AIEM

Avances de Investigación en Educación Matemática

Revista de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática

ISSN-e 2254-4313 | (2025) 27, 1-20 | aiem.es

seiem.es

Interdisciplinariedad entre Matemática y Física: estrategias de resolución para problemas de proporcionalidad simple

Interdisciplinarity Between Mathematics and Physics: Solving Strategies for Simple Proportionality Problems

Juan Carlos Tinoco @, Lluís Albarracín @, Jordi Deulofeu @

Universitat Autònoma de Barcelona, España

Resumen ∞ En este artículo se analizan las estrategias empleadas por alumnos de 3.º de ESO y 1.º de Bachillerato en la resolución de problemas de proporcionalidad simple en el aula de matemáticas y la de física, con el propósito de entender la forma en la que influyen las tradiciones propias de la enseñanza de cada disciplina en las respuestas de los estudiantes. Los resultados indican que los alumnos de 3.º de ESO utilizan una mayor variedad de estrategias, mientras que los de 1.º de Bachillerato presentan una tasa de éxito más alta. Además, se observa que las estrategias aplicadas en el aula de física difieren de las utilizadas en matemáticas, independientemente del curso. Estos hallazgos resaltan la importancia de una enseñanza interdisciplinaria que promueva una comprensión más profunda de la proporcionalidad simple, adaptando las estrategias didácticas a las características y necesidades de los estudiantes en cada nivel educativo.

Palabras clave ∞ Proporcionalidad simple; Análisis de estrategias; Interdisciplinariedad; Educación secundaria

Abstract ∞ This article analyses the strategies used by 3rd year ESO and 1st year Bachelor students to solve simple proportionality problems in mathematics and physics classes, with the aim of understanding how the teaching traditions of each discipline influence students' responses. The results show that students in the 3rd year of ESO use a greater variety of strategies, while those in the 1st year of Bachelor have a higher success rate. It is also observed that the strategies used in Physics are different from those used in Mathematics, regardless of the year. These findings highlight the importance of interdisciplinary teaching that promotes a deeper understanding of simple proportionality, adapting teaching strategies to the characteristics and needs of students at each educational level.

Keywords ∞ Simple proportionality; Strategy analysis; Interdisciplinarity; Secondary education

Tinoco, J. C., Albarracín, L., & Deulofeu, L. (2025). Interdisciplinariedad entre Matemática y Física: estrategias de resolución para problemas de proporcionalidad simple. *AIEM - Avances de investigación en educación matemática, 27,* 1-20. https://doi.org/10.35763/aiem27.5398

1. Introducción

El concepto de proporcionalidad es primordial para enseñanza-aprendizaje de la matemática escolar (Lesh et al., 1988). Constituye el final de la aritmética elemental y es el eje central para adquirir muchos conocimientos matemáticos de contenidos tan diversos como el álgebra, la geometría, la medida o las relaciones funcionales (Martínez-Juste et al., 2017). Por su centralidad como contenido vertebrador en el currículo de matemáticas, el estudio de la proporcionalidad es también necesario en otras disciplinas científicas, con lo que se trata en las aulas de materias distintas a las de matemáticas. Este es el caso de disciplinas como la biología, la química o la física, siendo la física la disciplina en la que centramos este artículo.

Son varios los estudios que parten de problemas de movimiento rectilíneo uniforme para analizar estrategias utilizadas por alumnos de distintas edades con base en la proporcionalidad simple (Cramer et al., 1993; Lamon, 1993; Park et al., 2010). Estos estudios evidencian que los estudiantes a menudo eligen estrategias de resolución de problemas de proporcionalidad basándose en el contexto de los problemas que se les presentan, poniendo de manifiesto que los estudiantes pueden adaptar sus enfoques dependiendo de la situación específica. Pese a que los estudiantes se enfrentan al mismo tipo de conocimiento al examinar situaciones de proporcionalidad, es posible que los métodos utilizados por el profesorado o los estudiantes para afrontar la proporcionalidad sean diferentes en física y en matemáticas. Existen evidencias de que los problemas matemáticos con contexto añadido propio de otras disciplinas resultaron más difíciles de resolver que los correspondientes problemas de matemáticas con contexto abstracto (Planinic et al., 2013). Esto sugiere la existencia de dificultades de los estudiantes con la transferencia de conocimientos entre las matemáticas y la física (u otras disciplinas). Un ejemplo de esta dificultad de transferencia en la que la proporcionalidad es clave es el estudio en relación con el concepto de pendiente en representaciones gráficas lineales se puede encontrar en Planinic et al. (2012), donde se plantearon pares de preguntas de gráficas lineales en diferentes contextos: una pregunta en el contexto de las matemáticas y la otra en el contexto de la cinemática a alumnos de 15 y 16 años de edad. Contrariamente a las expectativas predominantes de los maestros, los estudiantes obtuvieron mejores resultados en matemáticas que en preguntas de física. Los estudiantes exhibieron confusión respecto a la relación entre las variables pendiente y altura en ambos contextos, pero mucho más frecuentemente en el contexto de la física que en el contexto de las matemáticas. Identificar y analizar estas dificultades enfrentadas por estudiantes de diferentes edades, así como en conceptos clave, como la proporcionalidad, es notable para extender el conocimiento acerca de conexiones interdisciplinares.

Investigaciones como las de Jurdak (2006), Chapman (2006) y Lau et al. (2009) identifican el contexto de aula como un concepto constituido por tres grandes dimensiones: el contexto como contenido, el contexto como clima emocional/social y el contexto como interacción profesor-alumno. La hipótesis de la que partimos plantea que este contexto será distinto en cada una de las disciplinas escolares, que alterarían las características asociadas a las tres dimensiones anteriormente citadas. En la praxis del aula se presentan determinados métodos y conceptos como propios de una disciplina, repitiéndose expresiones del tipo: "así se tiene que hacer en matemáticas"; "en química se llama de esta forma"; "esta es la notación utilizada en física". Estas diferencias se hacen explícitas tanto en el claustro como en los libros de texto, generando un contexto de aula acotado. En lo siguiente, utilizaremos el término contexto como disciplina escolar para referirnos a las particularidades específicas que imponen en el entorno escolar las diferentes disciplinas y que tiene su punto de partida en ideas y concepciones sociales, principios epistemológicos y tradiciones históricas o maneras de trabajo establecidas por las diferentes comunidades de especialistas.

En este artículo desarrollamos un estudio de tipo exploratorio basado en la identificación cualitativa de las estrategias que utiliza el alumnado de 3.º de ESO y 1.º de Bachillerato en problemas de proporcionalidad simple. Ampliamos la investigación presentada en Tinoco et al. (2021), que parte de la conjetura de que las estrategias implementadas por el alumnado al resolver problemas de proporcionalidad simple serán diferentes en el aula de matemáticas y en el aula de física.

