

## **Análisis de un dispositivo didáctico propuesto por estudiantes para profesor de matemáticas**

Ana Rosa Corica, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas; Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología, Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. (Argentina)

María Rita Otero, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas; Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología, Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. (Argentina)

Recibido el 23 de octubre de 2015; Aceptado el 29 de diciembre de 2016

---

### **Análisis de un dispositivo didáctico propuesto por estudiantes para profesor de matemáticas**

*En este trabajo discutimos resultados del análisis de un dispositivo didáctico, propuesto por estudiantes para profesor de matemáticas, que vivieron parte de su formación didáctica en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. El dispositivo fue diseñado a fin de conservar características de la pedagogía que involucra una enseñanza por Recorrido de Estudio e Investigación. Los estudiantes formulan una cuestión generatriz adecuada para realizar una enseñanza basada en el paradigma de la investigación, sin embargo, tienen dificultades para explorar y ampliar la pregunta, y la reducen en sus alcances y generatividad. Inferimos que las condiciones y restricciones que afectan la gestión de la enseñanza de matemáticas en la escuela secundaria hacen que la atención de estudiantes para profesor se ubique en determinar las praxeologías matemáticas y tareas a estudiar del diseño curricular.*

**Palabras clave.** Formación de profesores de matemática, Teoría Antropológica de lo Didáctico, dispositivo didáctico, Recorrido de Estudio e Investigación.

### **Análise de um dispositivo didático proposto por professores-alunos em matemáticas**

#### **Resumo**

*Neste trabalho discutimos resultados da análise de um dispositivo didático, pedidos em casamento por estudantes para professor em matemáticas que ele foi formado na Teoria Antropológica da coisa Didática. O dispositivo foi projetado com o propósito que conserva característica da pedagogia que envolve um ensino para Viagem de Estudo e Investigação. Os estudantes formulam uma pergunta geratriz apropriado levar a cabo um ensino baseado no paradigma da investigação, porém, eles têm dificuldades para explorar e aumentar a pergunta e eles reduzem isto nos alcances e generatividad. Nós deduzimos que as condições e restrições que afetam a administração das matemáticas que ensinam na escola secundária fazem que a atenção dos estudantes para professor fica situada determinando que praxeologías matemáticas e o que atarefa para estudar do desígnio curricular.*

**Palavras chave.** Formação de professores em matemática, Teoria Antropológica do Didático, dispositivo didático, Percurso de Estudo e Investigação.

Para citar: Corica, A. R. y Otero, M. R. (2017). Análisis de un dispositivo didáctico propuesto por estudiantes para profesor de matemáticas. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 12, 79-95.

### **Analysis of a didactic device proposed by pre-service mathematics teachers**

#### **Abstract**

*In this paper, we discuss results of a didactic device proposed by pre-service mathematics teachers who were trained in the Anthropological Theory of Didactics. The device was designed in order to keep features of the pedagogy involving Research and Study Paths. Students formulate an appropriate question for generating teaching based on the research paradigm. However, they have difficulties to explore and expand the question, reducing its scope and generativity. We infer that the conditions and restrictions on the management of mathematics teaching in high school recommend locating the attention of pre-service teachers into the study of praxeologies and tasks in the curriculum design.*

**Key words.** Mathematics teacher education, Anthropological Theory of Didactics, didactic device, Research and Study Path.

### **Analyse d'un dispositif didactique proposé par les futures enseignantes des mathématiques**

#### **Résumé**

*À ce travail nous discutons des résultats de l'analyse d'un dispositif didactique, proposé par des étudiants pour le professeur des mathématiques qu'ils ont été formés dans la Théorie Anthropologique du Didactique. Le dispositif a été dessiné par le propos qui conserve les propres caractéristiques de la pédagogie qui implique un enseignement par le Parcours d'Étude et de Recherche. Les étudiants formulent une question une génératrice appropriée pour réaliser un enseignement basé sur le paradigme de la recherche, cependant, ont les difficultés d'explorer et d'agrandir la question, et la réduisent de ses portées et generatividad. Nous déduisons que les conditions et les restrictions qui affectent la gestion de l'enseignement des mathématiques dans l'école secondaire actuelle font que l'attention des étudiants pour professeur se trouve dans décider quels praxeologies mathématiques et quelles tâches d'étudier du dessin curricular.*

**Paroles clés.** Formation de professeurs des mathématiques, Théorie Anthropologique du Didactique, dispositif didactique, Parcours d'Étude et de Recherche.

## **1. Introducción**

La formación de profesoras de matemática constituye una de las líneas actuales de investigación en didáctica de la matemática. A partir de la adopción de diversos marcos teóricos, los investigadores han procurado abordar la problemática de la formación de profesoras de matemática, estudiando sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la materia, la formación de la profesión docente y las prácticas de estos profesoras (Artaud, Cirade & Jullien, 2011; Azcárate, 2004; Ball, Thames & Phelps, 2008; Climent, Romero, Carrillo, Muñoz-Catalán & Contreras, 2013; Da Ponte, Quaresma & Branco, 2012; Llinares, Valls & Roig, 2008; Oliveira & Batista, 2013; Parada & Pluvillage, 2014; Ruiz, Sierra, Bosch & Gascón, 2014).

Según Llinares (2008) en la formación del profesor de matemática es central el desarrollo de conocimiento en los estudiantes para profesor, con el propósito de enseñar matemáticas, y aprender a utilizar y construir conocimiento a partir de la reflexión sobre la enseñanza. Chevallard y Cirade (2009) indican que la formación del profesor de matemática requiere de un equipamiento praxeológico, cuya construcción y desarrollo es responsabilidad de la comunidad de investigadores en didáctica de la matemática en colaboración con la profesión docente. En este sentido, diseñamos y comenzamos a experimentar un curso para estudiantes para profesor en matemática (Corica & Otero, 2016a, 2016b, 2016c). El objetivo del curso es que los alumnos del profesorado adopten

un modelo didáctico no tradicional, basado en la investigación y en la vinculación de la matemática con otras disciplinas. En este trabajo presentamos resultados del análisis de un dispositivo didáctico diseñado por dos estudiantes para profesor en matemática (EPM) a fin de analizar aspectos del paradigma de investigación que adoptan al proyectar una enseñanza para la escuela secundaria.

