REVISTA VENEZOLANA DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PROPUESTA DIDÁCTICA

Clase metodológica instructiva para el cálculo eficiente de la transformada wavelet discreta de Haar

Instructional methodological class for the efficient calculation of the discrete Haar wavelet transform

Aula de metodologia instrucional para o cálculo eficiente da transformada wavelet discreta de Haar

RESUMEN

El trabajo metodológico es un conjunto de actividades continuas que los docentes realizan para mejorar su preparación pedagógica y asegurar transformaciones efectivas en el proceso educativo. En este contexto, la clase metodológica instructiva ofrece soluciones didácticas que fomentan el aprendizaje. El plan de estudio de Ciencia de la Computación, especialmente en la asignatura Matemática Numérica impartida en la Universidad de La Habana, exige un perfeccionamiento constante debido a las demandas profesionales. El objetivo de la investigación fue diseñar una clase metodológica instructiva, enfocada en la práctica del algoritmo para calcular la transformada wavelet discreta de Haar. Esta iniciativa se llevó a cabo en la Facultad de Matemática y Computación de la referida universidad, definiendo objetivos y líneas de trabajo metodológico. Además, se presentó un resumen de la actividad docente, resolviendo un ejercicio típico y orientado al trabajo independiente. La clase elaborada no solo busca mejorar la preparación de los docentes, sino que, además, sirva como modelo para la elaboración de exámenes de cambio de categoría profesional y para en la enseñanza de la Matemática Numérica en universidades cubanas y extranjeras.

Palabras clave: Trabajo metodológico; Proceso docente-educativo; Transformada wavelet discreta; Matemática Numérica; Ciencia de la Computación.

Damian Valdés Santiago
dvs89cs@matcom.uh.cu
orcid.org/0000-0001-9138-9792
Universidad de La Habana, La Habana, Cuba

Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM), 5(1), Ene.-Dic. 2025, pp. 1-21 – e202509

Asociación Aprender en Red

Asociación Venezolana de Educación Matemática

ISSN: 2739-039X

www.reviem.com.ve

Remita cualquier duda sobre esta obra a: Damian Valdés Santiago

Recibido: 22/12/2024

Aceptado: 02/07/2025

Publicado: 04/09/2025

https://doi.org/10.54541/reviem.v5i1.135

ABSTRACT

Methodological work is a set of continuous activities that teachers carry out to improve their pedagogical preparation and ensure effective transformations in the educational process. In this context, the instructional methodological class offers didactic solutions that promote learning. The study plan of Computer Science, especially in the subject Numerical Mathematics taught at the University of Havana, requires constant improvement due to professional demands. The objective of the research was to design an instructive methodological class, focused on the practice of the algorithm to calculate the discrete Haar wavelet transform. This initiative was carried out at the Faculty of Mathematics and Computer Science of the referred university, defining objectives and methodological lines of work. In addition, a summary of the teaching activity was presented, solving a typical exercise oriented to independent work. The class elaborated not only seeks to improve the preparation of teachers, but also to serve as a model for the elaboration of exams for the change of teaching professional category and for the teaching of Numerical Mathematics in Cuban and foreign universities.

Keywords: Methodological work; Teaching-educational process; Discrete wavelet transform; Numerical Mathematics; Computer Science.

RESUMO

O trabalho metodológico é um conjunto de atividades contínuas que os professores realizam para melhorar sua preparação pedagógica e garantir transformações eficazes no processo educativo. Neste contexto, a aula metodológica instrutiva oferece soluções didáticas que promovem a aprendizagem. O plano de estudos de Ciência da Computação, especialmente na disciplina de Matemática Numérica ministrada na Universidade de Havana, exige um aperfeiçoamento constante devido às exigências profissionais. O objetivo da pesquisa foi projetar uma aula metodológica instrutiva, focada na prática do algoritmo para calcular a transformada wavelet discreta de Haar. Essa iniciativa foi realizada na Faculdade de Matemática e Computação da referida universidade, definindo objetivos e linhas de trabalho metodológico. Além disso, foi apresentado um resumo da atividade docente, resolvendo um exercício típico orientado para o trabalho independente. A aula elaborada não busca apenas melhorar a preparação dos professores, mas também servir como modelo para a elaboração de exames de mudança de categoria profissional docente e para o ensino de Matemática Numérica em universidades cubanas e estrangeiras.

Palavras-chave: Trabalho metodológico; Processo de ensino-aprendizagem; Transformada wavelet discreta; Matemática numérica; Ciência da Computação.

INTRODUCCIÓN

La carrera Ciencia de la Computación se enfoca en analizar los principios teóricos que rigen los procesos computacionales y de información, así como en su aplicación práctica para el desarrollo de sistemas informáticos. Este campo se alinea con el rápido avance de la ciencia y la tecnología, ofreciendo soluciones que satisfacen las necesidades de digitalización requeridas por la sociedad actual (Figueroa Mora *et al.*, 2023).

En Cuba, esta carrera se distingue por una formación robusta en áreas matemáticas y computacionales, lo que permite a los graduados desarrollar una elevada capacidad de abstracción y razonamiento lógico. Estas habilidades facilitan a estos sujetos analizar, conceptualizar, modelar, diseñar algoritmos, implementar, evaluar y reutilizar sistemas informáticos, brindando soluciones efectivas a problemas sociales que pueden ser generalizados con facilidad. Además, les capacita para adaptarse rápidamente a los nuevos paradigmas tecnológicos y a los avances constantes en el ámbito computacional (Universidad de La Habana, 2017).

El inicio del estudio de temas relacionados con la computación en Cuba se remonta a finales de la década de 1960. Durante ese mismo período, se estableció el Departamento de Ciencia de la Computación en la Universidad de La Habana. Posteriormente, a partir de 1973, se llevó a cabo la unificación de los planes y programas de estudio en las tres universidades que ofrecían esta disciplina: la Universidad de La Habana, la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas y la Universidad de Oriente.

En 1976, la Universidad de La Habana fue designada como el Centro Rector de la Carrera de Ciencia de la Computación, luego de que el Ministerio de Educación Superior creara las Comisiones Nacionales de Carreras. Este hecho marcó el inicio del desarrollo de programas académicos destinados a formar profesionales capaces de satisfacer las demandas sociales en constante crecimiento. El primer programa, denominado Plan A, se puso en marcha en 1977.

En 1981, se implementó el Plan B, el cual se adaptó a los rápidos progresos en ciencia y tecnología, incorporando la asignatura de Prácticas Profesionales para fomentar habilidades específicas. Más tarde, en 1986, se introdujo el Plan C, que amplió las áreas de desempeño profesional, respondiendo a la creciente necesidad de automatización en diversos sectores. Este plan ofrecía mayor flexibilidad en los contenidos y permitía a los estudiantes elegir asignaturas optativas según sus intereses.

En 1998, el Plan C fue actualizado para alinearse con los avances internacionales en el campo de la computación y, una década más tarde, en 2008, el Plan D incorporó un enfoque educativo más integral y humanista, impulsando la cultura y la informatización en Cuba. Este plan incorporó conceptos como currículo básico y electivo, permitiendo una formación más personalizada para los estudiantes.

El plan de estudios D (Universidad de La Habana, 2008) establece que el objeto fundamental del trabajo del Licenciado en Ciencia de la Computación es la creación de sistemas computacionales, sustentada en enfoques matemático-computacionales, para la solución de problemas propios o interdisciplinarios.