2. Marco teórico

2.1. Tipos de problema de proporcionalidad

Conocedores de la amplitud del concepto de proporcionalidad, este estudio se centra en la proporcionalidad directa como eje central de trabajo. Cramer et al. (1993) clasifican los problemas de proporcionalidad directa en tres categorías: problemas de comparación numérica, problemas de valor perdido y problemas de predicción y comparación cualitativa.

Los problemas de comparación numérica son aquellos en los que se incluye información completa sobre dos razones (a/b y c/d) con el objetivo de determinar la relación de orden (mayor, menor, igual) entre ellas. Los problemas de valor perdido proveen de tres de los cuatro valores de la proporción a/b = c/d y se debe hallar el valor que falta. Del enunciado deben deducirse las relaciones de proporcionalidad entre las magnitudes implicadas, dado que en la relación funcional ($M2 = k \cdot M1$) suele denominarse a la magnitud $M2$ como variable dependiente, y a la magnitud $M1$ como variable independiente (Martínez-Juste et al., 2017). Los problemas de predicción y comparación cualitativa tienen una estructura similar a los dos anteriores, pero se pueden resolver sin que sean necesarios cálculos numéricos, ya que se llevan a cabo comparaciones no dependientes de los valores numéricos específicos.

En relación con las magnitudes implicadas, se distinguen dos categorías: razones internas y externas (Freudenthal, 1978). Las razones internas son aquellas que relacionan valores de una misma magnitud, como dos áreas o dos pesos. Las razones externas son aquellas que relacionan magnitudes diferentes, como por ejemplo el tiempo que tarda un tren en recorrer una distancia.

Por su parte, Lamon (1993) clasifica los problemas de proporcionalidad en cuatro categorías según su estructura semántica:

- Problemas de magnitudes bien compactadas, implican la relación de dos magnitudes extensivas, dando como resultado una magnitud intensiva, como por ejemplo distancia y tiempo, obteniendo una velocidad. Por magnitudes extensivas, entendemos aquellas cuyo valor es proporcional al tamaño del sistema que describe. Pueden ser expresadas como la suma de las cantidades de un conjunto de subsistemas que forman el sistema original. Las magnitudes intensivas no dependen del tamaño del sistema que representan, y no pueden ser expresadas como suma.
- Problemas de parte-parte-todo. Son problemas que proponen una magnitud extensiva que forma parte de un subconjunto de magnitudes extensivas.
- Problemas de conjuntos asociados, son aquellos en los que hay dos magnitudes que tienen una relación desconocida o poco clara y que el propio problema de manera explícita los conecta y compara.
- Problemas ampliadores-reductores, o problemas de escala, son aquellos en los que existe la relación entre dos magnitudes que representan características específicas de elementos y se plantea la ampliación o la reducción de esas cantidades.

2.2. Estrategias de resolución de problemas

Existen antecedentes en la literatura de investigaciones que estudian las estrategias con las que los estudiantes se enfrentan a actividades o problemas de proporcionalidad (Cramer et al., 1993; Lamon, 1993; Park et al., 2010; Van Dooren et al., 2009). En el proceso de resolución, los estudiantes emplean diversos conceptos, algoritmos, procedimientos o formas de representar la información y el proceso. En este estudio denominaremos estrategia a cada forma diferenciada de resolver un problema de proporcionalidad, pues es el término habitual en la literatura y entendemos que existe un componente importante de toma de decisiones por parte del alumnado que acaba desembocando en un procedimiento o algoritmo específico.

De las investigaciones sobre identificación y análisis de estrategias de alumnos para problemas de proporcionalidad nos resulta muy interesante la llevada a cabo por Lamon (1993) con alumnado de sexto grado, en el que clasifica las estratégicas en dos grandes bloques a partir de su complejidad: estrategias no constructivas y estrategias constructivas. Las estrategias no constructivas incluyen tres categorías vinculadas a estrategias primitivas:

- Estrategias visuales o aditivas: en las que se encuentran el ensayo y error, comparaciones visuales, respuesta sin razones o aproximaciones aditivas erróneas.
- Estrategias de construcción de patrones: construcción de patrones en los que el alumnado no comprende las relaciones numéricas existentes.
- Intentos no serios (informales) con el problema.
- Para las estrategias constructivas, Lamon (1993) enuncia tres categorías:

- Estrategias de razonamiento pre-proporcional: resolución intuitiva, dibujos, modelos o manipulación y uso de pensamiento matemático.
- Estrategias de razonamiento proporcional cualitativo: uso de la razón como unidad de referencia de suma reiterada, sin expresar numéricamente.
- Estrategias de razonamiento proporcional cuantitativo: uso de lenguaje algebraico para representar proporciones con su comprensión escalar y funcional.

Por su parte, Cramer et al. (1993) determinan cuatro estrategias al estudiar la producción de alumnado de séptimo y octavo grado:

- Reducción a la unidad. La estrategia de reducción a la unidad o tasa unitaria siempre involucra dos tasas correspondientes a un par dado de cantidades. La primera tasa es la relación entre las cantidades dadas y la segunda relación la creamos respecto a la unidad de una de esas cantidades.
- La estrategia de factor de cambio o razón numérica. En esta estrategia se utiliza una de las razones de la proporción existentes entre las variables como factor.
- La estrategia de la fracción. En esta estrategia, el alumnado identifica la relación entre cantidades como una fracción, aplicando el concepto de fracción equivalente para hallar la cantidad desconocida.
- El algoritmo de productos cruzados o regla de tres es un algoritmo estandarizado eficiente y mecánico, pero desprovisto de sentido en el mundo real.

Van Dooren et al. (2009) ofrecen una nueva categorización de estrategias utilizadas en problemas de valor perdido en primaria, dividiéndolas en multiplicativas o aditivas. Park et al. (2010) identifican nuevas estrategias al agregar: i) el uso de una fórmula matemática para referirse a expresiones algebraicas, ii) la reducción tomando la unidad como un valor arbitrario, y iii) el uso de multiplicación o división. Gabel et al. (1984) obtienen, como resultado de su estudio sobre la habilidad de los alumnos en la resolución de problemas de química en educación secundaria, que el alumnado más competente en el uso del razonamiento proporcional usa estrategias algorítmicas con mayor frecuencia, siendo el factor de conversión la estrategia más utilizada. Estos estudios muestran la existencia de una gran variedad de estrategias en la resolución de problemas de proporcionalidad simple. Otras investigaciones han mostrado la influencia de algunas características del problema a la hora de elegir las estrategias. Así, Nunes et al. (2003) obtuvieron que aparecen más variedad de estrategias por parte de los estudiantes cuando el problema involucraba magnitudes intensivas.

