Universitat Autònoma de Barcelona

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática
y de las Ciencias Experimentales

Tesis doctoral

EVALUACION DE LA COMPETENCIA COMUNICATIVA EN LA FORMACION DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICA DE EDUCACION SECUNDARIA

Claudia Lorena Vargas Díaz

2012

Directores

Dr. Joaquín Giménez Rodríguez. Universitat de Barcelona

Dr. Carlos Caamaño Espinoza . Universidad Católica del Maule. Chile.

Tutor

Dr. Josep María Fortuny Aymemí

Universitat Autònoma de Barcelona

Agradecimientos

Quiero agradecer a todas las personas que apoyaron de diversas formas la realización de este **camino** que ha sido el doctorado en el extranjero con todas las experiencias que marcaron esta formación y también mi vida.

Agradezco muy especialmente y con mucha sinceridad a mi director de tesis doctoral Joaquim Giménez, gran profesional, gran persona y gran humano. Sus consejos y guía han significado sin duda la realización de este trabajo. Siempre dispuesto, atento y con la verdad ante todo. Un gran amigo y confidente. Su visión de futuro, su talento investigador, su paciencia y espíritu de trabajo han labrado una huella en mi actuar que espero transmitir en mis alumnos.

A Carlos Caamaño, codirector de este trabajo, le agradezco sus aportaciones y revisión, así como impulsarme a participar de las jornadas matemáticas de la zona Sur en Punta Arenas, Chile, cuyas consecuencias han sido positivas en mi vida personal.

A Claude Gaulin, una persona amable y entusiasta, demasiado generoso. Es una persona capaz de hacer lo que nadie haría en 10 meses, él lo hace en dos días. Un investigador y guía con gran experiencia y dominio de la Didáctica de la Matemática.

A Josep Maria Fortuny, gran apoyador de los que nos formamos para ser mejores. Su sugerencia oportuna y generosidad invaluable impactaron mi permanencia en el doctorado de manera positiva y significativa.

A Lluis Bibiloni, Jordi Deulofeu, Xavier Valls y David Barba, grandes maestros en resolución de problemas. Gracias a los cuatro por compartir conmigo una pasión que se contagia y que es un aliciente para continuar adelante: resolver problemas.

A Vicenç Font, director del proyecto de investigación *Evaluación y desarrollo de competencias profesionales en matemáticas y su didáctica en la formación inicial de profesores de secundaria/bachillerato*, que apoyó la realización de esta tesis como producto del proyecto y de quien recibí provechosas indicaciones de cara a concretar aspectos metodológicos para mi investigación.

A Roberto Canales amigo chileno que me recibió a mi llegada a Ripollet. A los amigos del coro de Ripollet y a los del curso de catalán.

A mi familia catalana por adopción los Raventós Canet que han estado conmigo en todo desde que me conocieron hasta estos días. Su afecto fue fundamental y lo sigue siendo. Anton i Júlia els meus pares adoptius. Us estimo molt i mai deixo de pensar en vosaltres.

A Maria Rodríguez, Marta Aguilà y Roser Salas grandes amigas y hermanas. A Poire Vallvé y Aleix Martínez mis amigos queridos en la música y en el corazón. A la familia Giménez-Manent quienes estuvieron tan cerca nuestro a través de su afecto y detalles incondicionales.

A Teresa Valerio , Miguel Ángel Alpizar y Horacio Solar mis compañeros de doctorado. A José Omar y Patricia de Ciencias Experimentales.

A Gloria Castillo, Maricarmen Rodríguez, Manuel Salas, Arturo Escudero, Maria Jesús García, Laura Ortega y Cristina Ortíz. Amistades que no se olvidan y que aportaron con su cariño en los momentos necesarios.

A mis amigos de siempre. Anja Technau, Laura Fernández, Jorge Olivares, Jorge Ramirez.

A mis amigos a la llegada a Talca, Gonzalo Riadi, Steen Ryom Hansen, Jan Felipe Van Diejen, Sergei Trofimchuck, Cecilia Barrios y Wendy González.

A mis nuevos colegas en la Universidad del Bío-Bío, gracias por confiar en mi y en mi proyección en el Departamento de Matemática como una colega matemática que investiga en Didáctica de la Matemática.

A mis padres que con esfuerzo me educaron dentro de sus posibilidades. Gracias a ellos por desarrollar en mi directa o indirectamente el espíritu de superación que me ha llevado a alcanzar mis metas y a no tranzar con mis valores ni olvidar mi origen ni mis más remotos anhelos.

A mi hijo Roberto muy especialmente por su amor infinito que correspondo en forma exponencial. Por su paciencia y comprensión. Sus tiernos años supieron de un país distinto, culturas diferentes y aprendizajes varios. Mi hijo conoce y reconoce el amor de su madre por él y por su profesión. Siempre conmigo en las experiencias, en el día a día , en el corazón, en la vida.

A Nicolas. Su amor, paciencia, apoyo, comprensión y confianza me han dado fuerzas para superar las adversidades más oscuras en mi regreso a Chile y continuar adelante con mis proyectos. Cada día que pasa soy testigo de que la espera, *mon amour,* valió la pena y que la matemática nos unió en el sur del mundo gracias a la vida que nos ha dado tanto. Ahora continuamos nuestro proyecto de vida conjunto.

Sin duda, gracias a todas estas hermosas personas es que he llegado a cumplir el anhelo de contribuir con un pequeño aporte al quehacer científico en Didáctica de la Matemática y a seguir adelante en este camino que me he permitido trazar para mi vida profesional.

No és senzill saber cap a on has de marxar…

Mai no és massa tard per tornar a començar
Per sortir a buscar el teu tresor
Camins somnis i promeses
Camins que ja son nous

Camins, que ara s'esvaeixen
Camins que hem de fer sol
Camins vora les estrelles
Camins que ja son nous

Camins, Sopa de cabra, grupo de música catalán.

Esta tesis la dedico a todos los que nos hemos esforzado en conocer una ciencia social relativamente nueva llamada Didáctica de la Matemática.

Segunda dedicatoria: A Roberto y a Nicolas

Vuelvo vida vuelvo
a vivir en mi país

Versos de la canción *Vuelvo para vivir* del grupo musical chileno Illapu.

Introducción

¿Qué sería de la humanidad sin comunicación? En el siglo 21 las posibilidades de comunicarse son tan diversas, como diversas son las intenciones de la comunicación. En la presente tesis doctoral, que es un ejemplo más de comunicación escrita, la intención es aportar con nuestros hallazgos a la investigación en la formación del profesorado de matemáticas de secundaria en el ámbito de la comunicación de la matemática.

La investigación se origina a partir de la consideración siguiente: saber comunicar el contenido matemático y poseer conocimiento matemático deberían ser parte de la instrucción integral que debería adquirir un profesor de matemáticas durante su proceso de formación.

Bajo esta consideración, no podría ser cierto que a un profesor de matemática le bastaría conocer solamente el contenido de la matemática para poder transmitirlo a nuestros alumnos y que los alumnos automáticamente aprendan matemática. Por este motivo dentro de las diferentes variables que influyen en la enseñanza de la matemática hemos puesto nuestra atención en la importancia que atribuye el futuro profesor, es decir, el profesor en formación, a la comunicación de la matemática en el aula donde enseñará matemática.

Para ello, hemos estudiado las producciones escritas de seis profesionales que se formaron durante ocho meses en la primera versión del Master de Formació del Professorat de Secundària en la especialidad de Matemática dictado por la Universitat de Barcelona en la ciudad de Barcelona, España. Este Master es de carácter presencial y las prácticas (son dos) se efectuaron en Institutos de Educación Secundaria (IES) de la ciudad condal.

Los futuros profesores, como los denominaremos durante los cinco capítulos de esta tesis, debieron llevar a cabo una serie de tareas dentro del plan de formación del Master. De estas tareas hemos seleccionamos aquellas que consideramos corresponderían a las que nos mostrarían la mayor cantidad de indicios de reflexión acerca de la comunicación de la matemática. Dentro de las tareas, se encuentran los informes de las prácticas que realizaron los futuros profesores junto con sus reflexiones a partir de Episodios de Clase que debieron analizar y comentar.

INDICE DE LA TESIS

Capítulo 1. La competencia comunicativa como problemática ……. 9

1.1. Justificación e interés en el tema ……11

1.2. Problemática. Problema de Investigación. Preguntas de investigación…..16

1.3. Objetivos de investigación…… 24

1.4. Estructura del trabajo…… 26

Capítulo 2. Marco teórico

2.1. Formas comunicativas y modelos comunicativos …… 31

2.1.1. Desde lo social-antropológico

2.1.2. Las teorías de la comunicación clásica

2.1.3. Comunicación y lenguaje en Educación Matemática

2.1.4. Comunicación y enfoque ontosemiótico (EOS).

2.2. Construyendo la noción de competencia comunicativa…… 39

2.2.1. Comunicación y curriculum

2.2.2. Competencia comunicativa como competencia básica

2.2.3. La formación de un profesional comunicativo

2.3. Evaluación de la competencia comunicativa…… 47

2.3.1. Desarrollo profesional y comunicación matemática

2.3.2. Competencia comunicativa y análisis didáctico

2.3.3. Idoneidad de procesos de estudio y comunicación matemática

Capítulo 3. Metodología

3.1. Tipo de investigación realizada: estudio de caso, interpretación……. 59

3.2. Contexto. Master de formación de profesores de Educación Secundaria en Cataluña, España…… 66

3.3. Sujetos de estudio …… 69

3.4. Diseño metodológico. Tareas…… 70

3.5. Instrumentos de análisis…….….. 81

3.6. Cuadro integrador de objetivos y metodología ……. 82

Capítulo 4. Estudio de fenómenos comunicativos en la actividad profesional en el master de formación de profesores de secundaria en Cataluña, España.

4.1. Análisis de una actividad de análisis didáctico……..…. 85
4.2. Análisis de una reflexión sobre el análisis didáctico……... 89
4.3. Análisis de una práctica sobre evaluación competencial ……. 91
4.4. Análisis de una práctica docente de matemáticas …… 94
4.5. Análisis de la valoración del programa de formación……..……... 98
4.6. Evolución de las reflexiones de los estudiantes del Master en cuanto a lo comunicativo con respecto al tiempo …….. 103

Capítulo 5. Conclusiones, limitaciones y perspectivas …….……..….. 113

5.1. Conclusiones. …….……..…….……..…….…… 115
5.2. Contribuciones. …….……..…….……..…….… 120
5.3. Limitaciones. …….……..…….……..…….…… 123
5.4. Perspectivas …….……..…….……..…….…… 123

Referencias bibliográficas …….…. 125

Anexos …….….…….…… 131

Capítulo 1

La competencia comunicativa como problemática

"Procura hacer clases amenas e interesantes, en las que yo pueda participar. Me aburro cuando todo es rutina, sólo tú hablas y yo nada puedo aportar.

Cuando te haga preguntas, no me digas "eso ya lo explique". A veces tus explicaciones no son claras o suficientes para mí; si pregunto, es porque quiero entender y aprender."

Extracto de la Carta de un alumno a su maestro

1.1. Justificación e interés en el tema

Hablar acerca de comunicación puede resultar ambiguo si no se centra la atención en una manera de comunicar específica o mejor aún en un contenido específico. Porque de la misma forma en que pensamos acerca de algo específico, todos hablamos acerca de algo específico. En esta tesis, hemos centrado nuestro interés en la reflexión que hace el futuro profesor de matemáticas acerca de la comunicación de la matemática.

En efecto, la cita del comienzo de este capítulo, ya es motivo suficiente para realizar una investigación acerca de si los alumnos entienden lo que los profesores de matemáticas les explicamos.

Sin embargo, el interés por realizar esta investigación está en el futuro profesor. Este interés nació en la propia experiencia. Primero como estudiante de matemático y luego cómo docente en los primeros años de universidad. Ya en esta etapa, esas inquietudes se materializan en esta tesis.

Esta inspiración nos lleva a narrar una experiencia real durante una formación de postgrado de matemática.

> *"Uno de mis profesores era un excelente investigador en su área. El docente conocía muy bien el contenido a explicar. Sin embargo, no lograba dar coherencia a sus explicaciones, ni captar nuestro interés y/o mantener un hilo conductor durante la clases acerca de lo que debíamos estudiar. Su actuación*

era de guía al tratarse de un curso de postgrado, sin embargo, sus indicaciones sólo parecían transportar hacia la bibliografía más que a seguir un camino. Era imposible no realizar comparaciones porque en el postgrado , contábamos con docentes que además de ser muy buenos investigadores también nos daban buenas clases y eso nos facilitaba el estudio.

Es claro, que por el hecho de ser estudiantes de postgrado con una formación previa de Licenciatura en Matemática, era posible pensar que en el programa de postgrado no necesitábamos docentes que nos dieran excelentes clases. Con nuestra formación adquirida anteriormente, podríamos apañarnos y desenvolvernos.

Así, desde este punto de vista, la manera de comunicar la matemática por parte del docente no debería ser el aspecto más preocupante para nosotros como estudiantes. El detalle importante era que este mismo docente también daba clases en el pregrado de carreras de ingeniería. Esto si me preocupaba como docente."

Una preocupación grande, al considerar que los estudiantes de pregrado de cualquier carrera en Chile, durante el primer año de universidad son bastantes dependientes de lo que explica el profesor. En la formación escolar de doce años (primero a octavo básico y primero a cuarto medio) se acostumbra a acompañarlos de manera protectora dejándoles poco espacio para la autonomía e incluyendo la mayor cantidad posible de contenidos. Por tal motivo, cuando llegan a la universidad, necesitan seguir unas indicaciones claras, un esquema explícito, unas pautas a seguir bien comunicadas. Es así que se puede afirmar que los estudiantes se benefician de la coherencia en la comunicación de la matemática que ofrezca su profesor. Y esto debe estar presente tanto en el momento de preparar los contenidos de una sesión y mientras se está en la sesión de clases en el aula.

A partir de esta experiencia comentada y ya justificada su importancia, resulta relevante considerar la problemática de formar profesores de matemática de secundaria en el sentido de comunicar correctamente el contenido matemático. De esta manera es que hemos querido indagar en las reflexiones del futuro profesor en torno a la comunicación de la matemática y en la importancia que le otorgan a este aspecto de su formación en la práctica profesional futura.

Los futuros profesores se forman para acompañar y guiar a los estudiantes de secundaria en sus descubrimientos y resolución de problemas de matemáticas. Sería deseable que también pudieran incidir en la confección del currículo, sin embargo, estos lineamientos de dan más fuertemente desde las políticas educacionales de los países.

Como sabemos, en su formación elemental el futuro profesor va incorporando el contenido matemático en forma paulatina y creciente. Sin embargo, es relevante que en esta formación además tome conciencia de la importancia que tiene la comunicación de ese contenido matemático. Más claramente, que realice una reflexión acerca de cómo comunicar en forma eficaz el contenido matemático que ha recibido.

Pensamos que en un proceso de formación el futuro profesor de matemática se debe identificar una crisis con la imagen de lo que debe ser el discurso del profesor en el aula. Hemos indagado en investigaciones que nos hablan de la importancia de comunicar como una habilidad transversal de todo profesional. Así hemos encontrando bastantes evidencias de que este tema ha sido considerado relevante en varios ámbitos. *¿Cómo hablar bien? ¿Cómo dar buenos discursos? ¿Cómo hablar en público? ¿Cómo convencer con el discurso?* Estas son algunas de las preguntas que quieren responder los diversos profesionales para tener éxito cuando comunican una idea o deben presentar un informe entre muchas otros requerimientos del mundo laboral. Para ello diversas recetas, trucos y maneras de lograrlo afloran como soluciones que no siempre se ajustan de forma genérica a los diferentes ámbitos. Con mayor énfasis correspondería investigar cómo comunicar un contenido a unos alumnos.

Sin embargo, hablar no es la única preocupación dentro de la comunicación. También lo es comunicar mediante la escritura, es decir, escribir. Existen diversos aportes en cuanto a comunicar en forma escrita de manera correcta (Forero, 2006) y también acerca de comunicar en ciencia cuando los escritos los leerán otros científicos.

Así en educación se distinguen la comunicación en el aula y la comunicación científica. La primera que tiene como objetivo educar y la segunda informar a la comunidad científica acerca de las investigaciones y hallazgos. Para la segunda, existen diversos manuales de estilo de comunicación que van desde cómo escribir una tesis hasta cómo escribir correctamente las citas bibliográficas en un artículo de journal donde cobra interés la investigación en educación circunscrita en el ámbito de la investigación social (Castelló, 2007), (Sierra, 2003), (Latorre, 1996).

Otra forma de comunicación que es preciso mencionar es la Divulgación Científica que toma diversos matices dependiendo de los espacios a los que se quiera llegar y sobre en

qué personas se desea influir. En relación a la matemática, se destacan por ejemplo, las obras de Martin Gardner que si bien no era matemático de formación, divulgó la matemática y la ciencia en su columna mensual de Scientific American desde 1956 a 1981 (llegando a escribir cerca de 70 libros). Evidentemente este tipo de comunicación es más relativa a las masas, aún cuando el uso en formación del profesorado de matemática se podría explotar más ampliamente. También la matemática en medios de comunicación como la prensa, el cine, incluso la radio se usan para divulgar la ciencia.

Como ya anunciamos, nuestra preocupación se centra en el primer tipo de comunicación, es decir, en comunicar en el aula donde la investigación pertenece al campo de investigación en Formación del Profesorado de matemática en Didáctica de la Matemática.

En primera instancia, al revisar las fuentes bibliográficas, lo primero ha sido mirar la comunicación en la educación a rasgos generales. Se habla de comunicar en la clases destacándose las estrategias de comunicación en el aula como una oportunidad para mejorar la práctica de profesores de escuelas y liceos.

Los aportes iniciales a esta área involucran a profesionales del área de la comunicación que han hecho esfuerzos para mejorar la enseñanza desde su ámbito de acción. Por ejemplo como estrategias de comunicación en el aula de primaria se han identificado las siguientes:

- Organización
- Aportación de información
- Anticipación y generalización
- Sobre la propia interpretación del alumno (planificación , valoración, requerimiento metacognitivo, metalingüístico, de qué otra forma…)
- Continuidad o seguimiento interactivo (Saló, 2006)

Con respecto al aula de matemática, también se ha escrito acerca del lenguaje en el aprendizaje de la matemática (Lee, 2006) poniendo de manifiesto lo que es el lenguaje matemático y lo que no es, sugiriendo prácticas para aumentar la comunicación eficaz en el aula y la retroalimentación efectiva para mejorar aprendizajes. Tal vez, la referencia más cercana al menos en competencia comunicativa a nuestro trabajo es el de Forster, P. (2003) pero está pensada con calculadoras gráficas. También los trabajos del National Council of Teaching of Mathematics (NCTM) que mencionan la

importancia de la comunicación tanto en la educación de los estudiantes como también entre los puntos a tener en consideración por parte del profesorado (NCTM, 2003), (NCTM, 1991).

Cuando el tema es investigar en la comunicación de la matemática, se suele pensar que se quiere reconocer el discurso del alumno. Con respecto a ello, los trabajos de este tipo en Didáctica de la Matemática tienen su preocupación asentada en las interacciones ocurridas entre estudiantes o bien en la interpretación de ellos (Planas, N., Iranzo, N., 2009), (Planas, 2011), (Planas, N., Font, V., Edo, M., 2009).

Del mismo modo, consideramos que han sido importantes los trabajos de investigación que se ocuparon de los diálogos de los alumnos cuando trabajaban en grupo y el análisis del tipo de producciones matemáticas que emergían en esos diálogos (Kieran, 2001) (Kieran, Sfard, 2001). Y los análisis cognitivos de interacciones en la producción de contenido geométrico de Murillo y Marcos (Murillo, 2006) basado en las investigaciones de Cobo y Fortuny a partir del AGENT GEOM[1].

En estos trabajos citados el énfasis se centró en las producciones de significado en estudiantes de educación Secundaria. A su vez, también ha cobrado relevancia en la formación del profesorado el tema de las interacciones, de donde emerge un modelo de análisis de las interacciones en un contexto de investigación colaborativa con una maestra novel (Muñoz-Catalán, M.C., Carrillo, J., Climent, N., 2010). Otras investigaciones consideran el papel del gesto en la comunicación en la matemática desde la semiótica Duval (1995), hasta un estudio acerca del lenguaje común (Morgan, 2011).

Las teorías de la comunicación por su parte, nos permiten conocer qué se entiende por comunicación efectiva lo cual sería deseable alcanzar cuando comunicamos matemática. En efecto, se entiende por comunicación efectiva el proceso mediante el cual se minimizan los malos entendidos (Fernández, Galguera, 2009). Se afirma que la comunicación eficaz no depende de lo parecidas que sean las personas (que vivan en el mismo territorio y hablen la misma lengua) o de lo bien que se entiendan, sino que depende de qué tanto pueden predecir y explicar correctamente el comportamiento de los otros al momento de entablar una conversación.

> *"Cuando nos comunicamos con personas de la misma cultura similar lo hacemos de una manera inconsciente o mecánica, como cuando nos lavamos los*

[1] Tutor inteligente desarrollado por el investigador Josep Maria Fortuny (Universidad Autónoma de Barcelona) y sus colaboradores en la investigación

dientes o cambiamos la velocidad de un coche; nos comunicamos naturalmente porque entendemos las actitudes y las respuestas culturales del otro." (Fernández, Galguera, 2009)

Del mismo modo, podría suceder con los alumnos. Un profesor que se presenta frente una clase no conoce a priori los códigos implícitos que existen entre los alumnos ni la cultura desarrollada por la clase. Más aún, para los estudiosos de la comunicación, la comunicación efectiva no se puede lograr si no se presta atención a lo que el otro dice y a lo que el otro responde ante lo que decimos. Todavía más, una persona posee una gran "competencia consciente de comunicación", cuando se mantiene en alerta de la forma en que se está comunicando y continuamente trata de modificarla con el fin de alcanzar una comunicación efectiva (Howell ,1982 citado en Fernández, Galguera, 2009:130).

Todo lo que podamos referenciar como evidencias acerca de comunicación nos conducen al lenguaje, haciendo cita necesariamente de Lev Vigotsky. En particular por su obra Pensamiento y Lenguaje. La parte interesante aquí para nuestra investigación es la que está relacionada con las características del lenguaje interior que estudió Vigotsky marcando las etapas de transición entre éste y las formas externas, que en cierta forma es el lenguaje interior del que habla Vigotsky, y se asemeja al que mantiene un profesor con si mismo. En el momento cuando prepara una unidad didáctica para trabajar en clases, se produce un diálogo personal. Básicamente porque cualquier humano dialoga con si mismo previamente cuando quiere explicar algo. Cuando un profesor prepara una clase realiza un diálogo interno con la finalidad de ponerse en el lugar de los alumnos.

En trabajos más contemporáneos pero en el área de la psicología y en lo que concierne a cognición están los trabajos de Pimm (Pimm,1987) que aborda el lenguaje matemático desde la perspectiva del habla de los niños en el aula y de los trabajos escritos para los alumnos, es decir, en el contexto hablado y escrito. Pimm quería explorar aspectos del lenguaje matemático en el aula, de profesor a alumno y también entre los alumnos, tanto escrito como oral. A través del esquema siguiente que aparece en el su libro (Pimm, 1987), Pimm resume los dos paralelos, el del lenguaje escrito y el oral y que además constituyen los capítulos del libro.

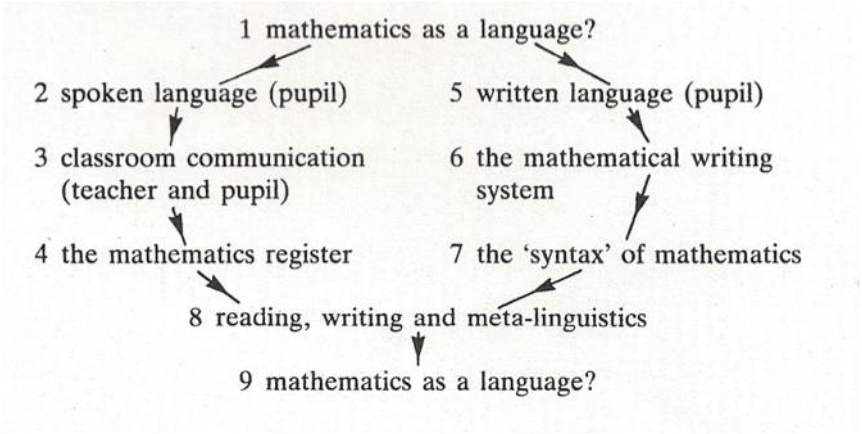


Figura Nro. 1

En otro ámbito, los historiadores señalan que Galileo afirmó que *"El universo está escrito en el lenguaje de las matemáticas".*

De ahí es que surge la idea de considerar la matemática como una lengua:

> *"Metaphorical concepts provide us with a partial understanding and hide some other aspects. Therefore "mathematics is an language" may be seen as a structural metaphor in the sense of Lakoff and Jonson (1980). Their definition states that one concept is metaphorically structured in terms of another. It is easy to find several quotations which express this idea. Mason (1985) says: "Algebra is firstly a language-a way of saying and communicating." Clearly in this quotation "algebra" may be replaced by "mathematics""* (Schweiger, 1992)

Ahora bien, la diferencia que hay entre el lenguaje común y corriente y lenguaje matemático y las notaciones se han intentado clarificar por otros investigadores,

> "We argue that mathematics learning involves managements of different linguistic varieties (registers) at the same time and that some degree of metalinguistic awareness is required to control the notation systems of mathematics, rather than specifics proficiency in single languages." (Boero et al., 2008).

En nuestra investigación, no nos ocuparemos de lo que realmente significa el lenguaje matemático. Sólo convendremos que para nosotros el lenguaje matemático es un conjunto de símbolos que usamos para contar, representar medidas, longitudes, modelos, soluciones, figuras geométricas, expresiones de lógica, orden, cuantificaciones, estadísticas, demostraciones, …

En Didáctica de la Matemática, se ha intentado describir lo comunicativo en el lenguaje matemático en procesos de resolución de problemas. Es así como tenemos que las características de lo comunicativo en los lenguajes matemáticos según (Arcavi, 2006) son las siguientes:

- *Búsqueda de Generalidad*
- *Transparencia*
- *Cercanía conceptual*
- *Eficiencia en cuanto inmediatez visual*
- *Busca de alternancias (riqueza, creatividad)*

En la formación de profesores de matemáticas, nuestra inquietud de investigación no tiene un respaldo de investigaciones muy extenso. Pero eso no nos ha desmotivado.

Nosotros estamos interesados en hacer que el futuro profesor quiera y aprenda a darle importancia a las comunicaciones con sus alumnos y luego analice los discursos de sus alumnos para mejorar así su práctica de comunicación de la matemática como parte del desarrollo profesional docente. Este es un tema de interés, cercano al trabajo del grupo de investigación de Salvador Llinares[2] donde se analiza la estructura argumentativa de una discusión online entre estudiantes para profesores de enseñanza secundaria (Llinares, 2010).

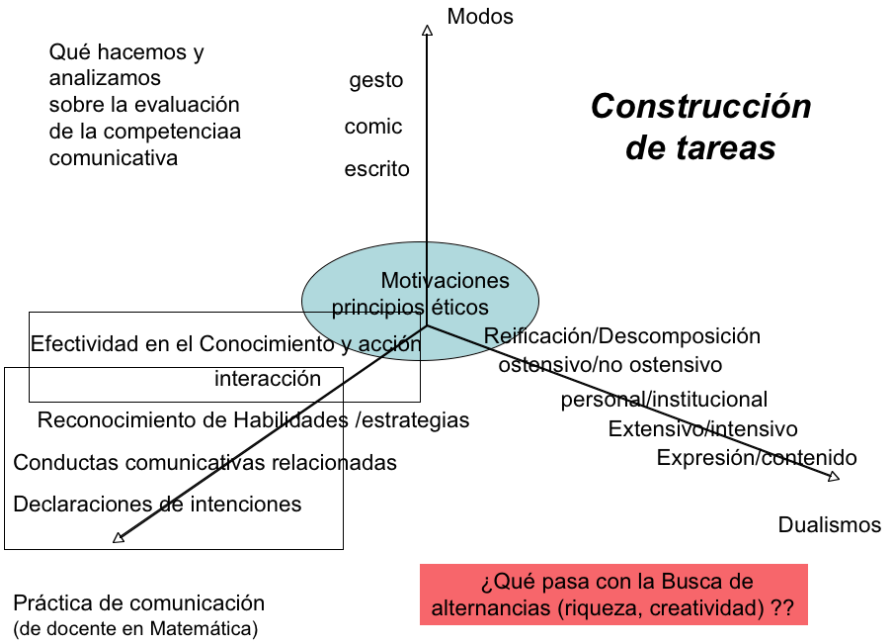
Como ya señalamos, nuestra investigación está centrada en la reflexión del futuro profesor de matemáticas de secundaria en la comunicación de la matemática y en cómo el profesor se prepara para desarrollar y evaluar en los estudiantes la competencia comunicativa en matemáticas según PISA (Rico, 2006).

1.2. Problemática

De cara a lograr una Formación del Profesorado de Matemática de Secundaria, surge la pregunta: ¿cómo se puede desarrollar en los estudiantes que se forman para profesores de matemáticas la competencia de saber desarrollar y evaluar la comunicación matemática en sus futuros estudiantes?

Intentando dar una respuesta hemos confeccionado al inicio de la investigación el Esquema I, con la idea de construir tareas en las que los futuros profesores pudieran desarrollar la competencia comunicativa.

[2] Investigador en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Alicante. España.



Esquema I

En cada eje pusimos una parte de lo que se quisiera abordar en la formación del futuro profesor. Probablemente muchos de estos aspectos no puedan ser alcanzados en un semestre o incluso un año puesto que se trata de competencias profesionales. Por ejemplo, los modos en que se puede expresar la competencia comunicativa.

Por otra parte, con el siguiente esquema queremos organizar los cuatro objetivos centrales de la formación del profesor de matemáticas en cuanto a lo comunicativo en el desarrollo de prácticas matemáticas en el Esquema II.

Esquema II

Tenemos claridad en que la pedagogía ha tenido en cuenta la importancia de la comunicación a nivel general. Por ejemplo, citamos un estudio en el cual se investigó las implicaciones educativas de la teoría de la acción comunicativa de Jürgen Habermas (Espinoza, 1997), en el cual se concluyó entre otras cosas, la importancia de promover la simetría en la acción comunicativa. De hecho, lo que se entiende por simetría es lograr que exista una comunicación en la cual, profesor y alumnos participen formando un diálogo.

En la Didáctica de la Matemática, el hecho de comunicar la matemática en cualquier etapa formativa requiere un tratamiento especial. Esto nos lleva a formular preguntas en relación a la formación del profesorado. Por ejemplo: ¿cómo se trata la comunicación de contenido matemático en la formación de profesores? ¿en qué situaciones y asignaturas de la formación matemática del profesor se trata la comunicación? y ¿cómo se gestionan esas situaciones?

Los estudios de análisis del discurso o sobre argumentación tanto de las ciencias como de la matemática, la participación en el aula de matemáticas[3], el trabajo colaborativo, nos dan luces para preocuparnos específicamente de la comunicación de la matemática. Dichos elementos se han tratado más como instrumentos de análisis que como objetos de investigación en si mismos, excepto en los trabajos realizados desde la psicología de la cognición y la semiosis (Duval, 1995). Y tratamientos como el del lenguaje, el aprendizaje colaborativo y resolución de problemas en equipo, no se han considerado en los procesos de formación inicial como competencias profesionales específicas a analizar.

Por otra parte, la investigación reciente en el desarrollo profesional del profesor está analizando el discurso del profesor, mayormente en la didáctica de las ciencias, pero también de manera creciente en matemáticas.

Existen estudios acerca de la competencia matemática que dicen relación con la llamada "alfabetización matemática" en Rico (2006) donde se afirma lo siguiente:

> *"Dicha alfabetización o competencia matemática general se refiere a las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones".*

OCDE ha definido la alfabetización matemática (Mathematical Literacy) como:

[3] La participación en el aula, la consideramos importante dentro de la praxis del profesor, pero no es nuestro objeto de estudio

> *"La capacidad individual para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos en que se presenten necesidades en la vida de cada individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo*"(OCDE, 2003).

Sin embargo, en nuestra revisión documental no hemos encontrado estudios que revelen preocupación acerca de la alfabetización matemática del profesor en cuanto a lo comunicativo, ni una definición que nos diga cómo es un profesor alfabetizado comunicativamente en matemáticas o a qué nivel está alfabetizado.

Rico[4], afirma que,

> *"Un buen nivel en el desempeño de estas capacidades muestra que un estudiante está matemáticamente alfabetizado o letrado."*

Evidentemente, con mayor razón, para un profesor. A partir de aquí, y en clave de evaluación, nos preguntamos, ¿cuál sería un buen nivel en un profesor para determinar si está matemáticamente alfabetizado en cuanto lo comunicativo?

Ser competente comunicativo en matemáticas no sólo pensamos que favorece al contenido matemático, sino que tiene características propias como competencia transversal que debe ser potenciada en la formación del profesorado de matemáticas especialmente.

Problema de Investigación

Hasta ahora hemos realizado una breve descripción de las ideas que han girado en torno de la comunicación de lo matemático. Por otra parte, hemos introducido el término de las *competencias* para dar pie a un nuevo enfoque y sentido de la formación del profesorado, que se orienta a que el futuro profesor *sea capaz de…*, o *ser competente en…*

En esta década se ha incrementado la investigación, y más aun, la innovación, en base a la noción de competencias tanto en el curriculum como en la formación. Incluso es parte de la formación en 3er. Ciclo en el área de Ciencias[5].