La disciplina Matemática Aplicada en la carrera Ciencia de la Computación juega un papel crucial en la comprensión —y también la relevancia— que tiene la aplicación de métodos matemáticos y computacionales para el progreso del país. Esta área se divide en tres grandes campos —*Matemática Numérica, Probabilidades y Estadística, y Optimización*—, siendo su objetivo capacitar al estudiante para resolver problemas de la Matemática Básica que no pueden abordarse de manera analítica, sentando las bases para comprender e integrar modelos, técnicas y herramientas más avanzadas en otras asignaturas del plan de estudios.

La asignatura de Matemática Numérica II se enfoca en el análisis de métodos numéricos esenciales y su uso para aproximar, de forma eficiente y algorítmica, soluciones a problemas planteados matemáticamente. En la actualidad, existe una creciente demanda de métodos y algoritmos que permitan resolver, mediante computadoras modernas, los diversos modelos matemáticos derivados de la ciencia y la tecnología.

Esta asignatura prepara al futuro profesional para analizar, aplicar, modificar y adaptar métodos numéricos generales a situaciones específicas, utilizándolos de manera eficaz en sistemas computacionales. Además, lo capacita para desarrollar nuevos algoritmos que resuelvan problemas prácticos expresados a través de modelos matemáticos.

- En el sistema de conocimientos de la asignatura se incluyen los siguientes tópicos:
- La aproximación mínimo cuadrática —el caso particular al usar funciones periódicas.
- La transformada discreta y rápida de Fourier.
- La introducción a la transformada wavelet de Haar.
- El análisis multiresolución.
- Los algoritmos de descomposición y síntesis.
- Métodos numéricos de solución del problema de Cauchy para ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Método de Taylor.
- Métodos de Runge–Kutta para ecuaciones y para sistemas.
- Métodos de paso múltiple.
- Métodos predictor-corrector.

Entre las habilidades a adquirir se tiene aproximar funciones y conjuntos de datos discretos mediante funciones wavelets y valorar sus ventajas con respecto a la aproximación de Fourier, además, interpretar la importancia del análisis multiresolución y su utilización, elegir adecuadamente el método de solución de una ecuación (sistema) diferencial, así como distinguir las ventajas y desventajas de los métodos de paso simple y múltiple.

Por otra parte, el proceso de perfeccionamiento de la Educación Superior en Cuba se fundamenta en la necesidad de preparar profesionales que estén en sintonía con las demandas sociales contemporáneas. Este período se caracteriza por el progreso constante de la Revolución Científico-Técnica, un fenómeno que está íntimamente relacionado con las particularidades socio-políticas y las circunstancias específicas de la sociedad actual (Garrigó Andreu & Delgado Fernández, 2019; León Castillo *et al.*, 2019; León Díaz *et al.*, 2021).

El trabajo metodológico se concibe como un conjunto de acciones que los docentes realizan de manera sistemática en los diferentes niveles educativos. Su objetivo principal es fortalecer la preparación política-ideológica, pedagógico-metodológica y científica de los educadores, garantizando las transformaciones necesarias para una implementación efectiva del proceso de enseñanza-aprendizaje. Este enfoque, complementado con diversas modalidades de formación continua y de posgrado, favorece el desarrollo de competencias y un desempeño óptimo del profesorado. De esta manera, el trabajo metodológico se erige como la principal herramienta para capacitar a los educadores, permitiéndoles ejercer una influencia positiva y holística en la formación integral de sus estudiantes (García González *et al.*, 2019; Ministerio de Educación Superior, 2022).

La organización del proceso docente-educativo es fundamental para lograr los resultados deseados, lo que implica establecer objetivos claros, seleccionar contenidos relevantes, diseñar métodos adecuados, gestionar las acciones operativas y supervisar el avance de los estudiantes. Este enfoque integral asegura que los alumnos progresen de manera efectiva hacia los objetivos planteados en su formación académica (García González *et al.*, 2019).

El trabajo metodológico desempeña un papel fundamental en la organización y supervisión del proceso educativo. El docente debe asegurar la calidad de la asignatura a través de una sólida preparación pedagógica y un profundo conocimiento de los contenidos. Asimismo, es responsabilidad del profesor guiar, supervisar y evaluar a los estudiantes, lo que contribuirá a su desarrollo integral y al cumplimiento de los objetivos establecidos en el curso (Chaviano Herrera *et al.*, 2016; García González *et al.*, 2019).

En el proceso de enseñanza-aprendizaje, el profesor actúa como guía y representante de la sociedad, estableciendo los objetivos que los estudiantes deben alcanzar (Addine *et al.*, 2020). En la medida que los estudiantes adquieren mayor conciencia sobre su proceso de aprendizaje, asimilan los objetivos de manera espontánea, lo que promueve su autonomía. La contradicción se manifiesta entre las metas del programa académico y el nivel de logro alcanzado por los alumnos quienes, al asumir un papel activo en su formación, pueden autogestionarse para alcanzar dichos objetivos. De esta forma, el rol del docente se transforma: de ser un guía directo, se convierte en un facilitador y mentor. Este enfoque subraya la relevancia de una relación colaborativa entre profesores y estudiantes, donde el educador actúa como un facilitador del aprendizaje y brinda apoyo a los alumnos en su camino hacia la independencia académica. Así, la educación se transforma en una interacción dinámica y enriquecedora para ambas partes.

Este proceso docente utiliza métodos y formas de enseñanza (Addine *et al.*, 2020). Por un lado, se define como método la forma en que el docente y los estudiantes realizan las actividades necesarias para alcanzar los objetivos propuestos. Por otro lado, la forma de enseñanza hace referencia a la estructura organizativa seleccionada en un momento determinado del proceso educativo, con el fin de facilitar el cumplimiento de dichos objetivos.

El artículo 275 de la Resolución 47 del Reglamento del Trabajo Docente y Metodológico de Cuba (Ministerio de Educación Superior, 2022) establece que la clase práctica es el tipo modalidad cuyos objetivos fundamentales son que los estudiantes ejecuten, amplíen, profundicen, integren y generalicen métodos de trabajo característicos de las asignaturas y disciplinas, permitiéndoles desarrollar habilidades para utilizar y aplicar, de modo independiente, los conocimientos.

Según el plan de estudios D de la carrera Ciencia de la Computación (Universidad de La Habana, 2008), en las clases prácticas se ilustrarán fundamentalmente las particularidades numéricas y computacionales de los algoritmos estudiados, mediante la discusión de ejercicios propuestos y de resultados de corridas en la computadora. Lo anterior, utilizando sistemas de programas existentes o elaborados previamente por los estudiantes para este fin.

También se resaltan los materiales y recursos educativos empleados tanto por los profesores como por los estudiantes para desarrollar sus actividades y alcanzar las metas formativas. En este sentido, la didáctica tiene como función principal organizar los distintos elementos que conforman el proceso educativo, por ejemplo: los contenidos, las formas y métodos de enseñanza, y los medios didácticos. Esto se realiza con el fin de cumplir con el propósito social, basándose en las leyes y regularidades que rigen dicho proceso, así como en su dinámica interna.

La tarea docente, considerada la unidad fundamental del proceso educativo, se refiere a la interacción entre el profesor y los estudiantes en un contexto pedagógico específico. Esta interacción tiene como objetivo principal resolver el problema planteado por el docente al estudiante, por el cual alcanzar un fin educativo clave.