## **2. Características del curso para la formación didáctico-matemática de EPM**

El curso que diseñamos para la formación didáctico-matemática de EPM se compone de tres etapas. En la primera se propone el estudio de dos situaciones que se gestionan de manera simultánea. Se trata de involucrar a los EPM en experiencias que los aproximen al paradigma de investigación en todo su proceso formativo didáctico-matemático. Una situación consiste en que los EPM estudien un dispositivo didáctico basado en el paradigma de la investigación y del cuestionamiento del mundo (Parra, Otero & Fanaro, 2013a, 2013b). La otra situación consiste en abordar una cuestión generatriz vinculada con una problemática fundamental de la profesión de profesor: cómo enseñar el saber matemático. Esto requiere formular preguntas según los intereses y necesidades del grupo. La elaboración de respuestas se realiza a partir de recursos proporcionados por los EPM y el profesor del curso. Este último aporta bibliografía sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y sus desarrollos en correspondencia con el diseño curricular del curso. Aquí se procura que los EPM vivan en primera persona el estudio de la TAD involucrados en una enseñanza basada en los principios de la pedagogía de la investigación y del cuestionamiento del mundo. Esto da lugar a gestionar una actividad en la que surgen preguntas no previstas, provocando que el estudio tome varias direcciones. Analizar con mayor o menor profundidad estas preguntas se vincula al interés del grupo. A lo largo de la propuesta logramos incorporar gérmenes de la pedagogía indicada. Los EPM logran ante una pregunta, generar otras en lugar de respuestas, y que el producto del estudio sea compartido y defendido conjuntamente. Sin embargo, es difícil contener la búsqueda de respuestas inmediatas y acabadas, cuando el producto relativamente final del estudio se obtiene tras dos meses de inicio del curso (Corica y Otero, 2016b). Una cuestión propuesta por los EPM se refiere a caracterizar diferentes dispositivos didácticos según distintos enfoques en didáctica de la matemática. Esto deriva en la segunda etapa del curso.

La segunda etapa consistió en el diseño de dispositivos didácticos por los EPM, en función de la formación didáctica y matemática que experimentaron. Para el desarrollo profesional, se considera la selección, análisis y evaluación de dispositivos didácticos que contemplen gestos de la pedagogía de la investigación, para ser desarrollados en las condiciones actuales de las instituciones escolares. Parte del desarrollo profesional de los EPM tendrá lugar en instituciones donde los alumnos son expuestos al estudio de disciplinas disgregadas, cuyos contenidos vienen dados por un diseño curricular que determina las nociones a estudiar en cada año escolar. Esto constituye una condición que impide realizar una genuina enseñanza por Recorrido de Estudio e Investigación (REI). Aquí reportamos resultados correspondientes a esta segunda etapa del curso.

La tercera etapa consistió en que los EPM reformulen sus propuestas en relación a las condiciones y restricciones de la escuela actual, conociendo las características de un curso real de la escuela secundaria. Aquí los EPM tienen el primer encuentro con la institución en posición de profesores. En primera instancia, los EPM conocen las características del curso participando como ayudantes en un periodo de al menos dos meses. Luego, los EPM tienen la posibilidad de experimentar la implementación de sus

dispositivos didácticos. Finalmente, se propone que los EPM, reformulen sus propuestas en función de la experiencia vivida, para realizar futuras implementaciones.

### **3. Marco teórico**

En este trabajo se adopta como referencial a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1999, 2007, 2012, 2013). Siguiendo las líneas de investigación que propone la teoría, se plantea la necesidad de introducir en los sistemas de enseñanza procesos de estudio funcionales, donde los saberes no constituyan monumentos que el profesor enseña a los alumnos, sino herramientas materiales y conceptuales, útiles para estudiar y resolver situaciones problemáticas. Los REI son dispositivos que permitirían enfrentar el proceso de monumentalización del saber y hacer vivir, lo que Chevallard denomina la pedagogía de la investigación en clase de matemáticas. Para dicha pedagogía se requiere un conjunto de gestos didácticos, que implican modificaciones radicales de la enseñanza tradicional (Chevallard, 2012).

La pedagogía de los REI cuestiona elementos del contrato escolar tradicional: el profesor como templo del saber, único garante de la validez de las respuestas y gestor del tiempo didáctico, y el carácter individual del aprendizaje. Estos elementos quedan sustituidos por el modelo de un proceso de estudio colectivo, dirigido por un profesor que comparte la responsabilidad de la gestión de los momentos didácticos (Chevallard, 1999). El objetivo del estudio viene definido como conjunto de cuestiones  $Q$  a las que el grupo se propone aportar una respuesta  $R$ . El punto de partida de un REI es una cuestión generatriz  $Q$  viva para el grupo y cuya respuesta no es directamente accesible. Esta respuesta debe constituir una aportación significativa, en el sentido de ampliar el universo praxeológico de los estudiantes. Así, se movilizan los recursos, medios, saberes y respuestas disponibles que sean necesarios con tal de construir  $R$ . Se acaba generalmente incluyendo praxeologías por lo menos locales, integrando elementos praxeológicos que pueden ir más allá del nivel regional e incluso disciplinario.

La implementación de una enseñanza por REI modifica la relación entre profesor, alumnos y saber. Esto implica cambios en los tiempos didácticos (cronogénesis), la forma en que se organiza el estudio (mesogénesis) y el lugar de los actores del sistema didáctico en clase (topogénesis). La gestión de una enseñanza por REI requiere ejecutar gestos didácticos, propios del estudio y la investigación, denominados dialécticas (Chevallard, 2013): la dialéctica del estudio y la investigación, del paracaidista y el trufador, de entrar y salir del tema, de las cajas negras y cajas claras, de la lectura y escritura, de los media y los medios, de la difusión y recepción de respuestas, del individuo y el colectivo, del análisis y la síntesis. Siguen tres dialécticas que surgen en los datos que analizamos y que consideramos esenciales en un REI:

- La dialéctica del estudio y la investigación. Una investigación supone la combinación del estudio de preguntas y respuestas.
- La dialéctica de los media y los medios. La elaboración de las sucesivas respuestas provisionales requiere de respuestas preestablecidas, accesibles a través de medios de comunicación y difusión: los media (libros, artículos de investigación, apuntes de clase). Estas respuestas son producto de conjeturas y deben ponerse a prueba, resultando ser transformadas e incorporadas al medio.
- La dialéctica del individuo y el colectivo. Los estudiantes con su director de estudio acuerdan las tareas y negocian las responsabilidades de cada uno.

Una enseñanza por REI supone el estudio de preguntas acordadas por todos los integrantes de la comunidad de estudio. Se reparten responsabilidades y asignan tareas individuales, para luego retomar el proceso grupal de elaboración de una respuesta. Las obras encontradas o reencontradas para elaborar la respuesta, serán estudiadas para establecer su pertinencia. Así, surgirán nuevas preguntas que la comunidad de estudio decidirá cuándo y cómo responder. La responsabilidad del estudio recae en la comunidad productora, que sostiene y valida las respuestas que genera colectivamente.