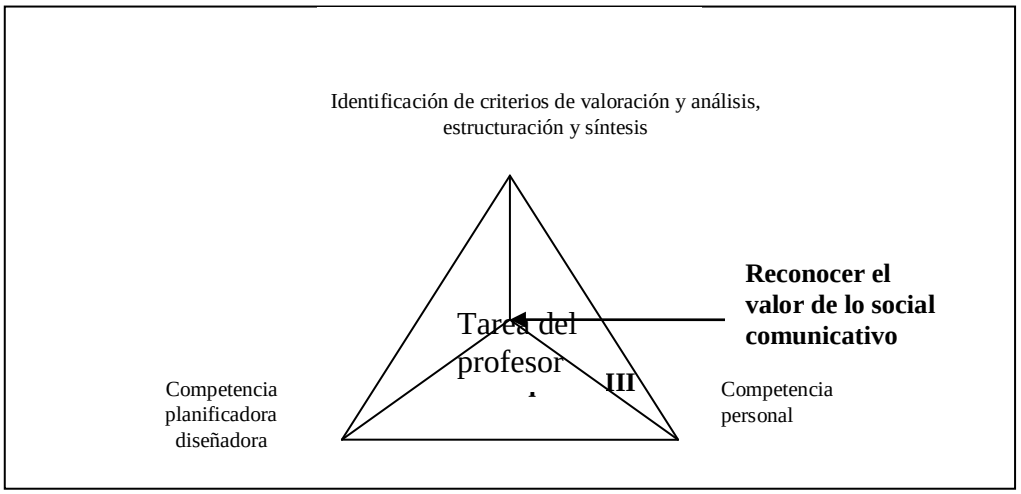
[4] Investigador en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. España.

[5] http://www.uab.es/servlet/Satellite/postgrado/doctorados/todos-los-doctorados/informacion-general/didactica-de-las-matematicas-y-de-las-ciencias-1096483531008.html?param1=2010&param2=1090573141875

A partir de esta idea centrada en la formación de profesores de matemáticas, nuestra investigación pretende evaluar la competencia comunicativa del profesor, y a su vez también caracterizar las competencias comunicativas.

De este modo, el propósito de la investigación parte de considerar la comunicación esencial para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, tomando como punto de partida el estudio del Pensamiento Crítico y la Resolución de Problemas (Vargas, 2008), en el cual se investigó el nivel de importancia que otorgan los estudiantes de Magisterio a la *Nitidez con la que expresan sus resoluciones de problemas a terceros* desde lo cual también se ha planteado una propuesta para la formación inicial de maestros (Vargas, 2011).

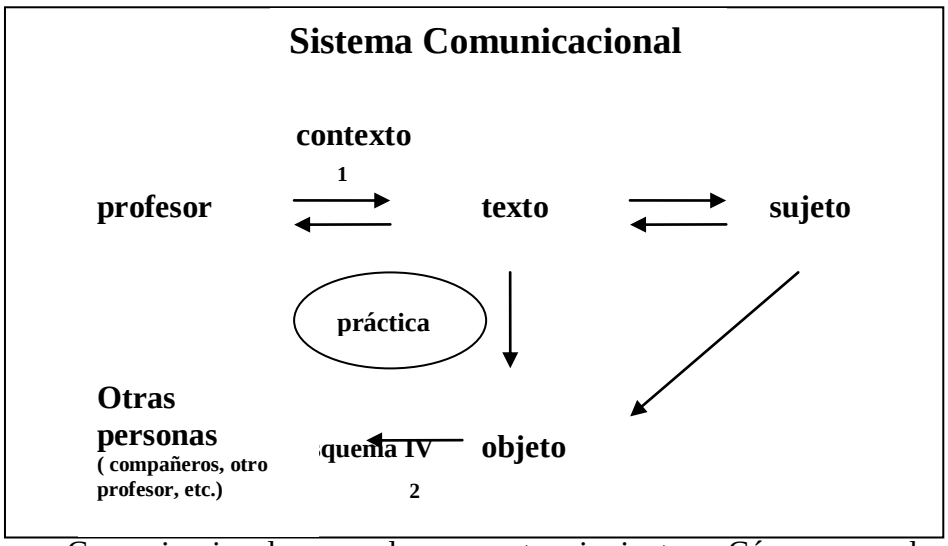
Sin embargo, no se debe perder de vista que nuestro trabajo está centrado en la tarea del profesor, la cual hemos decidido representar en el ***sistema tetraédrico*** del Esquema II.



Cada vértice en el sistema (Esquema III) representa elementos importantes de la práctica del profesor dentro de las cuales destacamos el ***reconocimiento del valor de lo social comunicativo en la formación docente.*** Consideramos que relaciona el objeto matemático y el objeto didáctico (la preparación de una clase, el análisis que el profesor hace del trabajo del alumno) en cuanto a la intención de conocer las reflexiones que realizan los futuros profesores acerca de la comunicación que se produce cuando un profesor de matemática explica un contenido o bien cuando ofrece un texto a sus alumnos y cuando esos alumnos son requeridos a comunicar matemática a compañeros de clase o a explicar al profesor sus razonamientos. Y todo ello en clave de evaluación.

Nuestro interés se centra precisamente en encontrar medios para evaluar la competencia comunicativa ya que cualquier situación matemática propuesta en clave de evaluación en un texto *provoca* una relación con el sujeto y el texto evoca un objeto matemático al sujeto. Pensamos que en esa provocación ya hay comunicación.

Estas ideas las hemos plasmado en el Esquema IV que presentamos a continuación el cual hemos denominado ***sistema comunicacional.***



Esquema IV

A partir del Sistema Comunicacional, surgen las preguntas siguientes: ¿Cómo responde el individuo a textos matemáticos o didácticos? ¿Cómo se posiciona el sujeto frente a ese texto? ¿Qué interpretación hace del texto? ¿Cómo responde el sujeto a la interpretación?

Por lo general, cuando un sujeto comunica oculta la interpretación que realiza dejando ver sólo su argumentación (al escribir o hablar). Un primer aspecto de lo comunicativo relacionado con analizar sería ¿cómo se enfrenta el sujeto a la argumentación y a la interpretación? y un segundo aspecto de lo comunicativo estaría relacionado con el posicionamiento del sujeto frente al contenido, es decir, ¿cómo el sujeto ante esa provocación muestra el dominio del contenido? En consecuencia, nos hacemos la pregunta ¿qué hace que este sistema comunicacional (Esquema III) funcione o no funcione? Pretendemos averiguar la respuesta a esa pregunta, e intuimos que no cambia nada si se cambia el contexto, o el texto.

Un segundo aspecto es analizar el desarrollo de la competencia comunicativa matemática con futuros profesores que, tendrán el rol de enseñar matemáticas, y por tanto, necesitan unas habilidades comunicativas que le permitan enseñar matemáticas y promover la comunicación en sus aulas. En nuestra investigación nos concierne este

segundo ámbito por tanto nos preocupa indagar y caracterizar los elementos de la competencia comunicativa matemática para estos futuros profesores de matemáticas.

Los aspectos o constructos están emergiendo cuando se habla de nuestra problemática son los siguientes:

> FORMALIDAD- OBJETO- Conversación /diálogo /práctica dialogal…, conversación, interacción participativa (gramática)- palabras, significados
>
> SOCIAL- Habla, Discurso o comunicación discursiva, colaboración, intencionalidad, discurso interactivo… conflicto
>
> MEDIO- HISTORIA- Entorno, cultura de clase, TIC, conexión, norma …
>
> FINALIDAD - ¿Información = objeto matemático? Objeto matemático con significado , objetos didácticos,
>
> Funcionalidad- PROFESIONALIDAD- desarrollo comunicativo del profesor, competencia en cuanto saber, saber ser, actuar…lo estratégico…divulgar, características de liderazgo,

Finalmente, nosotros definimos la competencia comunicativa en matemática como:

> *La capacidad social y comunicativa de enseñar matemática a un grupo de personas interesadas en aprender matemática.*

Preguntas de Investigación

A partir de lo observado, y atendiendo a la complejidad del fenómeno comunicativo, hemos formulado las siguientes preguntas de investigación:

P1. ¿Cómo se considera la competencia comunicativa en programas de formación de profesores de matemáticas para la Educación Secundaria?

P2. ¿Cómo caracterizar la competencia comunicativa en cuanto modos discursivos empleados en la formación docente mediante actividades matemáticas de formación de profesores de matemáticas para la Educación Secundaria?

P3. ¿Qué consecuencias tiene el análisis de prácticas de formación en cuanto a competencia comunicativa profesional?

Pasamos a resumir ahora las acciones que hemos tomado para intentar dar respuesta a las preguntas de investigación en la Tabla Nro. 1, explicitando referencias para el marco teórico y el análisis de los datos.

Pregunta	Acciones de investigación	Marco teórico/análisis de datos
P1	• Caracterización de lo comunicativo (ESCRITO) desde lo lingüístico • Caracterización de procesos que implican comunicación • Caracterización mediante tareas	Trabajos sobre competencias comunicativas y modelización matemática : (Sol, 2008) Trabajos de C. Haines y R. Crouch (2005)
P3	• Caracterización Competencias profesionales	EOS, Documentos de Llinares, Rico, Font. Godino y otros
P2	Analizar la formación de profesores Rico. Matemáticas en Educación Secundaria. Libros de Graó. 2010	Reconocer criterios y categorías de los autores
P1	Analizar tareas profesionales diversas para encontrar indicadores de logro de la competencia.	Análisis de Idoneidad epistémico, cognitiva interaccional.
P3	Caracterizar tipos de actividades según contenidos profesionales y sistema de evaluación a partir de resultados empíricos anteriores	Funciones y grados de evaluación. Siguiendo a Giménez (1997) Grados de competencia comunicativa. "Querétaro"

Tabla Nro. 1

Usando una V de Gowin (Figura 2), a continuación, se presenta nuestro posicionamiento ante la pregunta de investigación.

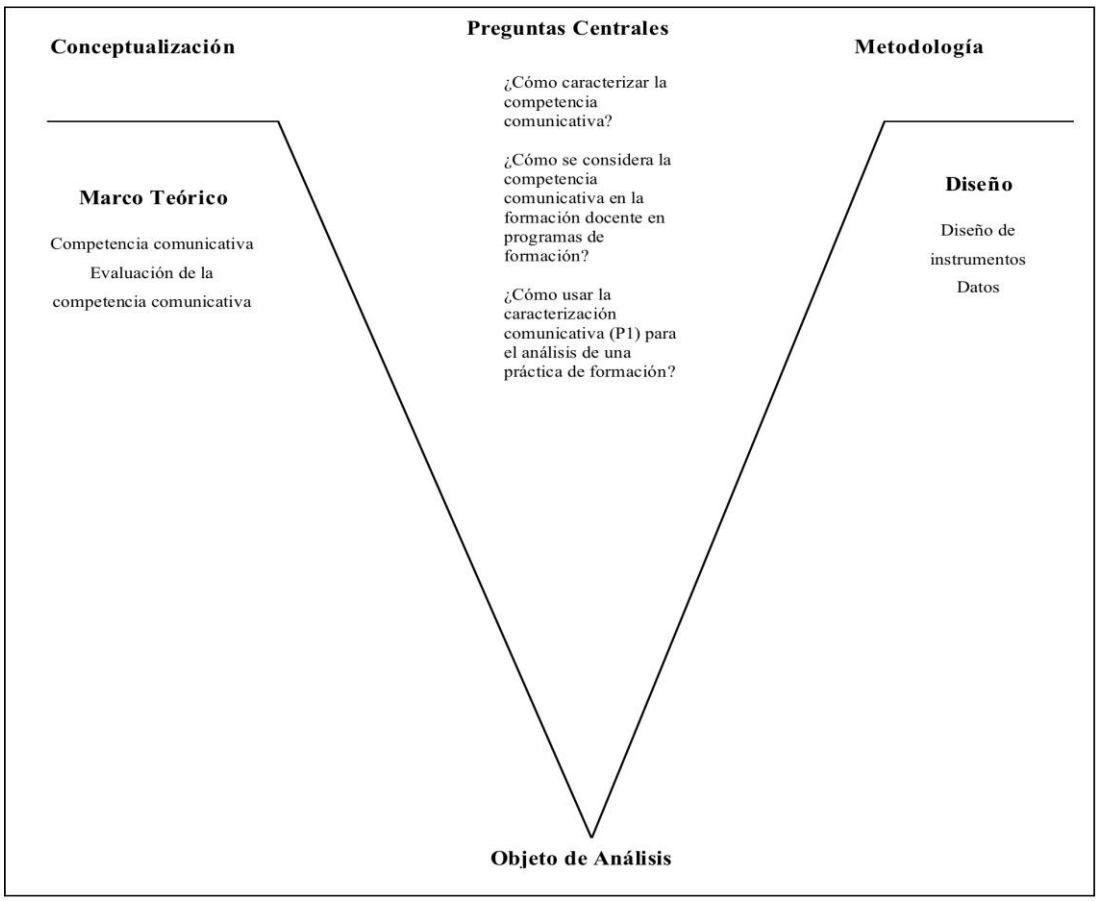


Figura 2.

1.3. Objetivos específicos de investigación

El objetivo básico de esta investigación es:

> *Caracterizar los elementos de la evaluación de la competencia comunicativa presentes en la formación de los futuros profesores de matemática de secundaria.*

Como objetivos secundarios, señalamos los siguientes:

1) Reconocer elementos teóricos: ¿qué significa formar para promover que los estudiantes sean comunicadores matemáticos?, ¿qué elementos comunicativos pueden ser evaluados en la formación de profesores en matemáticas?
   Para ello, analizar los elementos comunicativos que se haya considerado en programas de formación de profesores, específicamente las competencias profesionales relacionadas con lo comunicativo.
2) Analizar diferentes tareas profesionales en clave de evaluación con el fin de reflejar la diversidad de posibles contextos y modos discursivos en los que se puede dar la competencia comunicativa.
3) Reconocer criterios para evaluar la competencia comunicativa en cuanto Identificar elementos del desarrollo de la competencia comunicativa en un proceso de estudio.

Ante las tareas propuestas, nosotros nos preguntamos lo siguiente: ¿En qué sentido la elaboración de unas tareas con estas características está representando un cambio en el aspecto sumativo en la evaluación? Y con ello, cómo formalizamos un diseño organizado que nos permita valorar y regular la competencia comunicativa de los futuros profesores de matemática de secundaria, de forma que se amplíe y desarrolle lo que se exponía sobre la multidimensionalidad de la misma (Fortuny y Giménez, 1996).
A partir de aquí, pensamos que en esta investigación es preciso responder a los objetivos correspondientes con fases de trabajo que estarían orientadas a caracterizar la competencia comunicativa y a evaluar su desarrollo.
Para la investigación se consideran las siguientes fases:

> **Fase 1. Inicio y planteamiento teórico.** En esta etapa queremos reconocer elementos teóricos como por ejemplo los elementos comunicativos que cabe considerar en la formación de profesores de matemáticas. Para ello esta etapa

está orientada a estudiar qué noción de competencia comunicativa se adopta y qué criterios se identifican en el programa de formación. Además indagar en cómo se podría visualizar la forma en que el profesor reflexiona acerca de comunicar un contenido. El instrumento a utilizar será una pauta de cotejo con categorías para analizar las producciones escritas.

Fase 2. Estudio exploratorio. En esta fase nos enfocamos en el reconocimiento de las características personales del profesor comunicador en educación matemática y en el análisis de los elementos comunicativos en el Programa de Formación escogido. Para ello indagaremos en evaluar si existe reflexión en cuanto a lo comunicativo en seis distintos tipos de tareas.

Fase 3. Análisis de la evolución de la competencia comunicativa. Aquí hemos establecido un conjunto categorías que nos sirven para evaluar el máximo de los elementos comunicativos que ayuden a reconocer el desarrollo y evolución de la reflexión acerca de la competencia comunicativa en el proceso del Master de Formación del Profesorado de Secundaria. Identificaremos criterios de valoración y análisis, estructuración y síntesis del profesor, usando como técnica instrumental el análisis del discurso.

Fase 4. Conclusiones.

En esa fase, pretendemos reconocer características que podemos deducir de los resultados obtenidos.

1.4. Estructura del trabajo

En el capítulo 1, estamos mostrando un breve estado del arte acerca de comunicación, competencia comunicativa, indicando en qué epistemología se han dado ciertos constructos y cómo podemos ver que aspectos nos interesan a nosotros. Enunciamos además, las preguntas de investigación y el listado de aspectos a investigar que, luego en las conclusiones, se van a responder a partir de los objetivos.

En el capítulo 2, se describen los referentes teóricos que se tuvieron en cuenta para abordar el estudio del problema planteado en esta investigación. Aquí la competencia comunicativa se sitúa como eje central para la investigación. Las formas comunicativas y modelos comunicativos los explicamos desde lo antropológico hasta las teorías de la

comunicación clásica, sin olvidar la comunicación y lenguaje en Educación Matemática, la comunicación y el conflicto semiótico y la idoneidad didáctica en el enfoque ontosemiótico de lo didáctico. También construimos la noción de competencia comunicativa teniendo en cuenta el marco curricular catalán, la competencia comunicativa como competencia básica, la formación de un profesional comunicativo y la competencia comunicativa como competencia profesional.

Luego pasamos a estudiar la evaluación de la competencia comunicativa en matemática, considerando para ello el desarrollo profesional y comunicación matemática.

Sobre la misma idea se comentará la competencia comunicativa en el análisis didáctico, la idoneidad de procesos de estudio y comunicación matemática, para luego sentar las bases que nos servirán para el análisis de las tareas de los futuros profesores (discurso del profesor y comunicación en el aula de matemáticas, análisis de textos producidos por futuros profesores, conclusiones a partir de un análisis de caso), desde la comunicación matemática como competencia.

En el capítulo 3, se describe el proceso metodológico que se siguió para intentar una aproximación a la respuesta del problema planteado en la investigación.

Aquí el tipo de investigación realizada: estudio de caso, interpretación. Contexto. Master de formación de profesores de Educación Secundaria en Cataluña, España. Sujetos de estudio. Diseño metodológico. Criterios de validez. Instrumentos de análisis. Cuadro integrador de objetivos y metodología.

En el capítulo 4, se trata el Estudio de fenómenos comunicativos en la actividad profesional en el master de formación de profesores de secundaria en Cataluña, España.

Análisis de una actividad de análisis didáctico, de una reflexión sobre el análisis didáctico, de una práctica sobre evaluación competencial, de una práctica docente de matemáticas, de la valoración del programa de formación y se presentan los elementos para un análisis de la comunicación verbal.

A continuación un resumen de la evolución de las reflexiones de los estudiantes del Master y una propuesta de evaluación de la competencia comunicativa a nivel de reflexiones.

En el capítulo 5, damos a conocer las conclusiones más relevantes de nuestra investigación, las limitaciones y las perspectivas futuras.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Formas comunicativas y modelos comunicativos

Si la comunicación oral establece relaciones, cabe preguntarse desde el diseño de una formación de profesores ¿es importante lo oral en la práctica del profesor?, ¿comunicar matemáticas como futuro profesor/formador es preocuparse por el otro?, ¿comunicar es establecer puentes con el otro?, ¿qué tipo de relaciones son importantes que se establezcan?, ¿despertar el interés?, ¿la incorporación de aspectos comunicativos desarrollados fuera del contexto escolar debe tenerse en cuenta?, ¿por qué usar las TIC?, ¿para comunicar matemáticas es importante ver al otro?, ¿es importante que el objeto de conversación sea suficientemente claro para que las personas lo entiendan?

Conviene en este punto recurrir al diccionario de la Real Académica Española de la Lengua Castellana, para conocer y comprender la palabra comunicar y sus distintas acepciones:

1. tr. Hacer a otro partícipe de lo que uno tiene.
2. tr. Descubrir, manifestar o hacer saber a alguien algo.
3. tr. Conversar, tratar con alguien de palabra o por escrito. U. t. c. prnl.
4. tr. Transmitir señales mediante un código común al emisor y al receptor.
5. tr. Establecer medios de acceso entre poblaciones o lugares. *El puente comunica los dos lados de la bahía.* U. t. c. prnl.
6. tr. Consultar con otros un asunto, tomando su parecer.
7. tr. ant. comulgar.
8. intr. Dicho de un teléfono: Dar, al marcar un número, la señal indicadora de que la línea está ocupada por otra comunicación.
9. prnl. Dicho de cosas inanimadas: Tener correspondencia o paso con otras.
10. prnl. Extenderse, propagarse. *El incendio se comunicó a las casas vecinas.*

De estas acepciones, hemos seleccionado algunas que nos parece que se acercan a la labor docente.

La acepción 1, porque precisamente como profesores hacemos partícipes a los alumnos de un conocimiento matemático.

La acepción 2, ya que por supuesto cuando descubrimos, manifestamos o hacer saber a nuestros alumnos el conocimiento matemático.

La acepción 3, puesto que cuando conversamos, tratamos con nuestros alumnos, de palabra o por escrito, los temas de matemática en clase.

Estas tres acepciones son las que más se relacionan con la lo que entendemos por comunicar en el aula. Ahora miraremos la comunicación desde diferentes ámbitos, extrayendo algunas ideas que nos orienten en nuestra investigación.

2.1.1. Desde lo social-antropológico

El ser humano es un ente social por antonomasia. Aunque suene de perogrullo, la comunicación es un fenómeno de carácter social. Todos nos comunicamos porque todos dependemos de otros. Dependemos del grupo, de poder comunicarnos con otros. En ese sentido, todos somos necesarios para el grupo. En un aula cuando el profesor explica un contenido (de matemática o de otra área del conocimiento) sucede algo similar. Todos son partícipes y la clase se construye entre todos los participantes.

Podría decirse desde la antropología, que la comunicación comienza con los primeros signos de vida humana del mismo modo que comienza la comunicación entre un bebé y su madre durante los primeros minutos de vida del bebé. Al principio sin palabras.

Gracias a la evolución humana, el hombre desarrolló una manera de entenderse con los demás gracias puesto que el cerebro humano posee un desarrollo superior al de otras especies. El lenguaje humano es un sistema muy complejo. Nos sirve para expresarnos y entendernos con los demás y es una herramienta de comunicación rápida y precisa. Nos sirve para comprender el mundo, para nombrarlo y definirlo.

El responsable se denomina gen y proteína foxp2, llamado "gen del lenguaje" o "gen del habla". Este nos diferencia de otras especies y fue descubierto en los años 90 del siglo XX. Se piensa que los neardenthals ya lo poseían, y que se modificó por selección humana reciente en los últimos 200.000 años.

Los humanos decimos alrededor de 4 o 5 palabras por segundo y cometemos un error cada 1000 palabras (en el mejor de los casos). Otra particularidad del cerebro humano, es que tiene la posibilidad de grabar memorias lo cual hace que podamos reconocer palabras. Gracias a esto nos comunicamos. Para ello existen unos 6500 idiomas en el mundo pero no hay un lenguaje universal. Tampoco existe un lenguaje de signos que sea universal ya que las lenguas de signos varían de acuerdo a la región[6]. Sólo el lenguaje facial se considera universal ya que todos los humanos tenemos emociones y

[6] National Geographic 2011 (edición en castellano), diciembre de 2011

sentimientos que se expresan en el rostro[7]. De hecho, no es difícil reconocer sentimientos como la felicidad o la tristeza independiente de la nación o continente de la persona.

Hoy en día comunicarse no se limita solamente al hecho de entablar un diálogo con otra persona sino que se relaciona con las múltiples posibilidades que existen en nuestro planeta para establecer contacto con otras personas. Ya sea a través de medios masivos de comunicación como lo son la televisión, la radio, Internet o través del correo electrónico de forma personalizada o a través de las redes sociales cada vez más instaladas en la sociedad.

La comunicación involucra procesos de intercambio desde los inicios más primitivos del hombre. Tal vez, para ponerse de acuerdo para cazar el alimento o para formar un clan o una tribu. En una época menos remota, podría ser menear el abanico para coquetear. En la actualidad, lo es una conversación o una comunicación enfocada hacia las masas a través de una enorme gigantografía realizada con un plotter de última generación.

Es así como se identifican dos tipos de comunicación: la verbal y la no verbal. La que nos preocupa en nuestra investigación es la verbal. A su vez la verbal se divide en oral y escrita.

Ahora bien, tanto el profesor de matemáticas como el profesor de otras áreas y cualquier profesional se comunica en forma verbal con otras personas. Para diferentes necesidades comunicativas. Pero en este acto, no se debe perder de vista que estamos relacionándonos entre personas.

> *"Al ejercer una profesión se debe tener una concepción de ser humano porque vamos a trabajar con humanos"* (José Barbosa[8]).

No importa si en el aula se trate de niños, jóvenes o adultos. Siempre se debe tener en cuenta que son personas a quienes queremos enseñarles algo.

Claramente la voz facilita la transmisión de información de una generación a otra. En el caso de la matemática lo ha facilitado muchísimo aunque fue necesario escribirla para poder contener los hallazgos. Inevitablemente, cataclismos o incendios mermaron este traspaso, sin embargo no se detuvo su avance.

---

[7] http://www.rtve.es/mediateca/videos/20101031/tres14---lenguaje-31-10-10/916962.shtml

[8] Etica y valores. Universidad Técnica Particular de Loja. Puerto Rico.

Aún así, las experiencias difundidas a través de la tradición oral se fueron enriqueciendo cada vez más y esto permitió a los humanos adaptarse al entorno o adaptar el entorno a si mismos mucho más rápidamente que antes. De hecho, se podría decir que la evolución humana biológica fue en cierta forma superada por la evolución sociocultural y tecnológica. Un ejemplo de ello por supuesto, es la matemática.

2.1.2. Las teorías de la comunicación clásica

Técnicamente, la comunicación se comprende bajo la acción de un emisor, un receptor y un mensaje. Esta manera de comprender la comunicación evoca las comunicaciones de radio por onda corta. Aunque se trata de un modelo de comunicación tecnicista es bastante sencillo de comprender (Figura 3).

En este esquema no hemos considerado el canal porque no se corresponde con lo que sucede en una clase. Bien el canal podría ser la pizarra, el computador con el datashow, pero no es lo que nos preocupa en esta investigación.

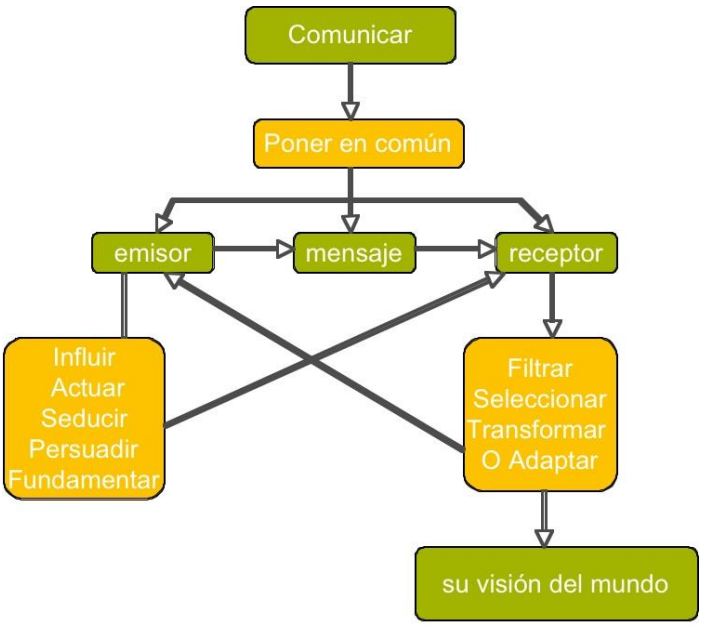


Figura 3.

En efecto, de manera muy sintética se define como emisor al que enuncia el mensaje en un acto comunicativo, es decir, que transmite algo a los demás. Ese mensaje es la información que el emisor envía al receptor. El receptor recibe el mensaje a través de un canal. El canal es el elemento físico que establece la comunicación entre el emisor y el receptor. ¿Qué es lo importante aquí? Lo importante subyace en que el sistema de comunicación funciona, es decir, la información llega al receptor si el emisor envía un

mensaje en un código que el receptor puede interpretar. Ese código es un conjunto de signos con una reglas que permiten el uso de ellos. El código que utilizamos cuando hablamos con alguien es la lengua vehicular de la región geográfica donde vivimos. En nuestro caso la lengua castellana y la lengua catalana. En matemática sería el lenguaje matemático.

Añadiendo el aspecto social a la comunicación, aparecen los actores del acto comunicativo. Se comprenden como el emisor a la persona que construye y transmite el mensaje con una intención, un propósito específico. El receptor es aquella persona a la cual va dirigida la comunicación y realiza el proceso inverso que realiza el emisor ya que descifra e interpreta los signos utilizados por el emisor que quiere convencerlo de algo.

¿Qué podemos extraer y trasponer de estas definiciones al ámbito del aula donde van a dar las clases los futuros profesores? El emisor es casi siempre, en primer lugar, el profesor de matemática, los alumnos los receptores y, como ya decíamos la matemática es el código común. El profesor tiene como labor persuadir, influir, fundamentar, entre otras acciones para hacer efectivo ese mensaje en los receptores, que tienen como misión seleccionar, filtrar, transformar o adaptar el contenido del mensaje, en este caso de un contenido matemático de acuerdo a su particular visión del mundo que lo rodea, es decir, al contexto donde se encuentra.

Técnicamente hablando, también cualquier perturbación que experimente una comunicación se denomina "ruido". Si pensamos en un aula, es probable que ese ruido esté representado por el comportamiento de los alumnos en la clase u otro tipo de interrupciones. Incluso el horario de clases puede afectar a la dinámica que se de en el aula. Todo aquel que haya estado expuesto a un aula, ya sea como alumno o profesor, puede determinar el tipo de "ruido" que mayormente afecte a la fluidez del traspaso de contenidos

.

Desde la antropología rescatamos esta definición de comunicación de Birdwhistell[9]:

> *"La comunicación es una negociación entre dos personas, un acto creativo. No se mide por el hecho de que el otro entienda exactamente lo que uno dice, sino*

[9] 1918 – 1994. Nacido en Ohio, Estados Unidos. Antropólogo de la gestualidad. Entre sus trabajos se destaca *El lenguaje de la expresión corporal*, Barcelona, 1979.

por que él contribuya con su parte, ambos cambien con la acción. Y, cuando comunican realmente, lo que forman es un sistema de interacción y reacción bien integrado" (Birdwhistell, 1979)

Pensamos que el sentido de Birdwhistell es el de promover la simetría en la comunicación. Esto porque Birdwhistell no considera el habla separada de lo gestual, sino que se fijó en el habla acompañada de los movimientos corporales, el lenguaje del cuerpo y qué transmite.

Sin embargo en esta investigación no abordaremos el tema de los gestos en la formación de los profesores de matemáticas ya que esta parte de la comunicación matemática no corresponde a investigación en Didáctica de la Matemática. No obstante, en la introducción hemos mencionado que existen trabajos orientados a estos temas.

Ahora, desde la filosofía, la comunicación es una interacción social entre seres humanos basada en ritos y el signo lingüístico. Esto con la fuerza de las verdades sometidas a la crítica. Hay trabajos de investigación en didáctica de la matemática que han tomado como base teórica la obra de Habermas (Ramos, 2006). Aquí el discurso de los profesores está organizado en torno a los criterios de idoneidad de manera intuitiva.

En diversos escenarios del conocimiento y con diferentes actores se ha analizado la comunicación. Ahora nos corresponde mirarla desde la enseñanza de la matemática.

2.1.3. Comunicación y lenguaje en Educación Matemática.

Una característica fundamental en cualquier formación profesional es hablar, expresar se, tener algo que decir. Un profesor que comunica es una persona que expresa con movimientos de su cuerpo, que hace gestos, que despliega una serie de recursos del ámbito expresivo que se encuentran alineados con los contenidos que están entregando.

Sin entrar en la noción de competencia comunicativa aún, para Arcavi[10] sería deseable que se cambiara el autoritarismo en el aula por parte del profesor por un diálogo. Que se legitimen las voces del alumnado, que se formalice la matemática sin perder el sentido. Estos son algunos de los consejos de Arcavi para los profesores de matemática (Arcavi, 2006).

Pensamos que inicialmente, se puede entender la comunicación en matemáticas como la manera de expresar oralmente o por escrito la matemática (Niss, 2002). No obstante,

[10] Abraham Arcavi, investigador de Educación Matemática del Instituto Weismann de Israel.

pensamos también que esto es sólo un aspecto en clave de evaluación Clarke (1992; Giménez,1997). De hecho, Begg (1993) explica que el factor más importante en la comunicación es el lenguaje y todos los aspectos de la comunicación están relacionados con el, incluyendo los siguientes:

- *Intrapersonal Communication (self assesment is a form of intrapersonal Communications. Holding the mirror to the learner to help to develop reflective skills, and introducing strategies such as Journal-keeping are part of the teacher role in working towards both learning and assessing.*
- *Inter-personal Communication (relating to others and debating posibilities)*
- *Oral Communications (following instructions, discussing difficulties, asking questions, presenting and explaining results to others, and listening actively)*
- *Written Communications (using journals, following instructions from the text or a computer, using referent materials, and making reports).*
- *Visual Communications (watching and seeing, picturing and presenting pictorially)*
- *Symbolic or Graphical Communications (drawing and interpreting graphs and diagrams to depict mathematical ideas, using symbols to represent ideas precisely; exploring problems and describing results using graphical, symbolic and other mathematical models or representations; and appreciating the economy, power, and elegant of mathematical notation).* (Begg, 1993)

En nuestra propuesta, interpretamos la comunicación en matemáticas como el ***desarrollo de un conjunto de acciones textuales que involucra dar respuesta a preguntas en el marco de una institución matemática***. Podríamos decir que se trata de la manifestación de una subconfiguración de objetos, lenguajes, representaciones, y una serie de procesos específicos (Font, V. y Godino, J. D., 2006) tales como la representación, la visualización, análisis, síntesis, argumentación y demostración. Así mismo, en general sería discutir, comparar y validar el trabajo matemático realizado hacia uno mismo y hacia otros. Por tanto, indagar en este conjunto de acciones conlleva un complejo análisis.

La comunicación no sólo debe reconocerse en lo personal sino en la relación con los otros (según la idea original de Shannon (1948) y para los otros (Habermas, 1997) que

incluye la reflexión sobre la forma retórica (Davis, 1996) en que se establece, y las formas de convencimiento (Ernest, 1999).

