Revista de Educación Matemática
Volumen 40, N° 2 (2025), páginas 29 – 38
Unión Matemática Argentina - Famaf (UNC)

Artículo de Matemática

RESULTADOS ELECTORALES Y UN EJERCICIO ELEMENTAL DE PROBABILIDADES

Andrés Navas

Resumen. El objetivo de este artículo es mostrar cómo el uso de conocimientos de probabilidades elementales permite leer con mayor profundidad diversos datos estadísticos que circulan en distintos medios informativos y redes sociales, en especial los referidos a procesos electorales. En particular, trataremos el caso de las últimas elecciones en Venezuela que tuvo cierta difusión en los medios de comunicación y que dio lugar a la nota (Navas, 2024b). Como algunos pasajes de dicha nota se alejan un poco del rigor académico usual (para así captar el interés de más lectores), en este artículo se busca dar un desarrollo más amplio y riguroso de lo expuesto allí.

Palabras clave: probabilidades, elecciones, recuentos de votos, números decimales.

Abstract. The objective of this paper is to show how the use of elementary probability knowledge allows for a deeper reading of various statistical data circulating in different news media and social networks, especially those related to electoral processes. In particular, we will address the case of the last elections in Venezuela, which had some diffusion in the media and gave rise to the note (Navas, 2024b). Since some passages in that note stray a bit from usual academic rigor (just to capture the interest of more readers), this paper seeks to provide a broader and more rigorous development of what was presented there.

Keywords: probabilities, elections, vote counts, decimal numbers.

§1. El contexto

El domingo 28 de julio de 2024 se llevaron a cabo elecciones presidenciales en Venezuela. Por la noche, luego de escrutado el $80\,\%$ de las mesas (con un nivel de participación del $59\,\%$), el Consejo Nacional Electoral (CNE) proclamó ganador a Nicolás Maduro. El resultado parcial, correspondiente a un universo de $10.058.774$ votos, fue el siguiente[1]:

[1] El video de YouTube “Maduro obtuvo $5.150.092$ votos, González, $4.445.978$ votos”: Elvis Amoroso, presidente del CNE (https://youtu.be/pB7g4y4M4s8) muestra el anuncio de los resultados. Se debe ser prudente en mencionar que el total de votos no es un dato mencionado explícitamente en la alocución de Amoroso, sino que se obtiene extrapolando los datos del cuadro (específicamente, sumando las distintas votaciones).

Candidato	Votos	Porcentaje
Nicolás Maduro	$5.150.092$	$51{,}2\,\%$
Edmundo González	$4.445.978$	$44{,}2\,\%$
Otros candidatos	462.704	$4{,}6\,\%$

Algo curioso salta a la vista: los porcentajes están aproximados solo al primer decimal. Esto es extraño pues, en elecciones de este tipo, los porcentajes suelen ser comunicados oficialmente a dos dígitos de precisión. La razón de esto es muy natural: si se les aproximara solo al primer dígito, entonces se incurriría en errores equivalentes a centésimas del porcentaje global, esto es, a diezmilésimas del universo total de electores. Para un universo de diez millones de personas, esto equivale a miles de personas pues

$$\frac{1}{10.000} \times 10.000.000 = 1.000.$$

Sin duda alguna, sería un tamaño de población demasiado grande.

Ahora bien, al verificar los porcentajes informados en Venezuela, se constata que, en realidad, estos no son solo aproximaciones al primer decimal, sino prácticamente exactos. Por ejemplo, para Maduro se tiene un porcentaje de votación igual a

$$\frac{100 \times 5.150.092}{10.058.774} = 51{,}199997\ldots\ \%,$$

mientras que para González el porcentaje es

$$\frac{100 \times 4.445.978}{10.058.774} = 44{,}199998\ldots\ \%.$$

En ambos casos se puede apreciar la presencia de varios dígitos 9 consecutivos, lo que corresponde a un ínfimo margen de aproximación.