2.3. Interdisciplinariedad

Fuera del contexto educativo, los problemas difícilmente se pueden asignar a una única materia, por lo que se necesita adaptabilidad y capacidad de transferencia de conocimientos para poder resolverlos (Michelsen, 1998). Estas situaciones requieren un trabajo transversal entre disciplinas que pueden ordenarse según el grado de relación entre ellas (Alvargonzález, 2011). Choi y Pak (2006) proponen este orden distinguiendo tres niveles: i) la multidisciplinariedad, se basa en el conocimiento de diferentes disciplinas, pero mantiene los límites comúnmente aceptados de cada una de ellas; ii) la interdisciplinariedad, armoniza, sintetiza y analiza los vínculos entre las disciplinas en un todo coordinado y coherente; y iii) la transdisciplinariedad integra las ciencias sociales y naturales en una disciplina en contexto de humanidades y, al hacerlo, trasciende cada uno de sus límites tradicionales. Construyendo una analogía para clarificar el grado de interacción existente entre disciplinas encontramos, en el extremo mayormente parcelado, el concepto "Multi" al que podremos asignar la idea de "conjunto"; seguidamente encontraremos "Inter", el cual podremos vincular a la idea de "conjunto que se relaciona"; y, finalmente, en el otro extremo, el concepto "Trans", que relacionamos con la idea de "fusión".

Respecto a la praxis de aula, Michelsen (1998) clasifica las actividades que se plantean al alumnado en las cuales intervienen elementos de varias disciplinas de la siguiente manera:

- Tipo I: Actividades de una disciplina que contienen ciertos aspectos de otra, pero fácilmente categorizables. Por ejemplo, cómo rellenar un recipiente de 4 litros a partir de dos recipientes de 3 y 5 litros.
- Tipo II: Actividades donde existe una gran coordinación entre dos o más disciplinas, generando ambigüedad en su categorización. Como ejemplo, el estudio de cálculo diferencial en fenómenos físicos.
- Tipo III: Actividades temáticas donde interactúan varias disciplinas, pero que difícilmente se pueden distinguir. Un ejemplo podría ser un proyecto de estudio medioambiental.

Michelsen (1998) concluye que en la educación secundaria las actividades de tipo I son las más comunes, escasean las de tipo II y aparecen muy puntualmente las de tipo III. Relacionando el enfoque conceptual de Choi y Pak (2006) con el práctico, basado en actividades de Michelsen (1998), podríamos establecer que las actividades de tipo I hacen referencia a un modelo Multidisciplinar, las de tipo II a un modelo Interdisciplinar y las de tipo III a un modelo Transdisciplinar.

3. Objetivos del estudio

El propósito de este estudio es analizar las producciones del alumnado de varios niveles educativos en problemas de proporcionalidad simple de valor perdido e interdisciplinares de tipo II. El contexto elegido es el movimiento rectilíneo uniforme, tanto para el aula de matemáticas como para el aula de física. En particular, los objetivos específicos de esta investigación son los siguientes:

- O1: Identificar la tasa de éxito del alumnado resolviendo los mismos problemas de proporcionalidad en el aula de matemáticas y el aula de física.
- O2: Analizar las estrategias de proporcionalidad utilizadas por estudiantes de 1.º de Bachillerato (16-17 años de edad) y de 3.º de ESO (14-15 años de edad) al resolver los problemas en el aula de matemáticas y el aula de física.

- O3: Identificar patrones de respuestas del alumnado en el uso de las estrategias puestas en práctica en el aula de matemáticas y el aula de física.

4. METODOLOGÍA

Para este estudio se elige una muestra por conveniencia (Mejía, 2000) formada por alumnado de 1.º de Bachillerato y 3.º de ESO de 324 alumnos de centros públicos de la comarca del Vallès Occidental, en Catalunya. La prueba se aplicó una única vez a cada alumno, o bien en el aula de física o en el aula de matemáticas, con el profesorado habitual de esa materia presente vigilando la prueba y recogiendo los datos, siendo presentada como una actividad ordinaria de aula en cada uno de los dos niveles educativos. Se resume la muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Clasificación del alumnado según aula en la que aplicó la prueba y nivel educativo

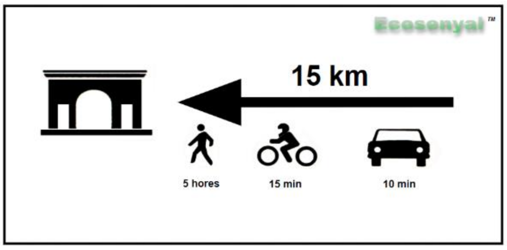
Grupos	Cantidad Alumnos
Grupo de 3.º de ESO en el aula de matemáticas	94
Grupo de 3.º de ESO en el aula de física	102
Grupo de 1.º de Bachillerato Científico en el aula de matemáticas	54
Grupo de 1.º de Bachillerato Científico en el aula de física	74

Como instrumento de recogida de datos, se diseñó una actividad que plantea diversas situaciones contextualizadas en las que el contenido central es la proporcionalidad y se aplicó en aula de física o en la de matemáticas para lograr los objetivos planteados. Con posterioridad, se estudiaron las producciones escritas. La actividad consta de una imagen que muestra una señal informativa de tráfico seguida de un enunciado con cinco problemas. El enunciado se muestra en la Figura 1.

La actividad está estructurada en cinco problemas de tipo valor perdido (Cramer et al., 1993) y la estructura semántica es de medidas bien compactadas (Lamon, 1993). Consta de cuatro problemas iniciales que contienen dos magnitudes extensivas, tiempo y espacio, generando una razón externa (Freudhental, 1978) y obteniendo una magnitud intensiva (la velocidad). Las razones internas son simples en los primeros problemas (doble y mitad en los problemas 1 y 2) y gradualmente se incrementa la complejidad en los siguientes problemas (5/3 y 4/15 en los problemas 3 y 4), buscando promover un cambio en las estrategias que emplean los estudiantes (Cramer et al., 1993). Se eligen valores enteros en los enunciados para facilitar los cálculos a los estudiantes (Steinthorsdottir, 2006) que generan razones enteras en los primeros problemas, y se cambia a valores que generan razones no enteras, acorde con el aumento de dificultad pretendido (Riehl y Steinthorsdottir, 2019). Finalmente, un quinto problema utiliza la magnitud intensiva de la densidad, presentada como razón externa entre masa y volumen, planteando un reto de dificultad superior para el alumnado (Raviolo et al., 2022).

Figura 1. Enunciado de la actividad

La empresa *Ecoseñal* está trabajando en una nueva señalización viaria para generar conciencia ecológica sobre el transporte.