Por un lado podemos entender que una persona que comunica matemática debe manejar *elementos de retórica*, tales como:

- Poseer un léxico apropiado
- Poseer un manejo adecuado de símbolos matemáticos
- Entregar una estructura argumentativa a sus alumnos

Por otro lado, se puede entender que una persona que comunica matemática debe poseer una *conceptualización idónea de la matemática*. Por ejemplo:

- Dominio de los conceptos matemáticos
- Dominio de los procedimientos matemáticos
- Conocimiento de recursos externos (regla, compás, ordenadores, dibujos, …)

Por tanto, para nuestra investigación pensamos que un comunicador en matemáticas debe manejar tanto elementos que hemos denominado *retórica*, como también la conceptualización idónea de la matemática.

Otro aspecto muy destacable en la formación del profesor con respecto a la comunicación, es la integración del conocimiento por medio de un sistema comunicativo de signos (Giménez, 1999). Esto significaría que el profesor no sólo debería reconocer elementos de representación del contenido, sino también la forma de expresión de las interacciones que quiere que se reconozcan en la transmisión del contenido. Con ello se quiere decir que a los elementos verbales que normalmente vehiculan el contenido, y los gráficos que en ocasiones se utilizan desligadamente, deben agregarse otras muchas formas de comunicación análogas que dan significación al contenido que se trata. Por tanto, para esta investigación un comunicador en matemáticas debe manejar tanto elementos de retórica como la construcción y desarrollo de significados a través de diferentes formas de representación.

2.1.4. Comunicación y enfoque ontosemiótico (EOS).

El Enfoque Ontosemiótico de lo didáctico (EOS) del Conocimiento y la Instrucción Matemática considera las contribuciones de disciplinas como la psicología, pedagogía, filosofía, y la sociología, y se basa en el análisis de la naturaleza de los contenidos matemáticos y en el desarrollo cultural y del individuo en la institución educativa

(escolar u otras)[11]. En el EOS se considera que es fundamental considerar todo esto ya que es imposible hacer análisis disjuntos de fenómenos debido a que todo está involucrado.

Por ello el aporte principal de EOS a nuestra investigación es la articulación coherente de herramientas teóricas para estudiar las distintas dimensiones y facetas que es necesario tener en cuenta en el diseño, implementación y evaluación de procesos de estudio matemático (Godino, 2007).

Interpretamos así la importancia que el futuro docente debe dar a los significados de los objetos matemáticos desde sus configuraciones y la superación de conflictos semióticos/cognitivos e interaccionales. En el planteamiento de EOS, la competencia comunicativa no está sólo en lo interaccional (la comunicación) sino que está presente en la idoneidad cognitiva y epistémica en el sentido que el futuro profesor aprende y/o muestra que valora el trabajo de clase (propio de los estudiantes) en base a un criterio.

2.2. Construyendo la noción de competencia comunicativa.

La palabra *competencia* se usa hace más de cinco siglos (al menos en lengua francesa). Con esta palabra se identificaba el poder entregado por la ley a un tribunal en procesos judiciales. Desde el final del siglo XVII se amplió su significado a "capacidad del conocimiento y de la experiencia" (Belkhodja, 2007). En efecto, ser competente en una época provenía del taylorismo [12] asociado a la producción, lo cual está mayormente relacionado con el mundo de la industria. La noción de *competencia* representa un conocimiento o experiencia que una persona ha adquirido en un campo particular y que le da derecho a opinar y juzgar acerca de algo.

Rey (1996) caracterizó la competencia como la agrupación organizada y exhaustiva de lo que es obvio y que está exento de misterio. Se trata de una cualidad que se reconoce en algún otro pero no es atribuible a uno mismo. Así, una *persona competente* sería una persona públicamente reconocida como tal. Belkhodja[13] por su parte, citaba a Le

[11] Teoría desarrollada por Juan Díaz Rodino de la Universidad de Granada. España.

[12] Corresponde a la división de las distintas tareas del proceso de producción. Este fue un método de organización industrial, cuyo fin era aumentar la productividad y evitar el control que el obrero podía tener en los tiempos de producción.

[13] Maha Belkhodja, investigadora en Didáctica de la Matemática en Québec, Canadá.

Boterf[14] ya que se enfoca en ese aspecto cuando dice *"nadie se puede declarar competente si no está reconocido como tal".* Pero esto no supone que ser reconocido como *competente* sea consecuencia de haberse formado en un lugar especial.
Para Allen & Brown citado en Seiffert (1985) la competencia se caracteriza por cuatro principios:

> *(1) su ejercicio, depende de un repertorio disponible de experiencias;*
> *(2) Requiere que el individuo tome posiciones críticas sobre dicho repertorio*
> *(3) Se pone de manifiesto cuando se requiere*
> *(4) Los individuos son capaces de evaluar sus comportamientos objetivamente enriqueciendo sus repertorios de la experiencia* (Allen & Brown, 1976, p. 248).

Y además, podemos considerar la competencia como capacidad para formular y lograr objetivos; para colaborar efectivamente con otros (es decir, para ser interdependiente) y como capacidad para adaptarse adecuadamente a las variaciones de la situación o el medio ambiente
Ahora bien, el sentido y alcance de la noción de competencia en programas de formación se entiende como un saber actuar, basándose en la movilización y utilización eficaz de un conjunto de recursos (Legendre, 2001). Para un profesor sería una especie de activación de conocimientos previos en una situación de diálogo de matemáticas con sus alumnos.

Para Legendre[15] la idea de recursos encierra una gran variedad de requisitos heterogéneos que no son únicamente del orden del conocimiento. Es decir, que también puede provenir de fuentes variadas y no necesariamente ser el producto de una enseñanza o de una formación. La idea de movilización de los recursos propone que la característica común de esos requisitos heterogéneos, es precisamente que podamos recordarlos cuando los necesitemos y utilizarlos en situaciones variadas. No obstante, el hecho de que estos recursos sean movilizables no implica que todos deban ser movilizados a la vez.

[14] Asesor empresarial consejero de la Universidad de Sherbrook, Canadá.
[15] Marie Françoise Legendre, proferora de la Université Laval. Québec. Canadá.

Interpretamos que, dentro del conjunto de recursos movilizables que debería poseer un profesor de matemática, respecto de la competencia comunicativa sería un conjunto de habilidades sociales (siguiendo a Argyle (1969)) :

(a) Extroversión y afiliación, (b) Dominancia-sumisión, (c) Equilibrio-ansiedad social , (d) Gratificación, (e) Habilidades de interacción, (f) Sensibilidad perceptiva, y (g) Capacidad de rol. También incluyen cinco habilidades: (a) empatía, (b) descriptividad, (c) poseer sentimientos y pensamientos, (d) autorevelación, y (e) flexibilidad del comportamiento " (Seiffert (1985:288)).

Ahora bien, una parte importante de la definición de competencia comunicativa es el concepto de adaptabilidad o versatilidad. Así mismo, se considera la evaluación en las dimensiones de la asertividad, capacidad de respuesta y versatilidad que puede ser utilizada para clasificar a una persona con una de las cuatro categorías de estilo social (analítico, controlador, amable y expresivo) según Allen & Brown (1976, p. 248) citado en Seiffert (1985).

En el área la enseñanza de la matemática, Niss (2002), caracterizó la noción de competencia matemática como la *habilidad de entender, juzgar, hacer y usar la matemática en una variedad de situaciones y contextos intra y extramatemáticos en los cuales las matemáticas juegan o podrían jugar un rol* [traducción de (Niss, 2002)].

En ese contexto, sitúa ***Comunicar en, con y acerca de las matemáticas,*** como una de las ocho competencias diferentes que describen las acciones, habilidades y destrezas en la actividad matemática. Destacamos que *en la comunicación matemática* se quiere dar importancia a:

> • *Entender lo que otros escriben, en cuanto a textos orales o visuales, en una variedad de registros lingüísticos acerca de materias que tienen un contenido matemático.*
>
> • *Expresarse en diferentes niveles de precisión teórica y técnica de forma, oral, visual y escrita acerca de tales materias.* [Traducción de (Niss, 2002)]

Con esta contextualización de Niss[16] podemos sentar una base para hablar de competencia matemática que involucra la comunicación como nos interesa en nuestra investigación.

[16] Mogens Niss, investigador danés de Educación Matemática de la Universidad de Roskilde.

2.2.1. Comunicación y curriculum.

En relación a nuestro interés por la competencia comunicativa, hemos encontrado que en los informe de PISA[17] se ha definido que el área de la competencia matemática hace referencia a la capacidad de los alumnos para analizar, razonar y **comunicarse eficazmente** cuando plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en diversas situaciones.

En PISA, de forma transversal se señala que:

> *"... la competencia presupone, sin reducirse a ello, la posesión de un vocabulario rico y un conocimiento sustancial de las reglas gramaticales, la fonética, la ortografía, etc. Cuando una persona quiere comunicarse recurre a estos elementos de forma creativa con objeto de dar respuesta a las situaciones que se encuentran en el mundo real* (PISA, 2006: Págs. 74-75).

Con respecto a la competencia para comunicarse con efectividad, entendemos que requiere de la articulación efectiva de diversas capacidades tales como:

-Seleccionar y adaptar las estrategias de comunicación a los objetivos comunicacionales, a las características de los destinatarios y a cada situación.

-Comunicar eficazmente problemáticas relacionadas a la profesión, interpretar otros puntos de vista, teniendo en cuenta las situaciones personales y sociales de los interlocutores.

-Usar las herramientas tecnológicas apropiadas para la comunicación

-Producir e interpretar textos técnicos (memorias, informes, etc.) y presentaciones públicas, expresarse de manera concisa, clara y precisa, tanto en forma oral como escrita.

-Utilizar y articular de manera eficaz distintos lenguajes (formal, gráfico y natural).

-Manejar las herramientas informáticas apropiadas para la elaboración de informes y presentaciones.

-Analizar la validez y la coherencia de resultados obtenidos al resolver situaciones problemáticas.

[17] PISA: Programme for **International** Student **Assessment** (**PISA**). www.**pisa**.oecd.org

Bajo esta transversalidad de lo lingüístico, *"La comunicación consiste en la capacidad de expresarse de muy diversas maneras sobre temas de contenido matemático, tanto de forma oral como escrita, así como comprender las afirmaciones orales o escritas expresadas por otras personas sobre esas mismas materias"* (PISA, 2006: Pág.101). Y *"Comporta comprender y saber expresar de forma oral y escrita cuestiones matemáticas que abarquen desde la reproducción de nombres y propiedades básicas de objetos familiares, o la explicación de cálculos y sus resultados (normalmente de más de una manera), hasta la explicación de cuestiones que comporten relaciones complejas, incluidas las relaciones lógicas. Implica asimismo comprender los asertos escritos y orales de terceros sobre esas mismas cuestiones"* (PISA, 2006, Pág. 108).

Es cierto si, que el rol de las comunicaciones en el aprendizaje y pensamiento matemático no puede exagerarse pero es importante. La comunicación es un elemento central de la formalización matemática y estrategias de los estudiantes. La comunicación es esencial para el acercamiento exitoso de los estudiantes y la solución de exploraciones e investigaciones matemáticas. Los estudiantes deben comunicarse con otros para ganar información; compartir todos los pensamientos y los descubrimientos; proporcionar lluvia de ideas, evaluar y perfeccionar ideas y planes, y convencer a los demás. Para los docentes, la comunicación es el vehiculo para obtener información, acerca de lo que los estudiantes conocen, y lo que son capaces de hacer para tomar decisiones importantes sobre la instrucción y la intervención (Greenes, C., Schulman, L. ,1996: Pág. 168).

Además, la competencia comunicativa está en el corazón del proceso de aprendizaje matemático y por lo tanto, es un pre-requisito para el desarrollo del pensamiento matemático (Olivares,1996: Pag. 220).

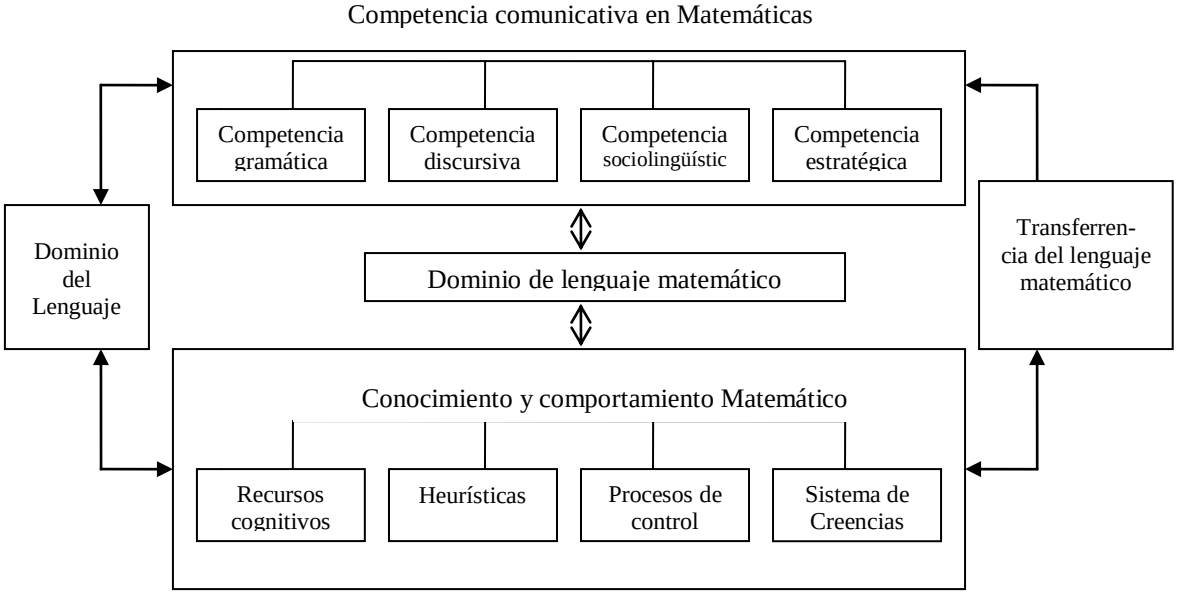
Ahora bien, pensando en nuestro contexto de investigación, es importante, recordar el marco curricular catalán de Educación Secundaria Obligatoria (Generalitat de Catalunya, 2007). En él se contempla que los alumnos sean capaces de comunicar a otros el trabajo y los descubrimientos realizados, tanto oralmente como por escrito, utilizando el lenguaje matemático. Aquí la matemática se considera como una herramienta para comprender el mundo y un elemento que sirve para dialogar con otros. Esto en bastante sintonía con las ideas europeas de educación matemática.

2.2.2. Competencia comunicativa como competencia básica

Se considera que la competencia comunicativa es una competencia transversal básica a tener en cuenta el desarrollo integral de todas las competencias, y que todas las materias las tengan en cuenta y se relacionen con la propia disciplina (Generalitat de Catalunya, 2005). Se estableció que en el aporte de la matemática a la comunicación lingüística se debe insistir en dos aspectos.

> *"Por una parte la incorporación de lo esencial del lenguaje matemático a la expresión habitual y la adecuada precisión en su uso. Por otra parte, es necesario incidir en los contenidos asociados a la descripción verbal de los razonamientos y de los procesos. Se trata tanto de facilitar la expresión como de propiciar la escucha de las explicaciones de los demás, lo que desarrolla la propia comprensión, el espíritu crítico y la mejora de las destrezas comunicativas"* (Ministerio de Educación y Ciencia,1989).

A partir de los puntos anteriores pensamos que es fundamental en la actividad matemática caracterizar la competencia comunicativa en el desarrollo formativo de los futuros docentes. En el ámbito del análisis de lo comunicativo en cursos de matemática en una lengua distinta de la lengua vehicular, (Olivares, 1996: pág. 219), destaca cuatro competencias (Esquema IV) propuestas por Kessler (1987) [recogido en Olivares (1996)] necesarias para la comunicación matemática: *competencia gramática, competencia discursiva, competencia sociolingüística y competencia estratégica*.



Esquema V

Siguiendo el NCTM, se considera que uno de los cinco estándares de la educación matemática, es la comunicación. Esta comunicación comprende:

> - Organizar y consolidar el pensamiento matemático a través de la comunicación
> - Expresar el pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas.
> - Analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático de los demás
> - Usar el lenguaje de las matemáticas para expresar ideas matemáticas con precisión. (NCTM, 2003)

De hecho, el NCTM establece que los profesores deberían considerar la comunicación durante las clases para estimular a los estudiantes a pensar y a razonar sobre las matemáticas, como también ayudar a los alumnos a usar la comunicación oral para aprender a compartir matemáticas, creando un ambiente en el que todos se sientan seguros al aventurar comentarios, conjeturas y explicaciones.

2.2.3. La formación de un profesional comunicativo

Con respecto a la competencia para comunicarse con efectividad, consideramos que ella requiere de la articulación efectiva de diversas capacidades tales como:

- Seleccionar y adaptar las estrategias de comunicación a los objetivos comunicacionales, a las características de los destinatarios y a cada situación.
- Comunicar eficazmente problemáticas relacionadas a la profesión, interpretar otros puntos de vista, teniendo en cuenta las situaciones personales y sociales de los interlocutores.
- Usar las herramientas tecnológicas apropiadas para la comunicación
- Producir e interpretar textos técnicos (memorias, informes, etc.) y presentaciones públicas, expresarse de manera concisa, clara y precisa, tanto en forma oral como escrita.
- Utilizar y articular de manera eficaz distintos lenguajes (formal, gráfico y natural).
- Manejar las herramientas informáticas apropiadas para la elaboración de informes y presentaciones.
- Analizar la validez y la coherencia de resultados obtenidos al resolver situaciones problemáticas.

A pesar de todo, diversas investigaciones coinciden en que la competencia comunicativa se adquiere en la adolescencia y requiere de una acción intencionada para lograrlo.

"En la construcción de sus argumentaciones, los adolescentes muestran habilidades de abstracción y generalización desarrolladas, propias de las nuevas formas de pensamiento que pueden adquirirse en este período. Sin embargo, no siempre son capaces de ajustar el nivel degeneralización adecuado para los requerimientos de la tarea. En efecto, la transferencia conceptual, es decir, la aplicación de un concepto aprendido y formulado en un nivel abstracto a nuevas situaciones concretas que puedan considerarse en estos términos abstractos, resulta una operación muy compleja que llega a dominarse sólo hacia el final de la adolescencia (Vigotsky, 1963). Así, los alumnos producen con frecuencia enunciados de un grado de generalidad tan amplio que pierden especificidad en relación con el tema concreto que se argumenta" (Silvestri, 1997).

2.3. Evaluación de la competencia comunicativa

Mucho se ha escrito en evaluación de competencias en general. Por ejemplo, hay el enfoque en la evaluación de las competencias en situación escolar (Dolz et Ollagnier, 2002) desde una perspectiva de procesos de evaluación. La implicación activa del individuo que se está formando es muy importante en el proceso de evaluación. Este proceso puede realizarse según tres modalidades:

1) La autoevaluación en el sentido estricto. El que aprende evalúa su propia producción y los procesos en la realización de ella usando un referente externo como instrucciones, lista de control, órdenes escritas, entre otros elementos.

2) La evaluación mutua, entre pares que están a un mismo nivel de formación. Esto puede ser entre dos o más personas que evalúan sus producciones y/o sus procesos respectivos o conjuntos utilizando eventualmente un referente externo.

3) La co-evaluación. La persona confronta su autoevaluación con la evaluación realizada por el formador o por otra persona que tiene el estatus de tutor en la situación de formación. Las apreciaciones de cada pueden estar basadas o no en un referente externo.

Perrenoud[18] por su parte explica que evaluar unas competencias exige una expertise didáctica (Perrenoud, 2004). Querer y saber pensar en su trabajo en términos de creación y de gestión de situaciones de aprendizaje. La expertise es de manejar los

[18] Phillipe Perrenoud, Facultad de Psicología y de Ciencias de la Educación Universidad de Ginebra.

conocimientos pero también de saber trabajar en situaciones abiertas, investigación, proyectos, etc. Esta experticia extendida tiene dos ventajas en términos de evaluación:

> 1) Está asociada al hábito de pensar la profesión de enseñanza en términos de situaciones y actividades susceptibles de generar aprendizajes.
> 2) Una parte de las situaciones de aprendizaje son situaciones de evaluación.
> Esto no dispensa de crear situaciones de aprendizaje donde la evaluación es el objetivo principal aunque tengan efectos de aprendizaje.

Desde una perspectiva constructiva el término evaluación designa un conjunto de actuaciones mediante las cuales se reconocen las características de los estudiantes, se establece la ayuda necesaria para que puedan realizar su aprendizaje de las matemáticas y se reacomodan las condiciones e intenciones educativas que posibilitan tal proceso (Coll, Remesal, 2009).

En ese ámbito, reconocemos la necesidad de proponer un elenco de preguntas que amplíen las preguntas que se suelen hacer para que el docente evalúe la comunicación matemática y reflexione acerca de aspectos de su práctica educativa futura del profesor de matemáticas, las cuales nos sirven para generar ideas en relación a la evaluación de la competencia comunicativa:

> *"Para mejorar la comunicación y fomentar participación:*
> - *¿Cómo ha sido el trabajo en grupo? ¿En qué te has sentido colaborador?*
> - *¿En qué he ayudado el grupo a comprender mejor…?*
> - *¿Alguien ha ejercido una labor negativa en el grupo? ¿Por qué?*
> - *¿Se han dado oportunidades para que todos participaran?*
> - *¿Qué palabras han sido importantes para…?*
>
> *Para fomentar la recursividad o reflexión constante cada vez más fina.*
> - *¿Qué pensaste cuándo…?¿Has olvidado algo? ¿Has intentado otro…?*
> - *¿Cuál de tus razonamientos ha sido importante?*
>
> *¿Por qué no ha funcionado? Toma nota de … Discute. ¿Qué has aprendido de… de tu compañero? Di tres cosas que te han sorprendido de .. Redacta un pequeño informe… Escribid en grupo cuatro líneas importantes sobre…*
> - *Razona la diferencia entre esos aspectos trabajados.*
> - *¿Qué aspectos matemáticos importantes hay en…? "*
>
> (Giménez,1997: págs. 165, 166).

Para la elaboración de tareas profesionales, tomaremos la referencia de las propuestas de tareas de Llinares (2007) y como referencia específica el estudio PISA, en el cual se afirma que: *"Tanto los ejercicios de selección múltiple como los de respuesta construida breve pueden emplearse para evaluar la mayoría de los procesos cognitivos implicados en las tres capacidades científicas. Los ejercicios de respuesta abierta, por su parte, proporcionan además la oportunidad de evaluar la capacidad de comunicación"* PISA (2006).

Desde este punto de vista, es importante mirar las tareas que los futuros profesores durante su práctica proponen a sus alumnos. Y asimismo, trataremos de ampliar y reformular los descriptores que caracterizan los niveles de competencia (Rico, 2006), para adaptarlos a la formación docente. Por ejemplo, en la comunicación de la matemática, comunicar soluciones con precisión, es una competencia de 5to. Nivel, como lo muestra la Tabla Nro. 2.

Descriptores que caracterizan los distintos niveles de competencias

NIVELES COMPE-TENCIAS	1	2	3	4	5	6
Pensar y Razonar	Responder a cuestiones en contextos muy conocidos		Responder a cuestiones en contextos poco familiares		Responder a cuestiones complejas en multitud de contextos	Formar y relacionar conceptos
Argumentar y Justificar				Elaborar argumentos basados en sus acciones	Formular los razonamientos desarrollados	Elaborar argumentos desde su propia reflexión
Comunicar		Describir resultados obtenidos	Realizar explicaciones sencillas		Comunicar conclusiones con precisión	
Modelizar				Usar modelos explícitos en situaciones concretas	Desarrollar y usar modelos en múltiples situaciones	
Resolución de problemas	Resolver problemas con datos sencillos		Seleccionar y aplicar estrategias sencillas		Seleccionar, comparar y evaluar estrategias	Generalizar resultados de problemas
Representar	Leer datos directa-mente de tablas o figuras	Usar un único tipo de representación	Conocer y usar diferentes Sistemas de Representación	Vincular diferentes Sistemas de Representación incluyendo el simbólico		Relacionar y traducir con fluidez diferentes Sistemas de Representación
Lenguaje simbólico	Realizar operaciones básicas	Usar algoritmos y fórmulas elementales	Aplicar procedimientos descritos con claridad	Representar situaciones reales por símbolos		Dominar con rigor el lenguaje simbólico

Tabla Nro. 2 [Extraída de Rico (2006)]

Y tendremos en cuenta la clasificación por indicadores de la competencia comunicativa y las subcompetencias definidas por Sol (2008) en la evaluación de competencias en proyectos, y adaptar en lo necesario el modelo de Clarke (1992). En el ámbito de la

evaluación explicita la construcción social de la competencia matemática con ejemplos de evaluación, autoevaluación y de la relación entre aprendizaje y evaluación.

> *"Un alumno que no es capaz de comunicar cómo resuelve un problema no lo hizo verdaderamente"* Kilpatrik (1992).

Entonces, se ha elaborado una escala de niveles para evaluar la competencia comunicativa de un alumno y en qué nivel tiene una competencia comunicativa alta o baja. No obstante, no se ha formulado aún qué nivel de competencia comunicativa debería poseer un profesor de matemática.

2.3.1. Desarrollo profesional y comunicación matemática

Sería deseable y necesario que los profesores de matemáticas pudieran evaluar la competencia comunicativa. Una hipótesis posible sería que el futuro profesor formado para evaluar competencia comunicativa sabrá más si le corresponde ser evaluado en ello. No sólo por el hecho de identificar lo que el otro no sabe. Sino porque se espera que sea crítico acerca de su actuar, la imagen que uno tiene acerca de lo que uno hace o dice. En este sentido lo comunicativo no puede ser sólo técnico.

En los Estándares Profesionales (NCTM, 1991) se resume lo que los profesores necesitan saber para enseñar enfocándose hacia nuevas metas en la enseñanza de las matemáticas y lo que necesitan saber acerca de cómo deben ser evaluados con el fin de mejorar. Se apunta a que la comunicación es el vehículo mediante el cual los profesores y estudiantes pueden apreciar las matemáticas como los procesos de razonamiento para la resolución de problemas. Aquí se destaca que la comunicación es importante, puesto que los estudiantes deberían aprender a describir fenómenos de manera escrita, visual y oral (NCTM, 1991). De esta manera, este estándar sugiere que la matemática se aprende en un contexto social, donde el debate de ideas es válido. Las sesiones de clases deberían caracterizarse por las conversaciones entre los alumnos y entre los alumnos y el profesor.

> *"El docente pone preguntas que animan al alumnado en el razonamiento matemático y la comunicación.. Luego analizan su habilliddad para hacer preguntas"* (NCTM, 1991: Pág. 97).

Aunque nuestro estudio no tenga como objetivo describir al profesor como comunicador social, pensamos que resulta importante reflexionar sobre las características que lo configuran. Así, intentando esbozar algunas ideas acerca de un buen comunicador en matemáticas tenemos en mente a un profesor con características de líder, que se preocupa de que los contenidos y procedimientos matemáticos sean transmitidos sin dejar lugar a dudas. Además debería ser alguien que sabe escuchar a sus alumnos siendo flexible y creativo al ofrecer respuestas ante sus dudas. Alguien que sabe adaptarse al entorno y al nivel de sus alumnos. Alguien que reconoce cuando está desinformado o cuando comete errores, que comparte sus conocimientos y que es capaz de establecer una comunicación bidireccional basada en la escucha activa, inteligente y concreta. Ahora bien, sobre el conocimiento profesional del profesor, Sowder[19] explica que los profesores necesitan introducir a su léxico frecuentemente vocabulario nuevo para hablar acerca de los cambios en su instrucción y en el aprendizaje de los alumnos y nuevas imágenes de buena instrucción.

Nosotros entendemos al profesor de matemáticas como un dinamizador, explicando que en la evaluación del proceso de enseñanza aprendizaje es importante que el profesor se sitúe como un dinamizador y aprendiz. Esto quiere decir que el profesor escucha al estudiante, sigue su razonamiento y fomenta la recursividad del conocimiento (Giménez, 1997). También en este marco, la evaluación constituye un eje importante del proceso educativo como actividad valorativa e investigadora, facilitando y regulando los cambios que se produzcan en él. Pero todos estos cambios, son fundamentalmente orientados por el profesor, quien actúa como mediador del aprendizaje, desarrollando variadas acciones didácticas a fin de reconstruir, readaptar y recontextualizar el saber matemático en el aula. La situación que se presenta entonces es ¿cómo reconstruye, readapta y recontextualiza ese saber matemático en el aula?. Esto es, ¿qué competencias generales y especializadas posee a fin de situarlas en su accionar docente?

> *"parece claro que aunque la competencia trate de un rasgo cognitivo y disposicional del sujeto, sus caraterísticas serán distintas según el campo*

[19] En *The mathetical education and development of teachers*, documento de la página web de Judy Sowder http://www.sci.sdsu.edu/CRMSE/old_site/jsowderpaper.htm

profesional, el objeto de saber o la destreza, se habla así de competencia profesional del ingeniero, del físico o del estudiante de primaria o secundaria" (Poblete, 2002).

Para contrastar todas estas ideas, queremos conocer las reflexiones del futuro profesor antes de enfrentar un aula y una vez que esto haya ocurrido.

2.3.2. Competencia comunicativa y análisis didáctico

En este trabajo se debe tener claro que la competencia matemática como la hemos definido, contiene a la competencia comunicativa en matemática. Así, la comunicación matemática forma parte de las competencias del profesor de matemática. En especial cuando debe desarrollar la competencia comunicativa matemática de sus alumnos. Por tales motivos es que se espera desarrollar las siguientes competencias en un futuro profesor de matemática:

- una competencia comunicativa general
- una competencia comunicativa matemática
- una competencia para desarrollar en sus alumnos la competencia matemática de producir textos escritos según lo que establece el currículum (basado en PISA).

Por ello, es importante dar a conocer a los futuros profesores una manera de realizar análisis de clases que pueden estudiar como transcripciones o de sus propias clases.
Con respecto a los análisis de las secuencias de clase son de cinco tipos y emergen de los niveles de análisis didáctico de EOS (Godino, 2009). Metodológicamente hay que tener en cuenta que es necesario tener acceso a la información global del proceso de estudio que se quiere analizar (describir, explicar, valorar).

1. Análisis de las prácticas matemáticas
2. Análisis de objetos y procesos matemáticos
3. Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas y de conflictos semióticos.
4. Identificación del sistema de normas y metanormas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio (dimensión normativa)
5. Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio.

Los niveles de análisis 1- 4 son herramientas para una didáctica descriptiva explicativa (para comprender). Los estudiantes del master sólo pueden evaluar la idoneidad interaccional y las normas interaccionales en el episodio breve de aula (Godino, 2009).

2.3.3. Idoneidad de procesos de estudio y comunicación matemática

Existen múltiples investigaciones que describen los diversos factores que condicionan las decisiones del profesor (conocimientos, creencias, valores, entre otros) en los momentos de diseño, implementación y evaluación, aunque pocas de ellas abordan la articulación conjunta de estos factores. En el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007) se trata de orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje mediante la noción de idoneidad didáctica en cuanto se orienta la reflexión sobre la práctica. Se reconoce la complejidad de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas, por las interacciones sistémicas entre las distintas facetas y componentes (epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, mediacional e interaccional) (Godino 2011).

La ontología (junto con las facetas duales) propuesta por el EOS permite describir las idoneidades epistémica y cognitiva en términos de configuraciones epistémicas y cognitivas (conglomerado de situaciones-problema, definiciones, procedimientos, proposiciones, lenguajes y argumentos). El logro de una alta idoneidad de un proceso de estudio, como también su valoración, es un proceso sumamente complejo puesto que, como hemos visto, involucra diversas dimensiones, que a su vez están estructuradas en distintas componentes. En ese proceso multifacético se encuentra el análisis de lo comunicativo en cuanto prácticas discursivas.

Las prácticas operativas, no serán objetivo directo de este trabajo. Las situaciones problemáticas son la base del planteamiento epistémico, como medio para contextualizar las ideas matemáticas y generarlas a partir de la actividad de resolución, comunicación y generalización de las soluciones. En nuestro trabajo, identificamos como clave los procesos discursivos comunicativos.

A continuación (Tabla Nro. 3), se muestra nuestra adaptación de los criterios de idoneidad a lo comunicativo en la formación docente en cuanto lo epistémico y cognitivo.

	COMPONENTES:	INDICADORES de lo epistémico
Lo epistémico	Situaciones-problemas	- Se explicitan y comunican las situaciones de contextualización, problematización, ejercitación y aplicación
	Lenguajes	- Reconocimiento del uso de diferentes modos de expresión matemática , nivel de lenguaje, expresión e interpretación.
	Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	- Se explicitan los enunciados, negociaciones, proposiciones, adecuaciones,
	Argumentos	- Se proponen argumentaciones, explicaciones, justificaciones, intencionalidades
	Relaciones	- Se explicitan los objetos, relaciones, conexiones, definiciones, etc.
Lo cognitivo	Conocimientos previos	- Se propone los actos comunicativos , planificaciones, y se explicitan los contenidos pretendidos
	Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	- Se explicitan criterios sobre actividades de ampliación y de refuerzo así como análisis de logros.
	Aprendizaje:	- Se explicitan criterios, modos de evaluación , sistemas competenciales pretendidos y desarrollados. Se enfatiza lo proposicional; argumentativo; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva Se indican niveles de desarrollo, se difunden, y se asocian a tomas de decisiones.
Afectivo	Intereses y necesidades	- Se explicitan tareas de interés y valor para los alumnos
	Actitudes	Se explicita desarrollos participativos, de responsabilidad, perseverancia y argumentaciones correspondientes
	Emociones	Se explicitan las decisiones sobre lo emocional, estética,

Tabla Nro. 3

La importancia del discurso, el diálogo, la conversación en la clase es resaltada por diversos autores: “La naturaleza del discurso matemático es una característica central de la práctica de la clase. Si aceptamos seriamente que los profesores necesitan oportunidades para aprender a partir de su práctica, el desarrollo de conversaciones matemáticas permite a los profesores aprender continuamente de sus estudiantes.

