la Rada y Delgado (1818-1879) fue Catedrático de Geografía y Estadística Industrial y Comercial de la Escuela de Comercio de Málaga. En 1861 publicó *Curso de estadística elemental*, inferior a la de Ibáñez, pero que gozó de gran difusión por estar influenciada por las de P.A. Dufau *Traité de Statistique* (1840) y A. Moreau de Jonnes *Éléments de Statistique* (1847), que se usaba como libro de texto en las Facultades de Derecho españolas y de la que había versión Española desde 1857<sup>20</sup>.

Especial interés tuvo la *Revista General de Estadística* (1862-66), que, pese a su corta vida, publicaron en ella grandes autores españoles sobre Estadística, como Angel Castro y Blanc, José Jimeno Agius, Francisco Javier de Bona, Rafael Revenga y Francisco García Martino) y en la que se divulgaron las ideas de L. A. Quetelet, M. Block, A. Legoyt, A. Guillart o E. Bertrand sobre Filosofía de la Estadística, finanzas, migraciones, tablas de mortalidad, etc.

El *Tratado Elemental de estadística* (1873) de Mariano Carreras y José Manuel Piernas Hurtado fue el último gran libro en el que la Estadística se trató como Economía Política. A partir de este momento se comenzó en España el estudio del Cálculo de Probabilidades y sus aplicaciones a la Estadística siguiendo los pasos de Quetelet.

# 3.4. La estadística y las probabilidades

La aplicación del Cálculo de Probabilidades se comenzó a apreciar tímidamente en algunos autores tales como Melchor Salvá y Hornachea (1838-1905) que fue catedrático de Economía Política de la Universidad de Santiago y de la de Madrid. En 1881 publicó *Tratado de Estadística* en este libro se podía observar la separación entre la Estadística y la Economía Política. La obra no ofrecía novedades respecto a la de Carreras y Piernas, pero apareció un Cálculo de Probabilidades bastante completo y la ley de los grandes números. La obra ofrece, asimismo, un amplia bibliografía y está dividida en cuatro partes o libros:

- a) Etimología de la palabra Estadistica.
- b) Historia de la Estadística.
- c) Teoría de la Estadística (en el primer capítulo Cálculo de Probabilidades y ley de los grandes números).
- d) Congresos Internacionales de Estadística y Estadística en España.

<sup>20.</sup> SANCHEZ LAFUENTE, J. (1973) Historia de la Estadística como ciencia en España, Madrid pp. 150 y ss..

Antonio Pou Ondinas (1843-1909) fue catedrático de Economía Política de la Universidad de Zaragoza y luego de la de Barcelona publicó un *Tratado de Estadística* (1889), bastante más avanzado y más riguroso desde el punto de vista matemático que el de Salvá. Se dio, por primera vez un tratamiento al Cálculo de Probabilidades en relación con la Estadística, según las ideas de Quetelet. Se puede considerar la primera obra española de Estadística Matemática, equiparable a cualquier otra publicada en los países europeos.

Diego de Ollero (1839-1907), profesor de la Academia de Artillería, general de Artillería y miembro de la Real Academia de Ciencias. Publicó, en 1879, *Tratado del Cálculo de Probabilidades*, esta obra es un tratado sistemático y riguroso del Cálculo de Probabilidades y contiene la teoría de errores de Gauss. La obra no tiene aplicaciones del Cálculo de Probabilidades.

En la misma línea de rigor de exposición se desarrolló la obra del ingeniero Manuel Velasco de Pando *Cálculo de Probabilidades* (1920), premiada por la Academia de Ciencias, con un accésit, pero con muchas aplicaciones del Cálculo de Probabilidades, a las Ciencias Físicas y a las Ciencias Sociales<sup>21</sup>.

También recibió Gabriel Galán Ruiz (1869-1936) en 1909 un premio de la Academia de Ciencias por su obra *Cálculo de Probabilidades* (1923). Galán fue catedrático de Astronomía y Geodesia de la Universidad de Zaragoza y de Geometría Analítica de la de Oviedo. Su obra trataba el Cálculo de Probabilidades en la línea de Ollero, pero exponía muchísimas aplicaciones del Cálculo a las más variadas ramas de la Ciencia.

# 3.5. La estadística matemática desde el siglo XIX

En Estadística-decía Olegario- como en cualquier otra ciencia experimental no surgen las ideas bruscamente y de improviso, sino que durante largos períodos de tiempo se van acumulando recogiendo y ordenando datos y resultados para elaborarlos y extraer leyes empíricas y construir teorías.

La recogida de datos estadísticos se ha hecho desde tiempos antiguos, desde los romanos se hacían censos y catastros para realizar una descripción, más o menos ordenada, de los aspectos económicos, demográficos o políticos más importantes para la vida de los Estados.

Fue en el siglo XVII y, sobre todo, en el XVIII, cuando estas descripciones se perfeccionaron, especialmente desde el punto de vista de la ordenación y clasificación por obra, fundamentalmente, de las Universidades alemanas y nació la

<sup>21.</sup> ARENZANA,V (1996) L'implantation du calcul des probalilités et ses applications dans l'enseignement pendant les XIXe et XXe siècles. Le cas espagnol des oeuvres de Diego de Ollero y Manuel Velasco, En Ausejo, E. y Hormigón, M. (Eds.) *Paradigms and Mathematics*, Siglo XXI de España Editores, Madrid, pp. 407-425.

Estadística de los llamados aritméticos políticos, que tuvieron gran proliferación en Inglaterra. Estos realizaron los primeros ensayos en orden a descubrir regularidades, relaciones y uniformidades entre los fenómenos y hechos recogidos por las estadísticas partiendo del análisis de las tablas.

Junto con los aritméticos políticos y, en ocasiones de ellos, surgieron dos orientaciones científicas bien diferentes desde el punto de vista metodológico, pero ambas han contribuido notablemente a enriquecer la Estadística con los métodos de las ciencias exactas y con los procedimientos de la observación y la experimentación científicas.

Primera tendencia: Se puede llamar enciclopédico-matemática, creó y desarrolló el cálculo de probabilidades por obra de B. Pascal (1633-62), P. Fermat (1601-65), D. Bernouilli (1700-82), J. Fourier (1768-1830), P.S. Laplace (1749-1827), D. Poisson (1781-1840), K.F. Gauss (1777-1855) y otros y se perfeccionó por su contacto y aplicación a ciencias tales como la Astronomía, la Física, la Economía, la Biología y por las obras de L.A. Quetelet (1796-1874) y A. Cournot (1801-1877).

Pierre Simon Laplace (1749-1827) trasladó los resultados de sus antecesores J. Bernouilli (1654-1705), A. de Moivre (16671754) y T. Bayes (1702-1761), entre otros. El concepto de probabilidad expuesto en su *Théorie Analytique des Probabilités* (1812) y en *Essai Philosophique des Probabilités* (1794) dependía del grado de información de que dispusiera el observador y era bastante subjetivo. También se planteó Laplace el problema de estimar una variable conociendo otras relacionadas con ella y realizó el primer modelo estimativo estadístico. Sus procedimientos, aunque algo arbitrarios, obtuvieron resultados sorprendentemente precisos.