#### 4. Metodología

Nuestra investigación es cualitativa, exploratoria y descriptiva (Hernández, Fernández & Baptista, 2010). Se trata de un estudio de caso clínico, metodología propia de la TAD. Procuramos conocer cuáles son las características esenciales de un dispositivo didáctico propuesto por dos EPM de Matemática. El estudio se desarrolló con estudiantes de tercer año de una carrera de profesor en matemática de una Universidad Nacional Argentina. El curso estaba compuesto por 12 EPM, de entre 20 y 28 años. El plan de estudio del profesorado se compone de 25 cursos. En 14 de ellos se estudia matemática pura y los 11 restantes son de formación pedagógica. Se trata de estudiantes que carecen de experiencia docente, que conocen la escuela secundaria por su experiencia como alumnos y por lo estudiado en su proceso formativo. Algunas de estas características restringirán su actividad docente, porque les impondrán condiciones que no pueden modificar: tales como el lugar de la disciplina matemática en el currículo, y la inflexibilidad con la que se adopta este en las instituciones.

El desarrollo de la primera y segunda etapa del dispositivo didáctico para la formación de EPM duró 4 meses, con dos encuentros semanales (uno de 3 horas y otro de 4). Durante las sesiones que se propusieron en el curso, los EPM formaron los mismos grupos de trabajo de 2 o 3 integrantes. En un encuentro, los EPM estudiaron un REI codisciplinar (Parra, Otero & Fanaro, 2013a, 2013b). Esto generó un tipo de actividad a la que los EPM nunca estuvieron expuestos y que se pretende que aproximen en la gestión de sus prácticas. En otro encuentro, se propuso analizar la cuestión *¿Cómo diseñar e implementar dispositivos didácticos para el estudio de la matemática?* En esta tarea se procuró que los EPM formularan pares de preguntas y respuestas relacionadas con la profesión de profesor de Matemática. Esto tuvo lugar durante 7 sesiones. El medio gestado contiene preguntas centradas en caracterizar los atributos de los actores del sistema didáctico (Alumno y Profesor) y la manera de difundir el saber. En general, se trata de preguntas genéricas sobre la profesión, que son formuladas con independencia de las nociones de enseñanza.

Un aspecto indagado por los EPM fue el diseño de dispositivos didácticos a partir de diferentes enfoques en didáctica de la Matemática. En esta caracterización los EPM profundizaron en la descripción de REI y Actividades de Estudio e Investigación. Así, se inició un estudio en cada grupo que tuvo lugar durante 5 sesiones, donde buscaron y analizaron distintas investigaciones que involucran una enseñanza por REI (Barquero, Bosch & Gascón, 2011; Fonseca, 2011; Llanos & Otero, 2012; Serrano, Bosch & Gascón, 2007). Luego cada grupo diseñó dispositivos didácticos, que a su entender eran propios del paradigma de la investigación. Esto se desarrolló en función de las necesidades de cada grupo, quienes en esta etapa fueron los que propusieron los media para el estudio. En general, en las propuestas encontramos la explicitación de una cuestión generatriz inicial y sus derivadas, junto a algunas indicaciones de su posible gestión en el aula. Las cuestiones iniciales formuladas por cada grupo son las

siguientes: [Grupo 1] *¿Cómo analizar el crecimiento demográfico?*, [Grupo 2] *Existen diversas maneras para trasladarse desde la casa de cada uno de ustedes al colegio, ¿Cuál consideran que es la más conveniente?*, [Grupo 3] *¿Cómo describir el movimiento de un péndulo simple?*, [Grupo 4] *¿Cómo se puede describir la trayectoria de una pelota?*, [Grupo 5] *¿Qué comportamiento tiene el crecimiento bacteriano?*

Las propuestas del Grupo 1 y 5 se refieren a describir dinámicas de poblaciones (ver una en Corica & Otero, 2016a). Mientras que los Grupos 3 y 4 centran su estudio en la descripción del movimiento de cuerpos. En este artículo describimos la propuesta del Grupo 2. Involucra una situación en la que la respuesta a la cuestión no se encuentra inscripta completamente en textos. Es una cuestión cuyo estudio podría engendrar una enseñanza que evidencie gestos propios de la pedagogía de la investigación. Los EPM del Grupo 2 propusieron un dispositivo didáctico estructurado en 4 sesiones. Esta formalización se contrapone a la atemporalidad que requiere una enseñanza por REI. El estudio no puede ser restringido de forma estricta a un espacio temporal, pues se encuentra vinculado al medio gestado por el grupo.

Pasamos a profundizar en la descripción del dispositivo didáctico propuesto por el Grupo 2. Para el análisis tomamos como punto de partida la hipótesis de la TAD, según la cual toda actividad humana regularmente realizada puede describirse en términos de praxeologías. Así, consideramos el conjunto de preguntas de la propuesta de los EPM y las clasificamos según el género de tarea al que remite su estudio. Una segunda categorización consiste en identificar los tipos de tareas ( $T_i$ ) que requiere el estudio de cada pregunta y que componen los géneros de tarea.

## 5. Análisis del dispositivo didáctico diseñado por EPM

La arborescencia de preguntas propuestas por el Grupo 2 es la siguiente:

$Q_0$ : *Existen diversas maneras de trasladarse desde la casa de cada uno de ustedes al colegio, ¿cuál consideran que es la más conveniente?*

$Q_{01}$ : *¿Qué opciones tengo para trasladarme?*

$Q_{02}$ : *¿Qué distancia separa al colegio de mi casa?*

$Q_{03}$ : *¿Cuánto tiempo tardo en llegar?*

$Q_1$ : *Considerando que se mueven en condiciones ideales (esto es, sin tener en cuenta los semáforos, el frenado en algunas esquinas, la aceleración, etc.) ¿cómo determinar exactamente a qué distancia viven y cuánto tiempo necesitan para llegar al colegio con puntualidad?*

$Q_{11}$ : *¿Qué es la velocidad?*

$Q_{111}$ : *¿Cómo se calcula?*

$Q_{112}$ : *¿Qué significa que tenga carácter vectorial?*

$Q_{1121}$ : *¿Qué significan dirección y módulo?*

$Q_{113}$ : *¿Existe un solo tipo de velocidad?*

$Q_{1131}$ : *¿Qué tipo de velocidad involucra este problema?*

$Q_{12}$ : *¿Cómo determinar la velocidad si se tiene como dato la distancia recorrida pero no el tiempo?*

$Q_{13}$ : *¿Qué significa que un movimiento sea rectilíneo?*

$Q_{131}$ : *¿Y uniforme?*

$Q_{1311}$ : ¿Qué significa que la velocidad sea constante?