Las conversaciones matemáticas que se centran sobre las ideas de los estudiantes pueden proporcionar a los profesores una ventana sobre el pensamiento de los estudiantes de manera que el trabajo individual de los estudiantes no lo permite” (Frankle, Kazemi y Battey, 2007, p. 237). La negociación explícita, la intervención, la discusión, la cooperación y la evaluación son elementos esenciales en un proceso de aprendizaje constructivo en el que los métodos informales del aprendiz son usados como una plataforma para alcanzar los métodos formales. En esta instrucción interactiva, los estudiantes son estimulados a explicar, justificar, convenir y discrepar, cuestionar alternativas y reflexionar (Van Den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005, p. 290). A continuación (Tabla Nro. 4), se muestra los componentes e indicadores correspondientes a lo interaccional.

COMPONENTES:	INDICADORES:
Interacción docente-discente	Reconocimiento de formas de presentaciones, interpretaciones, organizaciones, conflictos, configuraciones, búsqueda de consensos, recursos retóricos y argumentativos, análisis de dinámicas de auila.
Interacción entre alumnos	Explicitaciones de formatos comunicativos, de diálogo, metacogniciones asociadas, formas de intervención, etc.
Autonomía	Explicitaciones sobre planteamiento interrogativo/ investigativo
Evaluación formativa	Identificación de procesos de regulación y evaluación

Tabla Nro. 4

En cuanto lo mediacional, se considera tanto los recursos, como las condiciones ambientales de la clase, la ratio profesor/alumnos y el tiempo asignado a la enseñanza y el aprendizaje (Tabla Nro. 5).

COMPONENTES:	INDICADORES:
Recursos materiales	Explicitaciones reflexivas del uso de mediaciones.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	Explicitaciones reflexivas del uso de mediaciones como tiempo, decisiones sobre el desarrollo instruccional.

Tabla Nro. 5

En cuanto lo ecológico, se trata en particular las conexiones del contenido matemático con otras áreas curriculares, y entre distintas áreas temáticas dentro de la propia matemática (Tabla Nro. 6).

COMPONENTES:	INDICADORES:
Adaptación al currículo	- Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares
Apertura hacia la innovación didáctica	- Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva - Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo
Adaptación socio- profesional y cultural	- Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes
Educación en valores	- Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico
Conexiones intra e interdisciplinares	- Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinares

Tabla Nro. 6

En cuanto las interacciones entre facetas (Tabla Nro. 7), seguimos a Godino, e indicamos las relaciones en la tabla num 7.

COMPONENTES:	INDICADORES:
Epistémica- ecológica	- El currículo propone el estudio de problemas de ámbitos variados como la escuela, la vida cotidiana y el trabajo.
Epistémica-cognitiva-afectiva	- El contenido del estudio (fenómenos explorados en las diferentes áreas de contenido, formulando y justificando conjeturas) tiene sentido para los estudiantes en los distintos niveles y grados. - Los estudiantes tienen confianza en sus habilidades para enfrentar problemas difíciles y mantienen su perseverancia aun cuando la tarea sea compleja. - Se estimula a los estudiantes a reflexionar sobre sus razonamientos durante los procesos de resolución de problemas de manera tal que son capaces de aplicar y adaptar las estrategias que han desarrollado en otros problemas y contextos. - Las tareas que los profesores seleccionan para evaluar son representativas de los aprendizajes pretendidos.
Epistémica-cognitiva mediacional	- El uso de recursos tecnológicos induce cambios positivos en el contenido de enseñanza, en los modos de interacción, motivación y en el aprendizaje de los estudiantes.
Cognitiva-afectiva-interaccional	- Las explicaciones dadas por los estudiantes incluyen argumentos matemáticos y racionales, no solamente descripciones de procedimientos. - Se incluyen contenidos motivadores, con adaptaciones razonables y apropiadas, que promueven el acceso y el logro de todos los estudiantes.
Ecológica-instruccional (papel del docente y su formación)	- El profesor es comprensivo y dedicado a sus estudiantes. - El profesor conoce y entiende profundamente las matemáticas que enseña y es capaz de usar ese conocimiento con flexibilidad en sus tareas de enseñanza. - El profesor tiene amplias oportunidades y apoyo para incrementar y actualizar frecuentemente sus conocimientos didáctico-matemáticos

Tabla Nro. 7

En resumen, la teoría de la idoneidad didáctica trata de interrelacionar las distintas facetas que intervienen en el diseño, implementación y evaluación de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas. Las nociones de idoneidad epistémica y ecológica y el sistema de indicadores asociados constituyen el germen de una teoría curricular, mientras que los correspondientes a las facetas cognitiva – afectiva lo constituye para una teoría del aprendizaje. Las facetas interaccional y mediacional contienen, a su vez, el germen de una teoría de la enseñanza.

Capítulo 3

Metodología

3.1. Tipo de investigación realizada: estudio de caso, interpretación

La finalidad de esta investigación es conocer si los futuros profesores reflexionan acerca de la competencia comunicativa matemática, caracterizar los elementos de la formación que desarrollan la competencia comunicativa en la formación del profesorado de matemática y observar si la formación comporta una evolución para la competencia comunicativa del profesor.

Una de nuestras preguntas era en un principio ¿cómo realizar un diseño de actividades que permitan evaluar las diferentes descripciones de lo comunicativo? Sin embargo, vimos que resultaría más práctico analizar un programa de formación que estuviera funcionando.

Bajo esta perspectiva, nuestra investigación corresponde al estudio de un caso ya que las fuentes de información serán justamente las tareas de formación de los estudiantes de un programa de formación: El Master de Formación del Profesorado de Secundaria que se dictó por primera en la Universidad de Barcelona en la ciudad de Barcelona en España, durante el curso académico 2009-2010. Actualmente los estudiantes que llamamos *futuros profesores* son egresados del programa del Master. Actualmente, posiblemente están dedicados a la docencia.

Sobre el carácter del estudio se trata de una investigación cualitativa, donde como hemos anunciado, han sido analizadas las producciones escritas realizadas por la población de estudio conformada por seis de los estudiantes del Master en cinco tareas de formación de la especialidad de matemáticas.

Este análisis de las producciones escritas, ha sido orientado a la evaluación de la competencia comunicativa a partir de las reflexiones de los futuros profesores en unas tareas de formación concretas.

Análisis de los textos producidos por los estudiantes del Master

Para el análisis de los textos producidos por los estudiantes se tendrán en cuenta en primer lugar los agentes involucrados, es decir, el lector del texto (estudiantes), el autor del texto y la persona que realiza el análisis (investigadora). Además de los objetos puestos en juego, tales como las entidades, expresiones, contenidos y códigos interpretativos.

De esta manera, nuestro trabajo propone el siguiente esquema metodológico general y la distribución en cuatro fases que se indica en la Tabla Nro. 8:

Fase de Investigación	Objetivo correspondiente	Instrumentos – Tareas de investigación	Modo de análisis/teoría
Fase 1. Inicio y planteamiento teórico	Reconocimiento de elementos teóricos: Elementos comunicativos cabe considerar en la formación de profesores en matemáticas. Reconocimientos de características personales del profesor comunicador en educación matemática	Estudio sobre la noción de competencia que se adopta en educación y qué criterios se identifican en la formación de profesores.	Estudio teórico epistemológico. Trabajos sobre competencias comunicativas y modelización matemática
Fase 2:	Determinación del programa de estudio y de las tareas de formación como fuente de información	¿Qué es clave para evaluar lo comunicativo en distintos tipos de tareas? Evaluación de la competencias comunicativa.	Estudio teórico de evaluación de competencias Creación de un sistema de análisis cualitativo.
Fase 3 Análisis de un proceso.	Análisis de los elementos comunicativos presentes en las producciones escritas del Master de Formación del Profesorado de Secundaria	Identificar procesos de desarrollo y evolución. Reconocer criterios.	Análisis del discurso.
Fase 4	Elaboración de conclusiones		

Tabla Nro. 8

Tratamiento de los datos

En la tesis hemos debido establecer criterios para evaluar la competencia comunicativa desde la perspectiva EOS que entiende la comunicación como una acción. Es decir, hemos intentado responder a la pregunta, ¿cómo analizamos los datos que tenemos?.

Nuestro propósito ha sido reconocer diferentes tipos de reflexión de los futuros docentes sobre el valor otorgado a lo socio-comunicativo en la construcción de ideas y relaciones matemáticas. Para ello, analizaremos las producciones de los estudiantes en base a categorías para determinar niveles parecidos a los de reflexión (Miller y Baker, 2001).

Lo que hicimos fue seguir ideas de la investigación entorno a las competencias matemáticas para profesores de primaria. De esta manera pudimos intentar reconocer los diferentes niveles discursivos de los futuros profesores respecto de la comunicación de la matemática. Las categorías que hemos establecido a priori en base y que son seis, las enunciamos a continuación.

Categorías de nivel de reflexión sobre el valor otorgado a lo socio-comunicativo en la construcción de ideas y relaciones matemáticas.

Categoría 1. ALUSIVA

Muestra indicios de valorar la comunicación producida en la clase personalizando (en el profesor o en si mismo) como ejemplo. Aquí, quien alude, reconoce e identifica algo a partir de ejemplos de forma superficial como referencia, sin profundizar en lo que ocurrió como proceso comunicativo. Lo reconocemos en situaciones de explicaciones o diálogos en la construcción de significados en los que el futuro docente no deja claro qué elemento matemático está en juego, como tampoco qué tipo de comunicación.

Ejemplos:

> *Ha funcionado y ha sido útil. (la relación explicación /comprensión)*
> *He procurado resolver las dudas que me han planteado. (el alumno pregunta dudas/el profesor responde)…*

Alusiones y presuposiciones se consideran como un acto ilocutivo cuyos elementos forman el contenido semántico del acto de manera que se produzca el enlace entre la enunciación y el enunciado (Austin,1982) y (Searle, 1980). Para el autor, cuando uno emite una proposición, además del contenido informativo, realiza un acto ilocutorio al tenor de la distinción entre ‘uso’ y 'empleo'. El *uso* expresa el sistema de la lengua en tanto que el *empleo* remite a su actualización con fines comunicativos; esto permite el manejo de dos tipos de sentido: el atribuido al sistema de la lengua es *significación*, en cambio el sentido que se produce en el empleo es *valor*. *El valor es el sentido que los enunciados asumen cuando se emplean para cumplir actos comunicativos*.

En esta categoría, se incluyen los elementos relacionados con la ironía, el reconocimiento de interlocutores, atenuación dialógica mediante interrogantes, uso de

entonaciones irónicas con diminutivos o aumentativos, uso de operadores discursivos atribuidos al otro con ironía, etc.

Categoría 2. VALORATIVA. Valoración genérica.

Reflexiona acerca del valor de comunicación matemática , aún de forma genérica (interacciones) en el aula. En este caso, se percibe el tipo de interacción subyacente aunque no siempre se explicita el elemento matemático en juego.

Ejemplos:

> *se ha favorecido el diálogo y comunicación,*
> *…me obligaron a dedicar cierto tiempo a…*

A ello contribuyen situaciones de disgusto, rechazo, indiferencia, desacuerdo, y desvinculación, expresiones de comparación para indicar nuevas informaciones o justificaciones.

Categoría 3. DESCRIPTIVA. Valoración descriptiva analítica.

Hace indicaciones (de manera directa o indirecta) acerca de las formas o producciones de comunicación/ interacción de los alumnos, o relaciones alumno/profesor, enfatizando algún elemento de análisis sobre los efectos de la relación del estudiante con el contenido. El futuro profesor en su conclusión analiza alguna relación y describe el elemento analizado. No siempre se da explicitación del hecho comunicativo asociado.

Ejemplos:

> *he constatado que no parten de cero* (diagnóstico/respuesta/análisis sobre el valor otorgado al conocimiento previo)
> *He observado que con este tipo de ejercicios los alumnos conectan rápidamente, sobre todo cuando el contexto les resulta cercano* (ejercicio/respuesta/es que no he alcanzado el objetivo que me había propuesto)
> *He infravalorado la dificultad de los alumnos en la comprensión de la pendiente* (se implicita un diálogo en la construcción que podía mejorar con medios informáticos)
> *Tampoco vi la necesidad de recurrir en un inicio a realizar una actividad apoyada en un recurso informático* (acción).

Ello se manifiesta en las siguientes competencias:

a) Manejar niveles de información coherente sobre las acciones, y válida con el fin de desarrollar el proceso de razonamiento deductivo capaz de revelar el contenido implicado en las premisas.

b) Adoptar y proponer modelos explicativos en el conocimiento de leyes, causas y fenómenos de interés cognoscitivo.

c) Acometer procesos de sistematización del conocimiento con fundamento en categorías válidas y bien fundamentadas.

d) reconocer relaciones causa/efecto, razón/consecuencia y motivo/acción.

e) Tomar conciencia de las reglas necesarias para el razonamiento lógico coherente y riguroso.

Categoría 4. ACTUATIVA

Establece indicaciones (de manera directa) del valor de acciones comunicativas desarrolladas explicitando el formato y la finalidad en el sentido de establecer inferencias. Así el futuro docente reconoce elementos de la actuación comunicativa del profesor como impulsor de la comunicación que lleva a la construcción de significados. Para que consideremos que un comportamiento o reflexión está en lo actuativo debe verse por lo menos indicios del efecto que tiene la acción comunicativa.

Ejemplos:

…haciendo intervenir a los alumnos (acción) *con preguntas abiertas del estilo ¿quién piensa que...?* (se explicita el significado de la acción) *y creando debate y diferencia de opiniones* (se explicita el fin y método).

Se desarrollan competencias diversas como

a) Descubrir reglas y leyes de orden general basadas en muestras representativas de los objetos, fenómenos o procesos que nos interesan.

b) Formular hipótesis teniendo en cuenta variables relevantes para su verificación.

c) Precisar las relaciones entre variables con base en estructuras cognoscitivas diferenciadas.

d) Generar argumentos y seleccionar procedimientos para la verificación de hipótesis.

e) Diferenciar formas de la representación que oscilan entre la verdad, la validez, la certeza, la probabilidad y la posibilidad.

f) Evitar el manejo de estereotipos como fundamento del razonamiento.

g) Tomar conciencia de la necesidad de evitar las falsas generalizaciones y las falsas analogías.

h) Hacer uso de analogías, igualdades, simetrías, homologías, imágenes, símbolos y nociones en el desarrollo de razonamientos abductivos y transductivos.

n) Evitar falacias de orden lógico y social por cuanto desfiguran el razonamiento.

Categoría 5. IMPLICATIVA

La implicación es un *fenómeno de sentido* correlativo de la explicación, por lo cual el sentido transcurre entre lo implícito y lo explícito. En la superficie textual, el sentido es manifiesto y evidente y sobre él ha hecho particular insistencia la escuela fundamentada en la información. Sin embargo, gran parte de lo que decimos no está ligado a lo *proposicional*. Su carácter *modal*, asentado en distintas marcas de la subjetividad, se camufla debajo de la superficie textual y es necesario transcodificarlo con el fin de validar el grado informativo de la comunicación. Reflexiona y valora sobre los procesos comunicativos, enfatizando acerca de las consecuencias positivas o negativas de la comunicación realizada en el establecimiento de objetos o relaciones matemáticas, pero aún de forma general. En este caso puede tratarse de la comunicación profesor/alumno , alumno/medio/objeto matemático. Más allá de indicar acciones desarrolladas y su significado, está el reconocimiento de consecuencias en el desarrollo y construcción de procesos y objetos matemáticos. En el siguiente ejemplo, se alude al valor del tiempo en un tipo de comunicación dialogal de construcción guiada para conseguir efectos positivos. Quizás no siempre se explicitan las consecuencias en relación a la construcción de significado, pero si se establece una toma de decisiones que hace pensar en que se evaluaron las consecuencias. En algunos momentos, puede aparecer una categoría intermedia de mayor nivel, que podrimos llamar valoración comprometida. Se muestra que hace juicios y explicita que debe cambiar, replanificar, … o rediseñar algo del proceso comunicativo, especificando como y por qué.

Ejemplos:

Con la finalidad de mantener el control de la clase…

Debido al poco tiempo disponible…

En el discurso implicativo, se ponen en funcionamiento diversas competencias y destrezas;

a) Identificar los niveles inicial, simbólico, sígnico e icónico de los textos.

b) Establecer el sentido con base en los planos imaginario, valorativo e ideológico de los textos.

c) Identificar los diferentes matices generados por los puntos de vista: *lógico, psicológico, ideológico, espacial* y *temporal*.

d) Actualizar las implicaciones en términos de presuposiciones, expectativas, entrañes y sobreentendidos.

e) Atender a la naturaleza de los predicados y sus relaciones con los diferentes niveles de implicación.

f) Reconstruir la estructura temática de los enunciados con el fin de establecer los niveles de información y de desarrollo de la misma.

g) Reconstruir los marcos de conocimiento que sustentan implicaciones conversacionales del sentido.

h) Descubrir los niveles de sentido comprendidos en las implicaciones de orden conversacional y convencional.

i) Precisar las diferentes modalidades bajo las cuales se presenta la información.

j) Identificar la manera como los factores de orden afectivo y actitudinal contribuyen al sentido.

Categoría 6. IMPLICACION NORMATIVA.

Asume que lo interactivo se relaciona con lo normativo como modelo cuasi-teórico en la construcción de significados. Reconoce implícita o explícitamente que un sistema de normas sirve para explicar las implicaciones y decisiones sobre el valor de lo comunicativo. Se da cuenta que lo cognitivo y/o epistémico no son suficientes para explicar el valor de lo comunicativo. En este nivel, quizás no hay explicitación de compromisos de replanificación pero podemos imaginar que se dan en ciertas

explicitaciones que justifican las tomas de decisión. Generalmente están relacionadas con el comportamiento de los alumnos en el aula.

La interpretación, que lleva a la implicación desde un punto de vista semántico y pragmático, es una de las formas de la comprensión; si el *saber hacer* del hombre se construye en torno a tres relaciones básicas con los objetos que lo rodean; si estos 'objetos' son el *yo*, el *otro* y el *mundo* y de ahí derivan las formas cognoscitivas, éticas y estéticas de la actividad humana, podemos suponer que la interpretación – incluida la explicación – es una manera de acercarse a lo que el hombre *significa*, *expresa* y *comunica* acerca de ellos valiéndose de las inferencias. Inferir será, entonces, producir conocimiento para comprender – explicar e interpretar – el conjunto de pensamientos y acciones que construye interactivamente el hombre cuando entra en *relación compleja* consigo mismo, con la sociedad y con el mundo.

3.2. Contexto. Master de formación de profesores de Educación Secundaria en Cataluña, España.

Hemos realizado la investigación a partir de las producciones escritas de estos futuros profesores que son licenciados que se graduaron el Master de Formación del Profesorado de Secundaria para futuros profesores de secundaria en matemáticas del curso 2009-2010.

Se trata de profesionales de distintas áreas de formación previa que han decidido desempeñarse como profesores de matemáticas en Institutos de Educación Secundaria (IES). En el Master de Formación del Profesorado de Secundaria se quiere formar a los futuros profesores en los conocimientos, en el desarrollo de habilidades y de actitudes necesarias para el ejercicio de profesor(a) de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) y en el Bachillerato en la formación profesional y en la enseñanza artística, deportiva y de idiomas.

La orientación de este Master de Formación del Profesorado de Secundaria coordinado por la Facultad de Formación del Profesorado es netamente de profesionalización y consta de 60 créditos ECTS[20] y se rige por el artículo 16 del decreto real 1393/2007 del

[20] ECTS=European Credit Transfer and Accumulation System (Sistema Europeo de Transferencia y Acumulación de Créditos en español). Sistema utilizado por las universidades europeas para convalidar asignaturas de acuerdo al tratado celebrado en Bolonia.

29 de octubre en su proceso de admisión. Los estudiantes del Master de Formación del Profesorado de Secundaria deben poseer un título universitario oficial español o un título de educación superior del Espacio de Educación Superior Europeo (EEES) que faculte en el país de expedición para acceder al *Máster de formació del professorat de secundária (Master de formación del profesorado de secundaria).* De hecho en este master se matriculó una alumna de otro país ya que en el suyo no existe una formación tal.

Se trata de un programa de Master único en Europa. Un antecedente de ello es que en el Master participó un alumno de Italia, ya que en su país no existe unos estudios de esa naturaleza y el futuro estudiante necesitaba cursarlo para poder trabajar como docente.

A la especialidad de matemáticas pueden acceder los profesionales que tengan el título profesional o grado académico correspondiente a diferentes carreras (ver Anexo 0).

Fuera de los requisitos establecidos, lo más importante es que el postulante desee ser profesor de secundaria y que pueda ejercer posteriormente.

Para optar a una de las especialidades es necesario que el título profesional (diplomatura, licenciatura) sea idóneo o esté en concordancia con la especialidad donde desea dictar clases en secundaria a futuro.

En el Módulo de Practicum, de carácter obligatorio, los futuros profesores deberán asistir a centros de Educación Secundaria Obligatoria públicos o privados en donde deberán participar de las tareas especificadas en el Master de Formación del Profesorado de Secundaria y donde además contarán con un tutor del centro IES donde realiza la práctica.

Al final de su formación de master, el futuro profesor debería conocer los contenidos curriculares de la especialización docente y el cuerpo de conocimientos didácticos en torno a los procesos de enseñanza y aprendizaje. También debería ser capaz de planificar, desarrollar y evaluar el proceso de enseñanza y aprendizaje que faciliten la adquisición de las competencias propias de cada enseñanza. Debería ser capaz también de concretar el currículo del centro docente donde se desempeñe a futuro pudiendo participar de la planificación colectiva del mismo. Del mismo modo debería ser capaz de diseñar y desarrollar espacios de aprendizaje con atención a la diversidad, de implementar estrategias que le permitan estimular a los estudiantes a aprender por si mismos y en conjunto con otros.

También se espera que el futuro profesor pueda hacerse cargo de conocer ampliamente las normativas del sistema educativo.

Un matiz importante es que para la especialidad de matemáticas, las materias que deben hacer estos futuros profesores en la Facultad de Educación de la Universidad de Barcelona son dictadas por profesionales expertos en Didáctica de la Matemática.

En el Master de Formación del Profesorado de Secundaria se han definido una lista de competencias profesionales que sería deseable que tuvieran los profesores, entre ellas, las transversales y una de ellas es la de comunicación.

Aunque es transversal se intenta evaluar en el Trabajo de Fin de Master (TMF) de Formación del Profesorado de Secundaria pero no existe un dispositivo para evaluar presentaciones orales.

Un hecho importante que debemos comentar es que aún cuando los futuros profesores fueron exigidos en el sentido de lo comunicativo no existen evidencias de que los tutores poseían instrumentos específicos para evaluar los aspectos comunicativos relevantes de su actuar y reflexión como futuro profesor.

Como habíamos comentado el Master de Formación del Profesorado de Secundaria consta de tres módulos:

Módulo genérico 15 créditos (mínimo 12)

-Aprendizaje y desarrollo de la personalidad

-Procesos y contextos educativos

-Sociedad, familia y educación

Módulo específico 25 créditos (mínimo 24)

-Complementos para la formación disciplinar

-Aprendizaje y enseñanza de las materias correspondientes

-Innovación docente e iniciación a la investigación educativa

Módulo de Prácticum 20 créditos (mínimo 16)

-Prácticum en la especialidad

-Trabajo fin de Master (TFM) de Formación del Profesorado de Secundaria

Los trabajos que hemos investigado son parte de los dos últimos módulos: el Específico y el de Practicum que están íntimamente relacionados con el desempeño posterior de los futuros profesores.

Ellos tienen una evaluación final que se trata de una memoria o trabajo del fin del Master de Formación del Profesorado de Secundaria donde se hacen diferentes reflexiones sobre la experiencia realizada en sus prácticas y una propuesta de

innovación o mejora. Aquí deberían integrarse las diferentes competencias profesionales del Master de Formación del Profesorado de Secundaria .

En el Master de Formación del Profesorado de Secundaria se han definido una lista de competencias profesionales que sería deseable que tuvieran los profesores, entre ellas, las transversales. Una de ellas es la de comunicación.

Aunque se trata de una competencia transversal se intenta evaluar en el trabajo de fin de Master de Formación del Profesorado de Secundaria pero no existe un dispositivo para evaluar presentaciones orales o clases que realicen los profesores.

A continuación se detalla el módulo específico de Complementos para la formación matemática indicando las competencias que se lograrán, los resultados de aprendizaje, las asignaturas, actividades, metodología y la evaluación. Nótese que no se específica cómo será evaluada la competencia comunicativa mencionada en 5) Metodología.

Con respecto a la competencias del profesor de matemáticas en el Master de Formación de Profesorado de Secundaria en la investigación el análisis de secuencias de clase (C14) son fundamentales para poder inferir a partir de sus comentarios y tareas las reflexiones hechas en torno a la comunicación. (Ver anexo 2, Competencias del Profesor de Matemáticas) dentro de las **Competencias profesionales específicas del profesor de matemáticas**

Las competencias específicas de matemáticas y su didáctica en las tres materias que se contemplan en el máster (complementos para la formación matemática, aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, e innovación docente e iniciación a la investigación educativa se explican en Font (2009).

El master de formación es la instancia e la que se forman los futuros docentes de matemáticas, que deben saber comunicar sus preocupaciones por la enseñanza y el aprendizaje, en cuanto dar oportunidades a su alumnado. Ese proceso es parte del desarrollo profesional, como empresa de educación matemática, que cuida también sobre la investigación y sus resultados. En esa empresa, la investigación sobre la formación es reciente, pero avanza rápidamente.

3.3. Sujetos de estudio

Para el estudio hemos considerado seis estudiantes (mujeres y varones) que residen en la comunidad autónoma catalana y que se formaron en el Master de Formación del Profesorado de Secundaria. Entre las formaciones previas de los actuales profesores

tenemos profesionales de Licenciatura en Ciencias Económicas y Empresariales, Arquitectura, Ingeniería en Informática y Licenciatura en Matemáticas. Estos datos fueron proporcionados por los tutores del Master de Formación del Profesorado de Secundaria . Cabe destacar que al menos uno de los seis estudiantes escogidos entre los estudiantes del master, brindaba dedicación completa al Master ya que dejó su puesto de trabajo en una empresa para dedicarse a la formación del Master porque quería ser profesor de matemática.

Según los datos proporcionados por los tutores uno de los estudiantes poseía características personales muy ricas en lo humano. Como en toda investigación protegemos con unas claves la identidad de los participantes. En esta tesis con las sílabas BE, BI, GA, MO, SE, TU. Cada vez que se haga mención de ellos se hará en masculino para no dar impresión, en ningún caso, de cierto interés por destacar un género en especial y sobre todo porque no es un objetivo de esta tesis. Los estudiantes identificados por TU y GA fueron tutorizados por el Dr.Vicenç Font. Por su parte tanto BE, BI, MO y SE fueron tutorizados por el Dr. Joaquím Giménez.[21]

En el programa de formación del master se considera la competencia comunicativa como una exigencia a tres niveles (Tabla Nro. 9).

C2 COMUNICACIÓN

Comunicar de manera efectiva, en forma oral y escrita y usando los medios tecnológicos adecuados, en diferentes ámbitos profesionales y sociales, en lengua castellana (y lenguas cooficiales si es el caso) para desarrollar autonomía personal y un buen ejercicio profesional y ciudadano.		
N1: Se desempeña clara y efectivamente en presentaciones orales y escritas en diversos contextos.	**N2:** Utiliza de manera decidida diferentes modalidades de comunicación oral y escrita y las integra eficazmente en diversos contextos profesionales usando los medios tecnológicos adecuados.	**N3:** Interpreta y valora procesos comunicativos propios y ajenos en contextos profesionales con la intención de mejorarlos. Contribuye a desarrollar la competencia comunicativa en sus alumnos

Tabla Nro. 9

3.4. Diseño metodológico. Tareas.

Para la realización del estudio, se consideran prácticas profesionales diferentes de entre el total del trabajo realizado. En ninguna de las tareas se les pide explícitamente

[21] Vicenç Font como Joaquim Giménez son doctores en Didáctica de la Matemática y son profesores a jornada completa (full professor) de la Universidad de Barcelona. Trabajan en la formación de maestros de educación primaria y están consolidados como investigadores en el área de Didáctica de la Matemática a nivel mundial. Son profesores del programa de Doctorado de Didáctica de la Matemática de la misma universidad.

expresarse sobre el valor de lo comunicativo o su opinión acerca de la comunicación, pero está presente en la práctica totalidad de las tareas.. Las tareas que realizaron los futuros profesores que han sido seleccionadas para analizar fueron las siguientes:

a. Análisis de una clase (Tarea 1).

Los futuros profesores debían escribir sus conclusiones y opiniones a partir de la transcripción del análisis didáctico de un episodio de clase en grupo en un establecimiento de secundaria en la ciudad de Barcelona (Ver anexo 7). En esta fase de su formación aún no conocían el enfoque EOS y no contaban con un esquema presupuesto teórico sobre cómo se hace un análisis didáctico. Los futuros profesores trabajaron en pequeños grupos de dos y tres personas para esta tarea.

b. Análisis de un episodio de clase ecuaciones (Tarea 2)

Esta tarea consistía en que los futuros profesores entregaran sus opiniones acerca de la trascripción de una clase de ecuaciones en un establecimiento de secundaria. La sesión transcrita, se trata de una profesora que explica a su clase cómo se resuelve una ecuación (Ver Anexo 8). Los futuros profesores realizaron esta tarea en forma individual. Aquí se esperaba que los estudiantes hicieran observaciones sobre los aspectos comunicativos.

c. Análisis de un artículo sobre evaluación de competencia comunicativa (Tarea 3).

Para esta tarea los futuros profesores debían leer, comprender y opinar acerca de los proyectos matemáticos en el artículo *Les competències en els treballs de projectes matemàtics per una educació equitativa a l'ESO* escrito por el investigador en didáctica de la matemática Manel Sol (Sol, 2007).

d. Trabajo de Memoria del Practicum II (Tarea 4).

Durante el Master, los estudiantes deben realizar un periodo de práctica docente,. Después de ese periodo deben presentar una memoria. Ver anexos 10 y 11

e. Trabajo final de Master (Tarea 5).

Al término del proceso de formación, los estudiantes deben realizar un estudio de pequeña investigación. En él deben poner de manifiesto lo aprendido a lo largo de todo el proceso, y elaborar una nueva memoria. Ver anexos 10 y 11

Para cada una de las tareas, haremos una descripción dentro de la perspectiva EOS en el proceso de estudio que estamos analizando en tres aspectos (descripción, explicación matemática, valoración por parte de los futuros profesores):

A. Lo que se pedía realizar en la tarea

B. La matemática presente en la tarea

C. Lo que se obtuvo como resultado en los estudiantes del Master, desde la perspectiva EOS, es decir, en el sentido de lo que el futuro profesor aprende y/o muestra que valora del trabajo realizado a partir de la matemática presente en la tarea y del análisis didáctico.

Tarea 1.

A. En la lectura del material 2 de la Tarea 1 (Ver Anexos 5, 6 y 7) los estudiantes del Master tuvieron acceso a los discursos registrados donde se da cuenta de que los alumnos deben hacer uso del concepto de división exacta para resolver el problema de equivalencia de densidad en dos poblaciones diferentes de Barcelona.

A partir de la transcripción del registro de aula, los estudiantes del Master debían hacer observaciones. Nosotros como investigadores esperábamos fueran relativas al acto comunicativo. De hecho, para cada tarea se indica aquellos aspectos que se inducen de su texto. Por ejemplo, los estudiantes del Master interpretaron que los alumnos de la situación estudiada utilizaron el orden en el conjunto de los números racionales, las operaciones con números racionales y debían resolver ecuaciones con números racionales. Al mismo tiempo identifican los comportamientos de los estudiantes, analizando las interacciones y los conflictos.

B. En la Tarea 1, los estudiantes del Master tuvieron que analizar una tarea relacionada con el concepto de *densidad de población*. La densidad se utiliza en el estudio de la demografía y se expresa en "habitantes por kilómetros cuadrados". Para la mayor comprensión del problema debían tener claridad en este concepto. En cuanto a esto, saber que la densidad se expresa en matemática como

Densidad= número de habitantes / territorio.

Con la Tarea 1 se explica a los estudiantes del Master las condiciones en las que fue hecho el registro, datos acerca del profesor que dirigía la sesión, la cantidad de tiempo, la diversidad cultural del aula. Junto con ello, se les mostró el problema y el tiempo de duración del registro (10 minutos). En efecto, se les entregó la información como en la Figura 4.

Aquí tienes la población y el área de dos distritos en tu ciudad.

Distrito 1 (N1)	Distrito 2 (N2)
65 075 habitantes	*190 030 habitantes*
7 km^2	*5 km^2*

(i) Discute en cuál de estos dos lugares las personas viven más espaciosamente.
(ii) Encuentra cuánta gente debería trasladarse de un distrito a otro para vivir en ambos igual de espaciosamente.

Figura 4 . Enunciado del problema de densidad.

Esta tarea ha sido estudiada en cuanto a las normas sociomatemáticas y los conflictos semióticos que se dan en el episodio de clase (Font y Planas, 2008), (Font, Planas, Godino, 2009). En efecto, se interpretó que el conflicto está relacionado con cómo determinar métodos válidos para resolver problemas matemáticos conceptualizados cuando parecen ser dependiendo de si están aplicados a un contexto de la vida real o al contexto institucional de la clase de matemática.

En el episodio de clase participa Emilio que conoce los distritos que corresponden a barrios de Barcelona. En efecto, admite haber estado en uno de los lugares y justifica que los pisos son muy pequeños. Este conocimiento extra aula que posee el niño le provoca un conflicto semiótico ya que el contexto matemático que se le es presentado en clases se diferencia del contexto real. Por otra parte, la alumna Alicia del episodio considera cambiar la cifra 65075 por 65072 para poder trabajar con un múltiplo de 7 y evitar así los decimales.

C. En cuanto a los estudiantes se aprecia que se fijaron bastante en la manera de actuar del profesor y de los tres alumnos del episodio de clase. Es decir, centraron su atención en lo socio-comunicativo. Pero en esta parte no hicieron análisis en término de la idoneidad didáctica.

Tarea 2.

A. Lo que se pedía realizar en la tarea

B. La matemática presente en la tarea

C. Lo que se obtuvo como resultado en los estudiantes del Master.

A. Los estudiantes del Master debían realizar el análisis de la transcripción de clase según los criterios de idoneidad didáctica de EOS explicada en esta tesis en la sección 2.3.3.