Otras contribuciones importantes fueron las de A.M. Legendre (1752-1833) y C.F. Gauss (1777-1855). El primero se planteó el siguiente problema:

Sea  $y_t = f(c_1, c_2,...,c_m; x_1, x_2,...,x_n)$  la posición de un planeta que depende de  $x_1, x_2,...x_n$ , que son las posiciones de n cuerpos y de  $c_1, c_2,...,c_m$  constantes desconocidas ¿Cómo predecir  $y_t$  con la mayor precisión? Legendre inventó el método de los mínimos cuadrados y Gauss demostró su optimalidad cuando los errores siguen una distribución normal.

Con la ayuda de la teoría de errores se amplió la investigación del Cálculo de Probabilidades al estudio del comportamiento de la suma de variables aleatorias, estableciéndose las primeras versiones del teorema central del límite. Estas investigaciones se llevaron a cabo en la Escuela de San Petersburgo fundada por P.L. Cheviychev (1821-1894) y en la que trabajaron A.A. Markov (1856-1922) y A.M. Lyapunov (1857-1918). Los trabajos de esta escuela, ligados a la teoría de momentos influyeron sobre la teoría de la medida y la integración.

Los estudios derivados de las especulaciones que se realizaron a partir de la incorporación de la Teoría de Errores al Cálculo de Probabilidades dieron lugar a una serie de problemas de aproximación y límites. De la ley de los grandes números, introducida por J. Bernouilli en 1713, se pasó al teorema central del límite, que trataba de manera general la convergencia hacia un distribución normal de un suma de variables aleatorias. Este problema fue planteado inicialmente por De Moivre en 1718 para variables aleatoria binomiales de parámetro p = 0'5 y por Laplace en 1812 para un parámetro p cualquiera. Denis Poisson (1781-1840) propuso, en 1837, el estudio del comportamiento de la suma de variables aleatorias independientes cuando no tenían la misma distribución. Del teorema central del límite (nombre propuesto por G. Polya en 1920) se hicieron muchas demostraciones rigurosas, se deben destacar la de Agustin Cauchy (1789-1857) y el resultado obtenido por Jules Bienaymé (1796-1878) que se llama hoy desigualdad de Bienaymé-Chebischev. El estudio riguroso de una serie de variables aleatorias se debe al fundador de la escuela de San Petersburgo, Chebischev.

La existencia de paradojas en el seno de la teoría de probabilidad, como las de J. Bertrand, y una sensación de estar trabajando en algo que no era plenamente matemático hicieron preocuparse a la comunidad matemática por dar un definición adecuada de probabilidad que eliminara las paradojas salvando los grandes logros de la Teoría de Probabilidades. Keynes (1883-1946) decía que los sabios descubrían un mal olor a astrología o alquimia y Von Mises (1883-1953) que el Cálculo de probabilidades no era un disciplina matemática.

La teoría de la medida se puso en la base del nuevo cálculo de probabilidades . Autores como G. Cantor (1845-1918), G. Peano (1858-1932) o C. Jordan (1838-1921) introdujeron las ideas de conjunto discreto, igualdad casi segura y la medida de conjuntos, pero fue Emil Borel el que introdujo conceptos tan importantes para el cálculo de probabilidades como siguientes:

- a) Conjunto de medida nula.
- b) Teoría de conjuntos medibles.
- c) Definición de un medida sobre conjuntos Borelianos.

La teoría de la medida de Borel abrió paso a la integral de Lebesgue o integral generalizada. Esta integral permitió superar algunas limitaciones que tenía planteadas la integral de Riemann, ya que, a partir de 1870, aparecieron una serie de funciones que no eran integrables según Riemann. En 1901, Lebesgue dio una teoría de la integración más general que la de Riemann a partir del concepto de medida Borel.

Bajo el impulso de J. Radon (1887-1956) la medida abandonó R y R<sup>n</sup> y se instaló en espacios abstractos definidos sobre cualquier conjunto W. Esta noción de medida abstracta permitió desarrollar una Teoría de la Probabilidad rigurosa. Hacia 1930 la Teoría de la Medida ya se había instalado en la Teoría de Probabilidades con

los teoremas de descomposición de Lebesgue-Nikodym y la existencia de funciones densidad. La probabilidad se había convertido en un caso particular de la teoría de la medida. En los años treinta se publicaron unas obras definitivas en esta línea, Théorie de l'addition de variables aléatoires (1937) de Levy y Randon Variables and Probability Theory (1937) de Cramer, y luego unos libros definitivos sobre la teoría de probabilidades, An Introducction to Probability Theory (1950) de Feller y Probability Theory (1950) de Loève.

Segunda tendencia: Paralelamente al enorme impulso dado al Cálculo de Probabilidades, a comienzos del siglo XX apareció otra tendencia del desarrollo de la Estadística en Inglaterra. El nacimiento de la Estadística como disciplina autónoma tuvo lugar a finales del siglo XIX o comienzos del XX y se vio claramente impulsada por las ideas del Darwinismo. La Teoría Evolucionista de Ch. Darwin (1809-1882) planteaba el problema de hacer predicciones y corroboraciones, no sobre el porvenir de individuos concretos, sino sobre especies enteras, lo que planteaba el estudio de colectivos para poder corroborar las predicciones sobre la evolución propuestas por las tesis darwinistas. La diferencia metodológica con la corroboración de las teorías de Newton era notable. En las teorías newtonianas las corroboraciones afectaban a individualidades, mientras que en la de Darwin había que trabajar con poblaciones enteras y hacer predicciones o corroboraciones comunes para todos o la mayor parte de los individuos.

Resumiendo, la teoría de la evolución de Darwin hacía predicciones sobre poblaciones en su conjunto, ya que la unidad que iba a sufrir trasformación era la población entera y la contrastación de tales predicciones debía ser estadística.

El primero en destacar la necesidad de los estudios estadísticos fue Francis Galton (1822-1911). Su padre fue miembro de la Royal Society y primo de Darwin. A partir de 1865 se interesó por los métodos estadísticos y su aplicación a la genética, antropometría, educación y sicología. Intentó descubrir el comportamiento humano y su evolución. A Galton se le considera el padre de la biometría. Los trabajos de Galton se basaban en medidas cuantitativas hechas a partir de una ley normal. Aportó el concepto de correlación, que presentó por primera vez en su obra Hereditary Genius (1869). En 1867 estudió la relación entre las tallas de los niños, tomadas en relación con la media de su generación y la media de la generación de sus padres y constató que la separación respecto a la media disminuía, es decir, que regresaba a la media de sus padres. Halló el coeficiente de regresión. En su trabajo principal Natural Inheritance (1889) estudió exhaustivamente la distribución normal e introdujo el concepto de regresión analizando las tallas de padres e hijos.