Para entender mejor la situación, podemos hacer el cálculo inverso, es decir, computar tanto el $51{,}2\,\%$ como el $44{,}2\,\%$ de nuestro universo total de $10.058.774$ votantes. Obtenemos respectivamente

$$\frac{512}{1.000} \times 10.058.774 = 5.150.092{,}2\ldots \ \text{ y } \ \frac{442}{1.000} \times 10.058.774 = 4.445.978{,}1\ldots$$

Estos valores corresponden exactamente a las votaciones de Maduro y González respectivamente, salvo por los decimales $0{,}2\ldots$ y $0{,}1\ldots$, que corresponden aproximadamente a fracciones de “un quinto” y “un décimo” de votante. Así, las cantidades de votos informadas son los enteros menores más cercanos a los números que originan las proporciones precisas de $51{,}2\,\%$ y $44{,}2\,\%$ respecto al total. El único defecto por el cual las cantidades de votos informados no se acoplan perfectamente con los porcentajes informados es porque no existen números enteros que entreguen exactamente dichos porcentajes respecto a la población total. A este respecto, proponemos un pequeño ejercicio a continuación.

Un ejercicio de aritmética: Determine todos los porcentajes de $10.058.774$ que usen no más de una cifra decimal y que correspondan exactamente a números enteros. (La solución se encuentra al final del artículo.)

§2. A modo de comparación

El nivel de exactitud anteriormente revelado es llamativo, más aún si comparamos la situación con los datos de elecciones presidenciales de cualquier país del mundo (o, al menos, de aquellos países donde se hacen elecciones…). Para dimensionar mejor lo descrito, analicemos comparativamente los datos de la última elección presidencial en Chile acontecida en 2021. De un total de $8.271.893$ electores, el desglose oficial (validado por el TRICEL y disponible en la página oficial del SERVEL) fue el siguiente:

Candidato	Votos	Porcentaje
Gabriel Boric	$4.621.231$	$55{,}87\,\%$
José A. Kast	$3.650.662$	$44{,}13\,\%$

Ahora bien, el porcentaje real de Boric fue

$$\frac{100 \times 4.621.231}{8.271.893} = 55{,}8666680045\ldots\ \%,$$

y el de Kast fue

$$\frac{100 \times 3.650.662}{8.271.893} = 44{,}1333319954\ldots\ \%.$$

Como se aprecia, ya no aparecen las cadenas de dígitos 9 del caso venezolano. Ambos porcentajes están genuinamente redondeados a dos decimales, el primero al alza y el segundo a la baja.

Si calculamos la población que corresponde exactamente al porcentaje informado para Boric, obtenemos

$$\frac{55{,}87 \times 8.271.893}{100} = 4.621.506{,}6\ldots$$

que es aproximadamente igual a la cifra de votos informada más 275. De manera análoga, si calculamos la población que corresponde exactamente al porcentaje informado para Kast, obtenemos

$$\frac{44{,}13 \times 8.271.893}{100} = 3.650.386{,}3\ldots$$

que es aproximadamente igual a la cifra de votos informada menos 276. Ambos desfases de cifras están dentro de los rangos esperados.

§3. La probabilidad de un evento muy particular

Consideremos una elección con un universo de $N \geq 10.000.000$ votantes y tres alternativas que no dependan una de otra, digamos A, B y C. Denotemos por $\mathbb{P}$ la probabilidad del evento I (por inverosímil) siguiente:

> *Las votaciones de A, B y C se ajustan a porcentajes del total N que usan a lo más un decimal; más precisamente, son iguales al mayor entero menor o igual que esa proporción de N o, para el caso en que la proporción no sea entera, a dicho número más 1.*

En lo que sigue, probaremos que

$$\mathbb{P} \leq \frac{3}{10^8}. \tag{3.1}$$

Como consecuencia de esto, el evento complementario -al que llamaremos V (por verosímil)- tiene probabilidad mayor o igual que $1 - 3/10^8$. Puesto que

$$1 - \frac{3}{10^8} = 1 - 0{,}00000003 = 0{,}99999997,$$

esto corresponde a un $99{,}999997\,\%$. Por lo tanto,

> *Con una probabilidad de al menos $99{,}999997\,\%$, el evento I no se produce.*

La prueba de (3.1) es particularmente simple y clarificadora para $N = 10.000.000$ (de hecho, en este caso obtendremos una probabilidad aún menor para I debido a que el fenómeno descrito en el "ejercicio de aritmética" desaparece). Si el número N_A de votos de A satisface la condición inverosímil en cuestión, entonces el cociente $\frac{N_A}{10.000.000}$ debe ser un número de la forma $\frac{ab,c}{100} = \frac{abc}{1.000}$ para ciertos dígitos a, b y c. Esta condición es equivalente a

$$N_A = \frac{abc}{1.000} \times 10.000.000 = abc0000.$$

Esto significa que N_A es un múltiplo de 10.000. Ahora bien, la probabilidad de que, al escoger un número al azar[2] entre 1 y $10.000.000$, este sea un múltiplo de 10.000 es evidentemente $1 : 10.000$.