$Q_{14}$ : ¿Qué representa cada variable y los parámetros de la ecuación del MRU?

$Q_{15}$ : ¿Qué es un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)?

$Q_{151}$ : ¿Qué es la aceleración?

$Q_{152}$ : ¿Qué diferencia al MRU del MRUV?

$Q_2$ : Con los datos y suponiendo que sólo se cuenta con remis y taxi, ¿qué medio de transporte es más redituable y a partir de qué distancia recorrida conviene utilizar uno antes que el otro?

Medio de transporte	Costo bajada de bandera	Costo adicional cada 100m
Taxi	\$6,50	\$0,55
Remis	\$8,50	\$0,35

$Q_{21}$ : Sabiendo a qué distancia está mi casa del colegio, ¿cuánto gasto si voy en remis?

$Q_{211}$ : ¿Cuánto gasto si voy en taxi?

$Q_3$ : ¿Qué medio de transporte conviene utilizar y a partir de qué distancia si se produce un cambio en las tarifas de modo tal que la bajada de bandera del taxi aumenta un 30%, la del remis un 50% y el costo adicional por cuadra del remis un 20%?

$Q_4$ : Proponer situaciones que requieran, para su resolución, sistemas de ecuaciones lineales. ¿En cuáles convendría usar cada uno de los métodos estudiados y por qué?

Identificamos dos preguntas fundamentales:  $Q_0$ , cuyo estudio se centra en explorar una situación real que deben afrontar diariamente los estudiantes, y  $Q_1$ , cuyo estudio deriva en preguntas sobre el estudio de nociones de cinemática. Se modeliza la situación real para su análisis ideal. Destaca la arborescencia de preguntas que se gesta a partir del estudio de la situación ideal ( $Q_1$ ) en relación a la real ( $Q_0$ ). Encontrar respuestas pre-establecidas en textos simplificó el estudio de los EPM a  $Q_1$ . No se permitieron ingresar en zonas donde las respuestas no se encuentran inscriptas, tales como preguntas que nacen del interés y necesidad de la experiencia en el mundo real.

Pasamos a ampliar la descripción de los pares de preguntas y respuestas propuestos por los EPM. En primer lugar, clasificamos el conjunto de preguntas que propusieron los EPM según el género de tarea al que remite su estudio. De esta manera, identificamos preguntas que se vinculan con tres géneros:  $G_1$  : *Calcular*, se refiere a tareas que implican llevar a cabo ciertos procedimientos, basados en reglas que son tomadas como verdaderas, para obtener un resultado que nos permita predecir algunos acontecimientos.  $G_2$  : *Definir*, que conglomerata tareas que implican elaborar un glosario de nociones físicas.  $G_3$  : *Analizar*, reúne tipo de tareas que se refieren a modelizar distintas situaciones. Una segunda clasificación consistió en identificar los tipos de tareas ( $T_i$ ) que requiere el estudio de cada pregunta y que componen los géneros de tareas. De esta manera identificamos 3 tipos de tareas con el Género  $G_1$  : *Calcular*, un tipo de tareas se identifica con el género  $G_2$  : *Caracterizar*, y finalmente otro se identifica con el género  $G_3$  : *Analizar*. Esta propuesta pone de manifiesto la relevancia que le otorgan los EPM al estudio de cuestiones vinculadas con el género de tareas calcular. Estas tareas se vinculan con calcular, y hacer operativas las nociones que se gestan en el estudio de las cuestiones conglomeradas en el género *Definir*. A continuación realizamos la descripción de cada tipo de tareas que identificamos.

$T_0$ : Calcular distancia y tiempo para trasladarse de un punto a otro de una ciudad

$Q_0$ : Existen diversas maneras de trasladarse desde la casa de cada uno de ustedes al colegio, ¿cuál consideran que es la más conveniente?

$Q_{01}$ : ¿Qué opciones tengo para trasladarme?

$Q_{02}$ : ¿Qué distancia separa al colegio de mi casa?

$Q_{03}$ : ¿Cuánto tiempo tardo en llegar?

$Q_1$ : Considerando que se mueven en condiciones ideales (esto es, sin tener en cuenta los semáforos, el frenado en algunas esquinas, la aceleración, etc.) ¿cómo determinar exactamente a qué distancia viven y cuánto tiempo necesitan para llegar al colegio con puntualidad?

La cuestión  $Q_0$  resulta problemática ya que su estudio engendra la formulación de otras cuestiones y conduce a recorrer diversas praxeologías. En lugar de dar respuesta directa a esta pregunta, los EPM respondieron a  $Q_{01}$ ,  $Q_{02}$  y  $Q_{03}$ . Para  $Q_{02}$  indicaron:

*Se responde inmediatamente, los alumnos saben a cuántas cuadras viven del colegio.*

Inferimos que para los EPM  $Q_{02}$  resulta ser una cuestión en sentido débil, pues los estudiantes responderían inmediatamente. Sin embargo, la pregunta puede tornarse problemática para el grupo de estudiantes al que se podría destinar el dispositivo didáctico. Calcular la distancia entre dos puntos de una ciudad requiere recorrer organizaciones matemáticas de la geometría no euclideana, en particular de la Geometría Taxi, perteneciente a una familia de espacios métricos creados por el matemático Minkowski. Se trata de una geometría no euclidiana aplicada en una malla cuadrículada, en la que las intersecciones de las líneas horizontales con las verticales corresponden a las calles de una *ciudad ideal*. Durante la etapa escolar y de formación de los EPM la única geometría que se propone estudiar es la euclidiana. Esta permite moldear la realidad a través de puntos, rectas, figuras, etc. Pero hay otras geometrías que, a pesar de su relevancia histórica y su presencia en nuestra vida, no forman parte de la formación escolar de los ciudadanos (Barraza & Reyes, 2012; Comini, 2010).

En el dispositivo didáctico elaborado por los EPM, se supone que los alumnos particularizarán su medio de estudio para calcular la distancia desde su vivienda a la escuela. Los EPM proponen una situación posible de estudio en la que se procura calcular la distancia entre dos puntos dentro del radio céntrico de la ciudad de Tandil.