En 1901 financió la creación la revista *Biométrica* y creó el Eugenics Records Ofice, que se fusionaría con el Laboratorio de Biométrica de Karl Pearson, para transformarse en el Laboratorio Galton. Creó la Cátedra Galton de la que Pearson (1857-1936) fue primer titular.

Karl Pearson (1857-1936) se formó en el King's College de Cambridge y ocupó la Cátedra de Matemática Aplicada de l'University College de Londres en 1884. A la edad de 33 años comenzó a trabajar en Estadística y en esto influyeron dos sucesos fundamentales: el primero la publicación de *Natural Inheritance* (1889) de Galton y el segundo la nominación para catedrático de zoología de W.F.R. Weldon al que le unía una gran amistad y encontró en los temas de interés de Weldon fuentes de reflexión para las teorías estadísticas. Trabajó sobre los temas más variados:

- a) Estudio de curvas de densidad en los años 1894 y 1895.
- b) En 1896 el coeficiente de correlación, r, y sus generalizaciones.
- c) En 1900, la distribución Chi-cuadrado, que mide el grado de adaptación de un modelo teórico a observaciones reales.
- d) En 1894 estudió la dispersión y da desviación estándar y estableció el hábito de utilizar la desviación de muestra en toda la estadística.

Ronald Aylmer Fisher (1890-1962), estudió en el Caius College de Londres, después de haber estudiado Matemáticas, la ley de errores, mecánica y teoría cuántica. Durante su estancia en Cambridge se apasionó por la Genética, por la Biometría y la Eugenesia. En 1912 publicó *On an absolute criterion for fittng frequency curves* en el que utilizó métodos de máxima verosimilitud. Fisher se colocó como estadístico en Mercantile and General Investment Company de Londres hasta 1915, desde esa fecha hasta 1919, se dedicó a la enseñanza. En 1919 le propusieron un puesto de trabajo en la Estación Experimental de Rohthamsted, donde permaneció hasta el año 1933 en que Pearson se jubiló y fue a ocupar la dirección de una se las dos subdivisiones de su departamento. Su obra *Statistical Methods for Research Workers* (1925) se tradujo a seis idiomas y tuvo catorce ediciones. Se le deben, entre otros los trabajos sobre máxima verosomilitud, análisis de la varianza y análisis multivariante.

# 3.6. La estadística en la universidad española a partir de 1930

En el año 1933 se crearon las Cátedras de Estadística Matemática en las Facultades de acuerdo con una petición ya formulada por Madoz casi cien años antes. A la Estadística se le concedió la misma autonomía que a la Geometría, al Análisis o la Astronomía como rama de las Matemáticas. En la década de los treinta había un interés notable por la implantación de la asignatura de Estadística Matemática en las Universidades, sobre todo a partir del estudio, por parte de unos pocos profesores españoles, de las publicaciones de la Escuela inglesa de Estadística y principalmente de Fisher.

El ingeniero Esteban Terradas dio en 1932 un curso sobre *Métodos Estadísticos* en Economía en la Universidad de verano de Santander en un total de seis conferencias a las que asistieron fundamentalmente alumnos de las Escuelas de Ingenieros. Del curso se hizo en la Revista Matemática Hispano-Americana la siguiente reseña:

"La primera conferencia versó sobre series ordinarias no temporales, indicando las condiciones que ha de reunir la medida de la correlación y cómo en general las diversas cantidades empleadas... no reunían todas las condiciones exigidas...En las cuatro conferencias siguientes abordó decididamente el tema de las series temporales. Hizo un análisis detenido de los métodos de la Escuela americana de Harvard, especialmente de la separación de la parte estacional y secular del residuo, considerado como ciclo de coyuntura, haciendo ver el carácter puramente empírico del proceso de cálculo y la carencia de razonamiento, incluso con ejemplos demostrativos, de que, en ciertos casos, conducen aquellos métodos al absurdo. Después expuso con detenimiento y esfuerzo el método de las diferencias debido a Sheppard y a Anderson, haciendo ver los puntos flacos de la separación de la parte secular y aleatoria y la dificultad con que pudiere tropezarse cuando la parte secular no se eliminare con la diferencia enésima.

En la sexta conferencia explicó el método de los actuarios para hacer lo que se llama graduation o corrección previa de los datos, desde el método de la media móvil hasta los fundados en ecuaciones funcionales, el análisis de los periodogramas (muy parecido a un tren de ondas por la reja de difracción) y se acabó con un exámen de los métodos y problemas generales de la Estadística según una Memoria de Fisher, publicada en la Philosophical Transactions en 1922."<sup>22</sup>

Se puede ver que Terradas proponía un acercamiento a la Estadística desde la Economía de la Escuela Americana de Harvard y consideraba totalmente imprescindible un análisis de los datos con métodos estadísticos rigurosos como el método de las diferencias y los propuestos por R. Fisher en su obra *On the Mathematical foundations of the theoretical Statistics* (1921). Es decir, haciendo un resumen de la situación con pincel grueso, aborda los problemas económicos planteados por el economista americano I. Fisher con los métodos estadísticos del inglés R.A. Fisher.

Por este mismo camino se acercó Olegario a la Estadística, desde la Economía, así, para poder utilizar la ecuación del cambio era necesario disponer de métodos estadísticos de recogida de datos para determinar M, V, M', V', términos que aparecían en la ecuación del cambio de I. Fisher. De hecho, el acercamiento de Olegario a los métodos estadísticos lo realizó a través de los problemas económicos.

Para Fernández-Baños la Estadística era una metodología para el estudio de las ciencias de observación de los fenómenos colectivos y no era el estudio del Cálculo de Probabilidades. En su *Tratado de Estadística* (1945) justificaba el desplazamiento del Cálculo de Probabilidades del núcleo de la Estadística con estas palabras:

<sup>22.</sup> Revista Matemática Hispano-Americana, 1932, p. 231.

"...teniendo presente que no existe en nuestra literatura científica ninguna obra que estudie en su base y desarrollo los métodos y los problemas estadísticos en el ya amplísimo acerbo de la Estadística y que los tratados escritos en otros idiomas sólo exponen aspectos y cuestiones parciales de la misma, consideraremos en el presente libro la Estadística con la amplitud y profundidad necesarias para poder adentrarse en la investigación de sus cuestiones fundamentales y para aplicarla, ora a las ciencias naturales ora a las ciencias humanas, ya se disponga de una muestra al azar independiente en el tiempo, ya se trate de las series temporales, las cuales constituyen el único material de información objetiva (por desgracia, todavía muy incompleto y deficiente en todo el mundo) para estudiar colectivos o fenómenos propios de las ciencias humanas o de las naturales cuya complejidad exige la consideración de muchas variables explicativas para llegar al conocimiento de otra, considerada como función explicable."23.