Esta señal indica la distancia a una zona monumental y el tiempo estimado para llegar utilizando diferentes medios de transporte.

Responde las siguientes preguntas explicando el proceso que realizas en cada caso:

1. ¿Qué nuevos datos deberían aparecer bajo las figuras de la persona, la motocicleta y el coche en un cartel si la distancia a recorrer fuese de 30 km?
2. ¿Qué nuevos datos deberían aparecer bajo las figuras de la persona, la motocicleta y el coche en un cartel si la distancia a recorrer fuese de 7,5 km?
3. ¿Qué nuevos datos deberían aparecer bajo las figuras de la persona, la motocicleta y el coche en un cartel si la distancia a recorrer fuese de 25 km?
4. ¿Qué nuevos datos deberían aparecer bajo las figuras de la persona, la motocicleta y el coche en un cartel si la distancia a recorrer fuese de 4 km?
5. En un nuevo cartel se indica la cantidad, en gramos, de dióxido de carbono (CO_2) que se emite a la atmósfera con cada medio de transporte: 29 g, 1275 g y 2100 g. ¿Qué datos deberían aparecer en un cartel si se expresan las cantidades en litros? La densidad del CO_2 es de 1,87g/l

El contenido de la prueba es el movimiento rectilíneo uniforme y se basa en las actividades de Tipo II (Michelsen, 1998), con gran coordinación entre las dos disciplinas, física y matemáticas, añadiendo química como disciplina al incluir una actividad relacionada con la densidad de un gas.

La actividad está estructurada en cinco problemas de tipo valor perdido (Cramer et al., 1993) y la estructura semántica es de medidas bien compactadas (Lamon, 1993). Consta de cuatro problemas iniciales que contienen dos magnitudes extensivas, tiempo y espacio, generando una razón externa (Freudhental, 1978) y obteniendo una magnitud intensiva (la velocidad). Las razones internas son simples en los primeros problemas (doble y mitad en los problemas 1 y 2) y gradualmente se incrementa la complejidad en los siguientes problemas (5/3 y 4/15 en los problemas 3 y 4), buscando promover un cambio en las estrategias que emplean los estudiantes (Cramer et al., 1993). Se eligen valores enteros en los enunciados para facilitar los cálculos a los estudiantes (Steinthorsdottir, 2006) que generan razones enteras en los primeros problemas, y se cambia a valores que generan razones no enteras, acorde con el aumento de dificultad pretendido (Riehl y Steinthorsdottir, 2019). Finalmente, un quinto problema utiliza la magnitud intensiva de la densidad, presentada como razón externa entre masa y volumen, planteando un reto de dificultad superior para el alumnado (Raviolo et al., 2022).

El contenido de la prueba es el movimiento rectilíneo uniforme y se basa en las actividades de Tipo II (Michelsen, 1998), con gran coordinación entre las dos disciplinas, física y matemáticas, añadiendo química como disciplina al incluir una actividad relacionada con la densidad de un gas.

5. Análisis

Se plantea una metodología mixta de acuerdo con los objetivos de investigación. La primera etapa de análisis se basa en la identificación y categorización de las estrategias utilizadas por los alumnos al resolver cada problema de la actividad. A continuación, los datos cuantitativos se obtienen por la descripción estadística de la muestra a partir de las categorías cualitativas establecidas en la fase de análisis anterior (Berg, 2007). En este documento se aplican los mismos criterios que en el estudio de Cramer et al. (1993), entendiendo que el razonamiento proporcional es correcto cuando el alumnado demuestra comprensión de la equivalencia de las razones escalares invariantes y las razones funcionales constantes (Cramer et al., 1993).

A partir de las categorías planteadas por Lamon (1993) y Van Dooren et al. (2009) se establece una categorización, tal y como se recoge en la Tabla 2. Se establecieron 11 categorías, teniendo en cuenta las estrategias puestas en práctica por el alumnado. Se puede consultar una ejemplificación de cada una de estas categorías en Tinoco et al. (2022).

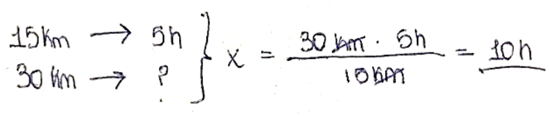
Tabla 2. Estrategias utilizadas por el alumnado en la resolución de la prueba

Estrategia	Código
Sin respuesta	NC
CUALITATIVAS	
Razonamiento proporcional cualitativo (Comparación)[3]	C
CUANTITATIVAS	
ADITIVAS	
Aditivas[5]	A
MULTIPLICATIVAS	
Reducción a la unidad[1]	Ru
Algoritmo del producto cruzado (regla de tres)[1]	R3
Reducción tomando la unidad como valor arbitrario[4]	Rd
Multiplicación o división[4]	D
Estrategia de la fracción (fracción equivalente)[1]	Fe
Razón numérica (como operador)[1]	R
Factor de conversión[2]	FC
Fórmula matemática[4]	F

Nota: Estrategias recopiladas de [1]Cramer et al. (1993), [2]Gabel et al. (1984), [3]Lamon (1993), [4]Park et al. (2010) y [5]Van Dooren et al. (2009).

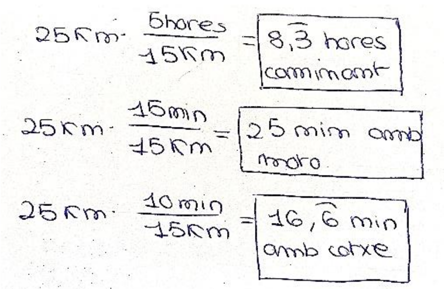
A partir de la Tabla 2 y los diferentes ejemplos de la literatura indicada en cada estrategia, en dicha Tabla se lleva a cabo un análisis de contenido de las producciones del alumnado. A modo de ejemplo del análisis, identificamos las producciones basadas en el Algoritmo cruzado o regla de tres (R3) cuando el alumnado dispone la información del enunciado en una estructura de orden tabular, estableciendo la relación entre las magnitudes dos a dos a partir de una flecha o una línea en una misma fila, relacionando la primera distancia (D1) con el primer tiempo (T1) y en una segunda fila la segunda distancia (D2) con el segundo tiempo (T2), de tal forma que queden bajo la misma columna las magnitudes de una misma variable, es decir, D1 y D2 en la primera columna y T1 y T2 en la segunda. Posteriormente, se representa el producto cruzado D2*T1/D1, llamándose cruzado al tratarse de datos opuestos (véase un ejemplo en la Figura 2).

