El lenguaje de las gráficas cartesianas y su interpretación en la representación de situaciones discretas

Jordi Deulofeu

Parece que el avance que supuso la formulación por Descartes de las funciones matemáticas en lenguaje algebráico y gráfico simultáneamente, de manera reversible e indistinta, no se pone fácilmente al alcance de la mayoría de los alumnos con los métodos pedagógicos actuales. El autor expone las dificultades que experimentan los alumnos de entre doce y catorce años para utilizar en todas su potencialidad las gráficas cartesianas.

INTRODUCCION

El lenguaje desempeña un papel fundamental en el aprendizaje de las Matemáticas, hasta el punto que diversos estudios han puesto de relieve que, en determinados casos, la falta de significación del lenguaje utilizado es un obstáculo insalvable para la adquisición de un determinado concepto o para el desarrollo de cierto proceso. En el caso concreto de las Matemáticas sucede además que no podemos hablar de un único lenguaje, ya que los lenguajes utilizados son numerosos y muy distintos entre sí; esto complica en muchos casos el proceso de aprendizaje de un determindao concepto, ya que, según el tipo de lenguaje utilizado en su introducción, los alumnos pueden formarse ideas muy diferentes de un mismo concepto, al ponerse de relieve aspectos y propiedades distintas del mismo. Este hecho resulta especialmente interesante al estudiar el concepto de función, dado que una función puede representarse por medio de numerosos lenguajes, como son, entre otros, el lenguaje verbal, el tabulado, el gráfico y el algebráico.

Tradicionalmente, en la escuela, las funciones se presentan a partir del estudio de los sucesivos modelos elementales (líneal, afín, cuadrático, etc...), de forma que, en la mayoría de los casos, se parte ya del modelo representado por la expresión algebráica o fórmula asociada a la función; al hacer un desarrollo del tema de esta forma, el lenguaje de partida es el algebráico, paradójicamente el más abstracto y general de todos los posibles, mientras que los otros lenguajes, como por ejemplo el de las gráficas, no constituyen más que el resultado de un ejercicio «tipo» como este: «Representar la gráfica de una función, dada su ecuación», ejercicio cuya resolución los alumnos tratan de automatizar, sin percatarse de que tanto la ecuación como la gráfica son dos representaciones de una misma situación funcional. No obstante, en los últimos años, las cosas han empezado a cambiar, por lo menos en el campo de la investigación en didáctica de las matemáticas, y poco a poco va introduciéndose la idea de que el lenguaje gráfico es muy importante, tanto desde el punto de vista interno de las Matemáticas, como por su gran utilización en el mundo actual, y que, como todo lenguaje, tiene sus propias características que los alumnos deben aprender para llegar a utilizarlo correctamente. Por ello, entendemos que dentro de las finalidades de la enseñanza de las Matemáticas en la escuela obligatoria debe incluirse la capacidad para interpretar la información que contiene una gráfica y para construir gráficas como medio para transmitir información.

En este artículo, tomando como marco de referencia el estudio del lenguaje gráfico, vamos a centrarnos en las gráficas cartesianas de funciones, en particular en ciertas ideas de los alumnos sobre el significado de dichas gráficas, y de su validez para representar una determinada situación.

LAS GRAFICAS CARTESIANAS DE FUNCIONES Y SUS PROCEDIMIENTOS BASICOS

Cuando los alumnos se inician en el estudio de los procedimientos básicos que les permitirán interpretar y construir gráficas cartesianas, entre los 12 y los 14 años, se observan algunas dificultades, entre las que cabe destacar las siguientes:

— Graduación de los ejes: cambios de unidad e inversión de positivos y negativos.
— Coordenadas de un punto: inversión del orden de las coordenadas. Cabe distinguir entre los alumnos que realizan siempre la inversión y los que sólo la hacen en ciertos casos.
— Lectura y representación de puntos: dificultades con los puntos cuyas coordenadas son racionales (tanto si son fracciones como números decimales); en general, a los 14 años, los puntos de coordenadas naturales no presentan ya dificultades especiales.
— Concepción discreta de los puntos de una recta: La falta de continuidad, e incluso de densidad, de los puntos de una recta, que encontramos en muchos alumnos de 14 años, representa un obstáculo para llegar a interpretar una gráfica como la representación de una función, en la que cada punto de la curva determina un par de valores, y puede favorecer la idea de que la gráfica es un dibujo que «sirve» para unir unos puntos determinados, los dados por la tabla si se trata de la construcción de la gráfica, o los puntos relevantes de una determinada situación, en el caso de la interpretación de la misma.