La Estadística que se introdujo en las Cátedras de las Facultades de Ciencias de las Universidades Españolas hacia 1933 no seguía la tradición de probabilistas como Ollero, Galán o Velasco, sino que adoptó directamente la línea de la Escuela Inglesa de Pearson-Fisher de la que Fernández-Baños era un ferviente seguidor.

El concepto que tenía Olegario de la Estadística Matemática quedó patente en el programa que presentó para la asignatura de Estadística en 1941. Cuando decía:

"A nuestro juicio el Cálculo de Probabilidades, aunque tome la forma moderna de la Escuela de Poincaré no es la Estadística Matemática, porque aquella pertenece a la matemática pura y ésta a la matemática aplicada: porque aquel es deductivo y ésta es principalmente inductiva y porque ésta abarca conocimientos varios, tales como la interpolación, extrapolación, ajuste, índices, medidas de variación, etc., que no comprende aquel. Siguiendo a Fisher diremos que es esencialmente una rama de la matemática aplicada a los datos de la observación. Por ello, la técnica de la inducción pertenece específicamente a la Estadística.

Nosotros, aún reconociendo toda la belleza que tal matemática tiene, estimamos que no es este el rumbo que debe dársele a la estadística en las Facultades de Ciencias de España, pues en tal caso sobraba completamente la palabra estadística en el título dado a la Cátedra creada y, además caeríamos en el error gravísimo de hacer Matemática en lugar de Estadística... la Estadística es una ciencia de observación de fenómenos colectivos o de masas, empleando una técnica que, en cuanto no recibe de otras ciencias, ella misma idea, descubre, analiza, estudia y perfecciona y su campo de acción principal, ya

<sup>23.</sup> FERNÁNDEZ-BAÑOS, O. (1945) Tratado de Estadística, Madrid. p. 1 del Preámbulo.

por su origen, ya por su desarrollo, abarca los fenómenos todos de la vida de los Estados y colectividades humanas, los de la Biología y los relativos a precisión y errores, valor y significación...Hasta hace poco la estadística se aplicaba solamente cuando las series de datos de observación eran numerosos, pero hoy, gracias a la escuela inglesa se extiende muy fecundamente a las series cortas o a las muestras pequeñas, pero representativas de colectivos o universos estudiados."<sup>24</sup>

# 3.7. La estadística en las obras de Olegario Fernández-Baños

En la Memoria de comienzo de curso para la asignatura de Estadística Matemática en la Universidad de Madrid, editada en 1941 y titulada *Estadística Matemática*. *Programa*, *método* y fuentes, Olegario hace unos comentarios sobre la bibliografía de la materia publicada en lengua inglesa y en alemán que echan luz sobre su concepción de la Estadística y la parte de esta materia que debe ser explicada en las Universidades en primer lugar. Sobre los libros escritos en inglés dice:

"Los libros en lengua inglesa son, en general, de un gran contenido estadístico y de escasa dificultad matemática. No hay ninguno de carácter profundamente teórico que estudie la estadística como aplicación exclusiva del Cálculo de Probabilidades y a base de conceptos apriorísticos, excepto el manual de Aitken. La matemática suele ser en ellos mero instrumento y la calidad y finura estadísticas los acompaña frecuentemente. El más matemático es el de Whittaker and Robinson, libro magnífico que no tiene sustitutivo en ningún idioma."<sup>25</sup>

Y sobre los libros publicados en alemán emite las siguientes opiniones:

"En lengua alemana abundan libros de Estadística teórica como aplicación del Cálculo de Probabilidades, método deductivo y matemática elevada, quedando en ellas subordinado, y aun velado, el contenido estadístico. Su lectura es más fecunda después de conocer los libros de lengua inglesa, en cuyo idioma no existen tratados de la envergadura teóricomatemática de algunos alemanes. Es especialmente recomendable el libro de Mises a este respecto."<sup>26</sup>

De estos comentarios se pueden extraer varias conclusiones en cuanto a las preferencias de Fernández-Baños sobre métodos estadísticos y orientaciones metodológicas de la asignatura de Estadística Matemática en la Universidad española.

<sup>24.</sup> FERNÁNDEZ-BAÑOS, O. (1941) Estadística Matemática. Programa, Concepto, Métodos y Fuentes, Madrid, p. 22.

<sup>25.</sup> Ibid., p. 34.

<sup>26.</sup> Ibid., p. 35.

En primer lugar se pone de manifiesto la preferencia de Fernández-Baños por los libros de lengua inglesa, al menos en una primera fase de la formación de los alumnos, por su simplicidad desde el punto de vista matemático y la claridad de los conceptos estadísticos y únicamente se deberá echar mano de las matemáticas en la medida que sean necesarias para resolver los problemas planteados. Los libros ingleses recogían la línea marcada por los estadísticos ingleses Galton, Pearson, Fisher y Gosset en sus métodos de planteamiento empírico, en las técnicas de muestreo, estimación de parámetros, test de hipótesis, bondad de ajustes, etc. La preferencia por estos métodos se manifestó en la dedicatoria de su obra *Tratado de Estadística* a R.A. Fisher (Al eminente profesor Ronald A. Fisher en testimonio de admiración y gratitud) del que consiguió autorización para publicar en el Tratado sus tablas estadísticas.

En segundo lugar se puede observar que la línea que se estaba siguiendo en España para introducir los métodos estadísticos era considerar la Estadística como una aplicación del Cálculo de Probabilidades, utilizando el método deductivo en lugar de un método preferentemente inductivo propuesto por los estadísticos ingleses. Así, en el concurso de 1909, la Real Academia de Ciencias puso como título a uno de sus temas *Exposición clara y sencilla del Cálculo de Probabilidades* y agrega cuidadosamente:

"El libro ha de estar correctamente escrito, en estilo de índole didáctica y vulgarizadora para esta importante rama de las Matemáticas. Debe comprender los principios fundamentales de la misma y sus múltiples aplicaciones, expuestos de manera que sean inteligibles y de uso provechoso para personas que sólo posean los conocimientos de las Matemáticas elementales. En todo caso, las fórmulas de Análisis Superior podrán quedar relegadas, así como las tablas numéricas más usuales, a un apéndice colocado al final de la obra. En el texto convendrá, sin embargo, aclarar la doctrina con ejemplos numéricos discretamente elegidos..."<sup>27</sup>

En la convocatoria de la Real Academia de Ciencias de Madrid se ponía de manifiesto la tendencia del acercamiento al estudio de la Estadística como una aplicación del Cálculo de Probabilidades y, por tanto, considerar a la Estadística como una rama de las Matemáticas, en contra de las opiniones de Olegario que pensaba que las Matemáticas y la Estadística se diferenciaban en algo tan profundo como era el método. Ya que, mientras que las Matemáticas utilizaban exclusivamente el método deductico, la Estadística hacía uso del método inductivo.