Figura 2. Una muestra de la estrategia Regla de tres



Otra categoría relevante en este estudio es el Factor de conversión (FC). Identificamos el factor de conversión al visualizar una fracción como operador que representa una equivalencia entre dos magnitudes o una equivalencia de diferente orden dentro de la misma magnitud. Este operador se multiplica de forma que el análisis dimensional dé como resultado el valor de la magnitud de la solución (véase un ejemplo en la Figura 3).

Figura 3. Una muestra de la estrategia de Factor de conversión



6. Resultados

La exposición de resultados se ha dividido en tres partes, cada una asociada a uno de los objetivos formulados.

6.1. Niveles de éxito del alumnado

El análisis cuantitativo se centra en mostrar los resultados incorrectos (I) y correctos (C) del alumnado para cada problema de la actividad. Se han tenido en cuenta errores tanto aritméticos, como el uso inadecuado de unidades para las diferentes magnitudes. Los resultados se muestran en la Tabla 3, separados por problema y nivel educativo.

Tabla 3. Tasa de éxito del alumnado de por actividad (Correcto, Incorrecto, No Contesta)

Curso		3.º ESO (%)	1.º Bch. (%)
1	C	94,4	96
	I	5,6	3,2
	NC	0	0,8
2	C	83	95,2
	I	12,5	4,8
	NC	4,5	0
3	C	62,5	92,8
	I	22,3	6,4
	NC	15,2	0,8
4	C	53,6	92,8
	I	27,1	6,4
	NC	18,3	0,8
5	C	20,1	80
	I	40,8	14,4
	NC	39,1	5,6

Haciendo la comparativa de problemas, destacamos el comportamiento ya documentado de la disminución del éxito con el aumento de la dificultad de los problemas, especialmente en el problema 5. La tasa de éxito observada en Bachillerato es mayor que la de 3.º de ESO para todos los problemas. Llama la atención la disminución de respuestas no contestadas al comparar los resultados de 3.º de ESO con los de 1.º de Bachillerato.

6.2. Estrategias usadas por el alumnado

En esta etapa del análisis se clasificaron las respuestas del alumnado de acuerdo con la categorización presentada en la Tabla 2. Los resultados de incidencia de cada estrategia en cada problema usado por los estudiantes de 3.º de ESO según el aula en la que respondieron la prueba se presentan en la Tabla 4.

Estos resultados muestran una estrategia predominante en los dos problemas iniciales, la razón (R), indistintamente del aula. Aun así, podemos apreciar cómo, en física, la regla de tres (R3) y el factor de conversión (FC) tienen un peso significativo. A partir del tercer problema, las estrategias se diversifican en ambas aulas, siendo considerable el abandono del uso de la razón numérica como operador (R). Para los problemas tres y cuatro, la regla de tres (R3) pasa a ser predominante. Una vez más hay diferencias entre el aula de matemáticas y la de física, aunque menos marcadas, siendo la reducción arbitraria (Rd) y la razón numérica (R) predominantes en matemáticas, mientras que, en física, sería el factor de conversión (FC). El quinto problema es el que presenta mayor variedad de estrategias utilizadas, siendo notable la diferencia del uso del factor de conversión (FC) y la reducción arbitraria (Rd) entre las aulas de matemáticas y física.

En el caso de 1.º de Bachillerato, los resultados se muestran en la Tabla 5.

Tabla 4. Porcentaje de uso de estrategias por actividad en de 3.º de ESO

	Mat.	Fís.	Mat.	Fís.	Mat.	Fís.	Mat.	Fís.	Mat.	Fís.
	1		2		3		4		5	
R	93,6	70,9	88,3	58,3	18,1	7,8	14,9	5,8	3,2	0,0
R3	3,2	12,6	5,3	16,5	30,9	40,8	31,0	38,8	15,0	17,5
F	0,0	1,9	0,0	1,0	1,1	2,9	1,1	2,0	11,7	8,7
FC	3,2	9,7	3,2	11,7	7,4	12,6	6,4	12,6	4,3	17,5
Rd	0,0	0,0	1,2	0,0	20,2	4,9	13,8	4,9	1,1	12,6
Ru	0,0	0,0	0,0	1,9	4,3	4,9	7,4	7,8	0,0	0,0
Fe	0,0	4,0	0,0	6,0	2,2	5,0	2,1	4,9	1,1	0,0
D	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	11,7	9,8
C	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
A	0,0	0,0	0,0	0,0	3,2	2,9	5,3	3,9	5,3	1,0
NC	0,0	0,0	2,1	6,8	12,8	17,5	18,1	18,4	46,8	32,0

Nota: los valores indican porcentajes.

Tabla 5. Porcentaje de uso de estrategias por actividad en Bachillerato

	Mat.	Fís.	Mat.	Fís.	Mat.	Fís.	Mat.	Fís.	Mat.	Fís.
	1		2		3		4		5	
R	81,1	63,4	79,2	49,3	13,2	9,9	13,2	4,2	0,0	0,0
R3	13,2	25,4	15,1	33,8	49,1	62,0	52,8	64,8	17	4,2
F	1,9	2,8	1,9	2,8	13,2	5,6	13,2	5,6	5,7	5,6
FC	0,0	8,5	0,0	14,1	5,7	16,9	3,8	18,3	43,4	80,3
Rd	0,0	0,0	1,9	0,0	9,4	1,4	7,5	0	3,8	0,0
Ru	0,0	0,0	0,0	0,0	5,7	2,8	3,8	4,2	0,0	0,0
Fe	1,9	0,0	1,9	0,0	1,9	0,0	1,9	0,0	1,9	0,0
D	0,0	0,0	0,0	0,0	1,9	0,0	3,8	0,0	22,6	4,2
C	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
A	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,4	0,0	0,0
NC	1,9	0,0	0,0	0,0	0,0	1,4	0,0	1,4	5,7	5,6

Nota: los valores indican porcentajes

Observamos una situación similar al caso de 3.º de ESO en los dos problemas iniciales. Una predominancia de la razón (R) seguida por la regla de tres (R3). Podemos observar una mayor diferencia entre matemáticas y física en el uso de la regla de tres (R3) y el factor de conversión (FC), siendo ambas estrategias muy utilizadas en física. Para los problemas tres y cuatro también observamos un gran cambio de estrategias, así como una mayor diversificación que en los problemas anteriores. La regla de tres (R3) pasa a ser la estrategia predominante. Observamos diferencias entre matemáticas y física, siendo la razón (R) y la fórmula (F) predominantes en matemáticas, mientras que en física lo es el factor de conversión (FC). Finalmente, en el quinto problema observamos el factor de conversión (FC) como estrategia predominante, siendo relevante el uso diferenciado entre aulas, un 43 % para matemáticas, contra el 80 % en física. Son significativas el uso de la división directa (D) y la regla de tres (R3) en el aula de matemáticas.