En la tarea 2, los estudiantes del Master tenían como material la transcripción de una clase acerca de solución de ecuaciones lineales en el conjunto de números naturales (Ver Anexo 8). Se trata de un aula situada en una escuela de Argentina donde hay 23 alumnos (11 o 12 años de edad) y la profesora que dirige la sesión tiene unos 18 años de experiencia docente (Font, 2011).

El documento de la transcripción da a conocer la manera en que una profesora introduce el tema de las ecuaciones mediante ejemplos de sumas de números naturales al principio y posteriormente introduce la incógnita. La impresión que se podría formar un lector a partir de la transcripción es que la profesora explica cómo se resuelve una ecuación en forma mecánica. Seguramente porque no se ejemplos y actividades de la vida cotidiana para introducir la necesidad del uso del concepto de ecuación.

B. Los aspectos matemáticos de esta tarea son las ecuaciones lineales y las operaciones subyacentes a la resolución de ellas como adición y el producto de números enteros. Otros contenidos matemáticos que aparecen en esta transcripción son unidades de medida (centímetros), perímetro de una figura geométrica plana.

C. Los estudiantes del Master dieron a conocer sus valoraciones.

Como la tarea consistía en analizar la idoneidad didáctica de la sesión de clases transcrita, se nota que esto significó un apoyo importante para los estudiantes del Master en cuanto a cómo realizar un análisis didáctico. Con esta metodología alcanzaron cierta claridad sobre el significado de la idoneidad didáctica.

Como en cada análisis de las producciones escritas de los estudiantes, se esperaba también que en esta tarea los estudiantes del Master realizaran observaciones en cuanto a los aspectos comunicativos. Sin embargo, a partir de este documento, se puede apreciar que asentir (decir si con la cabeza) es una forma válida de comunicar por parte

del alumno que indica que está entiendo la explicación de la profesora. Pero estos aspectos no fueron visualizados por los futuros profesores.
Alguno de los estudiantes del master se muestra poco crítico con la actuación de la profesora de la transcripción. Como investigadores sería más interesante encontrar críticas de los futuros profesores hacia la actuación de la profesora.

Tarea 3.

A. Lo que se pedía realizar en la tarea

B. La matemática presente en la tarea

C. Lo que se obtuvo como resultado en los estudiantes del Master.

A. La tarea consistía en ofrecer su opinión acerca del artículo de Manel Sol en cuanto a las posibilidades que ofrecen los proyectos matemáticos realistas acerca de plantear problemas, modelar situaciones, investigar, proponer soluciones y la comunicar las soluciones encontradas de forma correcta Sol (2007).

B. La matemática de esta tarea subyace en los proyectos matemáticos realistas del artículo de Manel Sol. En él se entiende como proyecto matemático realista todo tipo de situación problemática de la vida que se pueda resolver usando matemática. Por ejemplo, el cálculo del ahorro de energía eléctrica de un pueblo luego del cambio de hora. Es claro que aquí podemos identificar que el concepto matemático que está detrás es la proporcionalidad.

C. Los estudiantes del Master reaccionaron bastante positivamente a este artículo. En cuanto a tarea del Master, es el primer indicio que nos muestra algún significado e importancia de la competencia comunicativa. Sin embargo, los estudiantes del Master son poco críticos con los Proyectos Matemáticos Realistas. Al parecer consideran que es algo bueno hacer los proyectos, sin objetar sus aspectos o modificar algún aspecto. No observan los posibles obstáculos que puedan presentarse. No son críticos en general en su valoración.
Hay algún estudiante del Master que hace un aporte más objetivo. De hecho, hubo muestras de preocupación ante la relación entre lo cognitivo y lo matemático en el sentido de que hacer algo matemático no es pensar.

Lo interesante fue esencialmente que en todos las tareas analizadas se encuentran alusiones a la comunicación. Dentro de ellas se distinguen dos tipos de alusiones: la comunicación en si y cómo ellos piensan qué es mejor hacer en clases cuando se comunica. Pero no se dieron el permiso de criticar el artículo.

Tarea 4.

A. Lo que se pedía realizar en la tarea

B. La matemática presente en la tarea

C. Lo que se obtuvo como resultado en los estudiantes del Master.

A. La tarea 4 consistía en escribir una memoria del Practicum II realizado en un IES de la ciudad de Barcelona. Aquí cada estudiante del Master debía asistir al IES en horario lectivo y acompañar a un tutor asignado por su profesor tutor del Master. En la memoria del Master los estudiantes debían dar cuenta de las características del centro, de los aspectos relevantes de los cursos que conocieron, en cuanto a lo social y a lo cultural. En el mismo informe, debían hacer explícito un análisis del programa de matemática de los cursos. (Ver pautas Anexo 9)
Por ello para cada estudiante del master, la matemática es variada. Citaremos un ejemplo en la parte B de la descripción de la tarea 4.

B. A manera de ejemplo, citamos la matemática presente en una de las memorias.

"numeración y cálculo se estudian los números naturales, fraccionarios, decimales y enteros. Estos últimos sólo si se dispone del suficiente tiempo lectivo para su correcta enseñanza. Se realizan operaciones elementales y combinadas, aprendiendo también a utilizar la calculadora para ello, y divisibilidad. Las potencias y la raíz cuadrada en grupos flexibles se estudiarán con números sencillos. En cambios y relaciones se realiza una introducción a la proporcionalidad, representando gráficamente dos magnitudes en los ejes cartesianos. Problemas con porcentajes y planos y escalas. En espacio y forma, se estudian rectas y ángulos, figuras en dos dimensiones, polígonos y circunferencias. Y en medida, unidades de longitud, masa y capacidad, y el cálculo de perímetros y áreas. En este primer curso no hay definidos contenidos relacionados con el tema de estadística y azar.
En segundo curso de ESO (ver anexo 4), en numeración y cálculo, se amplían las operaciones y el conocimiento de los números estudiados en primer curso en más profundidad. Se incorporan operaciones con exponentes y la raíz cuadrada, e introducción al álgebra, con ecuaciones de primer grado. En cambios y relaciones se estudian las funciones como relación entre magnitudes y su representación mediante fórmulas, tablas y gráficas. En espacio y forma, se incorporan figuras en tres dimensiones, poliedros y cuerpos de revolución, y los Teoremas de Pitágoras y Tales. Estudiando en el tema de medida

el cálculo de su perímetro, superficie y volumen. Se introduce el tema de estadística y azar, representando gráficamente y en tablas aquellos datos obtenidos y el uso de programas informáticos adecuados."

C. Se percibe bastante entusiasmo por parte de los futuros profesores en esta actividades ya que ahora son actores principales. Es su mayoría reconocen el Practicum I como una oportunidad importante para aprender y conocer qué aspectos debe mejorar de su práctica docente.

En la unidad didáctica hubiera sido deseable encontrar algunas preguntas que podrían hacer que el alumno de IES se comunique con el profesor. Idealmente que no se trata de las típicas preguntas acerca de cuánto o cuántos. Aunque una cierta tendencia de los estudiantes del Master a realizar las típicas preguntas.

Alguno de los estudiantes del Master le dio bastante importancia al tema de la disciplina en el aula. Llama la atención que hagan comentarios acerca de que algunos alumnos son "limpios" trabajando.

Hay algunas descripciones en cuanto a los alumnos y explica lo que los alumnos hicieron. Específicamente referencias a la comunicación matemática que hacen los alumnos.

Se comienza a notar que le dan importancia a comunicar correctamente sus ideas, a guiar a los alumnos, a ofrecerles un feedback.

Todos estos aportes de los estudiantes del Master sólo son observables a partir de la lectura del informe realizado en el Practicum II.

También se nota un agradecimiento de parte de los alumnos del centro IES.

Los futuros profesores son conscientes de la forma de actuar de otros profesores del centro donde hacen su Practicum II. Aquí vale la pena citar la celebra frase: "*es más fácil mirar la paja en el ojo ajeno que la viga en el propio"*.

Aquí en el informe del Practicum II se aprecia como surgen las ideas para lograr buen ambiente de aula. El interés de la vocación en dar buenas clases sin embargo no se puede ver en los informes cómo los alumnos son llamados a participar o a responder.

Este Practicum fue importante porque les hizo sentir protagonistas.

Sorprende el caso de un futuro profesor recién egresado de Licenciatura en Matemática que manifiesta que le llama la atención que los licenciados en matemática no sean formados en herramientas que son útiles (informática, software libre, etc.) Para este

futuro profesora no es de la idea de que con lápiz y papel sea suficiente para enseñar y aprender matemática.
Además muestra gran creatividad dando a conocer que encuentra posibilidades diversas en la geometría y desea sacar provecho de los utensilios comunes que sirven para enseñarla (cuerda, tubo PVC, escuadra y cartabón). De hecho, en la práctica, el futuro profesor en acción, utiliza una serie de recursos para explicar y dar significado a la utilidad de la geometría.
Lo que es notable es que los conocimientos que posee de matemática están afianzados y segurizados. Sabe bastante matemática. Además, tiene clara la importancia de evaluar, es muy reflexivo y crítico acerca de su práctica, y su empatía con los alumnos lo hizo merecedor del afecto y trato cordial por parte de los alumnos.

Tarea 5.

A. Lo que se pedía realizar en la tarea

B. La matemática presente en la tarea

C. Lo que se obtuvo como resultado en los estudiantes del Master.

A. La tarea 5 consistía en realizar trabajo final del Master teniendo como experiencia extra el Practicum II (segunda práctica presencial de los estudiantes del master en el mismo IES donde habían asistido la primera vez). Aquí debían plantear una pregunta que relacionara la experiencia realizada con las practicas realizadas y la formación recibida. La pregunta podía ser de didáctica de la matemática o de dinámica de grupo. Recibieron algunas propuestas de preguntas para su orientación (Ver Anexo 10). El análisis y la profundidad de la valoración en relación a la pregunta y de acuerdo a todo ello relación una propuesta de mejoramiento docente debidamente justificada. Del mismo modo, valorar el aprendizaje profesional a partir del master.

B. La matemática se da como en el caso de la tarea 4 pero aquí cada futuro profesor propuso diferentes tareas a sus estudiantes. Como comentaremos después, algunas de las tareas no promueven directamente la comunicación. Por ejemplo, la de la figura XX.

2. Completa les frases i dibuixa els angles següents

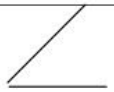
	Dibuix
Un angle de 90º, és un angle.....	
Un angle de....., és un angle.....	
Un angle més petit de 90º, és un angle.....	
Un angle.....de 90º i .... de 180º, és un angle.....	

Figura 5. Ejemplo de una actividad de Repaso propuesta por un estudiante del Master.

Otras tareas, incluyeron propuestas como la siguiente (Figura 6):

P1. Unos niños llevan a clase caramelos. Andrés lleva 5, María 8, José 6, Carmen 1 y Daniel no lleva ninguno. ¿Cómo repartir los caramelos de forma equitativa?

P2. Un objeto pequeño se pesa con un mismo instrumento por ocho estudiantes de una clase, obteniéndose los siguientes valores en gramos: 6'2, 6'0, 6'0, 6'3, 6'1, 6'23, 6'15, 6'2 ¿Cuál sería la mejor estimación del peso real del objeto?

P3. Al medir la altura en cm. que pueden saltar un grupo de escolares, antes y después de haber efectuado un cierto entrenamiento deportivo, se obtuvieron los valores siguientes. ¿Piensas que el entrenamiento es efectivo?

Altura saltada en cm.

Alumno	Ana	Bea	Carol	Diana	Elena	Fanny	Gia	Hilda	Ines	Juana
Antes del entrenamiento	115	112	107	119	115	138	126	105	104	115
Después del entrenamiento	128	115	106	128	122	145	132	109	102	117

P4. La altura media de los alumnos de un colegio es 1'40. Si extraemos una muestra aleatoria de 5 estudiantes y resulta que la altura de los 4 primeros es de 1'38, 1'42, 1'60, 1'40. ¿Cuál sería la altura más probable del quinto estudiante?

P5. Hay 10 personas en un ascensor, 4 mujeres y 6 hombres. El peso medio de las mujeres es de 60 kilos y el de los hombres de 80. ¿Cuál es el peso medio de las 10 personas del ascensor?

Para reforzar, se planteó un sexto tipo de problema más gráfico:

P6. Observa el dibujo y razona la respuesta.

Figura 6. Ejemplo de actividad propuesta por uno de los estudiantes del estudio.

Se encuentra a faltar preguntas del tipo: ¿por qué? A continuación de la simple consulta de cuál.

En otros casos, la dinámica repetitiva de los textos escolares se usó como posible actividad que no dejaría de tratarse de una ejecución dirigida de órdenes (Figura 7).

p e r s a b e r - n e m é s

Ajustament de dades obtingudes experimentalment

L'objectiu de la investigació científica és buscar lleis que siguin vàlides per descriure un determinat tipus de fenòmens. A partir de l'observació d'alguns casos, s'intenta descobrir quins aspectes (o variables) en són fonamentals i les relacions que hi ha entre aquestes variables per poder-ne establir les lleis.

En els fenòmens físics i químics, molts cops és possible quantificar les variables, és a dir, mesurar-les i donar un nombre com a resultat d'aquesta mesura. Així, a l'hora de buscar una relació entre dues variables (per exemple, la distància recorreguda per un mòbil e i el temps emprat t), el que tindrem serà un conjunt de parells ordenats de dades (t, e), i caldrà establir una expressió matemàtica, una funció, que s'ajusti a aquestes dades de la millor manera possible.

Primer experiment

Et proposem que realitzis l'experiment següent: determinar la relació que hi ha entre l'allargament d'una molla i la força que s'hi aplica.

Activitat

1 Agafa una molla i fes el muntatge que veus a la figura de dalt. Si no disposes d'un aparell similar, pots fer el següent: agafa un regle graduat en centímetres i una molla, penja la molla d'un suport i, amb el regle en posició vertical:

a) Mesura'n ara la longitud de la molla.

b) Penja un pes sabut de l'extrem de la molla i mesura'n ara la longitud.

c) Resta la segona longitud de la de la molla en repòs. D'aquesta manera tens l'allargament que produeix el pes aplicat.

d) Completa la taula següent amb el primer pes i el primer allargament:

pes (x)						
allargament (y)						

e) Penja altres pesos i, mesurant els allargaments provocats, acaba d'omplir la taula anterior.

f) Els pesos i els allargaments són proporcionals?

g) Construeix una gràfica a partir de les dades de la taula.

h) Escriu la fórmula de la funció que et permet conèixer l'allargament produït segons la força aplicada.

Figura 7. Actividad extraída de uno de los Trabajos de Fin de Master de un futuro profesor.

C. Los resultados con los estudiantes a partir de esta tarea fueron interesantes para nosotros desde el punto de vista de la comunicación. Los futuros profesores se dan cuenta de las implicaciones que puede tener su actuar en lo comunicativo. Los futuros profesores ven la comunicación como algo relacionado con el trabajo en grupo posiblemente porque han hecho análisis desde la idoneidad interaccional. Sin embargo, las actividades que proponen dan cuenta de la ausencia de una guía experta que les haya encaminado a promover en diálogo con sus alumnos.

3.5. Instrumentos de análisis

En este estudio se busca reconocer tipos de comunicación a lo largo de las tareas profesionales. Según este planteamiento, la eficacia de los actos comunicativos proviene de diferentes direcciones; por un lado, el papel del intérprete depende de la implicación, de la interacción entre factores de índole textual y contextual y de su capacidad de inferencia. Los modos discursivos son los procedimientos responsables de ordenar las categorías de la lengua en función de las finalidades discursivas del acto de comunicación o modos de organización del discurso.

Cada uno de ellos se define por una función de base que expresa la finalidad comunicativa y un principio de organización que estructura el mundo referencial dando lugar a lógicas de construcción de esos mundos y a puestas en escena de ellos. Para ello se usan las categorías siguientes de discurso: Alusivo, Valorativo, Descriptivo, Actuativo, Implicativo y Normativo.

3.6. Cuadro integrador de objetivos y metodología

A continuación explicitamos en una figura los instrumentos y formatos de análisis de nuestro estudio (Tabla Nro. 10).

Fase de Investigación	Objetivo correspondiente	Instrumentos – Tareas de investigación	Modo de análisis/teoría
Fase 1. Inicio y planteamiento teórico	Reconocimiento de elementos teóricos: Elementos comunicativos cabe considerar en la formación de profesores en matemáticas. Reconocimientos de características personales del profesor comunicador en educación matemática	Estudio sobre la noción de competencia que se adopta en educación y qué criterios se identifican en la formación de profesores.	Estudio teórico epistemológico. Trabajos sobre competencias comunicativas y modelización matemática: (Sol, 2008), Trabajos de R. Crouch y C. Haines (2005)
Fase 2:	Determinación del programa de estudio y de las tareas de formación como fuente de información	¿Qué es clave para evaluar lo comunicativo en distintos tipos de tareas? Evaluación de la competencias comunicativa.	Master de Formación del Profesorado de Secundaria UB especialidad de matemática. Estudio teórico de evaluación de competencias Creación de un sistema de análisis cualitativo.
Fase 3 Análisis de un proceso.	Análisis de los elementos comunicativos presentes en las producciones escritas del Master de Formación del Profesorado de Secundaria	Identificar procesos de desarrollo y evolución. Reconocer criterios.	Análisis del discurso.
Fase 4	Elaboración de conclusiones		

Tabla Nro. 10

Capítulo 4

Estudio de fenómenos comunicativos

En este capítulo, se presentan los resultados correspondientes a los análisis de las diferentes tareas analizadas bajo las seis categorías que hemos propuesto.

4.1. Análisis de una actividad de análisis didáctico

Para la primera tarea que hemos seleccionado para el análisis, los estudiantes debían escribir sus conclusiones y opiniones a partir de la transcripción de un análisis didáctico de un episodio de clase en grupo en un establecimiento de secundaria en la ciudad de Barcelona (Ver anexo 4). Los futuros profesores no contaban con un esquema presupuesto teórico sobre cómo se hace un análisis didáctico En esta fase de su formación aún no conocían el enfoque EOS. Además no se les pide explícitamente expresarse sobre el valor de lo comunicativo en ese análisis.

Los futuros profesores trabajaron en pequeños grupos de dos y tres personas para esta tarea (Tabla Nro. 11).

Grupo/ Categoría	Alusivo	Valorativo	Descriptivo	Actuativo	Implicativo	Normativo
BE/MO	1	2	3	1	0	0
BI/SE	0	4	2	1	0	0
GA/otros	0	3	2	2	0	0
TU/otros	0	2	1	1	0	0

Tabla Nro. 11

Como conclusión, a partir de los datos y a partir de la tabla se puede observar que en relación a las dos últimas columnas de la tabla no hay números, podemos señalar lo cual era esperable. Basados en esta actividad inicial no aparecieron indicios de las categorías Implicativa y Normativa durante el análisis. Probablemente se debe a que en esta actividad inicial y no se trataba de opinar acerca de la propia práctica docente.

Lo que más se encuentra en la tabla es lo descriptivo y valorativo. Los futuros profesores reconocen el valor de lo comunicativo en cuanto el docente del episodio de clase estudiado por ellos regula las contribuciones a los procesos de resolución. De manera que no sea sólo el alumno que resuelve el problema planteado sea el único que comprende. Parece evidente para algunos, que la comunicación que sirve para asumir conceptos debe establecerse junto el sistema de representaciones (dibujos, esquemas, …) y al parecer que se asume que es responsabilidad del docente que eso se consiga por

todos. Lo que más se da en esta tarea es lo descriptivo y valorativo. Los futuros profesores reconocen el valor de lo comunicativo en cuanto el docente regula las contribuciones de los alumnos a los procesos de resolución, de manera que no sea sólo el alumno quien resuelve y sea además el único que comprende. Parece evidente para algunos, que la comunicación que sirve para asumir conceptos debe establecerse junto el sistema de representaciones (dibujos, esquemas, …) y parece que se asume que es responsabilidad del docente que eso se consiga por todos.

En cuanto lo actuativo, se identifica la importancia del papel del docente como que puede promover un diálogo colaborativo que algunos llaman "integrador".

> *"No facilita ejemplos clarificatorios. No anima/invita a Alicia a explicarle al resto de los compañeros la resolución del problema. No promueve el trabajo colaborativo. Hay alumnos interesados en aprender pero el profesor los ignora. Se queda con la alumna "buena". Va a lo fácil que no le supone esfuerzo."* (BI-SE ,t1, lí5)

Tiene su lógica que no aparezcan muchas indicaciones de tipo alusivo porque es la primera tarea que realizan en la que se describe una clase como parte de su formación. A pesar de todo, se percibe un ejemplo asociado a la idea de aceptar el discurso de otro interpretando que es una justificación de la "no aceptación" de estas estrategias usadas por el otro.

> *"Alicia se cierra a explicar sus reflexiones. Se ofusca con su método y no acepta la solución de Mateo"* (BE-MO ,t1, lí 2)

A partir del análisis, se puede afirmar que los futuros profesores no tienen una tendencia a identificar aspectos normativos en la comunicación observada. A rasgos generales, en su mayoría, los futuros profesores realizan juicios valorativos acerca de la comunicación y en segundo lugar describen las situaciones que se dan en entre profesor y grupo de alumnos. En algunos casos, se observan juicios acerca de la actuación del profesor. Por ejemplo, acerca de que el profesor no escucha a los alumnos y los deja solos frente las aportaciones de otro. En efecto:

> *"El profesor no tiene nada de respeto. Deja que Alicia trabaje sola y la situación continua. El resto de alumnos se desenganchan de la clase ya que no entienden la resolución del problema que hace Alicia".* (BI-SE, t1, lí 6)

Otra muestra de valoración acerca de la manera de comunicar por parte del profesor de esta secuencia de clase es la siguiente:

> *"El profesor muestra una clara falta de coherencia. Por ese lado le ríe la ocurrencia a Emilio para pasar luego a ignorarle y llamarle la atención. Es desmotivador para los alumnos".* (BI-SE, t1, lí 3)

> *"En cuanto al profesor, se interesa por los diferentes puntos de vista de los alumnos, aunque reacciona taxativamente a la propuesta de Emilio de cambiar de pregunta".* (BE-MO, t1, lí 5)

> *"No facilita ejemplos clarificatorios. No anima/invita a Alicia a explicarle al resto de los compañeros la resolución del problema. No promueve el trabajo colaborativo…".* (BI-SE, t1, lí 7)

Y de otro tipo serían relativas a un cierto tipo de discriminación por parte del profesor de la secuencia de clases analizada, es decir, acerca de las diferencias que hace el profesor entre los alumnos. Según dos futuros profesores estudiantes del master:

> *"… Hay alumnos interesados en aprender pero el profesor los ignora. Se queda con la alumna 'buena'. Va a lo fácil que no le supone esfuerzo".* (BI-SE, t1, lí 7)

En el mismo sentido, hacen juicios relativos a la manera explícita de ignorar a los alumnos que ellos observan:

> "El professor fa asseure al grup sense donar cap feed-back i passa a preguntar a un altre grup". (GA y otros, t1, lí 6)

De los comentarios realizados por los futuros profesores, se podría inferir que la impresión que les dio el profesor a partir de la experiencia estudiada es que no se preocupa de diversos aspectos importantes de su práctica profesional. Los comentarios leídos y analizados dejan la impresión que la visión de los estudiantes del master acerca del profesor en general no es positiva. Esto en lo que se refiere a lo social-comunicativo como competencia profesional básica que se esperaría que desarrolle un profesional de la educación de cualquier área. En nuestro caso nos interesa lo que sucede en matemática. Como ejemplos citamos los siguientes:

"El profesor ante el desvío de Emilio causado por su carencia matemática y su pragmatismo, en vez de contextualizar se cierra en banda y vuelve a Alicia." (BE-MO, t1, lí 6)

De esta línea se desprende que los futuros profesores advierten poca disposición del profesor a involucrarse explicando sus razonamientos a los alumnos de su clase que lo necesitan.

"El profesor no hace mayor esfuerzo en explicar los conceptos de otra manera. Por ejemplo un dibujo, para volver a enganchar al resto del grupo." (BI-SE, t1, lí 5)

Los estudiantes consideran que el profesor se esfuerza insuficientemente para hacerse entender. Al parecer para ellos el profesor no hace uso de recursos que podrían estar a su alcance.

"Sólo está interesado en la resolución meramente matemática sin importarle la conexión con la realidad". (BI-SE, t1, lí 6)

Por los dichos de los futuros profesores se podría entender que para ellos el profesor del episodio de clase no está dando un significado de aplicabilidad a la matemática que se está estudiando. Que para ellos el profesor solamente se preocupa de las operaciones involucradas en la solución más que de la importancia que pueda tener para ellos.

"Només puntualitza la questió dels multiples sense anar més enllà en l'explicació, crec necessary aquest punt per tal que els alumnes no perdin el fil del problema."
(TU y otros, t1, lí 6)

De la misma forma que en la cita anterior el profesor se centra en el contenido matemático según los futuros profesores no cuidar en la comunicación la coherencia y consecución de los pasos del problema.

"Entre los alumnos existen fallos básicos conceptuales que el profesor no aclara inicialmente. Hay alumnos que no han entendido lo que se les pregunta y el profesor tampoco hace ninguna aclaración". (BI-SE, t1, lí 2)

"El profesor muestra una clara falta de coherencia. Por ese lado le ríe la ocurrencia a Emilio para pasar luego a ignorarle y llamarle la atención. Es desmotivador para los alumnos". (BI-SE, t1, lí 2)

Las opiniones parecen dar cuenta de unos futuros profesores que hasta ahora han sido meros observadores como alumnos y como estudiantes para profesores pero que nunca han dictado una clase.

4.2. Análisis de una reflexión sobre el análisis didáctico

La tarea 2, consistía en entregar sus opiniones acerca de la trascripción de una clase de ecuaciones en un establecimiento de secundaria IES (Anexos 6, 7 y 8).
Los futuros profesores trabajaron en forma individual para esta tarea. En la sesión transcrita, se aprecia la profesora que explica cómo se resuelve una ecuación. Acerca de esta tarea se espera que los estudiantes hagan observaciones sobre éste y otros aspectos comunicativos.

Estudiante/ categoría	Alusivo	Valorativo	Descriptivo	Actuativo	Implicativo	Normativo
BE	1	5	6	0	2	0
BI	6	8	4	3	6	2
GA	5	3	5	0	0	0
MO	4	6	1	1	2	0
SE	2	5	5	2	0	0
TU	7	6	7	3	0	1

Tabla Nro. 12

A partir de las opiniones expresadas por los futuros profesores y del análisis realizado se puede inferir que no se afirmar que encontramos en las producciones escritas una tendencia a identificar fenómenos de comunicación de carácter normativo.
De acuerdo a esta tarea se aprecia que las opiniones de los futuros profesores se concentran en las tres primeras categorías con una leve tendencia hacia lo Actuativo, Implicativo y Normativo pero no en forma definitiva (Tabla Nro. 12).
Los futuros profesores reconocen el valor de atender a todos parte del feed-back que se da en lo comunicativo cuando notan en la profesora actitudes de indiferencia hacia los estudiantes:

> *"En muchas ocasiones podemos observar cómo la docente continúa con su explicación tras la correcta respuesta de un alumno, cuando previamente otro ha comentado que no lo entiende"* (BE, t2, lí 6)

> *"Durante la sesiones hay participación por parte de los alumnos, pero se observa que en algunos casos preguntas y dudas de los alumnos quedan sin responder."* (GA, t2, lí 11)

Estas citas se sitúan en lo descriptivo dentro de las categorías que hemos planteado. Los futuros profesores aún no han tenido su práctica profesional lo que sin duda no les permite aún opinar extensamente de las implicaciones que puede tener la práctica comunicativa del profesor.

Los futuros profesores critican la manera mecánica o mecanizante de enseñar por parte de la profesora, reconociendo implícitamente que esa manera de comunicar en lo actuativo no es estimulante para los alumnos. Estos vienen a ser los primeros atisbos de reflexión por parte de los futuros profesores.

> *"En otras ocasiones responde con métodos que deben aprender de memoria, sin explicarles el porqué de dicho procedimiento y/o utilizando argumentos que permitan implicar a los alumnos en el proceso de aprendizaje"* (BE, t2, lí 5)

> *"Tampoco propone tareas atractivas para los alumnos que aumenten su motivación e interés, ni atribuye valor ni sentido a los contenidos enseñados relacionándolos con aplicaciones en la vida cotidiana o profesional, lo cual no favorece el aumento del grado de implicación del alumno sino todo lo contrario. Posiblemente en aquellos alumnos que no vieron resueltas sus dudas se podría incluso llegar a producir un rechazo hacia los contenidos explicados."*
> (BE, t2, lí 10)

> *"Tampoco propone ningún tipo de modelo, ni variedad en la representación. A lo más que se llega es en 39 cuando invita a los alumnos a llevar por escrito un razonamiento, cosa que se finalmente no hace, porque se despersa con una pregunta de otro alumno. Incluso aún peor, ya que confunde a los alumnos cuando le plantean dudas relacionadas con el tema de ecuaciones."*
> (BI, t2, lí 3)

Incluso la propia profesora del episopdio de clase menciona que ella enseña una mecánica. Así es como lo citan los futuros profesores de acuerdo de su análisis de la idoneidad afectiva:

> *"La contestación que da la profesora en el registro [122]: "Hay muchas cosas en matemáticas que son mecánicas y con la práctica lo van a lograr", en esta frase no hay mucho de idoneidad afectiva."* (TU, t2, lí 19)

Y también pudimos apreciar que los futuros profesores reconocen la importancia de la coherencia y continuidad:

> *"Tal como se ha comentado al hablar de la idoneidad epistémica de la clase, la introducción del tema ha resultado poco clarificadora. Desde un punto de vista interaccional, esto se puede*

provocar que los alumnos no se sientan motivados con el tema y se puedan desengachar" (BI, t2, lí 15)

Los estudiantes para profesor de matemáticas se muestran críticos con respecto a la manera en que la profesora de la transcripción presenta los pasos para resolver la ecuación. Sin embargo, dentro de nuestras categorías no dejan de ser meras alusiones a la importancia de lo comunicativo.

"A nivel de procedimientos tampoco hay claridad. Lo vemos en varios puntos de la transcripción. Observemos, por ejemplo, la expresión escrita en el punto 48.

$$x = 9 – 6 = 3$$

Esta forma de desarrollar la expresión tiene el riesgo de que algunas alumnos no hagan la conexión no hagan la conexión entre la 'x' y el resultado." (BI, t2, lí 5)

"En este punto el alumno se puede confundir, y seguidamente en C8 se añade la variable "a" con unos ejemplos que acaban desconcertando." (GA, t2, lí 6)

También quisiera comentar que es mejor no utilizar expresiones como en [48], [72] o [94] donde escribe varias igualdades en una sola línea del tipo "x = 9 – 3 = 6" para ir más rápido y ahorrar líneas. Esto puede liar y llevar a errores a los alumnos, es mejor ir paso a paso y dejar la solución final bien determinada. (GA, t2, lí 8)

Posiblemente, la profesora podría haber usado ejemplos interesantes para introducir el concepto de ecuación. Se aprecia que los estudiantes han sido críticos en la medida de lo que su experiencia de aula les permite. Sin embargo, es interesante darse cuenta que los futuros profesores poco a poco desarrollan una mirada crítica que menciona lo comunicativo de manera implícita o explícita.

4.3. Análisis de una práctica sobre evaluación competencial

La tarea 3 consistía en leer, comprender y opinar acerca de los proyectos matemáticos realistas del artículo *Les competències en els treballs de projectes matemàtics per una educació equitativa a l'ESO* escrito por Manel Sol investigador en Didáctica de la Matemática (Sol, 2008).

Estudiante/ categoría	Alusivo	Valorativo	Descriptivo	Actuativo	Implicativo	Normativo
BE	3	0	1	0	0	0
BI	5	7	0	3	0	0
GA	3	0	2	1	0	0
MO	3	0	3	0	0	0
SE	4	0	0	1	0	0
TU	2	3	0	2	1	0

Tabla Nro. 13

Nuevamente las opiniones se concentran en lo Alusivo y Descriptivo con algunos matices en otras categorías (Tabla Nro. 13).

No es una sorpresa, ya que aún no se han estrenado en la práctica del aula. Pero a estas alturas de su formación les queda poco para su primera práctica.

Una de las menciones acerca de comunicación explícita es la siguiente:

> *"Una vez el alumno ha resuelto la situación inicial de la que partían, deberá ser capaz de comunicar, no sólo por escrito sino también oralmente, todo el proceso realizado y las conclusiones obtenidas."* (BE, t3, lí 1)

> *"Aquí nos encontramos con uno de los puntos que considero importantes, la comunicación y, en este caso, el planteamiento del problema."* (BI, t3, lí 1)

> *"De les diverses competències que es poden desenvolupar en els projectes matemátics, com a recurs educatiu, destacaré en aquest treball la competència de modelització, la competència comunicativa d'idees o conceptes matemàtics i la competencia ciutadana o social."*
> (MO, t3, lí 1)

> *"L'última part de realització del projecte i no menys important és la comunicació final del treball. Els alumnes han d'elaborar una memòria on han de recollir de forma escrita tot el procés que han dut a terme per la seva elaboració i explicitar les conclusions a les que arriben."* (TU, t3, lí 5)

> *"Los proyectos son una herramienta donde se desarrollan distintas competencias, entre las que destacamos la competencia en modelización, comunicativa y de ciudadanía."*
> (GA, t3, lí 3)

No es casualidad la tendencia que se encuentra en las producciones escritas de los futuros profesores a partir de esta tarea. De hecho, una de las preocupaciones en la investigación del trabajo por proyectos de Sol era la comunicación. Pero en su mayoría,

se trata de alusiones a la importancia de comunicar por parte de los alumnos. No son concientes absolutamente (o no lo mencionan) de lo importante que resulta la comunicación del contenido matemático por parte del profesor de matemática.

En este caso no son tan ricas las aportaciones de los futuros profesores al menos en lo que nos interesa en la investigación. Probablemente se sienten de alguna manera impulsados a hablar del tema por el partido que se puede sacar de los proyectos realistas. Y no son críticos con lo que propone el artículo.