La consideración de la Estadística como rama del Cálculo de Probabilidades y, por consiguiente, rama de las Matemáticas se pone de Manifiesto en las palabras del

<sup>27.</sup> GALÁN, G. (1923) Cálculo de las Probabilidades, Madrid, p. 1.

Prólogo de Manuel Velasco de Pando Cálculo de Probabilidades (1920), obra premiada con un accésit en el mencionado concurso:

"Los acontecimientos fortuitos siguen, pues, una ley. El azar es ciego, pero corrige sus caprichos, sometiéndose a una fórmula. Estudiar esta ley, precisarla y aplicarla a los casos importantes es el objeto del Cálculo de Probabilidades. Todo el mundo admite la existencia de esas leyes del azar; todos procuran adaptar a ella su manera de obrar. Estamos convencidos de que una serie de acontecimientos fortuitos análogos está siempre sometida a ciertas leyes que el sentir vulgar no precisa, pero de cuya existencia se da cuenta....Sobre la importancia y utilidad del Cálculo de Probabilidades poco hemos de decir... Las aplicaciones científicas son frecuentes:nosotros creemos que lo serían mucho más si el Cálculo de Probabilidades hubiera sido más vulgar entre los físicos.

En la vida práctica no es menor su importancia: los seguros, las estadísticas, la especulación, los juegos, son pruebas bien palpables.

No sería osado decir que el Cálculo de Probabilidades es, desde cierto punto de vista, la matemática de la vida real. Si esta fuera regida por leyes fatales como ocurre en el mundo físico, se sometería a ecuaciones diferenciales, cual se somete la Mecánica, pero, puesto que el azar la rige, sólo el Cálculo de Probabilidades se puede aplicar a ella."<sup>28</sup>

De las palabras de Velasco se infiere la creencia que existía, por parte de amplios sectores de los científicos, de que la probabilidad, teoría matemática abstracta se llegaría a aplicar con plena satisfacción a los diferentes fenómenos aleatorios, sociológicos o de poblaciones, cuando, en realidad lo que proponía la Escuela Estadística inglesa, y con ellos Olegario, era que el Cálculo de Probabilidades era una teoría matemática más, entre tantas, que podía utilizarse para resolver problemas planteados por la Estadística.

La opción metodológica de Fernández-Baños suponía una ruptura con lo que había supuesto la tendencia de los estudios de Cálculo de Probabilidades y Estadística en España. Por un lado, se abandona la concepción de que la Estadística era una simple aplicación del Cálculo de Probabilidades por el hecho de asumir los presupuestos científicos de la escuela inglesa y por otro, se superan los métodos estadísticos que se explicaban en las Cátedras de Estadística de las Facultades de Derecho y Escuelas de Comercio, donde la Estadística estaba más cerca de los aritméticos políticos que de la Estadística Matemática.

<sup>28.</sup> VELASCO, M. (1920) Cálculo de las Probabilidades, Madrid, pp. 7-11.

# 3.8. Programa del Tratado de estadística

La Estadística que Fernández-Baños propugnaba queda recogida en el índice de su libro *Tratado de Estadística* (1945) que es el siguiente:

# I.- Preliminares. Series Estadísticas. Valores Medios e Índices

- CAPÍTULO I.- Objeto de la estadística: Investigación estadística. Previsiones. Leyes empíricas y teorías. Fenómenos naturales y humanos. Colectivos. Objeto de la estadística.
- CAPÍTULO II.- Descripción de los fenómenos colectivos: Captación de datos. Cádulas y fichas de datos primitivos. Series estadísticas. Representación de las series estadísticas.
- CAPÍTULO III.- Valores medios de una serie estadística: Propiedades elementales. Estudio de la media general. Errores de la media aritmética. Valor mediano. Valores auxiliares de las medias.
- CAPÍTULO IV.- **Números índices**: Conceptos generales. Fórmulas matemáticas para construir índices complejos. Propiedades y análisis de los números índices complejos. Indices de coste de la vida.

#### II.- CÁLCULO DE PROBABILIDADES

- CAPÍTULO V.- **Ideas generales**: Primeras nociones y teoremas fundamentales. Probabilidades en las pruebas repetidas.
- CAPÍTULO VI.- Variables estocásticas casuales o aleatorias: Esperanza matemática. Aplicación a los esquemas de Bernouilli y Poisson. Aplicación al caso en que la probabilidad varía de prueba a prueba. Comparación entre algunos valores medios empíricos y teóricos. Lema de Bienaymé-Tchebycheff. Lema de Markoff.
- CAPÍTULO VII.- Ley de los grandes números: Teorema de Bernouilli y de Poisson. Ley fuerte, o de Cantelli, de los grandes números.
- CAPÍTULO VIII.- Estudio de algunas fórmulas: Fórmula de Moivre-Stirling. Cálculo de algunas integrales. Aplicación de la fórmula de Moivre-Stirling a la obtención de la curva de probabilidades en el problema de las pruebas repetidas en un colectivo de probabilidad constante en cada prueba. Obtención rápida de la ley normal.
- CAPÍTULO IX.- Ley normal de distribución de frecuencias: Curva normal de probabilidad, Aplicaciones elementales de la ley normal. Criterio de  $\pi$ . Teorema de Bernouilli. Combinación lineal de variables estocásticas que siguen la ley normal de probabilidad. Teoremas de Poisson y Laplace.
- CAPÍTULO X.- Teoría general de distribuciones de frecuencias: Función de distribución e integral Stieltges. Función característica de una variable estocástica.

- Teorema de Fourier sobre inversión de integrales. Problema general y fórmula general.
- CAPÍTULO XI.- Aplicaciones: Distribuciones distintas de la normal. Aplicaciones a la ley de distribución binomial en el esquema de Bernouilli. Idem al esquema de Poisson. Ley de Poisson o de los sucesos de Bortkiewicz.
- CAPÍTULO XII.- Cálculo de momentos y probabilidad *a posteriori*: Cálculo de momentos y correcciones de Sheppard. Probabilidad *a posteriori*. Cuatro problemas. Sobre la inversión del teorema asintótico de Bernouilli.