6.3. Preferencias y patrones en las estrategias utilizadas

En el estudio de resultados de las tablas anteriores, nos planteamos analizar las preferencias del alumnado respecto del uso de estrategias, observando los patrones de respuesta, y así facilitar la lectura de diferencias y similitudes entre aulas y niveles. Para facilitar el análisis, nos centramos en los 4 problemas iniciales, de igual estructura semántica. Tras el análisis, se pudo clasificar al 76,6 % de los estudiantes de 3.º de la ESO del aula de matemáticas y al 65,7 % del aula de física, obteniendo 8 patrones mayoritarios (Tabla 6). El resto de los estudiantes no se pudieron clasificar. Sin embargo, para los estudiantes de 1.º de Bachillerato, se obtuvieron 10 patrones, clasificando alrededor del 94 % de los estudiantes tanto para el aula de matemáticas como de física (Tabla 7). El resto de los estudiantes no se pudieron clasificar.

Tabla 6. Porcentaje de patrones de estrategias en 3.º de ESO

Patrón	Mat. ESO (%)	Fís. ESO (%)
R-R-R-R	13,8	6,9
R-R-Rd-Rd	17,0	2,0
R-R-Ru-Ru	7,4	2,9
R-R-R3-R3	20,2	23,5
R3-R3-R3-R3	8,5	10,8
R-R3-R3-R3	3,2	5,9
R-R-FC-FC	3,2	3,9
FC-FC-FC-FC	3,2	9,8
Total	76,6	65,7

En la Tabla 6 se muestran los 8 patrones de estrategias obtenidos para el grupo de 3.º de ESO. Observamos que, tanto para el aula de matemáticas como de física, el patrón más usado (por más del 20 % de los estudiantes) ha sido el R-R-R3-R3, es decir, han usado una estrategia centrada en la razón en los dos primeros problemas cuyas razones escalares eran enteras, y la regla de tres para los otros dos problemas cuyas razones escalares eran no enteras. Para el aula de matemáticas, le sigue el patrón R-R-Rd-Rd con un 17 %, que tiene una estructura similar, pero cambiando la regla de tres por la estrategia de reducción, tomando la unidad como valor arbitrario para los problemas 3 y 4. Los dos siguientes patrones más repetidos ya cambian la estructura, pasando a usar la misma estrategia en los cuatro problemas, siendo el tercer patrón más repetido es el R-R-R-R (13,8 %), y el cuarto el relacionado con el uso absoluto de la regla de tres (R3-R3-R3-R3, 8,5 %). Sin embargo, este patrón aparece en segundo lugar en el aula de física, siendo usado por el 10,8 % de los estudiantes. A este patrón, le sigue el patrón vinculado a la estrategia de factor de cambio (FC-FC-FC-FC) con un 9,8 %

Tabla 7. Porcentaje de patrones de estrategias en Bachillerato

Patrón	Mat. Bch. (%)	Fís. Bch. (%)
R-R-R-R	13,5	4,2
R-R-Rd-Rd	9,6	2,8
R-R-Ru-R3	5,8	2,8
R-R-R3-R3	25,0	25,4
R3-R3-R3-R3	23,1	21,1
R-R3-R3-R3	1,9	11,3
R-R-F-F	11,5	2,8
R-R-FC-FC	3,8	2,8
R-FC-FC-FC	0,0	11,3
FC-FC-FC-FC	0,0	9,9
Total	94,2	94,3

En la Tabla 7 (1.º de Bachillerato) podemos observar 10 patrones de estrategias. Coincidiendo con los grupos de 3.º de ESO, el patrón más usado ha sido el R-R-R3-R3 (usado por más del 25 % de los estudiantes), seguido del patrón R3-R3-R3-R3 (más de un 21 % de los estudiantes). Este segundo patrón también había sido el segundo más usado en el aula de física de 3.º de ESO, pero no en el aula de matemáticas. Para el aula de matemáticas, el patrón de uso exclusivo de razón es el tercero más utilizado, con un 13,5 %, seguido de la combinación de razón con fórmula (11,5 %) y razón con reducción a la unidad (9,6 %). En ambos casos, los dos primeros problemas se desarrollan con razón y los dos siguientes con la segunda estrategia. Sin embargo, en el aula de física, estos dos patrones apenas alcanzan un 4 %. En el aula de física, los patrones de R-R3-R3-R3 y R-FC-FC-FC ocupan el tercer lugar con un 11,3 % y, finalmente, el uso constante del factor de conversión, con un 9,9 %, siendo patrones prácticamente inexistentes en el aula de matemáticas. Cabe comentar que, a diferencia de las estrategias usadas en los perfiles obtenidos para las aulas de 3.º de la ESO, en 1.º de Bachillerato aparece el uso de la fórmula (F).

7. Discusión y conclusiones

En primer lugar, los resultados de este estudio muestran una coincidencia, ampliamente documentada en la literatura de este fenómeno, con las conclusiones de los estudios de Park et al. (2010) y Martínez-Juste et al. (2015), en los que se identifica una relación entre el incremento de la tasa de éxito en la resolución de problemas de proporcionalidad con el nivel educativo y la instrucción recibida. Este incremento se asocia de forma natural a un mayor conocimiento de los estudiantes de 1.º de Bachillerato sobre resolución de problemas de proporcionalidad. Aun así, esta diferencia en la tasa de éxito no es relevante en los dos primeros problemas, donde se obtienen prácticamente los mismos resultados tanto con los estudiantes de 3.º de ESO como con los de 1.º de Bachillerato. En este caso, ambos son problemas de razones simples (Cramer et al., 1993), de lo que se desprende que, una vez alcanzado un determinado nivel de instrucción, este tipo de problemas ya no suponen un reto para los alumnos. La creciente dificultad de los problemas propuestos, partiendo de razones enteras y tendiendo a razones no enteras (Van Dooren et al., 2009), ha propiciado el cambio en las estrategias utilizadas, con lo que se observa un aumento en la variedad de estrategias puestas en práctica por los alumnos de los diferentes niveles, y tanto en las aulas de matemáticas como de física. Este hecho se observa en los problemas 3 y 5, donde se produce un incremento de la dificultad y observamos una mayor cantidad de respuestas erróneas o en blanco y a la vez mayor variedad de estrategias. Este resultado coincide con las conclusiones del trabajo de Nunes et al. (2003), en el que denotan la dificultad para los estudiantes de trabajar con magnitudes intensivas.