*Si se toma el Colegio San José de Tandil (Dirección del Establecimiento: Maipú n°450 (entre Chacabuco y Fuerte Independencia) y la casa particular del alumno ubicada en la calle San Martín n°1250 (entre Alsina y Gral. Roca), la distancia que separará uno del otro será de 11 cuadras*



Figura 1. Propuesta de tarea

Como se ve en la Figura 1, la ciudad de Tandil tiene un radio céntrico ortogonal. Sus calles forman una cuadrícula regular: siguen dos direcciones perpendiculares y en cada una de las calles son paralelas a distancia constante. En el estudio de este ejemplo, los EPM indicaron que la distancia de la casa del hipotético estudiante a la escuela es de 11 cuadras, empleando la técnica de contar las cuadras sobre el mapa. Si se pretende contabilizar cuáles son los posibles caminos que puede recorrer el estudiante para arribar a la escuela (considerando que recorra la menor distancia posible) podrá efectuar la construcción y cálculos que se indican a continuación. Así, se puede verificar que cualquiera sea el camino de la casa del estudiante a la escuela (sin retroceder ninguna cuadra), la menor distancia que los separa es de 11 cuadras. Para profundizar en el estudio de esta situación, en primer lugar representamos en el plano cartesiano el plano de la ciudad, donde cada eje representa el número de cuadras:

Figura 2. Representación asociada a la tarea de la Figura 1

La Geometría Taxi difiere de la euclidea en la definición de la métrica. En la primera, la menor distancia entre dos puntos de un plano no es la línea recta. La distancia euclídea entre dos puntos se determina como la longitud del segmento de recta que los une. Así, la distancia entre dos puntos  $(x, y)$ ,  $(z, w)$  es  $d_E = \sqrt{(x - z)^2 + (y - w)^2}$ . Mientras que para la Geometría Taxi, esta distancia resulta ser  $d_T = |x - z| + |y - w|$ . Para el ejemplo de los EPM, si calculamos la distancia entre A (Escuela) y B (Casa) mediante la Geometría Taxi resulta  $d_T = 11$  cuadras. Si efectuamos los cálculos con la Geometría Euclidea, la distancia entre A (Escuela) y B (Casa) es  $d_E = 8,54$  cuadras. Si bien resulta  $d_T > d_E$ , la distancia euclidea no es aplicable al mundo real, pues no es posible traspasar las viviendas. Otra pregunta que los EPM derivaron de  $Q_0$  fue  $Q_{01}$ . Como respuesta a esta pregunta, indicaron:

*Caminando; Bicicleta; Automóvil (personal); Colectivo; Motocicleta; Remis; Taxi; Otras.*

No se problematizó la búsqueda del camino óptimo para poder arribar de la casa de los estudiantes a la escuela, y cuántas posibilidades de recorrido existen. Inferimos que se rehúye al estudio matemático y el camino planeado se dirige a estudiar las posibilidades de transporte de un lugar a otro. Si se profundiza en la situación, problematizando sobre la cantidad de caminos directos entre A y B podremos corroborar que la distancia es siempre la misma y de manera genérica podemos calcular la cantidad de caminos directos entre los dos puntos a través de la fórmula:  $N = \frac{(m+n)!}{m!n!}$ , donde  $m$  es la distancia horizontal entre los puntos A (Escuela) y B (Casa) y  $n$ , la distancia vertical. Esta fórmula permite el cálculo de una permutación con repetición donde  $m + n$  representa la cantidad de elementos que serán permutados. Y  $m$  y  $n$  representan la cantidad de repeticiones de cada término. Para el ejemplo de la Figura 2, resulta que hay 165 caminos posibles para poder llegar de A a B. Así, el estudio de  $Q_0$ ,  $Q_{01}$  y  $Q_{02}$  requiere recorrer principalmente praxeologías relativas a números, geometría y combinatoria.

El estudio de  $Q_{03}$  condujo a los EPM a explorar las posibles respuestas naturales que podrían ofrecer los estudiantes al que se destinaría este dispositivo didáctico:

*Nuevamente, pueden estimar el tiempo que necesitan para llegar a horario al colegio.*

*Se considera necesario llevar a cabo, luego de las primeras cuestiones derivadas de los alumnos, un debate para convenir algunas de las maneras elegidas y descartar otras; debe excluirse, por ejemplo, el factor económico personal (todos deben tener acceso a los medios de transporte acordados).*

*Inferimos que pueden surgir respuestas del estilo “vivo a 5 cuadras del colegio, tardaré aproximadamente 10 minutos”. Este tipo de respuestas debe ser descartada si se quiere llegar a trabajar con algún modelo que permita calcular exactamente qué medio es más conveniente.*

Los EPM propusieron respuestas que podrían aportar los estudiantes y que el profesor debería descartar, tales como factores económicos o cálculos estimativos propios de la experiencia. Lo que se pretende es elaborar una respuesta independiente de la experimentación personal. Esto requiere del estudio de modelos que aporten una respuesta precisa a cualquier situación que se planteen. Así los EPM propusieron el estudio de  $Q_1$ : *Considerando que se mueven en condiciones ideales (esto es, sin tener en cuenta los semáforos, el frenado en algunas esquinas, la aceleración, etc.) ¿cómo determinar exactamente a qué distancia viven y cuánto tiempo necesitan para llegar al colegio con puntualidad?* Esta cuestión conduce a simplificar la situación real, e introducirse a estudiar nociones físicas en relación al movimiento de cuerpos. Del estudio de  $Q_1$ , se derivaron cuestiones que se ubican bajo el siguiente tipo de tareas.

#### $T_1$ : Caracterizar nociones físicas relacionadas con la cinemática

$Q_{11}$ : ¿Qué es la velocidad?

$Q_{112}$ : ¿Qué significa que tenga carácter vectorial?

$Q_{1121}$ : ¿Qué significan dirección y módulo?

$Q_{113}$ : ¿Existe un solo tipo de velocidad?

$Q_{1131}$ : ¿Qué tipo de velocidad involucra este problema?

$Q_{13}$ : ¿Qué significa que un movimiento sea rectilíneo?

$Q_{131}$ : ¿Y uniforme?

$Q_{1311}$ : ¿Qué significa que la velocidad sea constante?

$Q_{14}$ : ¿Qué representan cada una de las variables y los parámetros de la ecuación del MRU?

$Q_{15}$ : ¿Qué es un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)?

$Q_{151}$ : ¿Qué es la aceleración?

$Q_{152}$ : ¿Qué diferencia al MRU del MRUV?