### III.- ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

- CAPÍTULO XIII.- Ideas generales y conceptos preliminares: Nociones previas. Elección de función interpolatriz de ajuste o percuatriz. Operadores simbólicos. Teoremas de conservación.
- CAPÍTULO XIV.- Métodos de interpolación y perecuación: Diagramas de Fraser y fórmulas de interpolación. Método de interpolación de Cauchy. Método de sumas. Método de las áreas o de Cantelli. Método de los momentos. Método de lo mínimos cuadrados. Método de Fisher. Métodos de Pearson y Neyman.
- CAPÍTULO XV.- **Métodos de graduación o ajuste**: Métodos de Woolhouse. Higham y Spencer. Métodos de J. Karup y G. King.
- CAPÍTULO XVI.- Curvas especiales y desarrollos en serie de los problemas de frecuencias: Curvas de Pearson. Desarrollo en serie de Charlier. Tipos A, B, C. Series de Bruns.
- CAPÍTULO XVII.- Método general de las funciones y polinomios ortogonales: Funciones y polinomios ortogonales. Método de las series de Fourier.
- CAPÍTULO XVIII.- Tablas de eliminación y frecuencia y funciones biométricas: Nociones fundamentales de eliminación y frecuencia. Funciones biométricas y esquema de Lexis. Nociones sobre construcción de tablas generales de mortalidad.
- CAPÍTULO XIX.- Leyes de mortalidad y supervivencia: Función general de Quiquet. Casos particulares: Leyes de Dormoy, Makeham, Gompertz, etc...Función interpolatriz o perecuatriz de una tabla de supervivencia. Ejemplos prácticos.
- CAPÍTULO XX.- Elementos de Análisis coyuntural: Nociones previas. Movimientos estacionales. Varios métodos de cálculo. Movimiento estacional variable. Descomposición de un fenómeno complejo en sus componentes simples. Periodograma de Schuster. Periodograma de Whittaker-Robinson. Concentración y su medida. Método de traslación de Edgeworth-Kapteyn. Idea de la transvariación y su medida.

## IV.- TEORÍA Y TÈCNICA DE MUESTRAS

- CAPÍTULO XXI.- Ideas generales de las muestras y sus medidas: Nociones sobre las muestras y los "estadísticos" o parámetros experimentales. Diversas medidas de la estructura de las series estadísticas y fórmulas prácticas.
- CAPÍTULO XXII.- Precisión de algunos estadísticos: Precisión de la media aritmética. Caso en que se observan diversos subcolectivos del colectivo total. Precisión de la dispersión, de la desviación típica o standard y de las correcciones de Sheppard. Coeficiente de dispersión o divergencia. Dispersión normal, subnormal y supernormal.
- CAPÍTULO XXIII.- Leyes de la probabilidad y dispersión de algunos estadísticos: Estudio preliminar. Teorema fundamental. Ley de probabilidad y de distribución de la t de Student. Idem de la z de Fisher. Idem de la

$$z-\omega = \log \frac{s_1}{s_2} - \log \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$
.

Significación de la diferencia de medias aritméticas y de dispersión empíricas. Ley de probabilidad y de distribución de la  $X^2$  de Pearson. Uso práctico de la  $X^2$  de Pearson.

- CAPÍTULO XXIV.- Análisis de la dispersión: Preliminares. Problema fundamental para dos clasificaciones y conclusiones prácticas. Problema fundamental para tres clasificaciones. El cuadrado latino: resultado práctico.
- CAPÍTULO XXV.- Errores de observación: Nociones elementales sobre los errores de observación. Demostración clásica de la ley de Gauss. Demostración por el método de Laplace. Regiones de igual probabilidad.

### V.- CORRELACIÓN ESTADÍSTICA

- CAPÍTULO XXVI.- **Nociones preliminares**: Conexión o enlace estocástico y primeras nociones del mismo. Medida de la contingencia y ejemplos.
- CAPÍTULO XXVII.- Correlación y regresión lineales: Coeficiente general de correlación. Coeficiente de correlación rectilínea. Relaciones entre el índice de φ² contingencia y el coeficiente de correlación rectilínea. Coeficiente de correlación de diversos órdenes. Momentos ligados. Razón de la correlación y dispersión residual. Coeficiente de regresión lineal. La ley de distribución del coeficiente de correlación rectilínea. Transformación de Fisher de la curva de distribución de r. Ley de distribución de r cuando las 2n observaciones son del mismo colectivo (correlación interclase). Ley de distribución del coeficiente de regresión lineal.

- CAPÍTULO XXVIII.- Correlación lineal interclase, autocorrelación, correlación desplazada (serial): Correlación interclase (entre los datos de un clasificación). Autocorrelación y correlación desplazada (serial).
- CAPÍTULO XXIX.- Correlación estocástica lineal múltiple: Concepto general. Teorema general de la correlación múltiple lineal. Fórmulas generales de correlación y regresión lineal parcial y total. Ley de distribución del coeficiente de correlación lineal múltiple. Ley de probabilidad de los coeficientes de la regresión lineal. Razón de la correlación.
- CAPÍTULO XXX.- Significación y análisis de varias constantes: Significación de los coeficientes de regresión y correlación. Coeficiente de determinación y dispersión residual. Significación de los coeficientes de regresión parcial. Coeficientes de correlación parcial lineal. Coeficientes de correlación separada. Significación del coeficiente de correlación múltiple lineal.
- CAPÍTULO XXXI.- Correlación y regresión curvilíneas: Correlación y regresión curvilíneas simples (de una sola variable). Correlación y regresión curvilíneas múltiples (de varias variables).
- CAPÍTULO XXXII.- Correlación graduada: Coeficiente de Spearman y su dispersión.
- CAPÍTULO XXXIII.- Correlación de constantes y correcciones: Problema sobre la correlación de constantes. Error standard de los coeficientes de correlación y regresión simple. Fórmulas prácticas de correlación.
- CAPÍTULO XXXIV.- Correlación espúrea y series de tiempo: Correlación espúrea. Series de tiempo. Método de las diferencias finitas. Autocorrelación y correlación desplazada (serial). Método de las variables sin autocorrelación y de las funciones ortogonales. Método de Frisch (Confluence Analysis). Otros métodos. Observaciones sobre las series de tiempo. Jerarquización de las variables.

# 3.9. La definición de probabilidad en Fernández-Baños

# 3.9.1. La probabilidad en autores españoles de principios del siglo XX

Uno de los objetivos fundamentales de los probabilistas y de muchos estadísticos de comienzos del siglo XX era la consecución de una definición del concepto de Probabilidad, adecuada, general y axiomática, que permitiera conseguir una fundamentación del Cálculo de Probabilidades, evitando las paradojas y permitiendo exponer el Cálculo de Probabilidades y sus aplicaciones a la Física, a la Antropología, a la Economía y a la Política sin contradicciones lógicas.

A comienzos del siglo XX se hizo patente el interés de muchas instituciones culturales y científicas de diferentes países por las aplicaciones del Cálculo de Probabilidades a las llamadas Ciencias Sociales. Así, la Real Academia de Ciencias

Exactas, Físicas y Naturales de Madrid, como se ha dicho anteriormente, convocó un concurso para premiar obras que trataran sobre la importancia y utilidad del Cálculo de Probabilidades y sus aplicaciones.