Todas estas dificultades influyen, aunque de manera distinta, tanto a la hora de interpretar como de construir la gráfica de una determinada situación funcional. Si además nos referimos a situaciones no estrictamente matemáticas, sino pertenecientes a un determinado contexto, en su interpretación habrá que añadir las dificultades propias de dicho contexto. No obstante, y a pesar de tomar en consideración todas las dificultades mencionadas, estamos todavía lejos de conocer los motivos por los cuales los alumnos interpretan de una manera determinada una gráfica referida a un cierto contexto, o bien construyen la gráfica que les parece mejor para representar dicha situación.

Los estudios de Kerslake (1977) y sobre todo de Janvier (1978) representaron el punto de partida, y desde entonces han aparecido numerosos trabajos relacionados con el lenguaje gráfico y en partticular con las gráficas cartesianas de funciones, en los que se analizan tanto las ideas de los alumnos sobre la interpretación de las gráficas, como los procedimientos necesarios para su construcción. En esta línea, una de las partes del trabajo que estoy realizando en la actualidad, consiste en el análisis de las ideas de los alumnos sobre distintas gráficas para representar tres tipos de situaciones, correspondientes a otros tantos contextos (que he llamado discreto, empírico, y escalonado) que me han permitido completar y modificar ciertos resultados, ya establecidos en otros contextos, sobre el significado de las gráficas para representar situaciones funcionales.

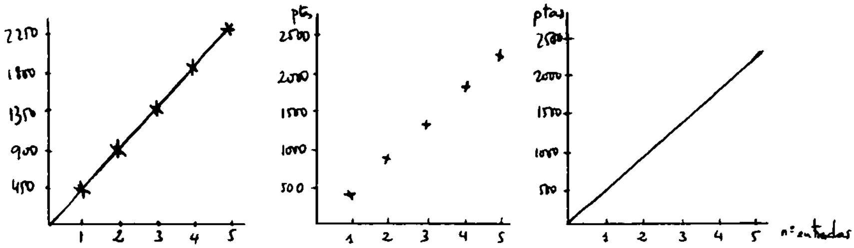
LA INTERPRETACION DE GRAFICAS DE SITUACIONES DISCRETAS

Cuando trazamos la gráfica de una situación funcional, en general, representamos primero un cierto número de puntos y luego unimos estos puntos de alguna manera. ¿Por qué unimos los puntos? ¿Es correcto unirlos o es mejor dejar los puntos sin unir? ¿En caso de unirlos, de qué manera debemos hacerlo? ¿Tiene alguna influencia el contexto en la forma de trazar la gráfica? Estas son algunas de las preguntas que me formulé para tratar de analizar cuáles eran las ideas de los alumnos sobre el significado de una gráfica y en particular hasta qué punto, para ellos, la gráfica es realmente una forma de representar una función es decir, de establecer una cierta relación entre dos variables. Voy a exponer los resultados obtenidos en uno de los contextos estudiados, que he llamado discreto porque corresponde a situaciones cuyas dos variables son discretas (la variable independiente, en concreto, toma valores naturales) y que además responden a modelos de funciones elementales.

Planteamos a nuestros alumnos una situación simple como la siguiente: «Sabiendo que el precio de una entrada al cine es de 450 ptas., queremos determinar el precio que tendremos que pagar según el número de entradas que compremos». En primer lugar les pedimos que hagan una gráfica para representar la situación; esta primera tarea de construir la gráfica presenta una notable uniformidad, al margen de algunos problemas con la graduación o la inversión de ejes, ya que la mayoría de los alumnos proceden de la misma manera, es decir, representan los puntos (1,450), (2,900), (3,1350), etc... y luego los unen con un segmento que parte del origen de coordenadas hasta el último punto representado; algunos alumnos en lugar de trazar un segmento van uniendo los sucesivos puntos, lo que da un resultado análogo en apariencia, y son pocos los que de manera deliberada trazan la recta a la que pertenecen los puntos, prolongando el segmento más allá del último punto representado. La situación parece suficientemente asequible para que podamos discutir sobre el significado de la gráfica en relación a ella.