Con el estudio de las preguntas que se reúnen en  $T_1$  consideramos que se pondría en funcionamiento la dialéctica de entrar y salir de los temas. Pues, los EPM planearon salirse del análisis de la situación que estaban estudiando para ingresar a la física, y poder aportar respuesta. De la respuesta que ofrecieron los EPM, destacamos:

*Este tipo de cuestiones y sub-cuestiones referidas a la velocidad y sus características pueden surgir si se tiene en cuenta que están integrando una nueva praxeología a su equipamiento praxeológico. Las expuestas aquí pueden responderse si se dispone de medios como acceso a internet, libros de física, consultas al docente, etc*

Los EPM manifiestan la posibilidad del empleo de diferentes medias para el estudio de respuestas, no reduciendo así el topos del profesor al media universal. Esto es un aspecto esencial en cuanto al lugar que ocupa el profesor en una enseñanza por REI, desplazando la posición central en la enseñanza tradicional. A continuación bajo  $T_2$  se reúnen las cuestiones que procuran hacer operativas las agrupadas bajo  $T_1$ .

$T_2$ : Calcular velocidad de un móvil

$Q_{111}$ : ¿Cómo se calcula?

$Q_{12}$ : ¿Cómo determinar la velocidad si se tiene como dato la distancia recorrida pero no el tiempo?

Para el estudio de  $Q_{111}$  y  $Q_{12}$  los EPM describieron un movimiento ideal entre dos puntos A y B y propusieron cálculos según los medios de transporte disponibles:

*Hablar de conceptos como velocidad, espacio y tiempo conduce al modelo del Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU) siempre que se trabaje en condiciones ideales (Movimiento sin aceleración (que no se le aplique ninguna fuerza al sistema) y con velocidad constante).*

*Si se plantea una cuestión del estilo de  $Q_{12}$ , el docente puede intervenir sugiriendo la búsqueda de las velocidades medias de cada uno de los medios elegidos por los alumnos. Así, podrán calcular sin mayores dificultades el tiempo que necesita cada uno de ellos para llegar desde su casa al colegio con puntualidad.*

Listado de velocidades medias:

VM (peatón): 5 km/h

VM (bicicleta): 20 km/h

VM (automóvil personal/motocicleta/colectivo/remis/taxi): 40 km/h

Luego de formularse cuestiones de este estilo llegarán finalmente a la ecuación del movimiento que describe cada una de sus trayectorias:  $x = x_0 + v \cdot (t_f - t_0)$

Ante esta fórmula los EPM esperan generar espacios de discusión. Las respuestas serían producto de la actividad gestada en toda la comunidad de estudio:

*Una nueva puesta en común será necesaria para debatir sobre la función que desempeñan las variables y los parámetros de la ecuación del movimiento; lo que provocará una buena resolución del problema propuesto. Luego, para calcular los tiempos correspondientes:  $x_0 = t_0 = 0$ ,  $x = v \cdot t$*

<p>Caminando: <math>1100m = 5 \frac{km}{h} \times t \rightarrow 1100m = 1,4 \frac{m}{s} \times t \rightarrow t \approx 789s \cong 13 \text{ min}</math></p> <p>Bicicleta: <math>1100m = 20 \frac{km}{h} \times t \rightarrow 1100m = 5,6 \frac{m}{s} \times t \rightarrow t \approx 196 s \cong 3,3 \text{ min}</math></p> <p>Auto/Colectivo/Moto/Remis/Taxi: <math>1100m = 40 \frac{km}{h} \times t \rightarrow 1100m = 11,1 \frac{m}{s} \times t \rightarrow t \approx 99s \cong 1,6 \text{ min}</math></p>
---

En lo que sigue se propone el estudio de tareas donde se involucren sistemas de ecuaciones lineales, pues los EPM indicaron:

*El abordaje de la  $Q_0$  requiere del estudio de praxeologías tanto matemáticas como físicas (formulación de ecuaciones, análisis y resolución de fórmulas) pero no supone la necesidad de construir e integrar la OM sistemas de ecuaciones lineales al equipamiento praxeológico de los alumnos; el problema planteado en  $Q_2$  puede resolverse eficazmente por ejemplo, mediante el uso de tablas y sin recurrir al método que se desea enseñar. Es así que la propuesta de una nueva cuestión  $Q_3$  se plantea con la intencionalidad del*

docente de acercar a los alumnos a la construcción de dicha praxeología.  $Q_4$  está diseñada para que elaboren, en conjunto, nuevas situaciones donde crean conveniente usar alguno de los métodos de resolución de sistemas estudiados previamente

Este protocolo pone de manifiesto que, si bien el dispositivo didáctico fue gestado inicialmente para conservar algunos gestos que involucraría una enseñanza por REI, culmina con la propuesta de  $Q_2$ ,  $Q_3$  y  $Q_4$ . Aquí el estudio se organiza únicamente en función de las nociones matemáticas que los EPM pretenden que se estudien: sistemas de ecuaciones lineales. Esto condicionaría la actividad de los alumnos, reduciendo su estudio al medio controlado por el profesor. Las tareas propuestas por los EPM se reúnen bajo el tipo de tareas  $T_3$ , que describimos a continuación:

**T<sub>3</sub>: Calcular pares de puntos que satisfacen sistemas de ecuaciones lineales**

$Q_2$ : Con los datos [ver los datos al inicio del apartado] y suponiendo que sólo se cuenta con remis y taxi, ¿qué medio de transporte es más redituable y a partir de qué distancia recorrida conviene utilizar uno antes que el otro?

$Q_{21}$ : Sabiendo a qué distancia está mi casa del colegio, ¿cuánto gasto si voy en remis?

$Q_{211}$ : ¿Cuánto gasto si voy en taxi?

$Q_3$ : ¿Qué medio de transporte conviene utilizar y a partir de qué distancia si se produce un cambio en las tarifas de modo tal que la bajada de bandera del taxi aumenta un 30%, la del remis un 50% y el costo adicional por cuadra del remis un 20%?