Por otro lado, las clases metodológicas se clasifican en dos tipos: la Clase Metodológica Demostrativa (CMD) y la Clase Metodológica Instructiva (CMI). Esta última, presenta mayores desafíos debido a su inherente complejidad. De igual manera, muchos docentes que aspiran a ascender a una categoría superior enfrentan dificultades en este proceso, mostrando deficiencias en la preparación y defensa de sus propuestas ante el tribunal evaluador (Pozas Prieto *et al.*, 2018).

La distinción clave entre la CMI y la CMD reside en su orientación. Mientras que en la CMI las actividades de enseñanza se construyen a partir de los desafíos metodológicos detectados, la CMD consiste en impartir una clase del plan de estudios tal como se haría para los alumnos. El propósito fundamental de la CMI es el desarrollo profesional de los docentes en áreas concretas que representan el foco de las dificultades identificadas (Alonso Berenguer *et al.*, 2020; Guerrero Seide, 2018).

En el contexto de la CMI, es fundamental que el enfoque metodológico propuesto esté íntimamente vinculado con la base conceptual de la materia o el aspecto científico que se está abordando. Por esta razón, se identifica el problema didáctico en análisis como un *problema conceptual metodológico*. Este término ilustra una contradicción didáctica entre el contenido de la materia y la manera más eficaz de impartirlo durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. En otras palabras, se genera una tensión entre el *qué* y el *cómo* se debe enseñar, con el propósito de optimizar el aprendizaje de los estudiantes (Alonso Berenguer *et al.*, 2020; Méndez Pupo & García Vázquez, 2018).

De acuerdo con Alonso Berenguer *et al.* (2020), una CMI tiene como elementos macros: 1) introducción, 2) desarrollo y 3) conclusiones; y como elemento micro: (1) de la Introducción: a) insuficiencias detectadas, b) Problema Conceptual Metodológico (PCM), c) importancia del tratamiento al PCM formulado, d) objetivo, e) conocimientos precedentes y f) sumario; 2) del Desarrollo: a) ubicación del tema o contendido a analizar, b) análisis, explicación y fundamentación de las soluciones metodológicas y c) intercambio con el auditorio; y 3) Conclusiones de la CMI.

Las CMI no funcionan de forma independiente, sino que se entrelazan con otras estrategias metodológicas dentro de un marco sistémico que abarca desde la planificación hasta la implementación. Este proceso se fundamenta en las áreas de mejora detectadas mediante el seguimiento y la supervisión en las diferentes estructuras organizativas. A partir de estos análisis, se definen las prioridades metodológicas para cada ciclo escolar. En este escenario, las CMI son esenciales para ofrecer soluciones didácticas concretas que permitan superar esas carencias (Pozas Prieto *et al.*, 2018).

Con todo lo expuesto, el presente trabajo tiene por objetivo diseñar una clase metodológica instructiva para el cálculo eficiente de la transformada wavelet discreta de Haar, de forma que sirva de guía a profesores de menor experiencia, en su proceso de desarrollo como docentes universitarios.

MÉTODO

Se realizó una investigación en el campo de la educación matemático-computacional, en la Facultad de Matemática y Computación de la Universidad de La Habana, para presentar una CMI para el cálculo eficiente de la transformada wavelet discreta de Haar. Según Alonso Berenguer *et al.* (2020), el primer aspecto a tener en cuenta en una CMI es su estructura, la que a nivel macro consta de tres partes generales: introducción, desarrollo y conclusiones.

En la *introducción* de una CMI se incluyen los elementos de presentación, estos permiten ubicar al colectivo de profesores con aquel tema que se va a analizar y debe contener los siguientes aspectos: a) insuficiencias detectadas, b) Problema Conceptual Metodológico (PCM), c) importancia del tratamiento al PCM formulado, d) objetivo, e) conocimientos precedentes y f) sumario. Con respecto a (a), estos autores señalan que deben darse a conocer aquellas insuficiencias referidas al aprendizaje de un determinado contenido del plan de estudio o a su enseñanza, de forma tal que en la CMI deben proponerse soluciones didácticas para superarlas y, de este modo, orientar vías de introducirlas en la práctica docente. Es recomendable precisar los medios de diagnóstico empleados para detectar dichas insuficiencias, para transmitir formas de monitorear y regular el proceso de enseñanza-aprendizaje que desarrollan los profesores del colectivo.

Con respecto a (b), el PCM contiene de manera implícita o explícita, una contradicción didáctica entre el contenido de la asignatura y la manera óptima de impartirlo dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, o sea, entre el contenido y su orientación metodológica, en pro de potenciar el aprendizaje de los estudiantes.

Sobre (c), es conveniente subrayar la necesidad de elevar la efectividad del trabajo metodológico, perfeccionar la preparación de los docentes y/o facilitar el aprendizaje de los estudiantes, entre otras. El punto (d) proporciona orientaciones al profesor que la imparte y a los participantes. Este objetivo debe ser formulado con precisión, aclarando a quien va dirigido, en qué tema o asignatura se ubica el contenido que se tratará y qué resultado se espera alcanzar.

En cuanto a (e), estos conocimientos son imprescindibles para que los estudiantes puedan asimilar la clase sin grandes dificultades (aseguramiento del nivel de partida de la clase) y, de ser posible, se definen brevemente los más relevantes. En (f), se incluyen los aspectos a tratar y su propósito es que los participantes se hagan una representación inicial del alcance de la clase, no solo en cuanto a su extensión, sino también en cuanto a su profundidad.

En el *desarrollo* de una CMI se explicita la estructuración lógica del contenido a analizar y los métodos a utilizar. En este artículo se realiza una exposición argumentada por parte del docente, sobre las soluciones didácticas que propone para solventar las deficiencias detectadas. Además, se recomienda incluir los siguientes aspectos: a) ubicación del tema o contenido a analizar, b) análisis, explicación y fundamentación de las soluciones metodológicas y c) intercambio con el auditorio.

Sobre (a), la ubicación del tema o contenido a analizar, debe hacerse de forma breve y esquematizada para facilitar la comprensión y garantizar la economía del tiempo. Si se trata de un tema específico de una asignatura, puede introducirse una tabla con el plan temático de la misma, resaltando aquel tema que va a ser objeto de estudio y sobre esa base explicar brevemente el objetivo y contenidos de dicho tema, según plan de estudio.

En (b) se explicitan los medios que pueden emplearse en la realización de la clase. Se argumenta didácticamente cada planteamiento que se haga y cada procedimiento propuesto a los profesores, para facilitar la explicación del contenido previsto, precisando por qué se considera que es el procedimiento adecuado y cómo se piensa que influirá en la comprensión y aprendizaje de los estudiantes.

Sobre (c), para lograr una adecuada retroalimentación de la CMI será conveniente estimular la participación del auditorio. Esto permitirá aclarar dudas y enriquecer los aspectos tratados a partir de la experiencia colectiva.

En las *conclusiones* de la CMI, se deberá retomar el objetivo planteado y evidenciar que fue cumplido, esto por parte del expositor. Se recomienda enfatizar en cómo se espera que la clase influya en la solución del problema conceptual-metodológico. También, será necesario precisar las orientaciones metodológicas abordadas a lo largo de la clase, incluyendo aquellas surgidas del intercambio con los participantes y que hayan sido validadas por el expositor. Estas orientaciones deben ser jerarquizadas, de modo que los asistentes puedan asimilarlas y proyectar la forma de incorporarlas a su quehacer docente. Debe explicarse la bibliografía que, a juicio del expositor, servirá a los docentes para su preparación como para su trabajo con los estudiantes.