A continuación, se presentan dos gráficas, una en la que únicamente se han representado los puntos y otra que consiste en una semirrecta que contiene a los puntos, pero sin que estos estén señalados (ver figura 1), y se pide escoger la mejor y discutir la validez de cada una para representar la misma situación. Un primer análisis de los resultados, a nivel cuantitativo, nos permite observar

FIGURA 1



a) Gráfica realizada por la mayoría de los alumnos de 14 años.

b) Gráficas presentadas para su discusión: las llamamos gráfica de puntos (primera) y gráfica continua (segunda).

que en la elección de la mejor gráfica, las dos son escogidas por un igual (cerca del 45% cada una) mientras que un pequeño grupo (10%) considera que no hay una mejor que otra porque las dos son iguales. También son curiosamente parecidos los resultados del número de alumnos que habiendo escogido una de las gráficas como mejor acepta la otra como una representación posible de la misma situación (cerca del 50%), con lo cual cada una de las dos gráficas es considerada como una representación correcta por algo más de las tres cuartas partes de los alumnos (alrededor del 78%). Este equilibrio en la elección así como la gran aceptación de los dos gráficos presentados, podría tener una primera explicación en el hecho que, para una mayoría, las dos gráficas representan lo mismo, aunque las propias respuestas muestran al mismo tiempo que existen criterios suficientes para discriminarlas.

Entrando ya en un análisis cualitativo de los datos, obtenidos tanto en los tests como en las entrevistas realizadas, hemos establecido los criterios explicitados por los alumnos para escoger y/o aceptar cada una de las dos gráficas, que exponemos en la Tabla I.

TABLA I

Ideas para aceptar o no las gráficas discretas y las continuas

	Gráfica discreta (de puntos)	**Gráfica continua (semirrecta)**
La Gráfica es correcta	Lectura de la gráfica clara y precisa Determina los valores de la situación Determina sólo valores de la situación	Está formada por una línea Determina los valores de la situación Expresa la variación de la función
La Gráfica no es correcta	La gráfica de puntos es incompleta, ya que falta unir los puntos representados	No determina los valores de la situación Det. Val. de la sit. sólo aproximadamente Determina val. que no son de la situación

a) La gráfica de puntos es una buena representación de la situación

De entre los alumnos que eligen o aceptan la gráfica de puntos, una primera justificación se refiere a la facilidad de lectura de dicha gráfica. Así, dicen que la gráfica de puntos, «Es más fácil de ver porque pone la cruz sobre el punto que buscas, en lugar de dibujar toda una recta donde tienes que calcular más o menos el punto». En una de las entrevistas, Francisco, dice:

(E) ¿Te parece que la primera gráfica (gráfica de puntos) está bien?
(F) Sí, porque se ve en cada punto lo que vale una, lo que valen dos,...
(E) Y en la segunda (gráfica continua) ¿esto se ve?
(F) No, porque al ser seguido no se ven tan bien los puntos.
(E) Fíjate en la segunda gráfica. ¿Cuánto nos dice que valen dos entradas?
(F) No se puede saber muy bien, menos de 1.000 ptas,..., 900 o 950.
(E) ¿Y si lo miras en la primera?
(F) 900 ptas, aquí es exacto.
(E) Imaginate que en la segunda gráfica marcamos los puntos para una entrada, para dos, etc... ¿Qué pasaría entonces con esta gráfica?
(F) Ahora estaría bien, porque sería igual que la primera y además tendría la línea.
(E) ¿Qué gráfica te parece que está mejor?
(F) La última que hemos hecho, porque tiene los puntos y también tiene la línea.
(E) ¿Y si tuvieras que elegir entre las dos gráficas del principio?
(F) La primera, porque tiene los puntos exactos. La otra no vale porque no los tiene.