> *"Por un lado, se pide a los alumnos la elaboración de un informe, donde expongan todo el proceso que han seguido, las conclusiones a las que han llegado, así como los juicios que pueden emitir con sus argumentaciones y razonamientos. Aquí, el alumno pone en juego los diferentes registros comunicativos de los que dispone, ya sean explicaciones, gráficas, tablas…"*
> (BI, t3, lí 10)

Es importante si, destacar que al menos los futuros profesores se refieren a lo Actuativo y son bastante receptivos al trabajo por proyectos.

> *"Es importante hacer hincapié en que el papel del profesor ha de variar, no ha de ser él, el único que tenga autoridad para hacer y dirigir la clase, sino que el alumno es imprescindible para que haya un diálogo, una participación."* (SE, t3, lí 5)

> *"En estos proyectos se ve este cambio significativo ya que el profesor tiene una mera figura de mentor y guía del alumno, mientras que el alumno es el protagonista, ya que es el que toma las decisiones, sabe lo que puede o no puede hacer, hasta donde quiere llegar, con lo que se ha de aproximar a dar una respuesta a lo que cree que está a su alcance."*
> (SE, t3, lí 5')

Se destaca también, como parte de los comentarios de los futuros profesores, la conciencia de la importancia que le da al menos uno de ellos a lo comunicativo a partir de la lectura del artículo ya en el ámbito Actuativo.

> *"La comunicació, tant oral com escrita, és una competència que s'hauria d'incidir al llarg de l'etapa formativa de l'alumnat, doncs facilita les relacions interpersonals, fonamental en el dia-dia de la vida quotidiana (altra vegada enllacem amb la competència social i ciutadana).*
> *Per últim, la manera d'avaluar el projecte d'una forma tan exhaustiva permet donar a l'alumne una "retroalimentació" constructiva que li pot permetre créixer cognitivament, i com hem vist, no només en l'àmbit matemàtic."* (TU, t3, lí 8)

Los futuros profesores también comienzan a mencionar criterios para la evaluación de los trabajos, aunque son opiniones que permanecen en las categorías Alusiva y Valorativa. En ciertos casos son alusiones que dejan ver que comienzan a preocuparse por cómo evaluar lo comunicativo en clases de matemática.

> *"Los criterios de evaluación son:*
>
> - *La presentación del trabajo. La claridad y la estructuración general ha de ser entendedora.*
> - *Ver si sabe utilizar los distintos tipos de vocabulario matemático y si se realiza de forma adecuada."*
>
> (GA, t3, lí 2)

> *"Sobre la exposición oral, finalmente comentar que, dado que los proyectos son en grupo, y por tanto, la memoria escrita, la exposición oral también le sirve para matizar la evaluación individual."* (BI, t3, lí 13)

En otros casos no se menciona la competencia comunicativa como un aspecto importante a tener en cuenta a la hora de evaluar pero si como competencias que valorar. Es el caso de la cita siguiente:

> *"Las competencias que valoraría en este sentido (en la exposición oral) serían:*
>
> - *Los medios/recursos que utiliza el alumno para transmitir la información;*
> - *Ser capaz de poder comunicar los objetos matemáticamente hablando;*
> - *Mostrar que domina el tema que presenta, que le da un significado al tema y que tiene un interés personal para su propio proceso educativo"* (SE, t1, lí 5)

4.4. Análisis de una práctica docente de matemáticas

El documento de la tarea 4 consistía en dar su opinión acerca de su experiencia en el Practicum II. Los futuros profesores debían realizar su práctica en diferentes institutos de educación secundaria de Barcelona.

Estudiante/ categoría	Alusivo	Valorativo	Descriptivo	Actuativo	Implicativo	Normativo
BE	28	0	9	6	5	15
BI	9	4	3	7	1	3
GA	12	2	6	1	1	13
MO	8	2	0	0	0	3
SE	9	0	0	0	1	2
TU	1	0	0	0	0	2

Tabla Nro. 14

Esta vez las opiniones se concentran en lo Alusivo, y lo Normativo (Tabla Nro. 14) lo cual no sorprende demasiado ya que los futuros profesores se han estrenado en el aula en el Practicum II y han puesto bastante atención sobre los aspectos normativos, claramente relativos al clima del aula.

En efecto,

> *"Durant les pràctiques a l'aula, i donat que el grup-classe era difícil de gestionar (ella considera que és el segon grup més difícil que ha tingut i altres mestres del mateix equip docent també l'han definit com a un grup complicat), sempre ha estat allà intentant imposar la disciplina (com ella diu: "quan fas d'observadora te n'adones de lo malament que es porten") i inclús ha tret algun alumne fora o ha gestionat que fes una altra cosa, per suavitzar l'ambient de l'aula i que poguéssim gaudir de les pràctiques."* (TU, t4, lí 12)

Y luego lo lleva a su caso personal al momento de la práctica:

> "Un dels punts que més em preocupava era com gestionar el grup. Per preparar les sessions havia rumiat sobre les possibles estratègies que podia fer per controlar la situació i a la primera sessió em va sortir bé. Vaig pensar que això ja ho tenia dominat i que les següents classes anirien pel mateix tarannà. No, no va ser així. Els alumnes es porten bé el primer dia perquè ets la novetat i després ja tornen a la seva rutina de comportament" (TU, t4, lí 15)

Esto indica que el futuro profesor ha hecho una reflexión, por lo que esta tarea le ha permitido reconocer diferentes elementos de la comunicación como el feedback que deberían entregar los alumnos.

Por otra parte, los comentarios hechos por los futuros profesores demuestran que ellos se sorprenden frente a la manera en la que se comportan los alumnos del IES donde han llevado a cabo la práctica:

> *"Aunque hasta ahora no le había podido dedicar una formación específica para poder dedicarme profesionalmente, la docencia siempre me ha sido vocacional. El aspecto revelador es respecto al alumnado con el que me he encontrado. No es lo que yo recordaba de mi época de estudiante y realmente me ha sorprendido. El respeto al profesorado y la motivación en el aprendizaje, eran dos factores con los que yo contaba de inicio. Y esto no siempre ha sido así. Es cierto que no se puede generalizar ni a nivel de grupo dentro del centro educativo, ni de todos los centros educativos. Sin embargo, es un tema a tener en cuenta."* (BI, t4, lí 28)

Claramente para ellos *lo normativo en lo comunicativo* es un punto muy importante de controlar.

Alguno de los futuros profesores se fija en el profesor tutor como un referente a seguir y opina acerca de su actuar frente al curso con mucho respeto pero siempre en lo Descriptivo.

> *"El paper i el comportament de la professora és molt bo amb els alumnes i aquests també li tenen molt respecte a la seva professora, hi ha una bona interacció i bon ambient entre ells. Tot i que a vegades es distreuen, estan cansats, no tenen gaires ganes de fer la feina, a classe s'acostumen a portar bé tot i ser una mica moguts quan hi ha canvis o sessions diferents al que estan acostumats."* (SE, t4, lí 8)

Se preocupan mucho de las dinámicas de los profesores tutores y en lo que sucede en el aula,

> *"Es una clase con un constante ruido de fondo. En una ocasión, al final de clase había dos alumnos hablando, aunque la profesora ya los había avisado dos veces, a la tercera cambió a uno de ellos de sitio, pero éste no se colocó donde le indica la profesora, sino en el pupitre justo detrás del compañero con quien hablaba y por consiguiente siguió hablando. Vemos en esta acción poco control de la clase por parte del profesor y poco respeto por la del alumno. También vemos desde el primer día que tiene a los alumnos son etiquetados, tanto los buenos como los malos. Por costumbre, cuando el rumor de la clase aumenta, la profesora va directamente a advertir siempre a los mismos, ya tiene tres nombres en la cabeza. Seguramente en la mayoría de los casos son ellos, pero no siempre."* (GA, t4, lí 7)

> *"La profesora en las dos primeras sesiones realizó la explicación teórica a partir de poner ejemplos en la pizarra. En sus explicaciones intenta incidir en los conceptos claves, recalcando con la tiza sobre el dibujo para captar la atención de los alumnos y cerciorase de que van aprendiendo. Normalmente suele preguntar al aula, pero no es suficientemente paciente como para esperar la respuesta de los alumnos."* (GA, t4, lín 15)

En otras ocasiones se advierte que los futuros profesores tienen preocupación por cómo se dan las dinámicas en el aula.

> *"El día anterior con el desorden no le di la suficiente importancia y me olvidé de utilizar la pizarra digital para proyectar los gráficos a estudiar. Hoy si la utilizo y encuentro que es una herramienta bastante útil para atraer la atención y como soporte en la realización y seguimiento de ejercicios."* (GA, t4, lí 35)

También es una preocupación para ellos cómo se preparan las clases para lograr una comunicación fluida:

> *"La professora acostuma a tenir problemes per a realitzar els temes amb més profunditat, ja que els alumnes els hi costa molt centrar-se i començar a treballar i quan s'anadona ja s'ha acabat el temps. Per lo que molt dels objectius que es proposa al començar la sessió molts cops no els pot complir, ja que potser un alumne no entén alguna cosa i ha d'anar a la seva taula a*

ajudar-lo mentre un altre no fa res per que no té ganes o fins i tot potser hi ha un altre alumne que s'avorreix per que ha acabat molt ràpid els exercicis proposats, per lo que no pot fer una classe magistral com ho farien a l'aula del grup ordinari, ja que els alumnes tenen més dificultats d'aprenentatge i més d'un nivell, per lo que ella ha d'estar en constant observació i disposició per a poder dur a terme el seu treball de la millor forma possible." (SE, t4, lí10)

También realizan bastantes comentarios que hemos categorizado como Alusivos en la comunicación y que en ocasiones dicen relación con las dificultades que presenta el uso de una lengua vehicular que complica la comprensión de los alumnos inmigrantes. Sin embargo, esta situación es sabido, no sólo va en desmedro de la comprensión de la matemática:

"Quan observem el treball i les interaccions que realitzen els alumnes veiem que en moltes ocasions els hi costa entendre el que se'ls demana, ja que com he dit abans, molts d'ells tenen problemes de comprensió de la llengua al ser nouvinguts". (SE, t4, lí 11)

Los futuros profesores realizan también algunas valoraciones:

"Por último quisiera comentar que hay algún alumno que no muestra interés e interfiere en el resto de la clase. Veo que a causa de pocos alumnos son varios los que se distraen y pierden el hilo conductor de las explicaciones." (GA, t4, lí 14)

Un aspecto muy destacable que aparece en lo Actuativo durante el Practicum es los futuros profesores es la manera en que comienzan a buscar una forma de hacer que sus alumnos expresen sus respuestas lo cual subyace en lo Descriptivo. Ellos comiezan a reflexionar acerca de cómo lograr que lo que comunican acerca de matemáticas sea comprendido para poder avanzar en un nuevo problema o ejercicio. Tal vez no dicho con estas palabras pero si en forma implícita.

"Continuo la clase diviendo baldosas en diagonal y preguntándo si seguirá midiendo la figura igual que la anterior. Ven muy claro que una mitad más otra mitad da una unidad con lo que lo complico dividiendo en tres cuadrados en diagonal, ahí les cuesta un poco más… lo dibujo un poco mejor. Reconozco que voy bastante rápida en la clase y mis dibujos en la pizarra dejan bastante que desear. Así que me esmero más en la siguiente figura. Ahí lo ven un poco major." (BE, t4, lí 62)

"Como veo que lo han entendido, paso a coger un folio y dibujar un triángulo de igual base y altura en el papel. Les pregunto, ¿Qué he conseguido? 2 triángulos isósceles! Cuánto medirá el triángulo? Me responden la mitad… Justo en ese momento acaba la clase, con lo que dejo la explicación del cálculo de formas triangulares para la clase siguiente." (BE, t4, lí 63)

Con respecto a las tareas que proponen los futuros profesores son muy claros para realizar los enunciados de las preguntas y de los problemas que realizan por escrito a los alumnos. Sin embargo, las respuestas que los alumnos pueden ofrecer rara vez instan a lograr que se explayen o expliquen por qué tal o cual resultado y que vayan más allá de una cifra. Casi siempre sus interrogaciones acerca de una actividad son del tipo *¿Cuántos?* y rara vez *¿Por qué?*.

4.5. Análisis de la tarea 5 sobre valoración del programa de formación

El documento de la tarea 5 de cada una de las producciones escritas de los estudiantes del Master que consistía en el Trabajo Final de Master (TFM). Básicamente los futuros profesores debían hacer una valoración de su experiencia en el Master.

Estudiante/ categoría	Alusivo	Valorativo	Descriptivo	Actuativo	Implicativo	Normativo
BE	2	2	1	4	3	1
BI	0	3	0	3	1	0
GA	0	5	2	6	3	3
MO	0	1	1	2	1	2
SE	0	1	0	5	0	0
TU	0	4	3	4	1	0

Tabla Nro. 15

Ya finalizado el período de instrucción durante el Master, las valoraciones de los futuros profesores se concentran en lo Valorativo, y lo Actuativo (Tabla Nro. 15). Esto es bastante lógico, ya que además de haberse estrenado en la docencia en un aula real durante la realización del Practicum II, han podido ser críticos de su actuar y con ello también han adquirido experiencia que les permiten realizar valoraciones, pero esta vez de si mismos.

En efecto, se advierte una real evolución en la reflexión de los profesores una vez que ya han superado la formación. Los futuros profesores ya poseen una experiencia que les permite mirar hacia su desempeño como docentes y sacar conclusiones de lo que observaron en el aula:

> *"Molts d'aquests alumnes veuen l'assistència a classe com una obligació, al igual que la realització de les activitats que en aquestes es plantegen. És per això que acudeixen al centre com espai on socialitzar-se, no com la oportunitat per créixer com a persones i aprendre nous*

coneixements necessaris pel seu correcte desenvolupament en la vida diària. No valoren allò que se'ls ensenya, i consideren les matemàtiques com una cosa abstracta, desconnectada de la realitat i totalment aliena a la vida diària. Al ser alumnes amb una forta desmotivació, i poc interès per allò que estan fent, realitzen les activitats posant de la seva part el mínim esforç, i resolent-les d'una manera mecànica sense intentar comprendre el que estan fent. Per això no són conscients del caràcter instrumental dels continguts, i encara que saben com realitzar els càlculs tenen dificultats en el moment d'aplicar-los." (BE, t5, lí 1)

"Tot això comporta que en moments de dificultat vegin l'activitat com una amenaça, centrant la seva atenció a l'estat que això els provoca i/o al resultat obtingut, afectant directament a la seva capacitat per aprendre o realitzar una tasca, considerant els errors no com oportunitats per aprendre sinó com a fracàs. Aquestes experiències, en posteriors situacions d'aprenentatge, condicionen la manera com afronten les noves activitats matemàtiques, la qual cosa implica un rebuig enfront la realització de les mateixes, manca de sentit i per tant distraccions i alteracions del ritme de la classe que dificulta en gran mesura reprendre la continuïtat i el control de la mateixa." (BE, t5, lí 2)

Este futuro profesor reconoce los factores que influyen en la comunicación y es capaz de hacer una valoración de lo que afecta a los alumnos de un IES. En particular del IES que tuvo oportunidad de conocer cuya realidad no es demasiado diferente de otros IES. Estas valoraciones de lo comunicativo que se da en aula han provocado que el futuro profesor tome las prevenciones que le facilitan el clima de aula cuando se vea enfrentado a una nueva situación de aula. De hecho, el futuro profesor BE de nuestra investigación concluye lo siguiente:

"Tots aquests comportaments i reaccions dels alumnes a classe, observats durant el primer període de pràctiques, van fer que trobés la necessitat d'oferir noves oportunitats d'hàbits de treball amb activitats més actives que donessin peu a la participació, i que ajudessin a atraure i mantenir l'atenció de l'alumne i com a conseqüència l'ordre de la classes; i preguntar-me, com una bona contextualització i un aprenentatge significatiu pot afavorir la motivació i l'interès a les classes de matemàtiques." (BE, t5, lí 10)

En lo Actuativo, ha habido una distinción significativa en la forma en que un futuro profesor formado durante la época del Bachillerato Unificado Polivalente (BUP) y el

Curso de Orientación Universitaria (COU)[22] se propone realizar una actividad de matemáticas diferente en la cual es capaz de hacer interactuar a sus alumnos:

> *"Se inició un debate entre los dos integrantes de cada grupo (intragrupal), y también entre grupos (intergrupal), para conocer la opinión de los compañeros. Los 3 docentes que estábamos en el aula, actuamos de dinamizadores de la actividad para que los alumnos se animasen a hablar, propusiesen soluciones y además para vigilar que los grupos no se copiasen entre ellos .Al ser una actividad abierta, lo primero que constatamos, es que muchos alumnos no sabían lo que se les pedía."* (MO, t5, lí 2)

De hecho el futuro profesor "actúa" dinamizando las intervenciones de los estudiantes con fines evaluativos:

> *"…me dediqué a hacerles preguntas sobre lo que estaban pensando, para evaluar sus competencias argumentativas. Fue interesante observar en algunos grupos las discrepancias de opiniones y cómo uno trataba de convencer al otro. En algunos grupos, el diálogo era mínimo y tuve que acudir para motivarles, no siempre con éxito."* (MO, t5, lí 3)

Aunque no es la tendencia general, se destaca un comentario del futuro profesor MO que expresa su parecer acerca de las implicaciones que podría tener su actuar en lo comunicativo.

> *"Desde un punto de visto emocional, puede ser positivo que los alumnos sepan que se les va a valorar la comunicación que realizan en sus actividades y no únicamente si el resultado final es correcto o no. Es lo que podríamos denominar 'hablar para aprender'. Si el alumno no escribe, el aprendizaje no tiene interés."* (MO, t5, lí 7)

Y dentro de lo valorativo este mismo futuro profesor agrega:

> *"Me hubiese gustado hacer participar más al grupo en la exposición de sus representaciones, ya que así lo demandaron los alumnos. Sin embargo, tal como se ha dicho anteriormente, lo realizado valió la pena a raíz de las conclusiones que pude extraer para conocer a mis alumnos."*

---

[22] Ley 14/1970, de 4 de agosto, General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa de España que estableció la enseñanza obligatoria hasta los 14 años con la EGB, Educación General Básica y estructurada en dos etapas. Tras esta primera fase de ocho cursos el alumno accedía al BUP, Bachillerato Unificado Polivalente, o a la entonces creada FP, Formación Profesional. Posteriormente se realizaba el Curso de Orientación Universitaria (COU) como último paso antes de comenzar estudios universitarios.

En general, se aprecia que acerca las propuestas de mejora los futuros profesores al no mencionan la comunicación en el sentido de una manera de comunicar contenido matemático sino como algo a mejorar y esto se puede apreciar de manera un poco forzada. Sin embargo, en las propuestas de mejora en relación a los problemas y ejercicios se puede apreciar que hay algunos intentos (observados solamente en las propuestas de tareas) por hacer que los alumnos se explayen acerca de sus razonamientos y conclusiones.

> *Volem anar els grups de 1o i 2o a patinar sobre gel, però el dia que teníem previst anar també va una altra escola, amb la qual cosa ens ajuntem 250 persones. Que preferiu anar el dia previst o anar un altre dia? Perquè? La pista fa 61x26 m.*
> (extraído de los anexos de la tarea 5 de BE)

También es destacable que se consideren propuestas de actividades que buscan implícitamente una participación comunicativa de parte de los alumnos:

> *Al final de la unitat i com a exercici d'ampliació i reforç, proposant una activitat molt més oberta. L'alumne hauria d'escollir entre un dels enunciats proposats o bé proposar un altre lliurement, on l'activitat a realitzar consistiria a aplicar els continguts apresos en la unitat, en una situació de la vida diària i com a conseqüència aplicar altres coneixements matemàtics estudiats anteriorment.*
> *Algunes de les propostes serien:*
> *- "redecora la teva vida", on l'alumne escull la forma d'una habitació i se li proposa que la decori a la seva manera, des de pintar les parets, canviar el terra, escollir quins i com situar els mobles, col·locació de pòsters, etc...*
> *- "marxem d'acampada", consistiria en com situar les tendes de campanya perquè hi hagi espai per poder moure's còmodament, on situar les zones de menjar, esbarjo, el foc...*
> *- "fem una festa", ubicació del lloc, on situar les taules amb les begudes i el "pica-pica", la zona de ball, ubicació d'una zona amb taules, etc...*
> *- o "muntem una granja", quants metres es necessiten de tanca per ubicar els diferents animals, superfície on cultivar els cereals, l'espai on situar un hort, etc...*
> *En totes les opcions proposades, l'alumne hauria d'explicar com ho ha fet; des dels càlculs necessaris per saber el material que ha fet servir, quines mides i quant ocupen els diferents elements, dibuixos a escala per comprovar la seva col·locació, etc... fins l'estat final de l'espai aconseguit.*
> (BE, t5, lí 45)

De hecho, los futuros profesores ven la comunicación como algo relacionado con el trabajo en grupo. Posiblemente porque han hecho análisis desde la idoneidad interaccional de EOS es que un futuro profesor entrega su interpretación personal:

> "Idoneïtat interaccional, Basant-se en si els procediments i actuacions del professorat són els adequats per aquelles explicacions, ha de ser capaç de reconèixer on hi ha problemes, que és el que els causa i com es poden resoldre, a més a més d'afavorir el diàleg i comunicació entre els companys" (SE, t5, lí 6)

De acuerdo a esta definición que aprendieron en las clases del Master otro futuro profesor expresa lo siguiente:

> *"Al llarg de la unitat didàctica presentada s'ha fet treballar en varies ocasions, als alumnes en grups de dos. Aquesta tria té com objectiu el desenvolupament de les competències comunicativa i social."* (MO, t5, lí 10)

Aquí se explicita cómo este estudiante apunta a nuestra preocupación principal en la formación de profesores de matemática.

También a la hora de hacer propuestas de mejora son bastante críticos con los enunciados de los problemas y ejercicios que proponen, lo cual es parte de lo Valorativo que luego se reflejará en lo Actuativo de la comunicación. Por ejemplo:

> *"Vuitena pregunta: afegeixo paraules a l'enunciat per tal d'indicar el que es vol treballar.*
> *Aquesta és la típica pregunta que ajuda al jove a relacionar els conceptes que s'han anat treballant durant el tema, ja que es demana raonar la resposta tot indicant el perquè és un polígon, un quadrilàter i un paral·lelogram, conceptes molt importants per avançar en les Matemàtiques i sobretot aprofundir en la matèria."* (SE, t5, li 26)

También este futuro profesor es conciente de que hay aspectos de los contenidos que no quedan claros antes y que se pueden mejorar con un repaso lo cual es parte de lo Implicativo que destaca pese a que las tendencias generales.

> *"Normalment els alumnes utilitzen l'estona de la sessió de repàs per a fer a tenir una visió global de tot el tema, per lo que ells, han d'haver-s'ho mirat tot abans per tal d'anar complementant conceptes. És bo que no ens entretinguem en petits detalls, sinó que em de*

contemplar la idea de veure-ho tot durant la sessió, se'ls hi ha d'ensenyar doncs, que si s'ho estudien abans, la sessió els servirà per a repassar els conceptes que no els hi han quedat clars." (SE, t5, li 20)

"L'activitat de repàs ha de ser doncs, una fitxa tal i com la que s'ha preparat, ja que mostra i fa un repàs del que considerem més important del tema, del que l'alumne ha de repassar i ha de recordar per avançar en altres cursos." (SE, t5, li 27)

4.6. Evolución de las reflexiones de los estudiantes del Master en cuanto a lo comunicativo con respecto al tiempo

Describiremos la evolución de las reflexiones basados en el análisis que hemos realizado a partir de las producciones escritas de los estudiantes del Master. Para empezar hemos llevado a porcentajes los promedios de las categorías de cada una de las tareas y hemos intentado mostrar visualmente cómo queda en cada caso el análisis con la confección de gráficos. Por ejemplo, el gráfico de las categorías de la tarea 1 (Gráfico 1).

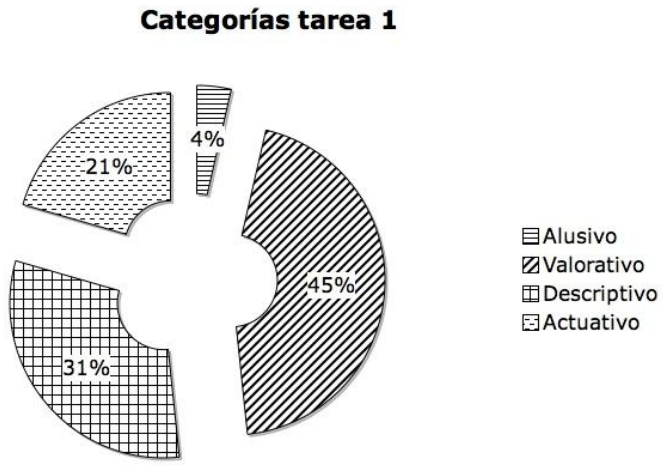


Gráfico 1.

Como se ve, en el gráfico 1 se puede apreciar la tendencia que siguen los estudiantes a realizar reflexiones valorativas y muy pocas alusiones a la importancia de la comunicación. Sin embargo, la tendencia a lo descriptivo aparece con un 30% bastante importante.

En el gráfico 2 de categorías de la tarea 2 se aprecia que hay una tendencia clara hacia lo valorativo y un énfasis casi equivalente hacia lo descriptivo.

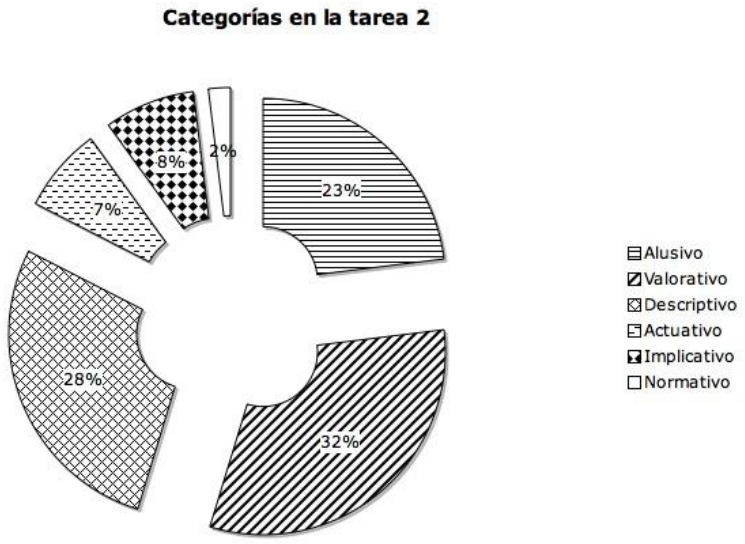


Gráfico 2.

El gráfico 3 nos muestra como de manera inmediata aparecen alusiones en relación a lo comunicativo. Al tratarse la tarea de un artículo en cual se destacaba la comunicación como algo positivo dentro de los proyectos matemáticos realistas, se tuvo como resultado una fuerte tendencia de los estudiantes del master a manifestar comentarios alusivos a la comunicación de la matemática. Lo valoraron como un aspecto importante en cierta forma. Pero al parecer más que nada inducidos por los aspectos que se destacan en el artículo.

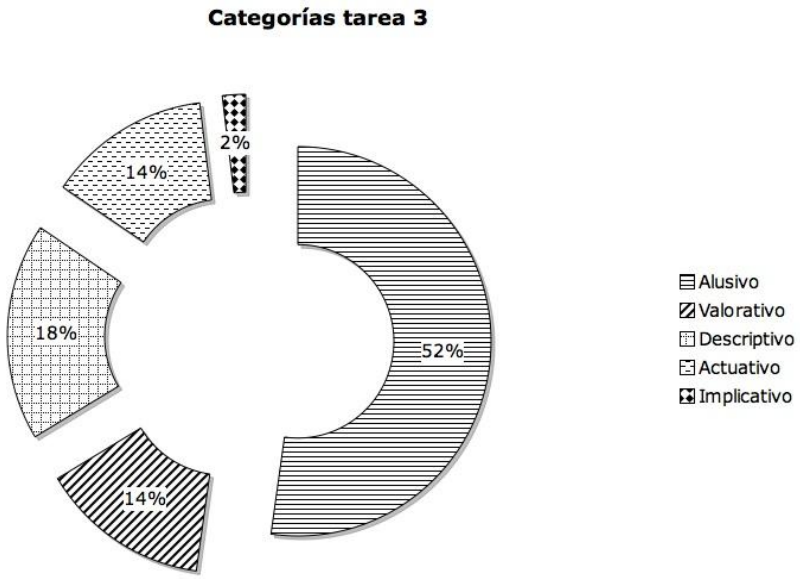


Gráfico 3.

En el gráfico 4 podemos apreciar un aumento de lo normativo de manera sustancial. Si

comparamos el gráfico 3 con el gráfico 4, de la ausencia de lo normativo obtenemos aparecen un 29,75% de las reflexiones pendientes de lo normativo. La posible explicación radica en el hecho de haberse visto enfrentados al aula y de alguna manera a lo que dejó como referente el artículo de Sol (2007) de la tarea 4.

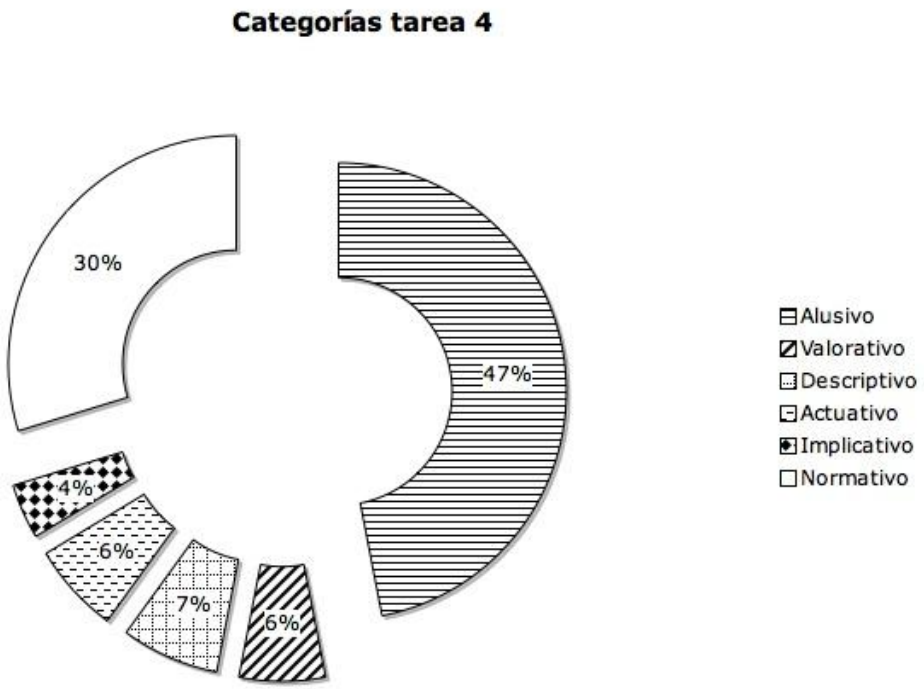


Gráfico 4.

Y en el gráfico 5, ya se puede visualizar como lo actuativo se vuelve una preocupación para los estudiantes del Master dejando de lado las alusiones. Es decir, comienzan a hacer reflexiones más profundas.

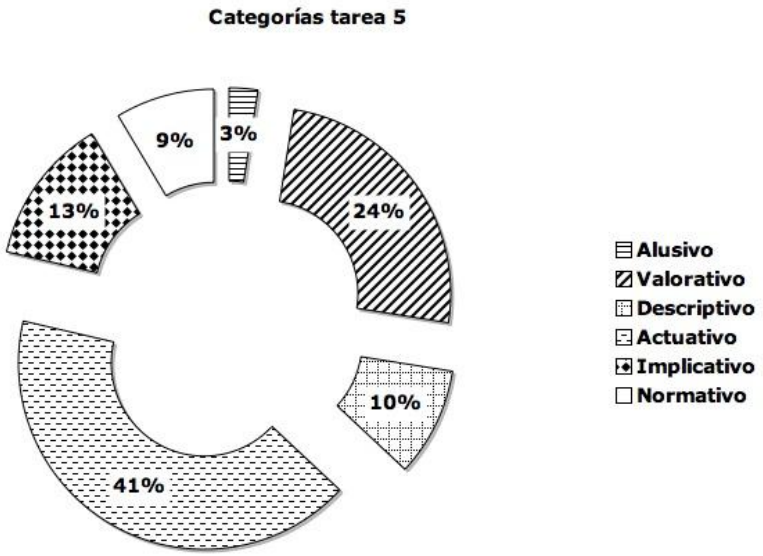


Gráfico 5.

No podemos dejar de mencionar que resulta sorprendente que en el TFM la categoría normativa les resulte menos importante en general y se vuelquen en lo actuativo.

Para mirar la correspondiente evolución de cada categoría en el tiempo hemos confeccionado las gráficas de cada una de las categorías.

Tenemos que las reflexiones de tipo alusivo se concentraron en las tareas 2, 3 y 4.

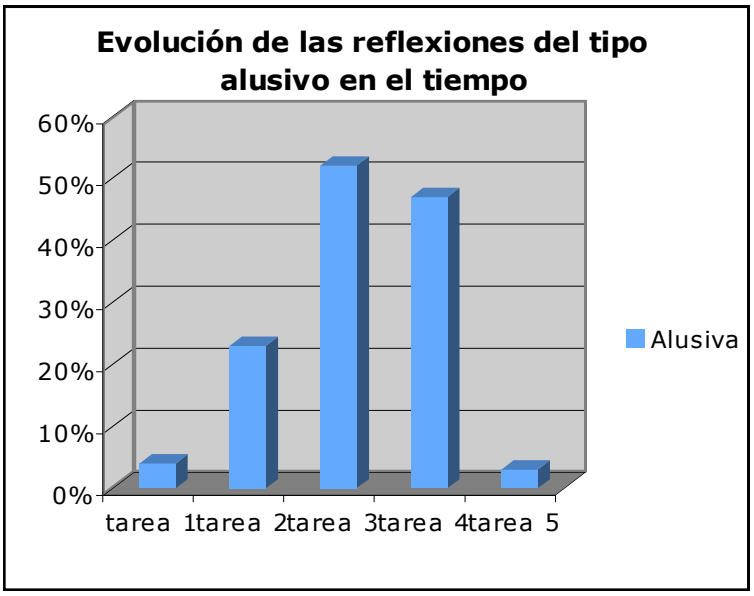


Gráfico 6.