Por otra parte, en esta investigación se utilizó el método inductivo-deductivo para construir conceptos y teorías a partir de observaciones específicas y, a su vez, aplicar estos conceptos a situaciones generales (Frazier, 1999). Lo anterior fue útil para estructurar el conocimiento científico necesario para entender la transformada wavelet y su aplicación práctica en diferentes contextos.

El método de análisis-síntesis permitió descomponer el problema en sus componentes más simples (análisis) y luego recomponerlo para comprender mejor el todo (síntesis). Se usó para estudiar las distintas partes de la transformada wavelet y cómo interactúan entre sí, facilitando así su enseñanza (Mallat, 2009).

La observación directa del desarrollo de esta clase práctica en cursos anteriores permitió recoger datos sobre cómo se lleva a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula. Esto incluye observar cómo los estudiantes interactúan con los conceptos de la transformada wavelet Haar, lo que permitió diseñar la metodología instructiva.

En este sentido, se aplicó en cursos anteriores una lista de verificación (*checklist*) con los siguientes criterios clave: comprensión teórica (¿Los estudiantes identifican correctamente las componentes de aproximación y detalle?), implementación práctica (¿Logran escribir el pseudocódigo o código funcional?), participación (¿Intervienen con preguntas o comentarios relevantes?) y dificultades recurrentes. Estos elementos clave fueron medidos durante la explicación teórica, la sesión de código y al finalizar la clase.

El análisis documental permitió revisar literatura existente sobre la transformada wavelet Haar y las clases metodológicas instructivas (Hernández-Sampieri & Mendoza Torres, 2018).

Para realizar el análisis documental sobre el cálculo eficiente de la transformada wavelet discreta de Haar, se llevó a cabo una búsqueda sistemática en *Google Scholar*, donde se utilizaron palabras clave como "Haar discrete wavelet transform", "Haar wavelet computational efficiency" y "fast algorithm for Haar transform". Se filtraron documentos publicados en los últimos 10 años (2014-2024) para garantizar actualidad, aunque también se incluyeron textos clásicos fundamentales. Los criterios de selección priorizaron libros publicados, artículos revisados por pares, capítulos de libros y conferencias de alto impacto. Se evaluaron el índice de citas, la relevancia teórica y las aplicaciones prácticas en procesamiento de señales o imágenes. Se priorizaron textos que combinan explicaciones pedagógicas con implementaciones prácticas.

Las referencias principales seleccionadas fueron:

1. Daubechies, I. (1992). Ten Lectures on Wavelets. SIAM.
2. Strang, G., & Nguyen, T. (1996). Wavelets and Filter Banks. Wellesley-Cambridge Press.
3. Hubbard, B. B. (1998). The world according to wavelets: the story of a mathematical technique in the making. AK Peters/CRC Press.
4. Jensen, A., & la Cour-Harbo, A. (2001). Ripples in Mathematics: The Discrete Wavelet Transform. Springer.
5. Frazier, M. W. (2006). An introduction to wavelets through linear algebra. Springer Science & Business Media.
6. Oppenheim, G., Misiti, M., Misiti, Y., & Poggi, J. (2007). Wavelets and their applications. ISTE Ltd.
7. Mallat, S. (2009). A Wavelet Tour of Signal Processing: The Sparse Way. Academic Press.

8. Soman, K. P. (2010). Insight into wavelets: from theory to practice. PHI Learning Pvt. Ltd.

9. Guido, R. C. (2011). A note on a practical relationship between filter coefficients and scaling and wavelet functions of discrete wavelet transforms. Applied Mathematics Letters, 24(7), 1257-1259.

10. Guido, R. C. (2015). Practical and useful tips on discrete wavelet transforms [sp tips & tricks]. IEEE Signal Processing Magazine, 32(3), 162-166.

11. Addison, P. S. (2017). The illustrated wavelet transform handbook: introductory theory and applications in science, engineering, medicine and finance. CRC Press.

12. Guido, R. C. (2017). Effectively interpreting discrete wavelet transformed signals [lecture notes]. IEEE Signal Processing Magazine, 34(3), 89-100.

13. Mehra, M., Mehra, V. K., & Ahmad, M. (2018). Wavelets theory and its applications. Springer Singapore.

14. Flandrin, P. (2018). Explorations in time-frequency analysis. Cambridge University Press.

15. Ryan, Ø., Ryan, P., & Peters. (2019). Linear Algebra, Signal Processing, and Wavelets--a Unified Approach. Heidelberg: Springer.

16. Shah, F. A., & Tantary, A. Y. (2022). Wavelet transforms: kith and kin. Chapman and Hall/CRC.

En estos textos se revisaron elementos clave como la motivación para el estudio del tema, sus aplicaciones, bases matemáticas y visualización, algoritmo e implementación en lenguajes de programación como Matlab y Python o la presencia de pseudocódigo, así como la existencia de ejercicios teóricos y prácticos con señales e imágenes reales.

Además, se analizaron tanto documentos académicos como normativas educativas que guían la estructura y desarrollo de estas clases (Machado Díaz *et al.*, 2023; Valdivia Pérez *et al.*, 2007), como el Plan de Estudios D (2014) y la Resolución 47 que establece el *Reglamento Trabajo Docente y Metodológico* (Ministerio de Educación Superior, 2022).

Finalmente, el enfoque sistémico-estructural fue esencial para identificar los componentes clave de la propuesta metodológica y cómo se relacionan entre sí (Sarguera & Rebustillo, 2022). Esto permitió desagregar la clase en módulos lógicos, conectar teoría, algoritmo y práctica mediante relaciones causa-efecto y optimizar la metodología basada en retroalimentación entre componentes. De esta forma se pudo diseñar una clase práctica coherente, donde cada elemento refuerza a los demás, asegurando que los estudiantes no solo programen la transformada, sino que entiendan su propósito y aplicaciones.

DESARROLLO

A continuación, se aborda los elementos de la CMI según Alonso Berenguer *et al.* (2020).

Introducción a la CMI

Tema I: Aproximación mínimo cuadrática

Actividad Docente: Algoritmo para computar eficientemente la transformada wavelet discreta de Haar (TWD).

Forma de organización de la enseñanza: Clase Práctica.

Duración: 2 hora/clase.

a) Insuficiencias detectadas: La observación directa en 3 ediciones anteriores del curso, mediante la lista de chequeo diseñada reveló lo siguiente:

1. Falta de contextualización teórica:
   - Problema: Enfocarse solo en la implementación sin explicar la teoría detrás de las wavelets de Haar (e.g., descomposición en niveles, escalamiento y desplazamiento, propiedades de multirresolución).
   - Consecuencia: Los estudiantes no comprenden por qué el algoritmo funciona o su utilidad en aplicaciones como compresión de imágenes o procesamiento de señales.
   - Solución: Introducir brevemente conceptos clave antes de la práctica, como:
     - Bases ortonormales de Haar.
     - Operaciones de promedio y diferencia.
     - Relación con árboles binarios (para TWD multinivel).
2. Implementación ineficiente o poco clara:
   - Problema: Usar enfoques ingenuos (e.g., bucles anidados sin optimización, manejo inadecuado de *arrays*) que no reflejan eficiencia.
   - Ejemplo: Calcular cada nivel de la TWD por separado con copias de *arrays* en lugar de operaciones *in-place*.
   - Solución:
     - Mostrar una implementación optimizada ($O(n)$ en tiempo y espacio).
     - Comparar con versiones no optimizadas.
     - Usar notación vectorial o recursión para claridad.
3. Ausencia de visualización:
   - Problema: No mostrar cómo los coeficientes de Haar se relacionan con los datos originales (e.g., en señales 1D o imágenes 2D).
   - Consecuencia: Los estudiantes no internalizan la interpretación de los coeficientes (aproximación y detalles).
   - Solución:
     - Graficar señales antes/después de la transformada.
     - Usar librerías como matplotlib (Python) para visualizar pasos intermedios (Hunter, 2007).
4. Poca conexión con aplicaciones reales:
   - Problema: Limitarse a ejercicios abstractos sin mencionar casos de uso (e.g., JPEG 2000, *denoising*, análisis de series temporales).
   - Solución:
     - Incluir un mini-proyecto donde apliquen la TWD de Haar para comprimir una señal o imagen.
     - Mostrar cómo los coeficientes permiten reconstruir la señal con diferentes niveles de precisión.
5. Manejo inadecuado de bordes:
   - Problema: Ignorar el tratamiento de señales con longitudes no potencias de 2 (común en datos reales).