El panorama general de la Teoría de Probabilidades en el momento en que la Academia de Ciencias de Madrid convocó el mencionado concurso estaba marcado por tres motivos fundamentales. El primero, por la aparición de una serie de paradojas surgidas en el cálculo como consecuencia de no disponer de una de una definición adecuada del concepto, como la formulada por J.L. Bertrand (1822-1900), que hacía necesaria una revisión de los fundamentos de esta ciencia. El segundo era la creciente aplicación del Cálculo de Probabilidades y los métodos estadísticos a la Física, en la llamada Física Estadística, en el proceso iniciado por L. Boltzmann (1844-1906), que en 1872 dio la primera deducción del incremento de entropía en procesos irreversibles uniendo las leyes mecánicas y las leyes de la probabilidad. Y el último motivo era que, a finales del siglo XIX, la utilización de la probabilidad como herramienta para el estudio de poblaciones había adquirido una fuerza notable y un autonomía propia. Esta situación nació con el impulso de Quetelet (1796-1874) y se fortaleció con el impulso de la escuela inglesa por obra de F. Galton (1822-1911), Pearson (1857-1936) y R.A. Fisher (1890-1962) que utilizaron el Cálculo de probabilidades para inferir cualidades características o medidas de un población a partir de una muestra tomada de la misma. Los resultados más destacables de esta escuela estaban marcados, entre otros, por los estudios de la regresión y la correlación, el manejo de la distribución Chi-cuadrado para medir el ajuste de un modelo teórico a un modelo de observación, así como los test de máxima verosimilitud y los análisis de la varianza. La escuela inglesa dio el paso con el que se dejó de considerar a la Estadística como una ciencia puramente deductiva para tomarla como una ciencia inductiva que permitía extraer conclusiones sobre una población entera a partir de los datos obtenidos de una muestra.

La Academia de Ciencias de Madrid premió en el concurso ordinario a premios de 1909 la obra de Gabriel Galán Ruiz, y Manuel Velasco de Pando. El concurso, según figuraba en la portada de la obra tenía un tema: Exposición clara y sencilla del Cálculo de Probabilidades al que se le añadió un lema: La vida probable es una función hiperlogarítmica.

La preocupación de estos autores españoles por la definición precisa de probabilidad era patente. Los dos dieron la definición de Laplace, los dos precisaron la necesidad de que los casos fueran igualmente probables y ambos aclararon la dificultad del concepto exponiendo el problema de interpretación que supone la paradoja de Bertrand.

A continuación citamos la aportación dada a este tema por Velasco de Pando para justificar la afirmación anterior y se omite la de Galán Ruiz por ser igual desde el punto de vista metodológico.

"Se llama probabilidad de un acontecimiento al cociente entre el número de casos favorables a su producción y el total de casos posibles."<sup>29</sup>

### A continuación matizaba:

"Vamos a completar la definición de probabilidad añadiéndole una condición en la que, en muchos casos, podrían originarse confusiones de monta... En efecto, es necesario cerciorarse de que todos los casos posibles lo son igualmente"30

Velasco decía que rea necesario hacer convenios adecuados para considerar ciertos casos como igualmente probables. Ya que había muchos casos en que debía procederse con cautela. Si en todo problema se había de hacer un convenio, se debía cuidar, al menos de no hacer en un mismo problema, dos convenios contradictorios porque los resultados serían absurdos.

En la paradoja de Bertrand<sup>31</sup> se hacen los siguientes convenios diferentes:

- a) Todas las direcciones son igualmente probables (probabilidad 1/3).
- b) Fijar una dirección y medir la distancia al centro (probabilidad 1/2).
- c) Distancia del centro de la cuerda al centro del círculo (probabilidad 1/4).

Así pues, concluye Velasco, en problemas de carácter geométrico, en los que se puede pedir la probabilidad de que un punto caiga en una superficie dada, o cuando se trata de resolver problemas de análoga naturaleza, se debe examinar cuidadosamente la cuestión, para no caer en contradicción alguna.

Con más aparato matemático trataba este tema Galán, que afirmaba analizando el mismo tema:

"Las cuestiones geométricas sobre probabilidades son algo distintas..., porque así el cálculo de casos posibles como el de los favorables pueden ser infinitos; mas el límite de la relación entre ambos es posible fijarlo, estableciendo así el verdadero valor de la probabilidad. Otras veces aparecen dificultades porque, como dice H. Poincaré no suele ser suficiente el buen sentido para percatarse de una justa interpretación."<sup>32</sup>

<sup>29.</sup> VELASCO, M. (1920) Cálculo de las Probabilidades, Madrid, pp. 15.

<sup>30.</sup> Ibid., 16.

<sup>31.</sup> Cuando se quiere calcular la probabilidad de que, al trazar una cuerda cualquiera al azar en una circunferenca su longitud sea mayor que el lado del triángulo equilátero inscrito en la misma da distintos resultados según hagamos unas u otras suposiciones sobre el modo de realizar el experimento. Este fenómeno se conoce como la paradoja de Bertrand.

<sup>32.</sup> GALÁN, G. (1923) Cálculo de las Probabilidades, Madrid, p. 280.

# 3.9.2. La noción de probabilidad en *Tratado de Estadística* de Olegario Fernández-Baños

Para precisar el concepto de probabilidad e intentar salvar las dificultades lógicas de los expositores sobre el tema expuestas con anterioridad. En la teoría sigue las ideas de F. M. Urban en su libro *Grundlangen der Wahrscheinlichkeitsrechnung un der Theorie der Beobachtunslhen* (1923) y las nociones de teoría de conjuntos.

La exposición que hizo Fernández-Baños en su *Tratado de Estadístic*a está dividida en una serie de pasos que se resumen a continuación:

- a) Delimita el campo de aplicación de la Teoría de Probabilidades diciendo que:
- Donde hay necesidad lógica no hay probabilidad. (El orden de sumandos no altera la suma).
- Donde hay certeza o necesidad física tampoco hay probabilidad.
- "... la Ciencia de lo probable es la ciencia que se ocupa de todo lo que no es necesario o cierto ni lógica ni físicamente; es decir, la ciencia de lo contingente, que puede ocurrir o no, que se verifica o no se verifica. Como los fenómenos típicamente contingentes son los del azar, no es extraño que tal ciencia haya sido definida como la que trata del azar."<sup>33</sup>
- b) Precisa la idea de probabilidad y se aproxima a ella del siguiente modo. "Es claro, que dado un supuesto C, las proposiciones o sucesos A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>,..., A<sub>k</sub> se verificarán o presentarán con más o menos facilidad, con más o menos seguridad. Pues bien, al grado de confianza racional de la presentación o verificación de cada uno, suele llamarse su probabilidad"<sup>34</sup>. Donde a la palabra racional se le imprime el significado de no ser caprichosa y subjetivamente elegido, sino real y fundadamente objetivo.
- c) Utiliza la notación siguiente parecida a la probabilidad condicionada. El símbolo P(A/C) significa la probabilidad del suceso o proposición A, supuestas las condiciones o premisas C.
  - Si hay certeza, se dice P(A/C) = 1.
  - Si hay imposibilidad se dice P(A/C) = 0 o P(Ac/C) = 1
- Si P(A/C) = P(Ac/C) se dice que las probabilidades de A y Ac son iguales y ambas iguales a 1/2.35

<sup>33.</sup> FERNÁNDEZ-BAÑOS, O. (1945) Tratado de Estadística, Madrid, p. 45.