En segundo lugar, obtenemos resultados a partir del análisis de las estrategias utilizadas en la resolución de los problemas que conforman la actividad propuesta. Observamos que en los problemas 1 y 2 la estrategia mayoritaria es la razón numérica. Es a partir del problema 3, en el que se observa un aumento en la variedad de estrategias de proporcionalidad utilizadas. En total, se identifican en la práctica de los alumnos nueve estrategias diferentes que coinciden con las de los estudios previos (Cramer et al., 1993; Lamon, 1993; Park et al., 2010). Los resultados nos muestran que existen estrategias preferidas según la disciplina, siendo la razón numérica como operador la más utilizada en matemáticas, mientras que en física lo es la regla de tres. De hecho, hemos observado estrategias exclusivas de una disciplina, siendo la reducción a la unidad tomando un valor arbitrario empleada exclusivamente en matemáticas, mientras que el factor de conversión es una estrategia empleada exclusivamente en física. Este hecho se puede interpretar como una influencia por parte de la instrucción previa en cada disciplina respecto a las estrategias de proporcionalidad utilizadas en la resolución de este tipo de problemas. El ejemplo más claro lo encontramos en el uso del factor de conversión, estrategia utilizada únicamente en el aula de física como herramienta de cálculo en el cambio de diversas unidades en un mismo problema.

Independientemente de la tasa de éxito, observamos que en 3.º de ESO surge una mayor variedad de estrategias respecto a las identificadas en Bachillerato, tanto en las aulas de matemáticas como de física. Este hecho coincide con el estudio de Gabel et al. (1984), dado que observamos un mayor uso de estrategias algorítmicas por parte de estudiantes de Bachillerato que aquellas usadas por estudiantes de ESO. La mayor experiencia por parte del alumnado de postobligatoria podría ser determinante en su elección. Por contra, los patrones desarrollados en el análisis nos sugieren que para alumnos en el mismo nivel la elección varía en función del aula en el que se encuentran.

En el análisis respecto al campo disciplinar, podemos observar que en el aula de física existe menor variedad de estrategias de proporcionalidad que en el aula de matemáticas, independientemente del nivel educativo, siendo un contexto bastante más acotado en cuanto a la aplicación de estrategias de proporcionalidad directa. Los resultados sugieren que el contenido disciplinar del problema es relevante en la elección de la estrategia a seguir. Destacan los resultados del problema 5, donde el factor de conversión es la estrategia más utilizada por todos los estudiantes. Es interesante destacar el tipo de estrategias utilizadas en el problema 5, ya que difiere del resto de actividades. El contenido del problema, que enmarca el uso de un concepto químico como el de densidad, favorece el uso de estrategias diferenciadas respecto a problemas con diferente estructura semántica. De esta forma, concluimos que el contenido de los problemas también es un elemento relevante en la estrategia utilizada por los estudiantes, independientemente del nivel educativo. Nuestros resultados muestran que una mayor variedad de disciplinas presentes en el planteamiento del problema aumenta la variedad de estrategias utilizadas, indicando que las actividades interdisciplinares de Tipo II (Michelsen, 1998) enriquecen la variedad estratégica para problemas de proporcionalidad.

Finalmente, el análisis de patrones de comportamiento disciplinar respecto a la proporcionalidad nos muestra tres categorías diferenciadas: patrones matemáticos (los centrados en razón [R], reducción [Rd] y fórmula [F]), patrones físicos (aquellos en los que el factor de conversión [FC] es mayoritario y RR3R3R3) y patrones neutros (basados en regla de 3 [R3] y sus combinaciones: RRR3R3 y R3R3R3R3). Este hecho corrobora la diferenciación en el uso de estrategias de proporcionalidad condicionado por la disciplina en la que se implementan. Destacamos que a priori el número de patrones distintos que se podrían haber dado es muy alto, dadas las posibilidades de combinatoria entre las diversas opciones, pero el caso es que el estudio arroja unos patrones muy concretos y marcados en el comportamiento de los estudiantes. Interpretamos que este hecho se debe a la influencia de la instrucción diferenciada por disciplina de las estrategias de proporcionalidad directa o simple. Indagar acerca de las razones o motivos que conducen al alumnado a tomar una elección por encima de otra parece crucial para poder desentrañar la existencia de unos patrones tan marcados.

De esta forma, los resultados obtenidos nos permiten concluir que la disciplina del aula en la que se lleva a cabo la recogida de datos es un elemento determinante para que el alumnado elija una estrategia independientemente de su nivel educativo. Este aspecto es relevante, ya que muestra que el trabajo disciplinar condiciona a los estudiantes y limita sus estrategias, dificultando establecer conexiones entre disciplinas. Si nos enfocamos en un conocimiento central dentro del currículo de matemáticas, como es la proporcionalidad, esta variabilidad de enfoques puede condicionar el aprendizaje de los estudiantes de diferentes maneras. En algunos casos, los estudiantes establecerán las conexiones entre estrategias por sí mismos o con la ayuda de los profesores, pero en otros casos puede generar bloqueos de aprendizaje al mostrar cómo diferentes conceptos son equivalentes. Que los alumnos de 3.º de ESO muestren una mayor variedad de estrategias independientemente de la disciplina en la que se desarrolla la prueba refuerza la conclusión anterior, ya que a medida que aumenta el nivel educativo, la fragmentación de las disciplinas es mayor, dificultando la conexión de saberes entre disciplinas o el trabajo interdisciplinario. Interpretando los resultados desde una perspectiva interdisciplinar del aprendizaje, observamos que el trabajo disciplinar limita la conexión conceptual, al tiempo que limita la profundidad con la que debe aprenderse el concepto de proporcionalidad directa. Esta observación nos lleva a cuestionar si la variedad de estrategias utilizadas por los estudiantes en contextos de aula interdisciplinares puede brindar oportunidades de aprendizaje para los estudiantes en las que se promueva la conexión entre diferentes formas de estudiar los contenidos de proporcionalidad. Por ello, entendemos que es necesario explorar a futuro los motivos por la toma de decisiones de los estudiantes al elegir estrategias, para identificar los aspectos específicos del aula que influyen en sus decisiones.

Referencias

Alvargonzález, D. (2011). Multidisciplinarity, interdisciplinarity, transdisciplinarity, and the sciences. *International Studies in the Philosophy of Science, 25*(4), 387–403. https://doi.org/10.1080/02698595.2011.623366

Berg, B. L. (2007). *Qualitative research methods for the social sciences*. Allyn and Bacon.

Chapman, O. (2006). Classroom practices for context of mathematics word problems. *Educational Studies in Mathematics, 62*(2), 211–230. https://doi.org/10.1007/s10649-006-7834-1

Choi, B. C. K., & Pak, A. W. P. (2006). Multidisciplinarity, interdisciplinarity and transdisciplinarity in health research, services, education and policy: 1. Definitions, objectives, and evidence of effectiveness. *Clinical and Investigative Medicine,* 29(6), 351–364.