Un segundo criterio se refiere al hecho de que la gráfica de puntos determina los valores dados por la situación, ya sea de manera genérica expresando que los puntos están bien representados o afirmando que la gráfica representa la situación dada, o de manera más explícita relacionando los puntos de la gráfica con los valores («El primer puntos es 450») o también con las variables de la situación, en algunos casos sólo con una de ellas («Te dice la cantidad de entradas que compramos», «Dice el dinero que pagas») y en otros mostrando la relación entre las dos («Te da el precio exacto según las entradas que compras», «Representa el precio que hay que pagar, hasta cinco entradas»).

Finalmente, un grupo muy reducido utiliza un criterio de tipo funcional pues se refiere al hecho de que la gráfica de puntos determina sólo los pares de valores correspondientes a la situación, mientras que la continua determina muchos más. Respuestas como: «Sólo necesitamos puntos exactos para el número de entradas, porque no podemos comprar media», o bien: «Te dice el precio según sean una, dos o tres personas en cambio la otra te marca como si pagara media o un tercio de persona», así lo dan a entender. En una de las entrevistas, Julia utiliza este criterio, aunque mezclado con los anteriores, para argumentar la elección de la gráfica de puntos.

(E) ¿Cuál de las dos gráficas te parece mejor?
(J) Pues ésta (gráfica de puntos), porque como no hay valores por en medio no son contables las décimas en esta gráfica y está bien.
(E) ¿Qué quieres decir?
(J) Te dice el precio exacto 450, una entrada no puede valer 453 ptas., te lo dice justo. Además aquí (gráfica continua) te dice que la primera entrada son 450 ptas., más o menos, pero también te dice que a lo mejor cero coma algo trescientas y pico, y esto no puede ser.
(E) ¿Por qué no puede ser?
(J) Bueno, sólo se puede comprar una o dos entradas, no cero coma algo.

b) La gráfica de puntos no es una buena representación de la situación

Todos los razonamientos de los alumnos van en una misma dirección: La gráfica de puntos no es una forma correcta de representar la situación, porque es una gráfica incompleta.

Los alumnos que no aceptan la gráfica de puntos consideran que la gráfica correcta debe ser una línea continua, en este caso una recta, y por ello justifican la no validez de la gráfica diciendo: «Está inacabada, falta trazar la recta», «Falta juntar los puntos con una línea», «Sólo hay representados algunos puntos pero no todos». En algunos casos queda la gráfica continua: «Todavía no tiene la recta, sólo las coordenadas». Es interesante resaltar que todos los razonamientos se hacen por comparación con la gráfica continua y que en ningún caso se compara la gráfica con la situación. Además, determinados alumnos, después de expresar que las dos gráficas dan la misma información, consideran sin embargo que la gráfica de puntos no es correcta, «Porque todavía no se ha dibujado la recta que acaba la gráfica». Así, por ejemplo, José dice:

(E) ¿Cuál de estas dos gráficas te parece mejor para representar la situación?
(J) Esta (gráfica continua), porque se ve bien la raya; aquí sólo pone los puntos.
(E) Pero la primera, ¿te parece que es una gráfica posible?
(J) Bueno, sólo hay los puntos, la otra ya tiene la raya, pero te la puedes imaginar.
(E) ¿Cuándo se hace una gráfica, siempre hay que unir los puntos?
(J) Sí, claro, porque se ve mejor la línea.
(E) ¿Y por qué crees que hay que dibujar la línea?
(J) Porque siempre me lo han enseñado así
(E) ¿Cómo?
(J) Para dibujar las gráficas primero se marcan los puntos y después se unen.

....