Sin embargo, las reflexiones tienden a ser valorativas durante el transcurso de las tareas realizadas por los estudiantes del master.

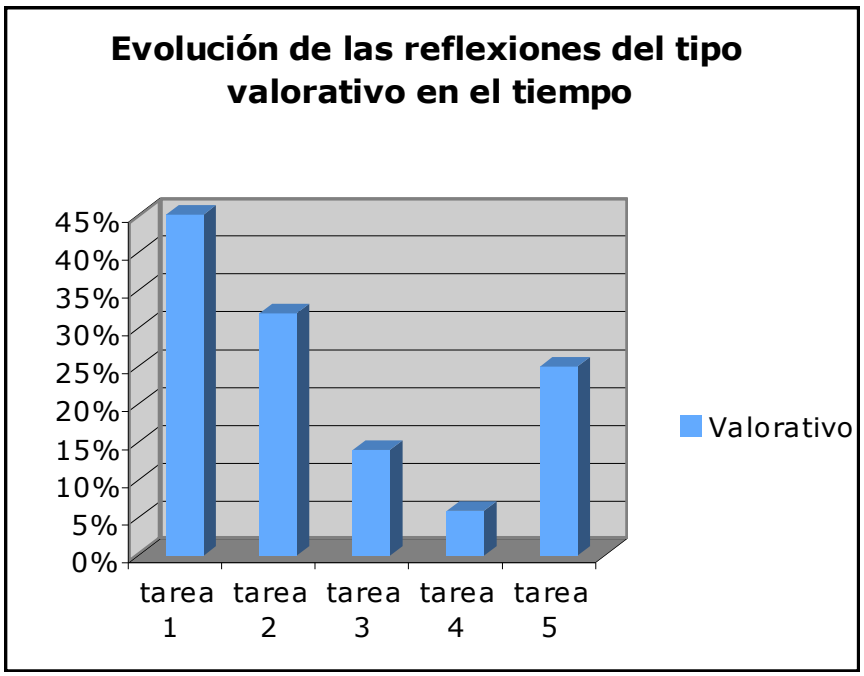


Gráfico 7.

Lo mismo sucede con las reflexiones de tipo descriptivo.

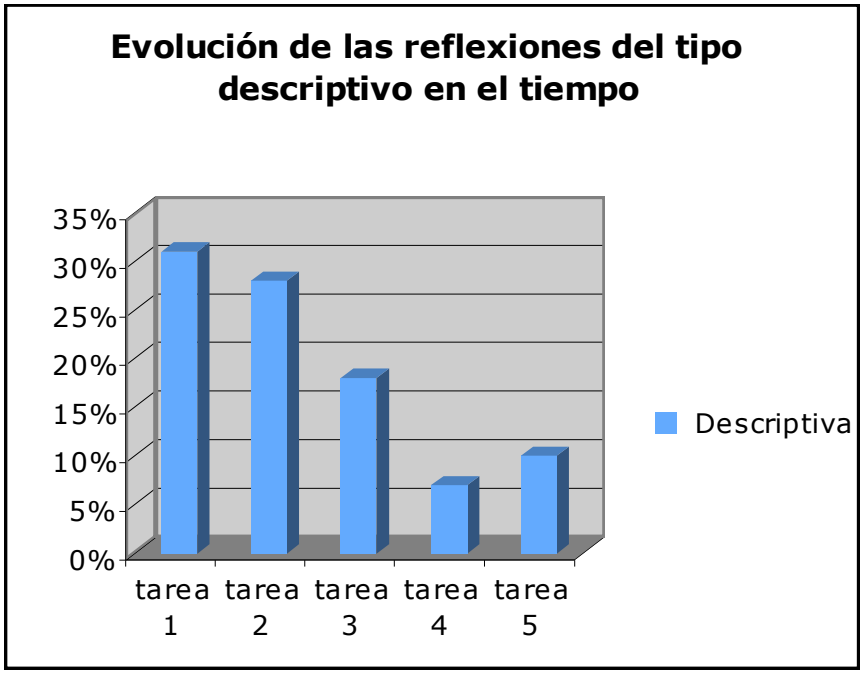


Gráfico 8.

Con respecto a las reflexiones relativas a lo actuativo se nota una fuerte evolución en la tarea 5 donde los estudiantes realizaron su TFM.

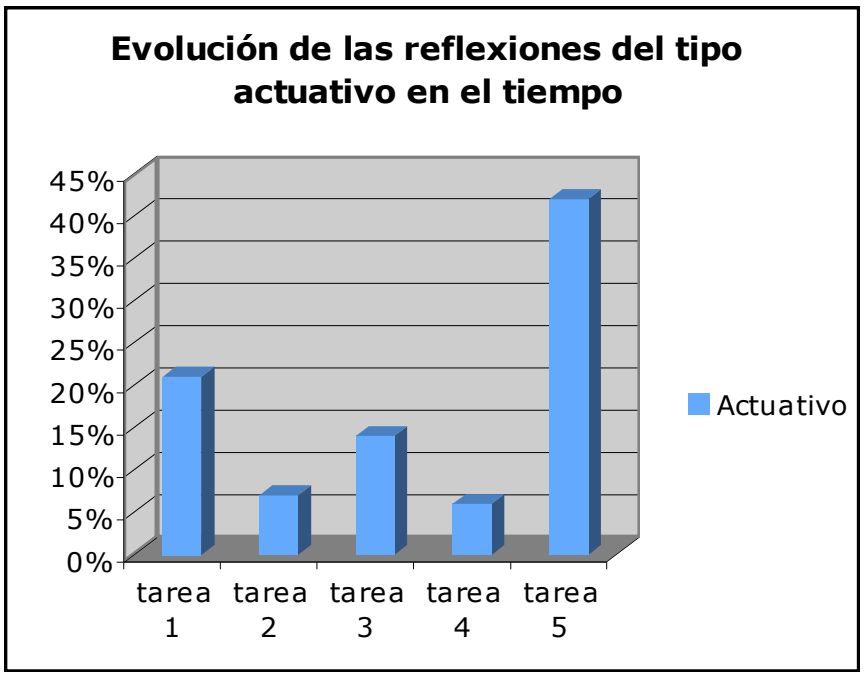


Gráfico 9.

Lo mismo viene a suceder cuando de trata de las reflexiones de tipo implicativo que aparecen con fuerza en el desarrollo de la tarea 5.

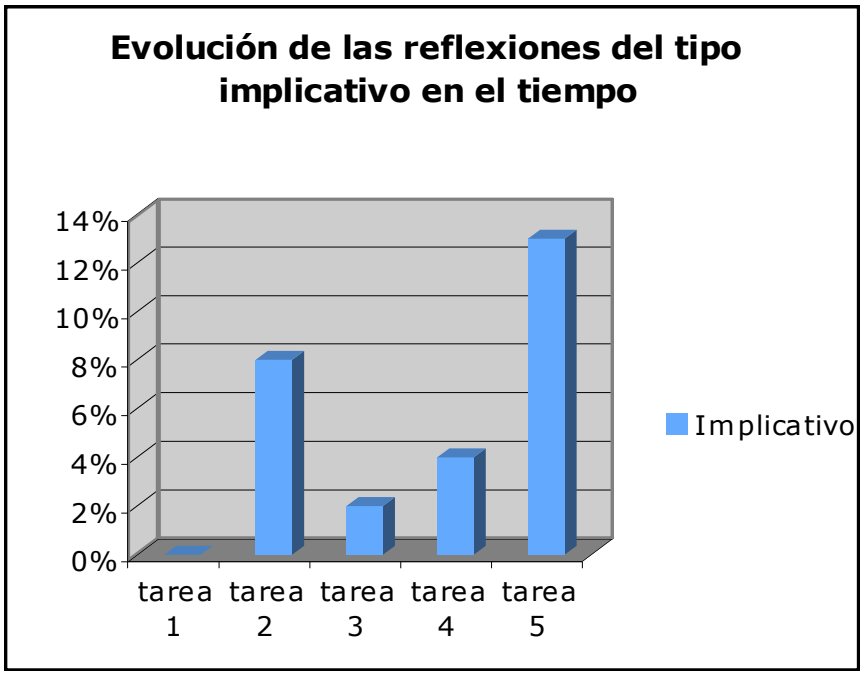


Gráfico 10.

La evolución de lo normativo tiene un pic en la tarea 4 donde los estudiantes se vieron enfrentados a una clase y comenzaron a preocuparse del clima de aula entre otros aspectos que despertaron ellos semejantes reflexiones.

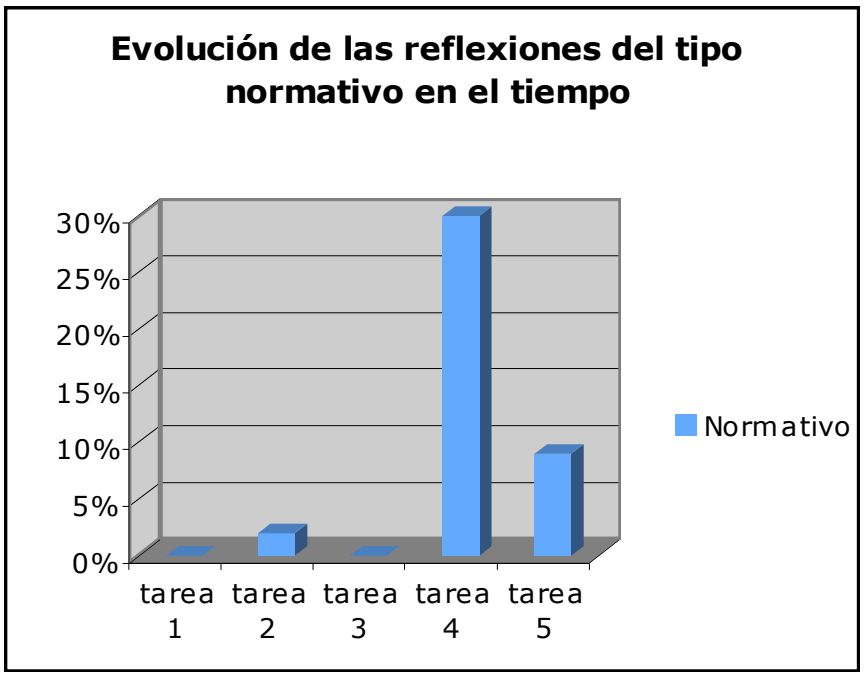


Gráfico 11.

Pensamos que a través de estos gráficos estamos mostrando la evolución tomando como referencia que las anotaciones que realizamos fueron sobre todas las producciones escritas mencionadas y considerando que el número promedio de comentarios escogidos se manifestaba como en el gráfico 12.

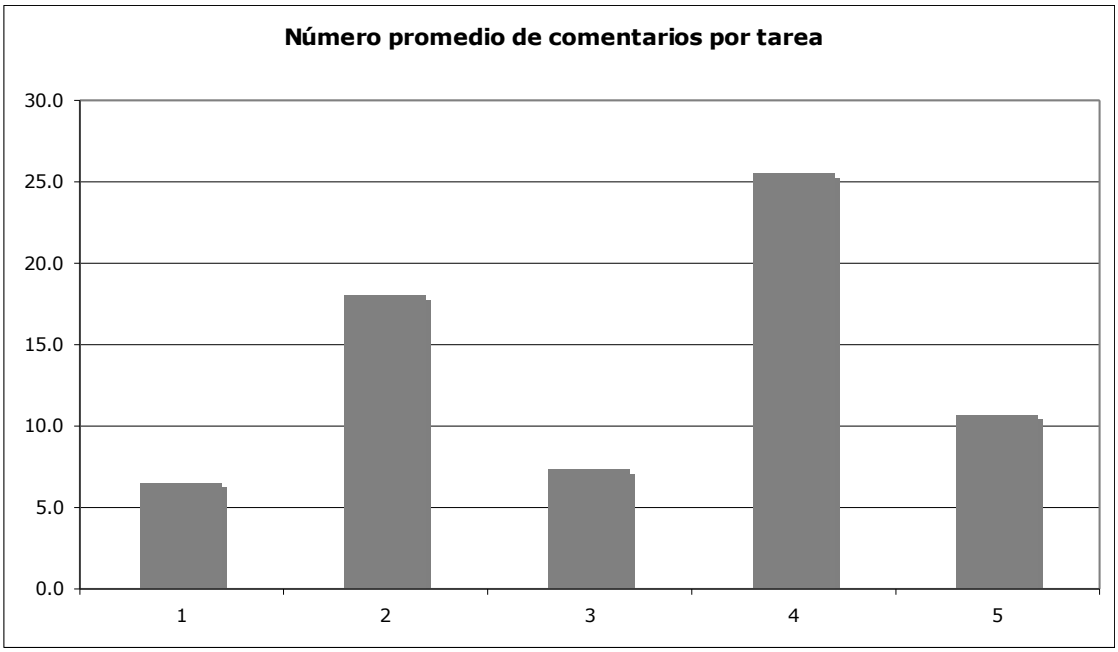


Gráfico 12.

También considerando que el número promedio de comentarios que hemos escogido por alumno han seguido el comportamiento que describe el gráfico 13.

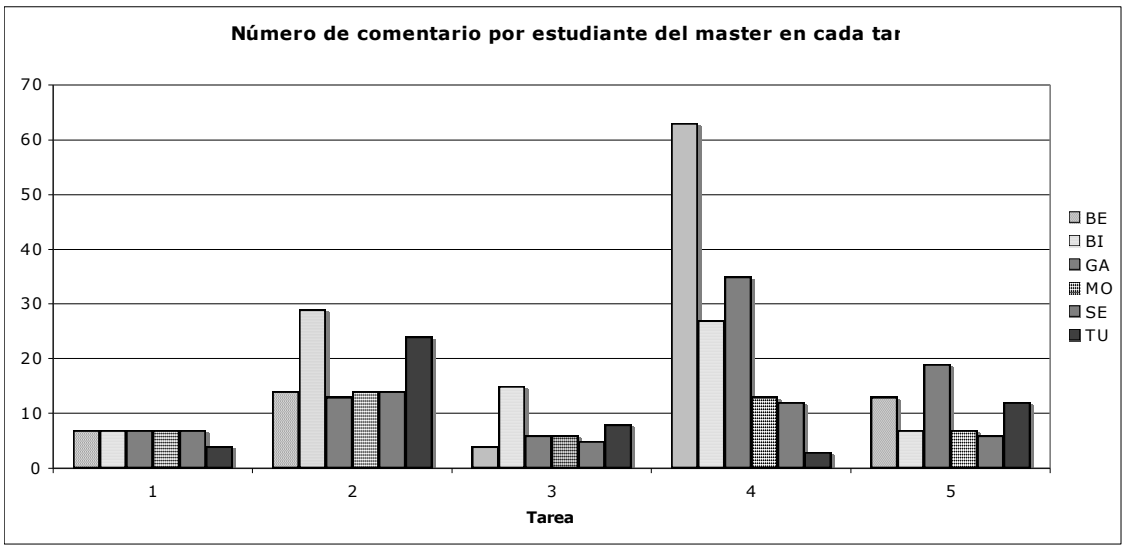


Gráfico 13.

4.7. Propuesta de Evaluación de la Competencia Comunicativa

A partir de los análisis realizados, presentamos una propuesta de evaluación de la competencia comunicativa para la formación de profesores secundarias en el ámbito de producciones escritas.

Para la elaboración de una rúbrica que permita evaluar la competencia comunicativa es importante describir las categorías, ofrecer indicadores orientativos y mencionar algunos ejemplos que puedan guiar en la evaluación. Aunque siempre pueden surgir otros dependiendo del programa de formación y/o de los estudiantes del programa.

De este modo, siguiendo el trabajo de (Casanova, Alvarez y Gómez, 2009) hemos elaborado la propuesta de la tabla Nro. 16. Supongamos por ejemplo, que queremos evaluar si los estudiantes de un programa de formación de profesores de matemática realizan reflexiones de las que hemos denominado *valorativas*. Es decir, queremos saber si reflexionan acerca del valor de comunicación matemática, aún de forma genérica (interacciones) en el aula. Para determinarlo nos fijaremos primero si en sus producciones escritas están otorgando un valor (emiten una opinión) a partir de las comunicaciones que encuentra en las transcripciones de clase o en su práctica. Este sería un indicador. Proponemos además guiarnos de ejemplos tales como el que hemos ofrecido el que aparece en la Tabla Nro. 16. Sin embargo, como mencionamos en cada

proceso de formación donde se quiera evaluar la competencia comunicativa de los que se forman, será posible encontrar y proponer más ejemplos.

Categorías de Reflexión	Indicadores	Descripción	Ejemplos
Alusiva	Realiza comentarios relacionados con la comunicación pero de manera indirecta	Muestra indicios de valorar la comunicación producida en la clase personalizando (en el profesor o en si mismo) como ejemplo. Aquí, quien alude, reconoce e identifica algo a partir de ejemplos de forma superficial como referencia, sin profundizar en lo que ocurrió como proceso comunicativo.	*El trabajo debe ser claro …* *El alumno sabe utilizar los distintos tipos de vocabulario matemático…*
Valorativa	Otorga un valor (emite una opinión) a partir de las comunicaciones que encuentra en las transcripciones de clase o en su práctica	Reflexiona acerca del valor de comunicación matemática, aún de forma genérica (interacciones) en el aula. En este caso, se percibe el tipo de interacción subyacente aunque no siempre se explicita el elemento matemático en juego.	*La docente continúa con su explicación aunque no la entienden*
Descriptiva	Observa sucesos del aula (en transcripción de una sesión de clase o por lo que experimentan personalmente)	Hace indicaciones (de manera directa o indirecta) acerca de las formas o producciones de comunicación/ interacción de los alumnos, o relaciones alumno/profesor , enfatizando algún elemento de análisis sobre los efectos de la relación del estudiante con el contenido	*En las sesiones hay participación de los alumnos…,* *En algunos casos preguntas y dudas de los alumnos quedan sin responder…*
Actuativa	Reconoce elementos de la actuación del profesor como impulsor de la comunicación	Establece indicaciones (de manera directa) del valor de acciones comunicativas desarrolladas en el aula.	
Implicativa	Considera implicaciones posteriores a la comunicación realizada por su parte como por parte de otros.	Reflexiona y valora sobre los procesos comunicativos, enfatizando acerca de las consecuencias positivas o negativas de la comunicación realizada en el establecimiento de objetos o relaciones matemáticas, pero aún de forma general	*El profesor muestra falta de coherencia… Esto es desmotivante para los alumnos* *En la clase de ayer me di a entender… pero hoy no.*
Normativa	Los estudiantes notan la importancia del clima de aula	Desde un punto de vista semántico y pragmático, es una de las formas de la comprensión; si el *saber hacer* del hombre se construye en torno a tres relaciones básicas con los objetos que lo rodean; si estos 'objetos' son el *yo*, el *otro* y el *mundo* y de ahí derivan las formas cognoscitivas, éticas y estéticas de la actividad humana	*Los alumnos se portan bien el primer día…*

Tabla Nro. 16.

Capítulo 5

Conclusiones, limitaciones y perspectivas

5.1. Conclusiones.

Al comienzo de la tesis pensábamos que los hallazgos irían en la línea de la reflexión sobre el futuro. Este futuro pensando el sentido de cómo los futuros profesores proyectarían su actuar una vez que estuvieran trabajando, es decir, una vez que egresaran del master y se encontraran en acción. Sin embargo, todos nuestros hallazgos apuntan a que la competencia comunicativa se va haciendo importante de desarrollar en los futuros profesores mientras se están formando. Claramente, ésta sólo podría trabajarse si se propone como una parte importante de un programa de formación y no solamente como una inquietud que surge en ellos cuando se ven enfrentados a un aula.

También pensando en los albores de esta tesis, en un principio deseábamos caracterizar los elementos de la evaluación de la competencia comunicativa presentes en la formación de los futuros profesores de Secundaria. Dentro de los criterios que nos sirvieron para evaluar la competencia comunicativa en las producciones escritas de los entonces futuros profesores, elaboramos las seis categorías de reflexiones en cuanto a la comunicación. Pero tenemos que ser autocríticos en que aún quedan muy subjetivas al tratarse de la mirada del investigador.

Consideramnos que en nuestro trabajo hemos respondido a la P1. ¿Cómo se considera la competencia comunicativa en programas de formación de profesores de matemáticas para la Educación Secundaria? No sólo esom sino que en nuestra investigación, las producciones escritas de los seis futuros profesores nos mostraron suficientes indicios para ver que se dan progresos comunicativos Estos nos llevaron a concluir que los profesionales que se estuvieron formando para ser profesores de matemáticas reconocieron la importancia de la comunicación en cierta forma. Aún más, hemos notado que advirtieron la necesidad de mejorarla una vez que se vieron en la necesidad de comunicar durante sus prácticas.

Todo esto se liga directamente con la antropología que mencionábamos en el marco teórico ya que el ser humano como ente social necesita comunicarse. Con mayor razón un profesor en el contexto que se desenvuelve y sus alumnos y alumnas. En el caso de los futuros profesores lo vieron con claridad en la práctica.

Con una formación que tenga contenga la comunicación de la matemática para el futuro profesor, le podría resultar más evidente reconocer de manera clara las necesidades sociales de comunicación en el aula. Actividades ricas en situaciones clásicas que se dan el aula de matemática podrían brindarle al estudiante del Master unas herramientas para enfrentar mejor su docencia. De esta forma, podrá integrar todos sus conocimientos de matemática, planificación y evaluación para conocer mejor cómo aprender sus alumnos.

También, desde el punto de vista de las teorías de la comunicación clásica, a partir de lo explorado, la única manera de que el futuro profesor reconozca la necesidad de diálogo con sus alumnos, y entender que existe una función entre receptor y emisor, es teniendo la experiencia que lo lleve a reflexionar sobre este hecho durante su formación.

Por otra parte ha cobrado relevancia desde el Informe Pisa del año 2003 la transversalidad de la comunicación en la transmisión de contenido. Claramente, en lo que es nuestra preocupación desde la Didáctica de la Matemática, en la transmisión de contenido matemático. Como también evidenciamos en el capítulo del marco teórico se considera esencial que los alumnos de escuelas e institutos sean capaces de explicar correctamente y hablar de matemática, usando variedad de ejemplos la matemática que saben y que desean que sus alumnos aprendan. De modo, que ha sido sumamente importante en esta tesis hacer una anotación sobre la necesidad de poder evaluar al futuro profesor en su forma de comunicar contenido matemática. Consideramos que este aspecto debe estar presente en un programa de formación.

En otros contextos, como Estados Unidos, es reconocido por la NCTM que el profesor debe tener unos recursos de comunicación y control en el aula de matemática de manera explícita. No obstante, parece ser un tópico que al menos no se ha trabajado suficientemente en la formación de los profesores de matemática de forma explícita. Así, nos resulta posible generalizar que los futuros profesores acusan esta necesidad de aprender a comunicar contenido matemático incluso al final del Master. Esto por las evidencias presentes en sus propuestas. Reiteradamente observamos que el tipo de actividad que proponen no estimulan a sus alumnos a explayarse ni se les pide en ningún caso explicar cómo llegaron a tal o cual resultado. Las preguntas que formulan tienen respuestas cerradas que se reducen a un número.

Este hallazgo sustenta fuertemente la iniciativa mencionada en los párrafos anteriores de pensar que la competencia comunicativa podría trabajarse como una competencia

profesional dentro de un programa de formación de los futuros profesores de matemática. Posiblemente, pidiendo la asesoría de especialistas en lingüística y oratoria, pero teniendo siempre como base el contenido matemático y obviamente la experiencia del matemático experimentado en el aula. Esto significa, evitar delegar la responsabilidad a especialistas de otras áreas. En efecto, los mayores responsables de la formación matemática y de comunicar la matemática somos precisamente los formadores de profesores de matemática.

Con respecto a los conflictos semióticos, en las producciones escritas no pudimos encontrar indicios de conflictos de este tipo ya que no tuvimos acceso a las clases. Tampoco encontramos claves que nos llevaran a pensar que habían conflictos de esa naturaleza en los documentos aportados por los estudiantes del Master. Como mencionabamos antes, encontramos que los ejercicios formulados por los futuros profesores dentro del dossier del TFM, son "poco activadores" de las capacidades comunicativas que puedan tener los alumnos por escrito. Es decir, no piden explícitamente explicar algo ni dar justificaciones por lo que en ello no podríamos establecer si podrían darse los conflictos semióticos en sus futuros alumnos. La justificación radica en que las respuestas de los alumnos de los IES serían de lo visto números.

Ante nuestra pregunta 2 ¿Cómo caracterizar la competencia comunicativa en cuanto modos discursivos empleados en la formación docente mediante actividades matemáticas de formación de profesores de matemáticas para la Educación Secundaria? En relación al discurso del profesor y la comunicación en el aula de matemáticas, sólo hemos podido leer y analizar producciones escritas de los futuros profesores de modo que no hemos visto al futuro profesor en aula.
Si podríamos mencionar algunas consideraciones para el análisis. En una investigación posterior, no se trataría simplemente de registrar mediante video las interacciones de los alumnos con el profesor o entre los alumnos. Se tendría que instrumentalizar a un futuro profesor en competencia comunicativa matemática y posteriormente evaluarlo en una situación de aula. Posteriormente, se le ofrecerían algunas críticas constructivas mediante una pauta de cotejo de acuerdo a las idoneidades didácticas. Así en la evaluación final se consideraría la práctica en un IES donde los alumnos también podrían opinar acerca de la competencia comunicativa del profesor-practicante, en

términos de lo que aprendieron, lo que entendieron y lo que no. Posiblemente, sería factible pedir a los alumnos que tuvieron a ese futuro profesor practicante, que indiquen lo que ellos esperaban aprender de los contenidos vistos en clase.

Lo que no es claro, es si se puede contar con esos recursos en un programa de formación de profesores de la naturaleza que hemos estudiado. Generalmente para las prácticas se pide a profesores del IES que actúen como tutores. Sin embargo, estos profesores no están necesariamente entrenados para la realización de este tipo de evaluaciones puesto que generalmente no son investigadores. En este aspecto, tendríamos ser críticos con el programa de Master puesto que no hay documentación que indique por qué fueron considerados los tutores de los IES elegidos como centros de práctica del Master. En el caso de existir como posibilidad el considerar la competencia comunicativa como parte de la formación del Master, los profesores tutores deberían necesariamente tener un entrenamiento en el área.

Siendo consecuentes con nuestro trabajo, respecto de las definiciones acuñadas acerca de competencia comunicativa, podríamos complementar la noción de competencia comunicativa que hemos dado en el marco teórico desde la perspectiva que entrega la experiencia en aula. Posiblemente:

> *Capacidad social comunicativa de enseñar matemática que se desarrolla cuando el profesor se da cuenta que es necesario formarse en esta perspectiva para enseñar a un grupo de alumnos interesados en aprender matemática.*

Ante nuestra pregunta P3. ¿Qué consecuencias tiene el análisis de prácticas de formación en cuanto a competencia comunicativa profesional?

Pensamos que para caracterizar los elementos de la evaluación de la competencia comunicativa presentes en la formación de los futuros profesores de Secundaria, es insuficiente lo que recibieron en el Master. En efecto, pocas veces se ven requeridos en forma explícita a ser a evaluados en el aspecto comunicativo. Sólo hubo una presentación oral en la que los futuros profesores se apoyaron en una presentación de diapositivas realizadas en Power Point pero relacionada con su TFM y no con su docencia[23]. Posiblemente haga falta observarlos luego de una instrumentalización en competencia comunicativa.

[23] Información aportada por los profesores del Master en el área de Matemática.

Lo que si les hizo reflexionar, pero de manera indirecta, fue el hecho de examinar las tareas, principalmente, la tarea 1 y la tarea 2 de análisis didáctico. En estas tareas fueron bastante críticos. Posiblemente por el hecho de que en las tareas se trataba de observar el comportamiento de dos profesores con sus alumnos en situaciones diferentes.

En el reconocimiento de elementos teóricos para formar profesores capaces de promover que los estudiantes de estos sean comunicadores matemáticos podemos decir que deberían apoyarse bastante en la práctica. Esto es esencial en este programa el Practicum II.

Con respecto a los elementos comunicativos que pueden ser evaluados en la formación de profesores en matemáticas, a partir de nuestra investigación en virtud de las producciones escritas podríamos mencionar:

- la reflexión que realizan los futuros profesores
- las mismas producciones escritas como elementos de análisis

Teniendo en cuenta que hicimos un análisis (en clave de evaluación) de las tareas profesionales que se llevaron a cabo en el Master podemos concluir que no se puede reflejar la diversidad de posibles contextos y modos discursivos en los que se puede dar la competencia comunicativa. La razón posiblemente se atribuya a que las asignaturas del Master en el área matemática son insuficientes para promover la competencia comunicativa en matemática. No obstante, podríamos proponer unas nuevas tareas profesionales para una formación de esta naturaleza en el sentido comunicativo.

Del mismo modo, hemos reconocido los elementos teóricos que nos dan cuenta de qué significa formar para promover que los estudiantes sean comunicadores matemáticos y además qué elementos comunicativos pueden ser evaluados en la formación de profesores en matemáticas. Entonces, en cuanto a identificar los elementos del desarrollo de la competencia comunicativa en un proceso de estudio, al menos en este Master se ve claramente que se potencia la reflexión sobre este tema cuando los futuros profesores pasan de ser meros espectadores a actores fundamentales de la clase y esto se consigue sólo a partir del Practicum II.

Por supuesto, a esto último sólo hemos podido responder parcialmente ya que no hemos visto las aulas de estos profesores durante la práctica. Sólo pudimos analizar los elementos comunicativos que se consideraron en el programa de formación del Master

que son escasos. Específicamente las competencias profesionales relacionadas con lo comunicativo que hemos encontrada detalladas en el programa Más que nada, pudimos identificar las falencias que poseen los futuros profesores de esta investigación en cuanto a la forma de instar a sus alumnos a ser comunicativos al menos por escrito, a través de los ejercicios que propusieron a sus alumnos durante la práctica.

La competencia comunicativa en la formación docente de los profesores de matemática de Secundaria se considera de manera implícita al menos en el programa de formación analizado. No existen actividades específicas en el área de Matemática que nos indiquen cómo se trabaja esta parte de la formación profesional.

Para caracterizar la competencia comunicativa en cuanto a modos discursivos mediantes actividades matemática podríamos esbozar algunas ideas en torno a la resolución de problemas ya que este tipo de actividades no se encontraron en la formación de profesor de este Master. No se ha comprobado aún que la actividad de resolución de problemas en un ámbito de formación de profesores promueva la competencia comunicativa. De hecho, se podría considerar como posible tarea a partir de esta tesis y una vez probado introducirlo en los programas de formación.

Como consecuencias del análisis realizado a las prácticas de formación, en cuanto a la competencia comunicativa profesional, sólo podemos afirmar lo siguiente: El análisis de las producciones escritas de los estudiantes nos entregaron orientaciones acerca de que las prácticas no son suficientes. Al no tratarse de prácticas que directamente promovieran el diálogo con los estudiantes o que el futuro profesor tomara atención de su actuar, resultaría aventurado afirmar que se está considerando la competencia como parte fundamental a desarrollar dentro de la formación. Lo que es importante, es que a partir de estudio, se está aportando una visión externa que les ha permitido a los profesores del master ser autocríticos.

5.2. Contribuciones de la tesis

Como contribución desde el punto de vista de teórico, hemos logrado: (1) reunir las diferentes ideas de la comunicación de la matemática, teniendo de esta manera un aporte en el sentido de organizar las ideas relacionadas con nuestro interés de investigación. Este aporte es no menor considerando que hoy en día se dice mucho acerca de

competencia en educación y nosotros nos hemos centrado en una competencia específica para un contenido específico, la hemos definido y la hemos identificado.

((2) Dentro de las contribuciones que se puedan desprender de la investigación en relación a la formación del profesorado, queremos mencionar tres que nos parecen factibles de incorporar de manera transitoria en los programas de formación de profesores por tratarse de una innovación.

En primer lugar, la Práctica I no debería ser únicamente un "reconocimiento de terreno" para el futuro profesor de matemática. Ante la extensa teoría que soportan los programas de formación actuales, sería deseable que tanto en las formaciones de Chile como de Cataluña, la práctica fuera incorporada al principio de la formación. Más aún, sería deseable que esta práctica fuese significativa en lo comunicacional. Para ello nos hubiera gustado poder formular un diseño de actividades tendientes a promover que lo comunicacional sea parte de lo que enfrenta el futuro profesor. No tanto en el aspecto de la disciplina.

En un principio deseábamos caracterizar los elementos de la evaluación de la competencia comunicativa presentes en la formación de los futuros profesores de Secundaria. Fue así como identificamos Que actualmente se dictan cursos de Expresión Oral y Escrita, de Comunicación, como formación integral para cualquier carrera pero que lamentablemente no son sobre la base de un contenido específico sino que son generalistas. Un mismo profesional de la comunicación dicta el mismo curso a diferentes carreras. De este modo es indispensable que los profesionales que dicten cursos de esta naturaleza en la formación de profesores sean especialista de matemática con formación en didáctica de la matemática en el ámbito de la comunicación de la matemática, para que puedan evaluarlos con propiedad ya que de otra manera la evaluación podría carecer de fundamentos al no conocerse el contenido básico.

Es importante considerar que los profesores tutores de los institutos deberían recibir un entrenamiento previo a la recepción de los estudiantes del Master. Al menos sería relevante en el caso de la evaluación de la comunicación de la matemática ya que se deben tener en cuenta aspectos que no son evidentes para el profesor experto (posiblemente porque tienen una mirada a partir de la dinámica del aula más que desde

la investigación en didáctica de la matemática). Es claro, que muchos de los profesores de IES recibieron en sus aulas a estudiantes del antiguo CAP (Certificado de Aptitud Pedagógica) que dista mucho en el diseño y la duración de Master que hemos estudiado.