El mismo análisis es válido para la votación de B. Como las votaciones de A y B son independientes[3], naturalmente la probabilidad de que ambas satisfagan

[2]Observe que suponemos que las votaciones no son nulas (los propios candidatos votan por sí mismos, por ejemplo).

[3]Hay un pequeño detalle técnico aquí: aunque las votaciones de A y B no dependen una de otra, en estricto rigor ellas no son "independientes" desde el punto de vista probabilístico, pues satisfacen la condición de que su suma no supera a 10.000.000. Una manera alternativa de convencerse de la validez del producto como probabilidad conjunta consiste en mirar la cantidad de pares de posibles elecciones inverosímiles y ponderar por la cantidad de todas las elecciones posibles.

simultáneamente la propiedad inverosímil es

$$\frac{1}{10.000} \times \frac{1}{10.000} = \frac{1}{10^8}.$$

Claro está, si esto sucede, entonces automáticamente la propiedad es válida para C. En conclusión, en este caso tenemos $\mathbb{P} = 1/10^8$, y la probabilidad del evento complementario V es, porcentualmente, exactamente igual a $99{,}999999\,\%$.

Para simplificar la discusión que sigue, recordemos la siguiente terminología: dado un número real r, el mayor entero menor o igual que r es llamado *parte entera* de r y denotado por $[r]$.

Consideremos ahora el caso general en que $N \geq 10.000.000$. Denotemos el porcentaje $a_A b_A, c_A\,\%$ asociado a A, y análogamente para B y C. Entonces N_A es igual a la parte entera $[N \times a_A b_A c_A/1.000]$ o a este número más 1, y lo análogo sucede para B y C. Además:

(a) la adición de 1 debe hacerse para exactamente uno de estos valores cuando las partes decimales[4] de $a_A b_A c_A/1.000$, $a_B b_B c_B/1.000$ y $a_C b_C c_C/1.000$ suman 1;

(b) la adición de 1 debe hacerse para exactamente dos de estos valores si dichas partes decimales suman 2.

De nuevo, que N_A deba estar cerca de un número de la forma $N \times a_A b_A c_A/1.000$ indica que debe estar próximo de múltiplos enteros de $N/1.000$ (que no es necesariamente un entero). Como $N \geq 10.000.000$, tenemos que $N/1.000 \geq 10.000$, y un pequeño argumento muestra que las elecciones de N_A están supeditadas a una proporción de, a lo más, $1/10.000$ de los casos. Lo mismo sucede para B. Sin embargo, para cada valor podemos necesitar escoger ya sea la parte entera correspondiente o dicha parte entera más 1. Para el análisis más fino debemos entonces distinguir los casos (a) y (b) de arriba. En el primero de ellos, debemos escoger a cuál parte entera sumamos 1; evidentemente, tenemos tres posibilidades para esto. En el segundo caso, debemos escoger a cuál de las tres partes enteras no sumamos 1, y tenemos nuevamente tres posibilidades. Poniendo todo esto junto, se concluye finalmente que

$$\mathbb{P} \leq 3 \times \frac{1}{10.000} \times \frac{1}{10.000} = \frac{3}{10^8},$$

tal como fue anunciado.

Ejercicio 2: Determine la probabilidad de ganar el Loto en una jugada (recuerde que este juego de azar consiste en escoger correctamente 6 números de entre 41).

Ejercicio 3: ¿Cuánto demoraría jugar todas las combinaciones del Loto jugando a un ritmo de una combinación por minuto?

[4]Por *parte decimal* de un número r nos referimos a lo que es formalmente conocido como su *parte fraccionaria*: la diferencia entre r y $[r]$.

§4. Las matemáticas no mienten, ¿pero son pertinentes?

Cuando las probabilidades y, en general, la matemática es aplicada en contextos concretos, se debe ser muy meticuloso tanto para escoger los modelos que se emplean para modelar la realidad como para obtener conclusiones de ellos. Por ejemplo, en el caso que nos compete, ¿podemos considerar como variables aleatorias idénticamente distribuidas las eventuales votaciones de las opciones A, B y C? ¿No sería más lógico modelar en rangos centrados en torno a intervalos de votación esperada?