(E) ¿Te parece que las dos gráficas representan los mismo?
(J) Sí, porqué tienen los mismos puntos (1, 500), (2, 1000) todo es igual, la única diferencia es que esta está unida y esta no.
(E) Ya, ¿pero en la recta hay más puntos o no?
(J) Claro, y por esto está mejor.
(E) Dime otros puntos de esta recta.
(J) (3, 1500), (4, 2000),..., (5, 2500),..., no hay más,..., bueno, sí (0,0) también y como es una recta sigue hacia arriba y podríamos hallar algunos puntos más.

c) La gráfica continua es una buena representación de la situación

El grupo mayoritario considera que la gráfica continua representa los valores dados por la situación, ya sea de manera genérica, «Representa correctamente los valores que nos dan», o de forma explícita, al relacionar los puntos de la gráfica con una de las variables, «Indica todas las personas», «Ponen bien todos lo precios», o indicando que la gráfica nos da la relación entre las dos variables, «Puedes obtener datos, uniendo las entradas con los precios, una entrada 450 ptas., o cuatro entradas 1.800», «Puedes buscar el punto de las personas y te dice el precio». Dentro de este grupo cabe destacar aquellos alumnos que aceptan la gráfica a pesar de no tener los puntos marcados, y su razonamiento es siempre por comparación con el gráfico de puntos; así dicen: «Está dibujada la recta donde se encuentran los puntos que buscamos, pero estaría mejor si estuvieran marcados como en la otra gráfica», «No está tan bien, pero también sirve porque da todas las coordenadas iguales que en la otra gráfica».

Otro grupo, cuantitativamente significativo, se refiere a la validez de la gráfica por el hecho de estar formada por una línea continua, y en su formulación contraponen las dos gráficas, con respuestas como, «Además de las coordenadas, tiene la recta», o bien, «Es una manera de entregar una gráfica bien, porque está hecha con una línea recta».

Finalmente, un número reducido de alumnos considera que la existencia de la recta permite expresar la variación de la función; así, dicen: «Esta gráfica sirve para explicar el aumento que hay, y en la otra esto no se ve», o bien: «Nos señala cómo aumenta el precio cuando aumentan las entradas que compramos». Una formulación interesante sobre la validez de la gráfica continua la expresa Marta al considerar que la recta sirve tanto para indicar la variación de la función como para unir los puntos:

(E) ¿Te parece que la segunda gráfica es correcta?
(M) Sí, es igual que la primera y además tiene la línea.
(E) ¿Qué diferencia hay entre las dos gráficas?
(M) En esta (gráfica continua) se ve lo que valen las cinco entradas juntas.
(E) ¿Qué quieres decir?
(M) Que la línea acaba en el cinco y cuesta 2.000 y pico, en cambio en la otra gráfica se ven de una en una, están separadas.
(E) ¿Cuál de las dos es mejor para representar la situación?
(M) Esta (gráfica continua), porque además se ve cómo sube, al comprar más entradas pagas más y por esto la línea sube.
(E) ¿Y en la primera gráfica esto no se puede ver?
(M) No, porque los puntos están todos separados, están solos.
(E) ¿Y no pueden estar separados?
(M) No, hay que juntarlos siempre.

Otra interpretación interesante sobre la validez de la gráfica continua es la de Nadia, que considera mejor esta gráfica porque si se prolonga la recta se pueden determinar más puntos.

(E) Antes has dicho que esta gráfica (continua) es la mejor. ¿Por qué?
(N) Porque si quiero saber cuánto valen 6 entradas, sigo la recta, lo marco y ya lo sé.
(E) ¿Y con la primera gráfica no podrías hacer lo mismo?
(N) No, porque no llega, sólo tengo estos cinco puntos. En cambio con la recta puedes saber más cosas, porque puedes alargar la recta y te da el punto que quieres.

d) La gráfica continua no es una buena representación de la situación

El criterio utilizado por la mayoría es que la gráfica continua no determina los pares de valores que permiten asignar al número de entradas su precio. De esta manera, la gráfica continua no sirve porque «No señala los precios», «Es una línea y no se sabrá lo que hay que pagar», «La primera gráfica indica los puntos, pero ésta es sólo una línea sin puntos». De forma parecida, un segundo grupo, considera que con la gráfica continua es difícil determinar los valores que relacionan el número de entradas con su precio: «Al ser una raya no se ve bien lo que valen las entradas», «En la gráfica de puntos es más fácil de ver, en cambio con la recta tiene que calcular más o menos». En una de las entrevistas, Carlos, expresa de forma clara esta idea:

(E) ¿Qué gráfica te parece mejor?
(C) Esta (gráfica de puntos), porque me lo señala más precisamente, aquí me señala 450, en cambio aquí (gráfica continua) no se ve muy bien, casi serían 500.
(E) Pero si te fijas bien también son 450 ptas.
(C) Sí, a lo mejor sí, pero no se puede saber exactamente.
(E) Ya, ¿pero te parece que también podría servir para representar la situación?