- Solución:
  - Discutir técnicas como *padding* (ceros, repetición) o wavelet adaptadas.
  - Implementar un *wrapper* que maneje estos casos.

6. Falta de validación numérica:

- Problema: No verificar que la implementación sea correcta (e.g., comparando con librerías estándar como PyWavelets en Python (Lee *et al.*, 2019).
- Solución:
  - Incluir tests unitarios para asegurar que la transformada inversa reconstruye la señal original.

7. Complejidad innecesaria en el código:

- Problema: Usar estructuras de datos complejas (e.g., árboles explícitos) cuando *arrays* son suficientes.
- Solución:
  - Mostrar que la TWD de Haar puede implementarse con *arrays* e índices calculados dinámicamente.

b) Problema conceptual metodológico (PCM)

Radica en la desarticulación entre la naturaleza abstracta/matemática del contenido y el enfoque procedural/implementativo con el que suele enseñarse. Esta contradicción genera una brecha didáctica que limita la comprensión profunda y la transferencia del conocimiento.

Con respecto al contenido (naturaleza del tema), la TWD de Haar es un concepto matemático-algorítmico que combina teoría de espacios vectoriales (bases ortonormales), análisis en diferentes escalas, eficiencia computacional (operaciones *in-place*, recursión), y requiere pensamiento abstracto (e.g., interpretar coeficientes como aproximaciones y detalles).

El método de enseñanza típico se reduce a una implementación paso a paso (e.g., divide el array en promedios y diferencias) sin explicar *por qué* esos pasos corresponden a una transformación matemática válida. En este sentido, se prioriza el código sobre el significado (e.g., cómo los coeficientes se relacionan con frecuencias en la señal). Se identifica así la siguiente contradicción: Se enseña un algoritmo como receta (enfoque procedimental) cuando su esencia es conceptual (descomposición de señales en bases wavelet). Los estudiantes aprenden a codificar pero no a razonar en el sentido de las wavelets.

Para resolver esta contradicción se propone una reorientación metodológica que siga un enfoque top-down donde se empiece con una aplicación concreta (e.g., analizar una señal) y luego deconstruirla en los pasos matemáticos/algorítmicos. Además, utilizar la visualización antes de implementación y relacionar la TWD con los árboles binarios (cada nivel de descomposición es un nivel del árbol) y las series de Fourier (comparar bases trigonométricas vs. wavelets); pues estos son contenidos recibidos previamente en el plan de estudios. También se recomienda la implementación guiada por principios, es decir, antes de codificar, los estudiantes deben responder las siguientes preguntas: ¿por qué usamos promedios y diferencias? y ¿cómo garantizamos que la transformación es invertible? Desde un punto de vista evaluativo, en lugar de pedir solo un código funcional, se solicita un informe interpretando coeficientes de una señal dada y la comparación de la TWD con otras transformadas (e.g., la transformada rápida de Fourier).

En suma, la contradicción didáctica surge de enseñar un concepto matemático profundo (wavelets) como si fuera un mero algoritmo iterativo. La metodología adecuada debe: i) integrar teoría y práctica para mostrar que la implementación es una materialización de principios matemáticos; ii) priorizar el *por qué* sobre el *cómo* para antes de codificar, asegurar que los estudiantes entiendan la lógica detrás de los promedios y diferencias; y iii) contextualizar en aplicaciones mediante el uso de ejemplos que revelen el valor de la TWD más allá del ejercicio académico.

c) Importancia del tratamiento al PCM formulado:

El problema conceptual-metodológico es crítico porque, al priorizar la implementación práctica sobre la comprensión teórica, se limita la capacidad de los estudiantes para entender su fundamento matemático, transferir el conocimiento a otros contextos y desarrollar pensamiento crítico y abstracto. Esto no solo genera aprendizajes frágiles y desmotivación, sino que también reduce su potencial para innovar en aplicaciones reales (como compresión de datos o procesamiento de señales).

d) Objetivo:

Instruir a los docentes cómo utilizar alternativas metodológicas para desarrollar la actividad docente sobre la aproximación de funciones mediante la transformada wavelet discreta de Haar, para promover un aprendizaje significativo.

Se inscribe en la línea de trabajo metodológico: Perfeccionamiento de la dirección del aprendizaje para estimular un aprendizaje desarrollador y significativo en la aproximación de funciones mediante la transformada wavelet discreta de Haar.

e) Conocimientos precedentes:

Existen nexos entre la asignatura y otras del currículo y la disciplina Matemática Aplicada, agrupadas dentro del plan de estudios. El programa se vincula con los cursos precedentes tales como Álgebra I y II, Análisis Matemático I y II, así como Lógica, que se imparten en el primer año de la carrera Ciencia de la Computación.

f) Sumario:

Introducción a la transformada wavelet de Haar. Algoritmos de descomposición y síntesis.

Desarrollo de la CMI

a) Ubicación del tema o contenido a analizar:

La asignatura Matemática Numérica II en la carrera Ciencia de la Computación, disciplina Matemática Aplicada, se imparte en el tercer año y segundo semestre de la carrera con un total de 64 horas. Contribuye a la comprensión de la importancia que tiene en el desarrollo del país la aplicación de los métodos matemáticos y la computación. Esta asignatura permitirá al estudiante resolver problemas de la disciplina Matemática Básica que no pueden ser resueltos analíticamente. Creará las bases para poder asimilar e incorporar modelos, técnicas y herramientas más complejos en disciplinas como Sistemas Computacionales, Inteligencia Artificial y Sistemas de Información.

La Matemática Numérica II prepara al futuro egresado para analizar, aplicar, modificar y adaptar los métodos numéricos generales a situaciones concretas, utilizándolos con eficiencia, así como desarrollar nuevos algoritmos para la resolución de problemas prácticos expresados mediante modelos matemáticos.

En su bibliografía básica se incluye:

- Charles K. Chui. "Wavelets: A Mathematical Tool for Signal Analysis", SIAM 1997.
- Ángela León Mecías. "Matemática Numérica II: Notas de clases", 2016.

La bibliografía complementaria del curso es la siguiente:

- N.C. Moler. "Numerical Computing with MATLAB", 2004.
- S. Conte, C. De Boor. "Elementary Numerical Analysis: An algorithmic approach", McGraw-Hill, 3th Edition, 1980.

Existen conexiones entre esta asignatura y otras del currículo, así como con la disciplina de Matemática Aplicada, dentro de la cual se integra en el plan de estudios. La asignatura Sistemas Distribuidos (Disciplina Sistemas Computacionales) cubre el tema *Algoritmos distribuidos*, que permite la paralelización de los algoritmos vistos en la asignatura desde una perspectiva de cómputo descentralizada y a demanda.