Una pregunta más substancial involucra el sesgo propio a la hora de concebir el modelo. A fin de cuentas, lo que se calcula es la probabilidad de un evento que uno sospecha a priori que ocurrió, a saber, que se dictaminaron fraudulentamente los porcentajes de votación para, posteriormente, calcular las poblaciones asociadas exactamente a dichos porcentajes. ¿Sería más pertinente calcular una probabilidad condicional? De ser así, ¿cuál sería el evento que condiciona el fenómeno?

Algunos de estos interrogantes son válidamente planteadas por Terence Tao en su blog (Tao, 2024). Recomiendo también la lectura de la nota de Étienne Ghys (Ghys, 2009) en torno a la no pertinencia de otro procedimiento estadístico implementado para detectar un supuesto fraude en ciertas elecciones en Irán hace ya más de una década. En fin, para otra historia de matemática y elecciones (este caso en Rusia), véase (Ghys, 2011).

Una última reflexión personal se impone: escribí la nota (Navas, 2024b) con la premura que ameritaba la situación, y la publiqué sin tener el tiempo necesario para lectura de colegas ni, mucho menos, un referato formal. Además, se trata de una publicación en la prensa, en las cuales (al menos esta ha sido mi experiencia) se suele perder el control de parte del contenido. En este caso, el título del artículo fue mediado con el editor en jefe (una versión preliminar del texto circula en redes sociales con otro título, de corte mucho más matemático). Algunos pasajes de (Navas, 2024b) se alejan un poco del rigor académico, pues están escritos con el fin de comunicar a un público amplio, sin perseguir una depuración rigurosa (que, de hecho, hubiese alejado a muchos lectores). En particular, pretender esgrimirlo como una prueba irrefutable de un fraude electoral es altamente inapropiado desde el punto de vista matemático, si bien este es el recibimiento que tuvo entre la gran mayoría de quienes lo leyeron y compartieron (véase, sin embargo, (Navas, 2024a)). El objetivo último de esta nota no fue sino desarrollar más en detalle lo que, por motivos de espacio y contingencia, no podía tener cabida en (Navas, 2024b)

En fin, mientras todas estas disquisiciones de pertinencia son totalmente lícitas de ser planteadas, los sucesos siguen desarrollándose con rumbo incierto. Cinco días después de las elecciones, el segundo informe de votaciones presentado por el CNE incorporó dos decimales en los porcentajes, y las cantidades de votos obedecieron a patrones esperados de desvío (a un total de $12.335.884$ votos válidamente emitidos):

Candidato	Votos	Porcentaje
Nicolás Maduro	$6.408.844$	$51{,}95\,\%$
Edmundo González	$5.150.092$	$43{,}18\,\%$

Sin embargo, a estas alturas todo parece sospechoso: las actas oficiales de votación siguen sin ser presentadas abiertamente, pese a que en el anuncio del día de las elecciones se informó que aquello se haría "dentro de las próximas horas". Muy probablemente, nunca conoceremos el desglose en detalle. Ahora bien, atreverse a intentar calcular la "probabilidad" para que este evento ocurra sería demasiado aventurado, y creo que bastante poco pertinente.

Comentario final. Tras la circulación de este texto, diversas fuentes me entregaron información que circula en redes sociales sobre otra supuesta manipulación de cifras, esta vez en el segundo conteo de votos. Esta no se refiere a las votaciones generales desglosadas arriba, sino al desglose del CNE para los porcentajes totales de votaciones en general y por urna. En efecto, el informe oficial cifró ambos en un $96{,}87\,\%$, si bien dichos porcentajes no necesariamente debieran coincidir, pues el número de votantes varía de urna en urna (los datos recibidos apuntan a un rango de entre 200 y 600 votos por urna).

Sin embargo, se puede desacreditar parcialmente este argumento. En efecto, la coincidencia de las cifras no decimales (esto es, el "96" inicial) es altamente esperable, pues indica una alta participación en la elección. Ahora bien, respecto a los dos dígitos decimales, notemos que, si se escogen dos parejas de dígitos al azar, la probabilidad de que ambas coincidan es de $1 : 100$. La razón de esto es que para cada elección de la primera pareja, una de entre cien elecciones de la segunda coincide con esta. Y si bien un $1\,\%$ de probabilidades es pequeño, debemos añadir que, en este caso, los pares de decimales que aparecen están fuertemente correlacionados, por lo que la probabilidad de que coincidan debiese ser bastante mayor al $1\,\%$. Determinar el valor exacto requeriría de un arduo trabajo de recopilación de información del número de votantes por mesa (que, al menos hasta la fecha, no se encuentra disponible) y de un largo cálculo (no del todo elemental). Tras esto, no debiese ser extraño que se empine hasta alcanzar una cifra bastante más significativa.