(C) No, no tiene marcados los puntos; se ve mejor en la otra porque tiene los puntos.
(E) ¿Y si marcamos los puntos, los mismos que hay en la primera?
(C) Entonces estaría bien y se vería igual.
(E) ¿Te parece mejor unir los puntos después de representarlos?
(C) Bueno, siempre se hace, pero para mí se ve mejor sólo con los puntos, es más claro.

Muy pocos alumnos son capaces de indicar diferencias funcionales entre las dos gráficas y relacionarlas con la situación dada. No obstante, en algún caso se dice que la gráfica continua no es correcta, «Porque no dice exactamente el precio de una, dos entradas, sino que también nos dice el precio de una entrada y media». María José, relaciona perfectamente cada una de las dos gráficas con una situación cuya variable independiente es discreta o continua, respectivamente.

(E) Cuénteme qué nos dicen cada una de las dos gráficas.
(M) En esta (gráfica de puntos) te da el precio de una entrada, dos, tres, y sólo esto, en cambio en esta (gráfica continua) hallarías también el precio de media entrada o de una y media, porque tiene todos los valores posibles.
(E) ¿Cuántos valores podrías hallar?
(M) Muchos,..., bueno infinitos, porque en un trozo también hay infinitos puntos.
(E) Dime una situación en la que fuera mejor una gráfica como esta (gráfica continua)
(M) Pues, por ejemplo, gasolina y pesetas. Depende de la gasolina que pongas te costará más dinero y entonces sí que puedes poner medio litro o un litro y medio.

Para finalizar, recordando que al comentar los resultados globales ya mencioné que muchos de los alumnos aceptaban las dos gráficas como posibles, pero sólo unos pocos las consideraban igualmente válidas, he aquí la interesante y compleja respuesta de Celia que a pesar de constatar diferencias funcionales entre las dos gráficas, considera que, en una situación discreta como la dada, las dos gráficas son igualmente válidas:

(E) ¿Te parece que las dos gráficas son diferentes, o no?
(C) ¿Quieres decir diferentes de la manera como están hechas o diferente significado?
(E) Me refiero a ambas cosas.
(C) Hombre, una está hecha con línea y la otra con cruces, pero expresan lo mismo.
(E) Ya, ¿pero el hecho que una tenga la recta y la otra no, nos da alguna diferencia?
(C) En este caso no, no hay ninguna diferencia.
(E) ¿Por qué dices que en este caso no?
(C) Si por ejemplo quieres expresar la fiebre de alguien, podría subir o bajar y a cada momento podría variar, pero aquí son sólo momentos cortados porque tú pagas las entradas en un momento y siempre tiene el mismo precio.
(E) De acuerdo. Si yo te pidiera que eligieras sólo una, ¿cuál preferirías?
(C) Esta (gráfica de puntos), porque si compras una vale esto, si compras dos esto otro (señala los puntos de la gráfica), y la línea no es necesario ponerla, pero si la pones es igual, porque en este caso no cambia nada.

ALGUNAS CONCLUSIONES

De los resultados que acabamos de exponer, resulta que para una mayoría de alumnos una gráfica de puntos es una representación aceptable, al establecer una relación definida entre las dos variables representadas en los ejes, puesto que cada punto identifica inequívocamente un par de valores. En cambio, la negación de la validez del gráfico de puntos para representar la situación discreta, se realiza apelando a la necesidad de unir los puntos mediante una recta, siguiendo, en palabras de los propios alumnos, «las instrucciones dadas por el profesor en el aula»; aunque, ciertamente, no sólo en la clase de Matemáticas cuando se traza una gráfica se unen los puntos, sino que en la mayoría de las gráficas que encontramos en los medios de información se ha hecho lo mismo, independientemente de que tenga o no sentido que los puntos estén unidos. En los razonamientos de los alumnos, no existe, en estos casos, una comparación entre gráfica y situación, sino únicamente entre gráficas, por lo que la discusión se mueve dentro del lenguaje gráfico abstracto sin que aparezca el auténtico significado de dichas representaciones.