Dentro de la disciplina Inteligencia Artificial, la asignatura Aprendizaje de Máquinas incluye temas como el aprendizaje supervisado y no supervisado, los modelos probabilísticos, de regresión, las redes neuronales, aprendizaje profundo, así como la evaluación y el diseño de experimentos. Estas temáticas se basan en algoritmos de optimización para minimizar una función de pérdida, que permite identificar los patrones codificados en vectores de características. Estos algoritmos utilizan también los conceptos de error numérico, precisión de las soluciones y el álgebra lineal numérica, que permite muchas veces los cómputos eficientes.

Por otro lado, la asignatura Sistemas de Recuperación de Información, dentro de la disciplina Sistemas de Información, establece como objetivo: distinguir las características de los modelos de recuperación de información textual, y desarrollar su modelación matemática computacional y su implementación. Este objetivo se conecta con la asignatura. Además, menciona evaluar, comparar y clasificar documentos con eficiencia y precisión, lo que muestra un nexo con la Matemática Numérica II, dado que un conjunto de algoritmos, incluidos en sus contenidos, es utilizado para la recuperación de información.

Con respecto a los nexos entre las asignaturas de la disciplina Matemática Aplicada se observa que la asignatura Estadística se relaciona con Matemática Numérica II, dado que en esta última se brindan los métodos numéricos necesarios para realizar regresión, mínimos cuadrados y la estimación de desviación estándar. La asignatura Optimización también está conectada con la asignatura Matemática Numérica II, pues los métodos iterativos, sus criterios de parada y el análisis de convergencia de los métodos numéricos son elementos imprescindibles para la optimización de funciones. Además, la asignatura se relaciona con la otra llamada Modelos Matemáticos Aplicados, que permite a los estudiantes integrar todos los contenidos de la disciplina para resolver un problema de investigación asociado a la práctica social.

b) Análisis, explicación y fundamentación de las soluciones metodológicas:

Durante la clase el profesor debe ser ejemplo con su puntualidad, porte y aspecto. El local debe estar limpio, con buena iluminación y ventilación, sin objetos que puedan distraer al estudiante. Se controla la asistencia y puntualidad de los estudiantes, realizando trabajo educativo con los que lleguen tarde.

A continuación, se realiza un comentario que será la motivación de la clase, expresando que muchos de los problemas prácticos pueden analizarse como problemas de procesamiento de señales, por ejemplo, señales unidimensionales de electrocardiograma y electroencefalografía para eliminar ruido y mejorar la señal, procesamiento de imágenes para mejorar contraste y segmentar objetos, ajuste de datos mediante mínimos cuadrados, aprendizaje automático como método de extracción de características, así como el análisis de una serie temporal de datos, que es la aplicación que se usará en esta clase práctica.

Al ser un tema nuevo se realiza un recordatorio de conferencia anterior, donde se introdujo la transformada wavelet de Haar. Junto con esto, se realizan preguntas de control para tener retroalimentación de la conferencia pasada, donde se propicia el debate con los estudiantes, evaluando a aquellos que voluntariamente decidan responder, según la calidad de sus respuestas según una nota (2, 3,4 o 5).

Por lo anterior, se recuerdan las definiciones de función wavelet (que tiene relación con otras asignaturas del currículo como Análisis Matemático y Álgebra), función wavelet de Haar, transformada wavelet y de transformada wavelet de Haar. Además, se les pregunta a los estudiantes sobre el algoritmo numéricamente eficiente para computar la transformada wavelet de Haar y el por qué este algoritmo es eficiente.

De esta manera se sistematiza que una función wavelet es una pequeña onda cuya energía está concentrada en un intervalo de tiempo específico. A diferencia de las ondas sinusoidales que son periódicas y se extienden indefinidamente, las wavelets tienen una forma oscilante y limitada en el tiempo, lo que les permite capturar características transitorias y no estacionarias de las señales. Matemáticamente, se define como:

$$\psi_{a,b}\left(t\right) = \frac{1}{\sqrt{|a|}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

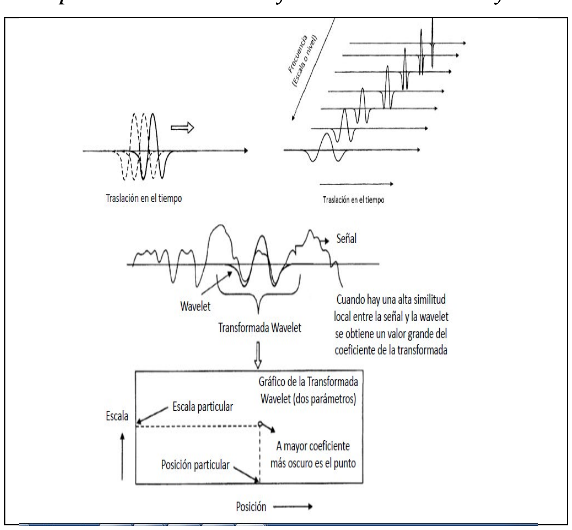
Donde b es la posición y a es la escala, que cumple: (1) $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)dt = 0$, y (2) $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt = 1$. Se recuerda que la transformada wavelet continua se define como:

$$W\left(a,b\right) = \int_t f\left(t\right)\frac{1}{\sqrt{|a|}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)dt$$

donde para cada (a,b) se tiene un coeficiente que representa cuán similares son la función wavelet $\psi_{(a,b)}(t)$ y la función o señal $f\left(\frac{b}{a}\right)$. Esta interpretación de los coeficientes se visualiza en la Figura 1.

Figura 1

Interpretación de los coeficientes de la transformada wavelet aplicada a una función o señal

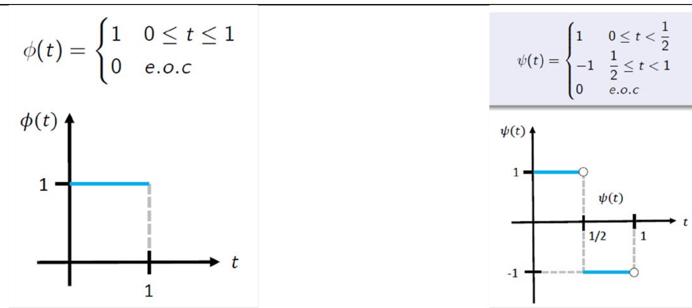


Luego de esta exposición se presenta el sumario de la clase práctica y sus objetivos, así como la bibliografía básica y complementaria para la profundización de los contenidos.

Posteriormente, se muestran las definiciones de función escala y wavelet de Haar, que se observan en la Figura 2, junto a su representación gráfica.

Figura 2

Interpretación de los coeficientes de la transformada wavelet aplicada a una función o señal



(a) Función de escala de Haar (b) Función wavelet de Haar

c) Intercambio con el auditorio:

Luego, se orienta el contenido y se ejecuta la tarea por parte de los estudiantes, aplicando los métodos mencionados y apoyándose en los medios necesarios. Se controla el progreso de los estudiantes y se realizan las aclaraciones que se consideren necesarias en cada momento.

Se desarrolla el siguiente ejercicio:

De los datos $R_2 : -4, 8, 14, -2, 12, -4, -8, 6$, se conoce que constituyen la representación de una función *f* en el nivel de resolución 2 de la base wavelet de Haar sin normalizar.