En  $Q_2$  se propone calcular el gasto de trasladarse al emplear dos medios de transporte. En primer lugar se fuerza la situación a que las variables de las funciones que modelizan el costo de cada medio de transporte, sean las mismas. No se identifica que para la ciudad bajo estudio el taxi tiene un costo fijo más un costo adicional por el tiempo transcurrido durante el viaje. Mientras que en remis, el costo se obtiene considerando un valor fijo más el costo por kilómetro recorrido. Las técnicas propuestas por los EPM para resolver la tarea se reducen a la confección de tablas y el empleo del álgebra. Para el estudio mediante tabla se propone la siguiente resolución:

Un método de resolución para saber cuál les conviene en función del espacio puede ser hacer las tablas de cada uno y ver cuáles son los costos a medida que se avanza en recorrido:

TAXI		REMIS	
Camino recorrido (cuadras)	Costo	Camino recorrido (cuadras)	Costo
1	\$7,50	1	\$8,85
2	\$7,60	2	\$9,20
3	\$8,15	3	\$9,55
4	\$8,70	4	\$9,90
5	\$9,25	5	\$10,25
6	\$9,80	6	\$10,60
7	\$10,3	7	\$10,95
8	\$10,9	8	\$11,30
9	\$11,45	9	\$11,65
10	\$12	10	\$12
11	\$12,55	11	\$12,35
12	\$13,10	12	\$12,70

Notarán que a una determinada distancia el precio a pagar es el mismo. Resta determinar qué sucede antes de las 10 cuadras y después, lo cual se observa en la tabla: conviene tomar un taxi hasta la cuadra 10, y luego será más redituable el remis.

*Vemos que la resolución del problema no requiere el estudio de la organización matemática sistemas de ecuaciones lineales; se puede llegar a la solución sin mayores dificultades haciendo los cálculos correspondientes a los primeros 12 valores de la tabla. Si se plantea el uso de tablas para el estudio del problema, propondremos una variación del mismo, donde los parámetros se vean afectados de modo tal que no se llegue a una solución de manera inmediata y surja la necesidad de involucrar nuevos procedimientos.*

Los EPM realizaron un análisis praxeológico-didáctico de la tarea. Ante posibles respuestas de los estudiantes que se alejen del camino planificado por los EPM, se propone estudiar  $Q_3$ . En el hacer de  $Q_3$  los EPM asumen que los estudiantes emplearán técnicas algebraicas, considerando que se trata de nociones estudiadas por los alumnos en años previos, y que el empleo de la técnica de confección de tablas no resulta ser una técnica funcional. Se asigna al profesor el papel de controlar la actividad de los estudiantes, supervisando las producciones e intervenir para que se recorra el camino presupuesto desde un principio. Esto lo inferimos del siguiente protocolo:

*Si el docente observara una dificultad por parte de los alumnos para formular las ecuaciones correspondientes, debería intervenir con la intención de provocar el estudio de tal organización matemática. Es decir, generar un debate sobre cómo formular cada ecuación y cómo resolver la situación problemática haciendo uso de lo construido*

Finalmente, los EPM proponen que los alumnos formulen diferentes situaciones que se modelicen con sistemas de ecuaciones ( $Q_4$ ). Dicha tarea se reúne bajo  $T_4$ .

#### T<sub>4</sub>: Analizar situaciones que se modelan con sistemas de ecuaciones

*Q<sub>4</sub>: Proponer situaciones que requieran, para su resolución, sistemas de ecuaciones lineales. ¿En cuáles convendría usar cada uno de los métodos estudiados y por qué?*

Para la gestión de  $Q_4$ , los EPM indicaron:

*Los problemas planteados por los estudiantes pueden ser modelizaciones de situaciones extra-matemáticas (reales) como los propuestos durante el recorrido; no obstante se aceptará la formulación de sistemas de ecuaciones (sin estar sujetas a una situación del mundo a estudiar) donde se determine qué método es apropiado utilizar, siempre y cuando sean pensadas y formuladas por la propia comunidad de estudio*

## 6. Conclusiones

En este trabajo aportamos resultados del diseño de un dispositivo didáctico propuesto por dos EPM que participaron de un curso de formación didáctico-matemática (Corica & Otero, 2016b). El objetivo era adoptar un modelo pedagógico no tradicional basado en la investigación y cuestionamiento del mundo, y así recuperar el sentido de la matemática escolar a partir del estudio funcional con otras disciplinas.

El curso del que participaron los EPM fue el primero de su formación que los involucró en el paradigma de la investigación y del cuestionamiento del mundo. Sin embargo, esta experiencia es insuficiente para cuestionar su vasta experiencia en una formación gobernada por el paradigma de la enseñanza tradicional de la matemática. El dispositivo didáctico propuesto por el Grupo 2 podría poner de manifiesto gestos didácticos propios de una enseñanza por investigación: el estudio tiene inicio con una pregunta abierta, donde los datos e incógnitas no están completamente determinados de antemano y genera la formulación de nuevas preguntas cuyas respuestas implican recorrer varias praxeologías no solo matemáticas. Esto se vincula con la dialéctica fundamental de una enseñanza por investigación, que es la del estudio e investigación. No es posible investigar sin estudiar y a su vez un estudio genuino es productor de

preguntas a ser investigadas. La propuesta de los EPM es formulada con la intención de que los estudiantes realicen y respondan preguntas, desarrollen técnicas, hagan conjeturas e interactúen con otros miembros del grupo, pero esto se va perdiendo a lo largo del dispositivo didáctico. Para gestionar propuestas con estas características, es requisito romper con la concepción atomizada de la matemática y dar lugar a recorrer diversas organizaciones matemáticas según las necesidades del estudio. Inferimos que las condiciones y restricciones que implica gestionar la enseñanza de la matemática en la escuela secundaria actual, restringida a un diseño curricular que propone estudiar una matemática pura, hacen que la atención de los EPM se ubique en determinar qué praxeologías matemáticas estudiar del diseño curricular y qué tareas para recorrerlas. La matemática se presenta como modelos pre-construidos que explican y predicen las situaciones bajo estudio sin lugar para explorar y elaborar. En particular, la función docente tiende a ocupar el lugar que la enseñanza tradicional le ha asignado: el profesor como gestor del medio de estudio y del tiempo didáctico. Esto lo atribuimos a la situación formativa y a la inexperiencia de los EPM. Los resultados obtenidos aquí son compatibles con el análisis de otro dispositivo didáctico desarrollado por EPM que participaron del mismo curso (Corica & Otero, 2016a)

Es vital tratar de involucrar a los EPM en experiencias que los aproximen al paradigma de investigación en todo su proceso formativo matemático y didáctico-matemático. Esto ha de permitir adquirir una concepción epistemológica diferente del saber matemático. También ha de equipar mejor para elaborar, readaptar y gestionar dispositivos didácticos compatibles con la enseñanza por investigación.