De manera análoga, una gran parte de alumnos acepta como válida la gráfica continua, con el argumento de que también determina los pares de valores de la situación, aunque, como dicen algunos, de una manera menos precisa que en la gráfica de puntos, por lo que sería mejor que los puntos estuviesen señalados. La tendencia ya mencionada a unir los puntos, lleva a la mitad a preferir la gráfica continua frente a la discreta, a pesar de que no parecen existir argumentos para esta elección si se compara con la situación; por otro lado, el argumento de que la línea continua permite ver cómo varía la función es utilizado por un número muy reducido de alumnos. Podría pensarse que el hecho de estar los puntos alineados lleva a una mayor preferencia por la gráfica continua, pero esta hipótesis queda invalidada por los resultados análogos obtenidos en otras situaciones donde la gráfica continua viene dada por una curva. Con respecto a la no aceptación de la gráfica continua, aparecen dos argumentos contrapuestos, ya que mientras para unos la gráfica no determina ningún punto, para otros, ciertamente muy pocos, determina más valores que los que corresponden a la situación.

A modo de conclusión general, podemos afirmar que para la mayoría de los alumnos de 14 años, cuando dibujamos una gráfica para representar una situación funcional y trazamos una línea, lo hacemos par unir una colección discreta de puntos (los puntos relevantes de la situación, aquellos que hemos representado previamente), de manera que podamos ver su evolución, pero este hecho no altera la información que nos da la gráfica en relación con la situación que queremos representar.

Referencias

AZCARATE-DELOFEU (1990). *Funciones y Gráficas.* Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje, n.° 26 Madrid: Síntesis.

BELL, A-JANVIER, C. (1981). «The interpretation of graphs representing situations». *For the Learning of Mathematics,* 2, 1.

HART, K. (1981). *Children's Understanding of Mathematics (11-16)* Londres. John Murray.

HERSCOVICS, N. (1982).«Problems related to the understanding of functions». *Proceedings of the conference on Functions.* NICD, Enschede. Holanda.

JANVIER, C. (1978). *The interpretation of complex cartesian graphs representing situations.* PhD Thesis. Universite de Quebec. Canadá.

JANVIER, C. (1983). «Representation et compréhension: Le concept de funtion». *Bulletin AMQ,* Quebec, Canadá.

JANVIER, C. (ed.) (1987). *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics.* LEA, Publ. Londres 1987.

KARPLUS, R. (1979). «Continuous Function's: Students Viewpoints». *Eur. Jour. Science Education,* 1, 4. 1979.

KERSLAKE, D. (1977). «The understanding of graphs». *Mathematics in School,* vol. 2.

PREECE, J. *Interpreting Trends in Graphs* . PhD Thesis. University of London.

El lenguaje de las gráficas cartesianas y su interpretación en la representación de situaciones discretas. *Jordi Deulofeu*

CL&E, 1991, *11-12*, pp. 77-86

Resumen: *La importancia del lenguaje de las gráficas en el mundo de hoy, especialmente en la comunicación de la información, debería reflejarse en el currículum de la escuela obligatoria. En este artículo, a partir de los datos obtenidos en una investigación centrada en el estudio del lenguaje gráfico, realizada con alumnos de 14 años, se analizan las ideas sobre el significado de las gráficas cartesianas de funciones y su validez para representar una determinada situación. En particular, se exponen las principales interpretaciones de los alumnos sobre la validez de distintas gráficas para representar una situación discreta, que nos han permitido determinar los motivos por los cuales la gráfica representa efectivamente la situación presentada.*

Datos sobre el autor: Jordi Dulofeu Piquet trabaja en el Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias de la Universidad Autónoma de Barcelona.

Dirección: Universidad Autónoma de Barcelona. Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias.