- Escriba *f* como combinación lineal de los elementos de la base wavelet de Haar, en el nivel 2 de resolución.
- Realice la transformada wavelet de Haar sin normalizar hasta el nivel mínimo de resolución R_0. ¿Qué información puede extraerse del primer y segundo coeficientes de la representación de *f* en este nivel de resolución?

Respuesta al ejercicio:

Se escriben los datos en la representación de primer nivel de resolución.

$$R_2 := (-4, 8, 14, -2, 12, -4, -8, 6)$$

$$\tilde{f} = -4{\varphi_0}^2 + 8{\varphi_1}^2 + 14{\varphi_2}^2 - 2{\varphi_3}^2 + 12{\varphi_4}^2 - 4{\varphi_5}^2 - 8{\varphi_6}^2 + 6{\varphi_7}^2$$

En el primer nivel de resolución, se calcula el promedio entre pares consecutivos: el primero con el segundo, el tercero con el cuarto, y así sucesivamente. Dado que la muestra contiene son $n = 8$ elementos, se obtienen $\frac{n}{2} = 4$ valores promediados. Adicionalmente, en este mismo nivel se generan otros 4 elementos, denominados coeficientes de detalle, que resultan de restar a cada primer elemento de un par su respectivo promedio (estos últimos se distinguen con una barra para facilitar su identificación):

$$R_1 : \frac{(-4+8)}{2} = 2, \frac{(14-2)}{2} = 6, \frac{(12-4)}{2} = 4, \frac{(-8+6)}{2} = -1 \Big| -4-2 = -6, 14-6 = 8, 12-4 = 8, -8-(-1) = -7$$

De esta forma queda en el nivel 1 de resolución el siguiente array de valores, junto a su representación como descomposición usando la función de escala y wavelet de Haar:

$$R_1 : 2, 6, 4, -1|-6, 8, 8, -7$$

$$\tilde{f} = 2{\varphi_0}^1 + 6{\varphi_1}^1 + 4{\varphi_2}^1 + -{\varphi_3}^1 + \left(6{\psi_0}^1 + 8{\psi_0}^1 + 8{\psi_0}^1 - 7{\psi_0}^1\right)$$

Para el nivel 0 se realiza la misma operación conservando los coeficientes de detalle del nivel anterior (se usa otra barra para diferenciar los nuevos de los antiguos):

$$R_0 : \frac{(2+6)}{2} = 4, \frac{(4-1)}{2} = 1.5 \Big| 4-2 = 2, 4-1.5 = 2.5 \Big| -6, 8, 8, -7$$

Luego, en el nivel 0 de resolución tenemos:

$$R_0 : 4, 1.5|2, 2.5|-6, 8, 8, -7$$

$$\tilde{f} = 4{\varphi_0}^0 + 1.5{\varphi_1}^0 + \left(2{\psi_0}^0 + 2.5{\psi_1}^0\right) + \left(6{\psi_0}^1 + 8{\psi_0}^1 + 8{\psi_0}^1 - 7{\psi_0}^1\right)$$

Los primeros y segundos coeficientes de esta representación significan el promedio de los promedios de los n elementos de la función tabulada tomados de la forma $\langle i, i+1\rangle, i = 0, 2, \cdots, n$.

Se recomienda a los estudiantes el siguiente video didáctico sobre el tema realizado en 2022 por el profesor Artem Kirsanov perteneciente a la universidad de Nueva York, Estados Unidos:

https://www.youtube.com/watch?v=jnxqHcObNK4

Como estudio independiente se orienta resolver los siguientes ejercicios:

1. Recupere la información del ejercicio propuesto hasta el nivel máximo de resolución.
2. Investigue las funciones de Python que implementan el algoritmo de la transformada wavelet discreta de Haar, en particular, el paquete PyWavelets (Lee *et al.*, 2019). Comprueba con estas los resultados obtenidos en el ejercicio de la clase de hoy.

Finalmente, se motiva el contenido a trabajar en la conferencia siguiente (Análisis multiresolución. Propiedades):

- ¿Cómo podría generalizarse este algoritmo para cualquier base wavelet?
- ¿Qué ventajas y desventajas se tienen cuando se utiliza la base de Fourier y la base wavelet de Haar?
- ¿Cuál es el costo computacional de la transformada rápida de Fourier y la transformada wavelet rápida?

Conclusiones de la CMI

Se identifican los elementos esenciales del contenido abordado, la importancia que tiene la representación wavelet para modificar los coeficientes en pos de eliminar ruido en la señal (por ejemplo, anulando ciertos coeficientes) y la interpretación de los coeficientes de detalle para obtener información relevante de una función o señal.

Se destaca que la transformada wavelet de Haar permite descomponer señales en componentes que representan diferentes escalas y frecuencias. Esto es especialmente útil para señales no estacionarias, ya que proporciona un análisis simultáneo en los dominios del tiempo y la frecuencia, lo que facilita la identificación de características relevantes y patrones ocultos en los datos (Cortés Osorio *et al.*, 2008). Además, su capacidad para realizar filtrado y atenuación de ruido mejora significativamente la claridad de las señales.

En el ámbito del procesamiento de imágenes, la transformada wavelet de Haar se utiliza para la compresión y el filtrado. Por ejemplo, es la base del estándar JPEG 2000, que ofrece una compresión eficiente sin comprometer la calidad visual (Mallat, 2009). La transformada permite representar una imagen como una combinación de coeficientes wavelet, donde se pueden conservar los coeficientes más significativos y descartar los menos importantes, logrando así una representación compacta (Flandrin, 2018).

En el contexto del aprendizaje automático, la transformada wavelet ayuda a extraer características relevantes de los datos (Gonzalez & Woods, 2018). Esto resulta crucial para mejorar el rendimiento de algoritmos en tareas como el reconocimiento de patrones o la clasificación. Por ejemplo, en el reconocimiento de escritura a mano, puede resaltar características distintivas que mejoran la precisión del modelo (Rice *et al.*, 1999). La adaptabilidad de las wavelets permite ajustarlas a las necesidades específicas del problema a resolver.

La transformada wavelet es particularmente efectiva en el análisis de series temporales, donde se busca descubrir patrones y tendencias que pueden ser difíciles de identificar con métodos tradicionales (Wu, 2020). Su capacidad para manejar datos no estacionarios permite descomponer series temporales en componentes a distintas escalas, proporcionando un análisis detallado que revela fluctuaciones y comportamientos subyacentes (Addison, 2017). Esto es especialmente valioso en campos como la economía o la meteorología, donde los datos pueden cambiar rápidamente.

De esta forma, se logró instruir a los docentes en cómo utilizar alternativas metodológicas para desarrollar la actividad docente sobre la aproximación de funciones mediante la transformada wavelet discreta de Haar, para promover un aprendizaje significativo de los estudiantes de la carrera Ciencia de la Computación.

CONCLUSIONES

Para lograr el cumplimiento del principio de la unidad de lo instructivo, lo educativo y lo desarrollador en el proceso de educación de la personalidad, la enseñanza debe ser desarrolladora. El trabajo educativo debe estar inmerso en la forma de organizar las actividades.

Con esta clase metodológica instructiva pretendemos instruir a los docentes para el desarrollo de una clase práctica en el cálculo eficiente de la transformada wavelet discreta de Haar, para promover un aprendizaje significativo de los futuros graduados en Ciencia de la Computación.

El tratamiento metodológico expuesto tuvo en cuenta la naturaleza del contenido y las relaciones que deben existir entre las temáticas, la asignatura y la disciplina de la carrera donde se imparte. Además, favorece el aprendizaje desarrollador, permitiendo el desarrollo personal y profesional del estudiante y contribuyendo a ampliar el espectro científico metodológico de los docentes.