Cramer, K., Post, T., & Graeber, A. O. (1993). Connecting research to teaching: Proportional reasoning. *Mathematics Teacher, 86*(5), 404–407. https://doi.org/10.5951/MT.86.5.0404

Freudenthal, H. (1978). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Reidel.

Gabel, D., Sherwood, R., & Enochs, L. (1984). Problem-solving skills of high school chemistry students. *Journal of Research in Science Teaching, 21*(2), 221–233. https://doi.org/10.1002/tea.3660210212

Jurdak, M. E. (2006). Contrasting perspectives and performance of high school students on problem solving in real world, situated, and school contexts. *Educational Studies in Mathematics, 63*(3), 283–301. https://doi.org/10.1007/s10649-005-9008-y

Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for Research in Mathematical Education,* 24(1), 41–61. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.24.1.0041

Lau, P. N.-K., Singh, P., & Hwa, T.-Y. (2009). Constructing mathematics in an interactive classroom context. *Educational Studies in Mathematics,* 72(3), 307–324. https://doi.org/10.1007/s10649-009-9196-y

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In M. Behr & J. Hiebert (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (Vol. 2, pp. 93–118). National Council of Teachers of Mathematics; Lawrence Erlbaum Associates.

Martínez-Juste, S., Muñoz-Escolano, J. M., & Oller-Marcén, A. (2015). Estrategias utilizadas por estudiantes de distintos niveles educativos ante problemas de proporcionalidad compuesta. En C. Fernández, M. Molina, & N. Planas (Eds.), *Investigación en educación matemática XIX* (pp. 351–359). SEIEM.

Martínez-Juste, S., Muñoz-Escolano, J. M., Oller-Marcén, A., & Rincón, T. (2017). Análisis de problemas de proporcionalidad compuesta en libros de texto de 2º de ESO. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 20*(1), 95–122. https://doi.org/10.12802/relime.17.2014

Mejía, J. (2000). El muestreo en la investigación cualitativa. *Investigaciones Sociales, 4*(5), 165–180. https://doi.org/10.15381/is.v4i5.6851

Michelsen, C. (1998). Expanding context and domain: A cross-curricular activity in mathematics and physics. *ZDM—Mathematics Education, 30*(4), 100–106. https://doi.org/10.1007/BF02653149

Nunes, T., Desli, D., & Bell, D. (2003). The development of children's understanding of intensive quantities. *International Journal of Educational Research, 39*(7), 651–675. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2004.10.002

Park, J., Park, H., & Kwon, O. (2010). Characterizing proportional reasoning of middle school students. *The SNU Journal of Education Research, 19*, 119–144.

Planinic, M., Milin-Sipus, Z., Katic, H., Susac, A., & Ivanjek, L. (2012). Comparison of student understanding of line graph slope in physics and mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education, 10*(6), 1393–1414. https://doi.org/10.1007/s10763-012-9344-1

Planinic, M., Ivanjek, L., Susac, A., & Milin-Sipus, Z. (2013). Comparison of university students' understanding of graphs in different contexts. *Physical Review Special Topics—Physics Education Research, 9*(2), 020103. https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.9.020103

Raviolo, A., Carabelli, P., & Ekkert, T. (2022). Aprendizaje del concepto de densidad: La comprensión de las relaciones entre las variables. *Latin-American Journal of Physics Education, 16*(2), 2310–2319.

Riehl, S. M., & Steinthorsdottir, O. B. (2019). Missing-value proportion problems: The effects of number structure characteristics. *Investigations in Mathematics Learning, 11*(1), 56–68. https://doi.org/10.1080/19477503.2017.1375361

Steinthorsdottir, O. B. (2006). Proportional reasoning: Variable influencing of the problem's difficulty level and one's use of problem solving strategies. In J. Novotná, H. Moraová, K. M., & N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, pp. 169–176). PME.

Tinoco, J. C., Albarracín, L., & Deulofeu, J. (2021). Estrategias de proporcionalidad simple en las aulas de matemáticas y de física. In In P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo, & D. Carrillo (Eds.), *Investigación en educación matemática XXIV* (pp. 587–594). SEIEM.

Tinoco, J. C., Albarracín, L., & Deulofeu, J. (2022). Interdisciplinariedad: Haciendo crecer el concepto de proporcionalidad. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 96*, 68–74.

Van Dooren, W., De Bock, D., Evers, M., & Verschaffel, L. (2009). Students' overuse of proportionality on missing-value problems: How numbers may change solutions. *Journal for Research in Mathematics Education, 40*(2), 187–211. https://doi.org/10.2307/40539331

∞

Juan Carlos Tinoco

Universitat Autònoma de Barcelona, España
juancarlos.tinoco@uab.cat

Lluís Albarracín

Universitat Autònoma de Barcelona, España
lluis.albarracin@uab.cat

Jordi Deulofeu

Universitat Autònoma de Barcelona, España
jordi.deulofeu@uab.cat | https://orcid.org/0000-0002-5834-0863

Recibido: 10 de enero de 2023
Aceptado: 25 de noviembre de 2024

Interdisciplinarity Between Mathematics and Physics: Solving Strategies for Simple Proportionality Problems

Juan Carlos Tinoco @, Lluís Albarracín @, Jordi Deulofeu @

Universitat Autònoma de Barcelona, España

This article analyses how secondary school students use different approaches to solve simple proportionality problems in mathematics and physics. The research focuses on 3rd ESO and 1st Bachelor students, analysing both successful and unsuccessful strategies and comparing their performance in both subjects. This interdisciplinary approach allows a better understanding of the differences in the understanding and application of simple proportionality depending on the academic context.

The results show striking differences between the two levels of education. Students in ESO3 tend to use a wider variety of strategies when dealing with simple proportionality problems. However, although they use a variety of approaches and strategies, their success rate is lower than that of students in the first year of Bachelor, who tend to use a more limited set of strategies, but with greater accuracy and efficiency in their responses. This finding suggests that, as students progress in their education, they tend to consolidate a set of strategies that they consider to be more effective, leaving aside other less efficient options. In addition, the study reveals significant differences in the strategies used in mathematics and physics. Students seem to adapt their approaches depending on the subject, possibly due to the way these concepts are taught in each disciplinary context. In mathematics, students show a greater tendency to use more formal and structured procedures, whereas in physics they tend to take a more applied approach, adapting their answers to the physical context of the problems. This variability in strategies is evidence that the context and teaching approach in each subject influence the way students understand and apply proportionality.

These findings highlight the importance of interdisciplinary teaching that fosters a deep and flexible understanding of simple proportionality, based on promoting a variety of solution strategies in both contexts, as well as encouraging the transfer of knowledge between disciplines to strengthen the overall understanding of the concept. It is also suggested that teaching strategies should be adapted to the needs of students at each stage of education, thus facilitating the progressive development of problem solving skills.