<sup>34.</sup> Ibid., p. 45-46.

<sup>35.</sup> Ibid., p. 46-47.

d) Se inclina por una definición de Laplace modificada. "Si supuestas las premisas C (pueden ser v. gr., un dado homogéneo y perfectamente cúbico, arrojado con gran velocidad en una superficie plana en un medio perfectamente homogéneo, partiendo de una posición inicial perfectamente arbitraria), el suceso A no puede tener más modalidades que  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,...,  $A_n$  y tiene forzosamente que tomar alguna de ellas (en nuestro ejemplo n=6 por ser 6 las caras) si  $P(A_1/C) = P(A_2/C) = P(A_3/C) = ... = P(A_n/C)$  ofrecen el mismo grado de confianza racional se dice que  $P(A_i/C) = 1/n$ , i = 1, 2, 3,...,n.

Como hay muchos sucesos cuyo grado de confianza es muy difícil que sea medible, el cálculo de probabilidades suele limitarse al campo en que el grado de confianza racional es expresable numéricamente.

Propuso como definición útil de probabilidad la de Laplace enunciada anteriormente, pero la criticó porque en esa definición el concepto definido interviene en la definición, ya que se da por supuesto que todos los casos sean igualmente probables. Además, el juicio de que los sucesos elementales sean igualmente probables supone un gesto de apreciación subjetiva. Como la definición de Laplace era muy fecunda, opinaba Olegario que valía la pena modificarla para hacerle superar esa crítica y propuso la siguiente corrección:

Suponiendo que las premisas C para que ocurra el suceso A entrañen un sistema de supuestos, condiciones o circunstancias tales que unas  $C_i$  envuelvan el suceso A y otras  $C_j$  el de Ac de tal forma qie todas las  $P(A/C_i)$  son iguales e iguales al unidad y , análogamente  $P(Ac/C_i) = 1$  en tal caso

$$P(A/C) = \frac{i}{i+j}$$

la definición se podía ampliar sin dificultad cuando A tome los valores exclusivos  $A_1 1, A_2, A_3,..., A_n$  como sucede en el caso de los dados con n = 6.

e) Sobre las definiciones axiomáticas de probabilidad dice Olegario que

"Hay otra definición más moderna y de carácter axiomático, según la cual y, al modo como la geometría abstracta define indirectamente los conceptos fundamentales de punto recta y plano mediante axiomas y postulados, establece los colectivos teóricos y los colectivos empíricos que son concreciones más o menos imperfectas de aquellos.

Los elementos de los colectivos son observaciones en las que se verifica o no el suceso o carácter considerado, dando lugar a una frecuencia empírica en cada caso concreto. En los colectivos teóricos se considera como inherentes a ellos un número, llamado probabilidad, que es el límite de la frecuencia empírica cuando el número de observaciones crece indefinidamente. Tal definición

es adoptada por Von Mises, Copeland, Wald, etc., es perfectamente lógica, pero poco fecunda y eficaz en un primer estudio de esta ciencia."<sup>36</sup>

# Y sigue:

"Otra definición, también moderna, de probabilidad, considera a esta como un número unido a un ente físico llamado colectivo o fenómeno físico. Según esto, la probabilidad es un algo análogo a la temperatura o a la masa, etc., a cuyos conceptos se unen unos números invariables que la experiencia se encargará de justificar, modificar o desechar *a posteriori*. Por esto se consideran las leyes físicas como leyes de probabilidad que tienen como límite las leyes clásicas de los fenómenos físicos en los que la probabilidad vale uno y por consiguiente se llama certeza.

Esta definición pertenece a la clase de definiciones que establecen las probabilidades como conceptos *a priori*. Fréchet, Kolmogoroff y Cramer han procurado dar desarrollo axiomático a esta tendencia."<sup>37</sup>

Una vez que Olegario no se decidió a adoptar la Probabilidad ni como límite estocástico de las frecuencias por considerarla poco operativa en la práctica, ni la definición axiomática optó por una definición basada en la Teoría de Conjuntos y en Teoría de la Medida, porque le pareció más útil desde el punto de vista pedagógico:

"Si llamamos colectivo a un conjunto de sucesos... tendremos que supuestas unas premisas o condiciones C, si consideramos el suceso o carácter A, la probabilidad en el supuesto de C ... y el colectivo al que se refieren las premisas C es medible y lo mismo sucede a los conjuntos que, además, tienen carácter A, estaremos en el caso de hablar de probabilidad en sentido cuantitativo y numérico, y diremos que P(A/C) = (a)/(C), siendo (C) la medida del conjunto al que se refieren las premisas C y (a) la medida del subconjunto que, además tiene carácter  $A^{"38}$ 

La diferencia fundamental entre la definición de Olegario y la de sus ilustres predecesores es que, tanto Galán como Velasco, dieron una definición de probabilidad a la que luego hacía falta aplicar el sentido común para determinar cuáles son los casos igualmente probables y evitar caer en contradicciones, mientras que Olegario realizó una profunda modificación en la definición que permitía salvar las paradojas que ocasionaban las probabilidades geométricas partiendo de la medida de un conjunto. Aún reconociendo el mérito de otras definiciones optó por una solución que le pareció la más pedagógica y de fácil exposición. Por otra parte, el libro estaba dedicado a la Estadística y según Olegario, esta materia no era una aplicación del

<sup>36.</sup> Ibid., p. 45.

<sup>37.</sup> Ibid., pp. 45-46.

#### VÍCTOR ARENZANA HERNÁNDEZ

Cálculo de Probabilidades, sino que era el Cálculo de Probabilidades una herramienta más de la que la Estadística hacía uso para resolver sus problemas propios y, seguramente, no vió el autor la necesidad de profundizar en exceso en el concepto, ni optar por una definición que no considerara plenamente operativa para sus fines.

A modo de conclusión, desde el punto de vista científico, Olegario Fernández-Baños aplicó la Economía Matemática a los problemas socio-económicos que tenía planteados España por medio de los estudios que realizó sobre política monetaria para el Banco de España. Además se preocupó de elaborar un programa de Economía Matemática que impartió en la Facultad de Ciencias Políticas de Madrid, que, en esencia es, salvo el planteamiento de los problemas de optimización, el que se ha venido siguiendo en las Facultades de Ciencias Económicas y Empresariales hasta la actualidad. La Estadística, que para él era el método fundamental de la economía científica, está recogida en su *Tratado de Estadística* que fue el primer libro completo de Estadística Matemática publicado en España y en él están, claramente expuestos la mayor parte de los métodos matemáticos descubiertos hasta entonces.