Dado lo anterior, se realizó un resumen de los contenidos abordados en la conferencia y se realizó una dinámica de grupo con los conocimientos adquiridos, lo que permitió evaluar el aprendizaje. Luego, se resolvió un ejercicio típico de la temática, donde se compararon varios enfoques para el cálculo eficiente de la transformada wavelet discreta de Haar, así como orientaciones al trabajo independiente.

Creemos que la clase metodológica instructiva elaborada puede servir de ejemplo a otros colegas para la preparación a exámenes de cambio de categorías docente, así como en su labor en la asignatura Matemática Numérica II (o similares) en otras universidades cubanas y del extranjero.

ACLARATORIAS

El autor no tiene conflicto de interés que declarar. El artículo ha sido financiado con recursos propios del autor.

REFERENCIAS

Addine, F., Recarey, S., Fuxá, M., & Fernández, S. (2020). *Didáctica: teoría y práctica*. Editorial Pueblo y Educación.

Addison, P. (2017). *The Illustrated Wavelet Transform Handbook: Introductory Theory and Applications in Science, Engineering, Medicine and Finance (2.ª ed.)*. CRC Press. https://www.routledge.com/The-Illustrated-Wavelet-Transform-Handbook-Introductory-Theory-and-Applications/Addison/p/book/9780367574000

Alonso Berenguer, I., Gorina Sánchez, A., & Iglesias Domecq, N. (2020). ¿Cómo estructurar y desarrollar una clase metodológica instructiva? *Revista Roca*, *16*(1), 198-212.

Chaviano Herrera, O., Baldomir Mesa, T., Coca Meneses, O., & Gutiérrez Maydata, A. (2016). La evaluación del aprendizaje: nuevas tendencias y retos para el profesor. *Edumecentro*, *8*(4), 191-205.

Cortés Osorio, J. A., Cano Garzón, H. B., & Chaves Osorio, J. A. (2008). Aplicación de la wavelet Haar para reconstruir la función *f(t)=t* sobre el intervalo [-3,3] en diferentes grados de resolución. *Scientia et Technica*, *1*(38), 71-76.

Figueroa Mora, K. M., Hoyos Rivera, G. de J., Martínez Villaseñor, M. de L., & Morales Gamboa, R. (2023). La importancia del pensamiento computacional en la era digital. En J. Carreño, K. Figueroa, M. González, & M. Castellanos (Eds.), *Pensamiento Computacional en Iberoamérica. Vol. 3* (pp. 34-55). Academia Mexicana de Computación. https://amexcomp.mx/media/publicaciones/pensamiento-computacional-version-final-portada-reduced.pdf#page=34

Flandrin, P. (2018). *Explorations in Time-Frequency Analysis*. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/9781108363181

Frazier, M. W. (1999). *An Introduction to Wavelets Through Linear Algebra*. Springer-Verlag. https://doi.org/10.1007/b97841

García González, M. C., Varela de Moya, H. S., & Espíndola Artola, A. (2019). Las formas del trabajo docente metodológico en el contexto actual de la educación superior. *Revista Humanidades Médicas*, *19*(3), 607-636.

Garrigó Andreu, L. M., & Delgado Fernández, M. (2019). La universidad cubana al horizonte del año 2021. *Revista Cubana de Educación Superior*, *38*(1), 1-19 http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0257-43142019000100022&lng=es&tlng=es

Gonzalez, R. C., & Woods, R. E. (2018). *Digital Image Processing (4.ª ed.)*. Pearson. https://elibrary.pearson.de/book/99.150005/9781292223070

Guerrero Seide, E. (2018). Análisis lógico semántico del contenido de las clases metodológicas instructivas. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, *9*(3), 129-144.

Hernández-Sampieri, R., & Mendoza Torres, C. P. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw-Hill Interamericana Editores, S. A.

Hunter, J. D. (2007). Matplotlib: A 2D Graphics Environment. *Computing in Science & Engineering*, *9*(3), 90-95. https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1109/MCSE.2007.55

Lee, G., Gommers, R., Waselewski, F., Wohlfahrt, K., & O'Leary, A. (2019). PyWavelets: A Python package for wavelet analysis. *Journal of Open Source Software*, *4*(36), 1-2. https://doi.org/10.21105/joss.01237

León Castillo, Y., Reiné Herrera, Y., & Charbonell Martel, M. E. (2019). Una mirada a la formación de profesionales universitarios que demanda el siglo XXI en Cuba. *Revista Cubana de Educación Superior*, *38*(1), 1-13.

León Díaz, O., Pierra Conde, A., García Cuevas, J. L., & Fernández Gonzáles, A. (2021). La educación superior cubana en el escenario actual del sistema de Ciencia, Tecnología e Innovación. *Revista Universidad y Sociedad*, *13*(1), 371-381.

Machado Díaz, B., Rondón Céspedes, L. M., Villavivencio Gallego, S., Limas Pérez, Y., Turiño Sarduy, S., & Nóbrega Pérez, N. (2023). Manual sobre la estructura y desarrollo de la clase metodológica instructiva. *EDUMECENTRO*, *15*(1), 1-15. https://revedumecentro.sld.cu/index.php/edumc/article/view/e2629

Mallat, S. G. (2009). *A Wavelet Tour of Signal Processing: The sparse Way (3.ª ed.)*. Academic Press. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-374370-1.X0001-8

Méndez Pupo, A. R., & García Vázquez, O. (2018). El problema conceptual metodológico y el docente metodológico. Aproximación a sus rasgos distintivos. *Roca: Revista Científico-Educacional de La Provincia de Granma*, *14*(3), 133-142.

Ministerio de Educación Superior [MES]. (2022). *Resolución 47: Reglamento Trabajo Docente y Metodológico*. MES.

Pozas Prieto, W. J., López Fernández, J., & Santacana Palencia, T. A. (2018). Análisis histórico de los procesos de categorías docentes en la Universidad de Ciencias Pedagógicas José Martí. *Revista Cubana de Educación Superior*, *37*(1), 148-161.

Sarguera, R. B., & Rebustillo, M. R. (2022). Estructura sistémica de las ciencias: Una propuesta metodológica urgida. *Revista Mapa*, *6*(26), 1-19. https://www.revistamapa.org/index.php/es/article/view/309

Universidad de La Habana [UH]. (2008). *Plan de Estudio "D", Carrera Ciencia de la Computación*. UH.

Universidad de La Habana [UH]. (2017). *Plan de Estudio "E", Carrera Ciencia de la Computación*. UH.

Valdivia Pérez, A., Torres Nodarse, M. I., Manso Rojas, V., González Meneses, L., & Gonzáles Pérez, R. (2007). La clase metodológica instructiva como forma de trabajo metodológico. *Gaceta Médica Espirituana*, *9*(2), 1-6. https://revgmespirituana.sld.cu/index.php/gme/article/view/1503

Wu, H. T. (2020). Current state of nonlinear-type time-frequency analysis and applications to high-frequency biomedical signals. En M. Barberis (Ed.), *Current Opinions in Systems Biology (Vol. 23)*, (pp. 8-21). https://doi.org/10.1016/j.coisb.2020.07.013

Cómo citar este artículo:

Valdés Santiago, D. (2025). Clase metodológica instructiva para el cálculo eficiente de la transformada wavelet discreta de Haar. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)*, *5*(1), e202509. https://doi.org/10.54541/reviem.v5i1.135