### Referencias

- Artaud, M.; Cirade, G.; & Jullien, M. (2011). Intégration des PER dans l'équipement praxéologique du professeur. Le cas de la formation initiale. En M. Bosch et al. (Eds.), *Un panorama de la TAD* (pp. 769-794). Barcelona: CRM.
- Azcárate, P. (2004). Los procesos de formación: En busca de estrategias y recursos. En E. Castro & E. de la Torre (Eds.), *Actas del VIII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 43-60). Salamanca: SEIEM.
- Barquero, B.; Bosch, M.; & Gascón, J. (2011). Los recorridos de estudio e investigación y la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las ciencias experimentales. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(3), 339-352.
- Ball, D.; Thames, M.; & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Barraza F., O. y Reyes L. (2012). *Introducción al estudio de las geometrías no euclidianas a través de la geometría esférica. Desde una perspectiva docente*. Trabajo de Tesis de Licenciatura. Universidad de Santiago de Chile.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. En L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. Javier García (Eds.), *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica* (pp. 705-746). Baeza: Universidad de Jaén.
- Chevallard, Y. (2012) *Teaching mathematics in tomorrow's society: a case for an oncoming counter paradigm*. Disponible en: <http://yves.chevallard.free.fr>

- Chevallard, Y (2013). *Éléments de didactique du développement durable. Leçon 1*. Disponible en: [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Didactique杜\\_DD\\_2012-2013\\_1.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Didactique杜_DD_2012-2013_1.pdf)
- Chevallard, Y. ; & Cirade, G. (2009). Pour une formation professionnelle d'université: éléments d'une problématique de rupture. *Recherche et Formation*, 60, 51-62.
- Climont, N.; Romero Cortés, J.; Carrillo, J.; Muñoz Catalán, M.; & Contreras, L. (2013). ¿Qué conocimientos y concepciones movilizan futuros maestros analizando un vídeo de aula? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16(1), 13-36.
- Comini, S. (2010). *Geometria táxi. Uma exploração através de atividades didáticas*. Trabajo de Tesis de Maestría. Pontificia Universidade Católica de Minas Gerais.
- Corica, A.; & Otero, M. (2016a). Estudio de dispositivos didácticos propuestos por futuros profesores de Matemática: un análisis desde la TAD. *Perspectiva Educacional*, 55(2), 21-37.
- Corica, A.; & Otero, M. (2016b). Diseño e implementación de un curso para la formación de profesores en matemática: una propuesta desde la TAD. *BOLEMA*, 30(55), 763-785.
- Corica A.; & Otero, M. (2016c). Análisis de la implementación de un dispositivo didáctico enmarcado en el paradigma de la investigación desarrollado por un estudiante del profesorado en matemática. Disponible en <http://iciecymienem.sites.exa.unicen.edu.ar>.
- Da Ponte, J.; Quaresma, M.; & Branco, N. (2012). Práticas profissionais dos professores de matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1(1), 65-86.
- Fonseca, C. (2011). Los Recorridos de Estudio e Investigación en las escuelas de ingeniería. *Educação Matemática Pesquisa*, 13(3), 547-580.
- Hernández, R.; Fernández, C.; & Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Llanos, V.; & Otero, M. (2012). Las funciones polinómicas de segundo grado en el marco de un Recorrido de Estudio y de Investigación: alcances y limitaciones. *UNION*, 31, 45-63.
- Llinares, S. (2008). Construir el conocimiento necesario para enseñar matemática: prácticas sociales y tecnología. *Evaluación e Investigación*, 3(1), 7-30.
- Llinares, S.; Valls, J.; & Roig, A. (2008) Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, 20(3), 59-82.
- Oliveira, E.; & Batista, I. (2013). Contribuições da história da matemática para a construção dos saberes do professor de matemática. *BOLEMA*, 27, 1-30.
- Parada, R., & Pluinage, F. (2014). Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(1), 83-113.
- Parra, V.; Otero, M.; & Fanaro, M. (2013a) Enseñanza de la Matemática a partir de problemas de la Microeconomía: ejemplos de posibles Recorridos de Estudio e Investigación. *Números*, 82(3), 17-35.

- Parra, V.; Otero, M.; & Fanaro, M. (2013b) Los Recorridos de Estudio e Investigación en la Escuela Secundaria: resultados de una implementación. *BOLEMA*, 27, 847-874.
- Ruiz, A.; Sierra, T.; Bosch, M.; & Gascón, J. (2014). Las matemáticas para la enseñanza en una formación del profesorado basada en el estudio de cuestiones. *BOLEMA*, 28, 319-340.
- Serrano, L.; Bosch, M.; & Gascón, J. (2007). “Cómo hacer una previsión de ventas”: propuesta de recorrido de estudio e investigación en un primer curso universitario de administración y dirección de empresas. Comunicación presentada en *II Congreso Internacional sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico*. Uzès.

### **Referencias de las autoras**

**Ana Rosa Corica.** Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas. Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología. Facultad de Ciencias Exactas de la UNCPBA, Buenos Aires, Argentina. [acorica@exa.unicen.edu.ar](mailto:acorica@exa.unicen.edu.ar)

**María Rita Otero.** Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas. Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología. Facultad de Ciencias Exactas de la UNCPBA, Buenos Aires, Argentina. [rotero@exa.unicen.edu.ar](mailto:rotero@exa.unicen.edu.ar)

## **Analysis of a didactic device proposed by pre-service mathematics teachers**

Ana Rosa Corica y María Rita Otero, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (Argentina)

This work deals with pre-service mathematics teacher education. We design and start to experiment a course for future mathematics teachers in order for them to adopt a pedagogy based on research and world questions. Our goal is that the trainees provide sense to school mathematics with the functional study of the discipline in relation to other disciplines under the perspective provided by the Anthropological Theory of Didactics. The qualitative research was carried out with third-year students of a mathematics teacher education course from an Argentinean University. As final activity, the students were asked to propose a didactic device. We particularly illustrate essential characteristics of the didactic device proposed by two of the participants in the course. The didactic device starts with the question: *We have different ways of getting to school, which is better?* This is an open-ended question, where data and unknown variable are not determined in line with the fundamental dialectics of teaching for research. On the one hand, it is not possible to research without studying and, on the other, a genuine study is the product of questions to be researched. The participants formulated a generating question to carry out some teaching based on the research paradigm. They had difficulties in exploring and extending the question, and they reduced the study in scope and generativity. The experience in the course was insufficient to question the participants' vast experience in a formation governed by the traditional paradigm of mathematics teaching. We infer that the conditions and constraints affect the management of mathematics teaching in high school. The attention of pre-service mathematics teacher is rather focused on determining mathematical praxeologies and tasks to study curricular design. It is of vital importance to involve pre-service teachers in experiences that bring them closer to the research paradigm in their formative process. This would allow them to acquire a different epistemological conception of mathematical knowledge and of sciences in general. It would also equip them better to develop, readapt and manage didactic devices compatible with teaching by research.