§5. Soluciones a los ejercicios

Un ejercicio de aritmética: Un porcentaje a no más de una cifra decimal de $10.058.774$ es un número de la forma

$$\frac{ab{,}c}{100} \times 10.058.774 = \frac{abc}{1.000} \times 10.058.774,$$

donde abc representa un número entero E entre 0 y 1.000 cuyos dígitos son a, b y c. Puesto que la descomposición en factores primos de $10.058.774$ es $10.058.774 = 2 \times 11 \times 23 \times 103 \times 193$, dicho porcentaje es igual a

$$\frac{E \times 2 \times 11 \times 23 \times 103 \times 193}{2^3 \times 5^3} = \frac{E \times 11 \times 23 \times 103 \times 193}{2^2 \times 5^3}.$$

Para que dicho número sea entero, se requiere que E sea múltiplo de $2^2 \times 5^3 = 500$, lo que da lugar a tres posibilidades: $E = 0$, $E = 500$ y $E = 1.000$. Los porcentajes correspondientes son simplemente $0\,\%$, $50\,\%$ y $100\,\%$.

Ejercicio 2: La cantidad de elecciones de 6 objetos dentro de 41 es igual a

$$\binom{41}{6} = \frac{41 \times 40 \times 39 \times 38 \times 37 \times 36}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6} = 4.496.388.$$

Como todas las elecciones son equiprobables, la probabilidad en cuestión es $1/4.496.388$ (observe que este número es más de diez veces el valor de $\mathbb{P}$).

Ejercicio 3: Debemos dividir la cantidad total de combinaciones por 60 (por hora), por 24 (por día), y por 365 (por año aproximado). Esto nos da

$$\frac{4.496.388}{60 \times 24 \times 365} = 8{,}55\ldots,$$

esto es, un poco más de ocho años y medio.

Agradecimientos: A Héctor Cossio por haber posibilitado la publicación de (Navas, 2024b); a Hernán Aburto, por señalarme algunas publicaciones en redes sociales sobre el tema; a Étienne Ghys, por llamar mi atención sobre (Ghys, 2009) y (Ghys, 2011) y por varios comentarios muy lúcidos; a Jan Kiwi, por su interés y por señalarme la existencia de (Tao, 2024); a Ali Tahzibi, por su interés y correcciones; y a Jorge Soto-Andrade y Carlos Martínez, cuyos comentarios motivaron la escritura de esta nota con fines pedagógicos.

Bibliografía

Ghys, É. (2009). El diablo está en las cifras. *Paisajes Matemáticos*. Consultado el 6 de agosto de 2025, desde https://paisajes.math.cnrs.fr/El-diablo-esta-en-las-cifras.html

Ghys, É. (2011). ¡Por la ley normal! *Paisajes Matemáticos*. Consultado el 6 de agosto de 2025, desde https://images-archive.math.cnrs.fr/Za-normal-noe-raspredelenie-3113.html

Navas, A. (2024a). Matemáticas cotidianas: autopsia a las elecciones venezolanas. *YouTube*. Consultado el 6 de agosto de 2025, desde https://www.youtube.com/watch?v=s00hy5r0LpI

Navas, A. (2024b, agosto). Autopsia matemática a los resultados de Maduro. *El Mostrador*. Consultado el 6 de agosto de 2025, desde https://www.elmostrador.cl/noticias/opinion/columnas/2024/08/01/autopsia-matematica-a-los-resultados-de-maduro-99-9999-que-es-un-fraude/

Tao, T. (2024, agosto). What are the odds, II: The Venezuelan presidential election. Consultado el 6 de agosto de 2025, desde https://terrytao.wordpress.com/2024/08/02/what-are-the-odds-ii-the-venezuelan-presidential-election/

Andrés Navas
USACH, Alameda 3363, Est. Central, Santiago, Chile
(✉) *andres.navas@usach.cl*

Recibido: *15 de marzo de 2025*.
Aceptado: *3 de agosto de 2025*.
Publicado en línea: *29 de agosto de 2025*.