También hemos reconocido los elementos teóricos que nos dan cuenta de qué significa formar para promover que los estudiantes sean comunicadores matemáticos y además qué elementos comunicativos pueden ser evaluados en la formación de profesores en matemáticas. Por supuesto, a esto último sólo pudimos responder parcialmente ya que no hemos visto las aulas de estos profesores. Sólo pudimos analizar los elementos comunicativos que se consideraron en el programa de formación del Master. Específicamente las competencias profesionales relacionadas con lo comunicativo que hemos encontrada detalladas en el programa.

Hemos reconocido además los criterios que nos sirvieron para evaluar la competencia comunicativa en las producciones escritas de los entonces futuros profesores. En efecto, pudimos organizar en seis categorías las reflexiones en cuanto a la comunicación por parte de los futuros profesores.
Pudimos ver que a partir del Practicum II, los futuros profesores se dieron cuenta de las implicaciones que puede tener su actuar en lo comunicativo. Los futuros profesores ven la comunicación como algo relacionado con el trabajo en grupo. Posiblemente porque realizaron sus análisis desde la idoneidad interaccional.

Un tercer aporte factible de incorporar en un programa de formación de profesores de matemática, ha sido la rúbrica para la evaluación de las categorías con las que hemos trabajado. Si bien, es una primera versión, es posible su uso y se puede además mejorar.

Nos quedó pendiente y como futura investigación analizar diferentes tareas profesionales en clave de evaluación con el fin de reflejar la diversidad de posibles contextos y modos discursivos en los que se puede dar la competencia comunicativa. De este modo podremos reconocer criterios para evaluar la competencia comunicativa posiblemente en un entorno natural donde se produzca la comunicación.

Si pudimos identificar elementos del desarrollo de la competencia comunicativa en un proceso de estudio ya que hemos podido identificar las falencias que poseen los futuros profesores de esta investigación.

5.3. Limitaciones

La investigación que hemos relatado en esta memoria trata del estudio del caso de un programa de formación de profesores de secundaria. Luego las conclusiones que se han obtenido son de carácter orientativo dado que existen además otros factores que influyen en la formación de los futuros profesores al momento de elaborar las producciones escritas. Además, las aportaciones que hemos consideramos estarían enfocadas principalmente a este programa de formación, sin perjuicio de que otros centros de formación de profesores de matemáticas puedan tenerlas en cuenta.

Además, las explicaciones posibles sólo se comprueban en este contexto y con el programa estudiado. Sin perjucio de ello, algunas de las explicaciones también podrían ser generalizables.

Nos quedó pendiente y como futura investigación proponer tareas en un programa de formación donde se puedan dar diferentes modos discursivos en los que se puede evaluar la competencia comunicativa. De este modo podríamos reconocer criterios para evaluar la competencia comunicativa posiblemente en un entorno más real y más a nuestro alcance donde se produzca la comunicación. Sería una variante de lo que realizamos través de producciones escritas como lo hemos presentado en esta tesis.

5.4. Perspectivas

Las perspectivas para futuro están principalmente en la línea de poder publicar nuestros resultados a fin de intervenir primero indirectamente en la formación de profesores de profesores de matemática.

Desde este punto de vista hay diversos aspectos a trabajar de manera formal en la Educación Matemática a raíz de la investigación en Didáctica de la Matemática.

Entre ellos se encuentran:

- El currículo escolar en el aspecto de la comunicación de la matemática.

- La formación del profesorado de matemática ya sea en algún programa de formación.
- La formación continua de profesores de matemática en los cursos de perfeccionamiento en Chile.
- Producción de material escrito y guías de trabajo para profesores de IES de España y Liceos de Chile.

Sobre los aspectos que sería interesante investigar sobre la base de las ideas de Kilpatrick acerca de cuando que cuando alguien sabe resolver un problema sabe explicarlo a otros.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Arcavi, A. (2006) "An integrated vision of mathematical competencies" (In Spanish – Invited Plenary). Memorias de la Conferencia sobre Competencias Matemáticas, Ministerio de Educación, Bogotá, Colombia (CD Rom).

Argyle, M. (1969) Social interaction. Chicago. Atherton Press.

Austin, J. (1982) Cómo hacer cosas con palabras. Traducción: G. Carrió y E. Rabossi. Editorial Paidós. Barcelona, España.

Ball, D.L. (2009) The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. Even, Ruhama; Loewenberg Ball, Deborah (Eds.) The 15th ICMI Study Series: New ICMI Study Series, Vol. 11 ISBN: 978-0-387-09600-1, 2009, XII, 280 p., Hardcover

Begg, A. (1993) *Communication and Assesment in Mathematic Education*. Communicating mathematics: Perspectives from classroom practice and current research. ACER. Australian Association of Mathematics Teachers Inc. (AAMT).

Belkhodja, M. (2007) La visualisation en geómétrie dans trois et deux dimension en tant que compétence à developper à l`école. Tesis doctoral. Université Laval.

Boero et al (2008) Handbook of international research in mathematics education. Lyn D. English Ed. Pp 262. http://www.dm.unito.it/semdidattica/2011/app/boero2008.pdf Visto por última vez en internet en 2011-02-12.

Burgués, C. (2006) Niveles de implicación y competencias profesionales matemática. Estudio de Caso con futuros docentes de primaria. Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Huesca, 6-9 de septiembre de 2006, 2006-01-01, ISBN 84-8127-156-X, pags. 127-144.

Clarke, D. (1992)*The role of assessment in determining mathematics performance*. Assesment and learning of mathematics. Edited by Gilah Leder. ACER. Australia.

Canale (1995) Competencia comunicativa: documentos básicos en la enseñanza de lenguas extranjeras / coord. por Miquel Llobera Canaves, 1995, ISBN 84-7711-085-9 , pags. 63-82

Castelló, M. (2007) Escribir y comunicarse en contextos científicos y académicos. Cocimientos y estrategia. Montserrat Castelló (coord.) Crítica y fundamentos 15. Graó. Barcelona.

Coll, C. y Remesal, A. (2009). "Concepciones del profesorado de matemáticas acerca de las funciones de la evaluación del aprendizaje en la educación obligatoria", Infancia y Aprendizaje, núm. 32(3), pp. 391-404.

Crouch, R. (1996) *Oral Presentations. Mathematics learning and assessment. Sharing Innovative* Practices. Communication. Arnold. London.

Davis, R. (1996) Mathematics education: Questions, rhetoric, and interpretations as we approach the year 2000 Journal of Mathematical Behavior, Volume 16, Number 1, 1997 , pp. 1-3(3).

Dolz et Ollagnier (2002) L'enigma de la compétence en éducation. Pp 77-94. Bruxelles: De Boeck.

Duval, (1995) Geometrical pictures: kinds of representations and specific processings. In R Sutherland and J Mason (Eds), Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education. Berlin: Springer.

Ernest, P. (1999) Forms of knowledge in mathematics education: Philosophical and rethorical perspectivas. Educational Studies in Mathematics 38**:** 67–83, 1999.

Espinoza, R. (1997) Teoria de la acción comunicativa en Jürgen Habermas : implicaciones educativas. UAB.

Fernández, C. y Galguera, L. (2009) Teorías de la comunicación. Mc Graw Hill. Educación. México.

Font, V. Pochulu, M. (2011) Análisis del funcionamiento de una clase no significativa. Relime.

Font, V.; Planas, N.; Godino, J. (2009) Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. http://www.ugr.es/~jgodino/eos/modelo_anadida_25junio09.pdf

Font, V. (2009) Competencias profesionales en el máster de profesorado de secundaria. UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas, N.51, pp.9-18, abril 2009

Font, V. Planas, N. (2008) Mathematical Practices, Semiotic conflicts, and Socio-Mathematical norms. http://webs.ono.com/vicencfont/PM32.pdf

Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. Educaçao Matemática Pesquisa, 8 (1), 67-98.

Forero, M. (2006) Cómo escribir correctamente y sin errores. Técnicas de comunicación escrita. Concepto. Latinbooks. Montevideo. Uruguay.

Forster, P. (2003) An investigation of communicative competente in an upper-secondary class where using graphics calculators was routine. *Educational Studies in Mathematics* 52: 57–77, 2003.

Frankle, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Understanding teaching and classroom practice in mathematics. F. K. J. Lester (Editor), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 225-256). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Generalitat de Catalunya (2005). *Pacte nacional per a l'educació: Debat curricular*. Barcelona: Generalitat de Catalunya.

Giménez, J. (1999) El día a día y la comunicación matemática. (Un estilo que conecte al futuro maestro de primaria en matemáticas y al maestro en ejercicio). Modelos de formación de maestros en matemáticas. José Carrillo Yañez. Núria Climent (Eds.) Universidad de Huelva Publicaciones.

Giménez, J. (1997) Evaluación en Matemáticas: Una integración de perspectivas. Síntesis. Madrid.

Giménez, J.; Fortuny, J.M. (1996). *Explorando un modelo integrado de evaluación con profesores en formación.* En Giménez, Llinares y Sánchez, El proceso de llegar a ser un profesor. Cuestiones desde la educación matemática, 251-272. Granada: Pomares.

Giménez, J. Vargas, C. (2011) Competencia comunicativa matemática y formación docente. En V Font & V Larios (eds) Competencias profesionales del profesor de Matemáticas de Secundaria. Universitat de Barcelona. CD

Godino, J. D. (2002) *La formación matemática y didáctica de maestros como campo de acción e investigación para la didáctica de las matemáticas.* El proyecto Edumat-Maestros. En C. Penalva, G. Torreogosa y J. Valls (Eds.), Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales (pp. 175-186). Universidad de Alicante. ISBN: 84-699-7201-4.

Godino, J.D. (2007) Seminario virtual impartido por Juan Godino. En Internet: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/seminario_virtual_Lisboa_24nov07.pdf

Godino, J. D. (2008) Un enfoque del conocimiento y la instrucción matemática. En Internet: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf

Godino, J.D. (2009) Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de la matemática desde un enfoque ontosemiótico. Revista Enseñanza de las Ciencias. ICE. UAB. http://ensciencias.uab.es/revistes/27-1/59-76.pdf

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Lurduy, O. (2010). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. Educational Studies in Mathematics. DOI 10.1007/s10649-010-9278-x.

(Casanova, M., Alvarez, I. y Gómez, I. (2009) Propuesta de indicadores para evaluar y promover el aprendizaje colaborativo en un debate virtual. EDUTEC. Revista Virtual de Tecnología Educativa. Número 28. Marzo 2009. ISSN:1335-9250.

Greenes, C., Schulman, L. (1996) *Communication Process in Mathematical explorations and investigations.* 1996 Yearbook. Communication in mathematics K-12 and beyond. NCTM pág. 168.

Haines, C.P. & Crouch, R. (2005). Getting to grips with real world contexts: Developing research in mathematical modelling. *Proceedings of the 4th European Congress of Mathematics Education*, in St. Feliu de Guixols, Spain, Feb 16-22, 2005.

Habermas, J. (1987) *Teoría de la acción comunicativa.* Altea. Taurus. Alfaguara.

Hiebert, J. y Grouws D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students" learning. En F. K. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning.

Charlotte, NC: NCTM. & IAP, pp. 371-404.

Iser, W. (1987). *El acto de leer*, Madrid, Taurus.

Kieran, C. (2001) The mathematical discourse of 13-year-old. Partened Problem solving and its relation to the Mathematics that emerges. Educational studies in mathematics. 46, 187-228.

Kieran, C.; Sfard, A (2001) Learning discourse: sociocultural approaches research in mathematics education. Educational Studies in Mathematics. 46, 1-12.

Kilpatrick, J. (1992) A History of Research in Mathematics Education. En Grouws, D. (Ed.) Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning. New-York. Simon and Schuster Macmillan.

Latorre, A., del Rincón, D., Arnal, J. (1996). Naturaleza de la investigación educativa en '*Bases metodológicas de la investigación educativa'* (pp. 25-50). Barcelona: Hurtado Ediciones.

Legendre, M.- F. (2001) Sens et portée de la notion de compétence dans le nouveau programme de formation. Revue de l'AQFLS, 2001, 23(1), pp.12-31.

Lee, C. (2006) Language for learning mathematics. Assesment for learning in practice. Open

Universitity Press. McGraw-Hill Education. McGraw-Hill. Shoppenhangers road. England.

Leou, S. (1998), Teaching Competencies Assessment Approaches for Mathematics Teachers. *Proc. Natl. Sci. Counc. ROC(D)* Vol. 8, No. 3, 1998. pp. 102-107

Llinares et al. (2007) *Interacción y análisis de la enseñanza*. Aspectos claves en la construcción del conocimiento profesional. Investigación en la Escuela.

Llinares et al (2010) Aprendiendo sobre la comunicación matemática. Características de las estructuras argumentativas de estudiantes para profesores de matemáticas en un entorno on-line. Acts XIV Simposio de la Seiem. Investigación en Educación Matemática.

Meavilla (1997) *Algunas contribuciones al estudio de la influencia de las interacciones verbales sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra elemental*. Tesis Doctoral. UAB.

Miller,K, Baker,D (2001) Mathematics and science as social practices, investigating primary student teacher respoonses to a critical epistemology. Ways of knowing journal vol 1, n1 39-46.

Ministerio de Educación y Ciencia. (1989). *Diseño curricular básico secundaria*, Currículum Educación Secundaria Obligatoria. España: Ministerio de Educación y Ciencia.

Morgan, C. (2011) Communicating experience of 3D space: Mathematical and everyday discourse. Cerme. https://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/9/CERME7_WG9_Morgan.pdf

Muñoz-Catalán, M.C., Carrillo, J., Climent, N. (2010). Modelo de análisis de interacciones en un contexto colaborativo de desarrollo profesional. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 451-462). Lleida: SEIEM.

Muller, E. (2007) Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th International Commission on Mathematics Instruction Study. By Werner Blum, Peter L Galbraith, Hans-Wolfgang Henn.

Murillo, J. (2006) *Un modelo de análisis de competencias matemáticas en un entorno interactivo*.

Murillo, J. Marcos, G. http://www.uco.es/~ma1mamaa/Simposio_Cordoba/Documentos/10-Murillo_Marcos%5B1%5D.doc.pdf Revisado 10 de febrero de 2011.

Navío (2001) *Las competencias del formador de formación continuada.* Análisis desde los programas de formación de formadores. Tesis en Xarxa. http://www.tdx.cat/TDX-0123102-162328

NCTM (1991) *Professional Standards for Teaching Mathematics.* National Council of teacher of mathematics.

NCTM (2003) *Principios y Estándares para la Educación Matemática.* Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES.

Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish KOM project* (Proyecto KOM. The national academies: The national academies. Http://www7.nationalacademies.org/mseb/mathematical_competencies_and_the_learning_of_mathematics.pdf

Olivares, R. (1996) *Communication in Mathematics for Students with Limited English Proficiency.* 1996 Yearbook Communication in Mathematics. K-12 and Beyond. National Council of teacher of mathematics. Pág. 219.

OCDE (2003). *The pisa 2003 Assessment Framework Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. Paris: OCDE

OCDE (2006) PISA 2006. *MARCO DE LA EVALUACIÓN. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura.* Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos.

Perrenaud, P. (2004) Évaluer des compétences. Paru dans l'Éducateur, nro. Spècial "La note en pleine évaluation", mars 2004.

Pimm, D. (1987) El lenguaje matemático en el aula. Ediciones Morata. Madrid.

Pimm, D. (1987) "Speaking mathematically-Communication in mathematics classrooms" London: Routledge.

Planas, N. (2011) Revoicind in processes of collective mathematical argumentation amog studens. Cerme 7

Planas, N., Font, V. Edo, M. (2009) La confrontación de normas en la construcción de discursos de la matemática escolar. PARADIGMA, Vol. XXX, No 2, Diciembre de 2009 / 125 – 142.

Planas, N, Iranzo, N. (2009), Consideraciones metodológicas para la interpretación de procesos de interacción en el aula de matemáticas. *Relime*, Vol. *12* (2), Julio de 2009.

Poblete, A , Diaz, V (2004) *Competencias en profesores de matemática y estrategia didáctica en contextos de reforma educativa.* Evaluación de competencias profesionales del profesor de matemáticas. Proyecto Fondecyt 1010980. Chile. En internet: http://www.sinewton.org/numeros/numeros/68/investigacion_01.php

Ramos, A. (2006) Objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado y cambios institucionales. El caso de la contextualización de las funciones en una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. Tesis doctoral. Universidad de Barcelona.

Rey, B. (1996) Les competències transversals en qüestió, París, ESF, 1996, 216 p.

Rico, L. (2006) *Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas*. *Revista De Educación,* (extraordinario) 275-294.

Romanville, M. (1996) L'Irrésistible ascensión du terme "competence" en éducation. Enjeux nro. 37/38, mars/juin 1996.

Saló, N. (2006) Estrategias de comunicación en el aula. El diálogo y la comunicación interactiva. CEAC. Barcelona.

Searle, J. (1980) Actos de habla. Madrid. Cátedra.

Sekerak, J. (2008) Is Mathematics teaching developing learnerr's key competences? The Teaching of Mathematics, 2008, Vol. XI, 1, pp. 41–52 http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/tm/20/tm1115.pdf

Shannon, C. (1948) *A mathematical theory of communication*, Bell System

Seiffert, M. (1985) Others evaluations of communication competence as related to self evaluations of gender orientation and social style versatility. By Mark Alan, B.A. Thesis in speech communication. Submitted to the Graduate Faculty of Texas Tech University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Art.

Sierra, R.(2003) *Técnicas de investigación social*. Teoría y Ejercicios. Thomsom.

Silvestre, R. (1997) A characterization of the leaf language classes. Information Processing

Letters, 63 (3), pp. 153-158.

Sol, M. (2008) *Les competències en els treballs de projectes matemàtics per una educació equitativa a l'ESO.* Memoria de Llicència d'estudis. Barcelona. Departament d'Educació Generalitat de Catalunya.

Sol, M. (2007) Les competències en els treballs de projectes matemàtics per una educació equitativa a l'ESO. Butlletí La recerca. Número 9. Octubre, 2007. ISSN: 1886-1946 / Dipòsit legal: B.20973-2006. Universitat de Barcelona Institut de Ciències de l'Educació Secció de Recerca. Technical Journal, vol. 27, pp. 379-423 and 623-656, July and October, 1948.

Sowder, J. The mathematical education and development of teachers.

Schweiger, F. (1992) Mathematics is a language. Selected lectures from 7th ICME. Quèbec. Canadá.

Van Den Heuvel-Panhuizen & Wijers (2005) The role of contexts in assessment problems in mathematics. For the Learning of Mathematics, 25(2), 2-9 + 23

Van der Heuvel,. & Wijers,M (2005) Mathematics standards and curricula in the Netherlands, ZDM 2005 Vol. 37 (4) 287-306

Vargas, C. (2011) Resolución de problemas de Matemáticas y Pensamiento Crítico APRENC-Mates: propuesta de innovación en formación inicial de maestros. Diciembre de 2011, Número 28, páginas 117- 128 ISSN:1815-0640.

Vargas, C. (2008). *Resolución de Problemas y Pensamiento Crítico. APRENC-Mates y el método de Polya. Un estudio preliminar en formación inicial de profesores.* Treball de Recerca de Doctorat de Didáctica de la Matemática de la Universitat Autònoma de Barcelona.

Universitat Autònoma de Barcelona

Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Matemática
y de las Ciencias Experimentales

Tesis doctoral

EVALUACION DE LA COMPETENCIA COMUNICATIVA EN LA FORMACION DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICA DE EDUCACION SECUNDARIA

ANEXOS

Claudia Lorena Vargas Díaz

2012

Licenciado en ciencias (matemáticas). Licenciado en ciencies matemáticas. Licenciado en matemáticas. Licenciado en Ciencias (físiques). Licenciado en Ciencias físiques. Licenciado en física. Licenciado en informática. Ingeniero aeronáutic. Ingeniero industrial. Ingeniero de telecomunicación. Ingeniero de caminos, canales y puertos. Ingeniero naval y oceánico. Ingeniero en informática. Licenciado en economía. Licenciado en administración y dirección de empreses. Arquitecto. Licenciado en Ciencias económicas y empresariales (actuarial y de la empresa financiera). Licenciado en Ciencias económicas y empresariales (Ciencias empresariales). Licenciado en Ciencias económicas y empresariales. (empresariales). Licenciado en Ciencias económicas y empresariales (economia de la empresa). Licenciado en Ciencias empresariales. Licenciado en Ciencias polítiques, económicas y comercials (económicas y comerciales). Licenciado en Ciencias y técnicas estadísticas. Licenciado en Ciencias económicas y empresariales (economía). Licenciado en Ciencias económicas y empresariales (empresariales y economía de la empresa). Licenciado en Ciencias económicas y empresariales (Ciencias económicas). Licenciado en Ciencias económicas y empresarials (economía general). Licenciado en Ciencias económicas y empresariales (económicas). Ingeniero forestal. Ingeniero superior en geodesia y cartografía.* Ingeniero agrónomo.** Licenciado en Ciencias económicas y empresariales (esp. economía política y sociología).** Ingeniero químico.*** Licenciado en Ciencias actuariales y financieras.*** Ingeniero geólego.***

* Titulación incorporada ponr la Resolución EDU/1769/2007, del 12 de junio (DOGC, 4.905, 15.6.2007). **Titulación incorporada por la Resolució EDU/1911/2008, del 10 de junio (DOGC, 5.156, 19.6.2008) * ** Titulación incorporada por la Resolución EDU/1614/2009, del 4 de junio (DOGC, 5.400, 15.6.2009) http://www.gencat.cat/diue/doc/doc_24900718_1.pdf

Anexo 1

COMPLEMENTS PER A LA FORMACIÓ MATEMÀTICA

1) Competències que s'assoliran

- *Conèixer el valor formatiu i cultural de les matemàtiques i els continguts que es cursen a l'ESO i al batxillerat.*
- *Conèixer la història, els desenvolupaments recents i les diferents perspectives de les matemàtiques per a crear situacions d'aprenentatge i per a poder-ne transmetre una visió dinàmica en el seu ensenyament. .*
- *Conèixer contextos i situacions en què s'usen o apliquen els diversos continguts matemàtics de l'ESO i del batxillerat per resaltar les seves aplicacions i funcionalitat i, en especial el paper de les Matemàtiques com a instrument en altres disciplines.*

2) Resultats d'aprenentatge

- *Conèixer sòlidament els conceptes i els processos bàsics de matemàtiques, fent èmfasi especial en els continguts del currículum d'ESO i batxillerat.*
- *Interrelacionar continguts matemàtics, entre ells i amb altres disciplines.*
- *Conèixer la gènesi històrica d'alguns conceptes i resultats matemàtics bàsics, tot destacant-ne el seu valor formatiu i cultural.*
- *Conèixer diverses aplicacions dels continguts matemàtics dins i fora de la matemàtica, posant atenció en els avenços més recents.*
- *Dissenyar situacions d'aprenentatge adequades i motivadores per a l'alumnat que permetin la interrelació de diversos continguts matemàtics.*
- *Conèixer estratègies generals de resolució de problemes*
- *Modelar matemàticament situacions procedents de contextos diversos que puguin ser útils en l'educació matemàtica a secundària.*
- *Analitzar els problemes en sí mateixos: veure quines possibilitats poden oferir cara a il·lustrar un tema, plantejar i validar/invalidar conjectures senzilles i suggerir aplicacions.*
- *Aplicar processos matemàtics de raonament, demostració, representació i comunicació en la resolució de problemes i en la modelització.*
- *Treballar amb l'alumnat la competència matemàtica i el paper de les*

Matemàtiques com a instrument en altres disciplines.

3) Assignatures

A1. Complements històrics, metodològics i d'aplicació dels continguts de Matemàtiques *(obligatòria, 7,5 crèdits).*

A2. Taller de resolució de problemes i modelització *(obligatòria, 2,5 crèdits).*

4) Activitats

- *Teòrico−pràctica: 87,5 hores (3,5 crèdits).*
- *Treball tutelat: 50 hores (2 crèdits).*
- *Treball autònom: 112,5 hores (4,5 crèdits).*

TOTAL: 250 hores (10 crèdits)

5) Metodologia

En les classes presencials, es combinaran dues metodologies:

- *Una metodologia expositiva on, més enllà de la presentació de conceptes i procediments concrets, es posaran de manifest característiques globals de la matemàtica, fent èmfasi en les connexions internes de la matèria i en les aplicacions a d'altres disciplines. Es farà èmfasi també en els aspectes inherents a la gènesi històrica i evolució de les nocions que es tractin, donada la seva importància per a la comprensió global de la matèria i pel fet que la perspectiva històrica apropa l'alumnat als aspectes més humans de la ciència.*
- *Una metodologia més participativa centrada en la resolució de problemes, tot fomentant un clima que faciliti l'aprenentatge, valori les aportacions de l'alumnat i convidi a desenvolupar la competència comunicativa. En particular, es plantejaran, analitzaran i resoldran problemes que permetin integrar diverses tècniques en la seva resolució, i també problemes que tinguin formes alternatives de representació i resolució per tal de fomentar a classe l'argumentació i la interacció entre les diverses opcions. També es plantejaran situacions més obertes que comportin la interconnexió entre diferents continguts matemàtics.*

Per al treball tutelat, la metodologia consistirà en sessions de tutories individuals i en grup.

Pel que fa al treball autònom, la metodologia consistirà en tasques, personals o en grup, sobre l'elaboració de problemes i la reflexió sobre la seva resolució.

6) Avaluació

Es durà a terme un procés d'avaluació continuada per tal de valorar els aprenentatges de l'alumnat que corresponguin als coneixements, habilitats i actituds associats als objectius i competències dels plans docents de cada assignatura. S'utilitzaran, entre altres, els instruments següents:

a) Participació a classe i en les sessions de treball tutelat.

b) Treballs i projectes, individuals i en grup, i les exposicions a classe.

c) Proves escrites.

COMPLEMENTOS PARA LA FORMACIÓN MATEMÁTICA

2) Competencias que se lograrán

- *Conocer el valor formativo y cultural de las matemáticas y los contenidos que se cursan en la ESO y en bachillerato.*
- *Conocer la historia, los desarrollos recientes y las diferentes perspectivas de las matemáticas para crear situaciones de aprendizaje y para poder transmitir una visión dinámica en su enseñanza.*
- *Conocer contextos y situaciones en que se usan o aplican los diversos contenidos matemáticos de la ESO y del bachillerato para resaltar sus aplicaciones y funcionalidad y, en especial el papel de las Matemáticas como un instrumento en otras disciplinas.*

2) Resultados de aprendizaje

- *Conocer sólidamente los conceptos y los procesos básicos de matemáticas, haciendo énfasis especial en los contenidos del currículum de la ESO y Bachillerato*
- *Interrelacionar contenidos matemáticos, entre ellos y con otras disciplinas.*
- *Conocer la génesis histórica de algunos conceptos y resultados matemáticos básicos, todo destacando su valor formativo y cultural.*
- *Conocer diversas aplicaciones de los contenidos matemáticos dentro y fuera de la matemática, poniendo atención en los avances más recientes.*
- *Diseñar situaciones de aprendizaje adecuadas y motivadoras para el alumnado que permitan la interrelación de diversos contenidos matemáticos.*
- *Conocer estrategias generales de resolución de problemas*
- *Modelar matemáticamente situaciones procedentes de contextos diversos que puedan ser útiles en la educación matemática en secundaria.*
- *Analizar los problemas en sí mismos: ver qué posibilidades pueden ofrecer de cara a ilustrar un tema, plantear y validar/invalidar conjeturas sencillas y sugerir aplicaciones.*
- *Aplicar procesos matemáticos de razonamiento, demostración, representación y comunicación en la resolución de problemas y en la modelización.*
- *Trabajar con el alumnado la competencia matemática y el papel de las Matemáticas como instrumento en otras disciplinas.*

3) Asignaturas

A1. Complementos históricos, metodológicos y de aplicación de los contenidos de Matemáticas *(obligatoria, 7,5 créditos ECTS).*

A2. Taller de resolución de problemas y modelización *(obligatoria, 2,5 créditos ECTS).*

4) Actividades

- *Teórico−práctica: 87,5 horas (3,5 créditos ECTS).*
- *Trabajo tutorado: 50 horas (2 créditos ECTS).*

- *Trabajo autónomo: 112,5 horas (4,5 créditos ECTS).*

TOTAL: 250 horas (10 créditos ECTS)

5) Metodología

En las clases presenciales, se combinarán dos metodologías:

- *Una metodología expositiva donde, más allá de la presentación de conceptos y procedimientos concretos, se pondrán de manifiesto características globales de la matemática, poniendo énfasis en las conexiones internas de la materia y en las aplicaciones a otras disciplinas. Se hará énfasis también en los aspectos inherentes a la génesis histórica y evolución de las nociones que se traten, dada su importancia para la comprensión global de la materia por el hecho que la perspectiva histórica acerca el alumnado a los aspectos más humanos de la ciencia.*
- ***Una metodología más participativa centrada en la resolución de problemas, todo fomentando un clima que facilite el aprendizaje, valore las aportaciones del alumnado y convide a desarrollar la competencia comunicativa.*** *En particular, se plantearán, analizarán y resolverán problemas que permitan integrar diversas técnicas en su resolución, y también problemas que tengan formas alternativas de representación y resolución con tal de fomentar en clase la argumentación y la interacción entre les diversas opciones. También se plantearan situaciones más abiertas que comporten la interconexión entre diferentes contenidos matemáticos.*

Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías individuales y en grupo.

Para el trabajo autónomo, la metodología consistirá en tareas, personales o en grupo, sobre la elaboración de problemas y la reflexión sobre su resolución.

6) Evaluación

Se llevará a cabo un proceso de evaluación continuada con tal de valorar los aprendizajes del alumnado que corresponden a los conocimientos, habilidades y actitudes asociadas a los objetivos y competencias de los planos docentes de cada asignatura. Se utilizarán, entre otros, los instrumentos siguientes:

d) Participación en clases y en las sesiones de trabajo tutorado.

e) Trabajos y proyectos, individuales y en grupo, y las exposiciones en clase.

f) Pruebas escritas.

Anexo 2

Competencias genéricas o transversales del profesor

C1 SABER SER PROFESIONAL. CIUDADANÍA

Manifestar una conducta permanente de respeto por la dignidad de la persona humana, como muestra de desarrollo de una identidad profesional sustentada en un conjunto de valores vinculados a un compromiso ético en su práctica		
N1: Identifica dilemas éticos en la vida cotidiana personal y social, describiendo sus causas y consecuencias así como los valores éticos en juego. (SE DA EN EL GRADO)	**N2:** Manifiesta juicios críticos sobre prácticas explícitas e implícitas de formación en ciudadanía	**N3:** Actúa en concordancia con valores que promueven la dignidad de la persona humana tales como justicia e igualdad; poniendo en práctica valores socialmente compartidos, demostrando un espíritu de servicio social en su desempeño profesional.
N1 Identifica los valores morales y los principios éticos en su accionar personal y profesional.	N2 Conoce las características del profesor de educación media y la legislación docente.	N3 Conoce los espacios de participación profesional y reflexiona colaborativamente en ellos

C2 COMUNICACIÓN

Comunicar de manera efectiva, en forma oral y escrita y usando los medios tecnológicos adecuados, en diferentes ámbitos profesionales y sociales, en lengua castellana (y lenguas cooficiales si es el caso) para desarrollar autonomía personal y un buen ejercicio profesional y ciudadano.		
N1: Se desempeña clara y efectivamente en presentaciones orales y escritas en diversos contextos. (SE DA EN EL GRADO)	**N2:** Utiliza de manera decidida diferentes modalidades de comunicación oral y escrita y las integra eficazmente en diversos contextos profesionales usando los medios tecnológicos adecuados.	**N3:** Interpreta y valora procesos comunicativos propios y ajenos en contextos profesionales con la intención de mejorarlos. Contribuye a desarrollar la competencia comunicativa en sus alumnos

C3 LENGUA EXTRANJERA

Usar "una segunda lengua (preferentemente inglés)" en la comunicación oral y escrita en ámbitos profesionales (lectura de artículos, participación en grupos profesionales, etc) como una herramienta para el desarrollo profesional		
N1 Comprende tanto en forma oral como escrita en "una segunda lengua" intercambios cotidianos y textos sencillos (SE CONSIDERA DEMANDA DE INICIO)	N2 Comunica de forma verbal con soltura en una segunda lengua en intercambios profesionales y comprende textos escritos de cierta complejidad en su disciplina	N3 Mantiene relaciones de intercambio y colaboración en una lengua extranjera en situaciones, temáticas y contextos diversos y comunica correctamente de forma escrita textos en áreas de su disciplina.

C4 APRENDER A APRENDER /ORGANIZA FORMACIÓN CONTÍNUA

Autoaprender y perfeccionarse de manera continua mediante procesos de reflexión de su propia práctica, individual y de manera colegiada para un desarrollo profesional autónomo y permanente que permita mejorar su propio proceso de conocimiento y argumentar la toma de decisiones.		
N1: Reconoce su propio estilo de aprendizaje e identifica	**N2:** Utiliza criterios para determinar si la información que	**N3:** Aplica métodos sistemáticos para autoaprender y perfeccionarse de manera

formas y herramientas con las que se aprende. Planifica y cumple su tiempo de trabajo autónomo. Analiza críticamente situaciones del ámbito académico-profesional.	obtiene a través de la búsqueda autónoma es fiable u objetiva. Participa responsablemente en equipos de trabajo profesionales orientados a la eficiencia y eficacia. Propone soluciones concretas y viables a las situaciones analizadas.	continua en su desarrollo profesional. Se vincula con profesionales o personas de otras áreas y/o métodos de trabajo para resolver problemas. Toma decisiones responsables fundadas y argumentadas en el conocimiento y análisis de situaciones académico-profesionales. Cultiva en sus alumnos la capacidad de aprender a aprender

C5: COMPETENCIA DIGITAL

Utilizar la tecnología digital en los ámbitos profesional y social como herramienta para un desempeño profesional adecuado y un desarrollo permanente.		
Nivel 1:	Nivel 2:	Nivel 3:
Utiliza la tecnología digital para desarrollar materiales didácticos o de referencia para su clase, de gestión educativa.	Utiliza la tecnología digital para ilustrar situaciones o ejemplos en clase.	Utiliza la tecnología digital en clase con actividades que involucren directamente la actividad de los alumnos.
Utiliza la tecnología digital para obtener información útil para su labor profesional.	Utiliza la tecnología digital para establecer contacto e intercambio social eficiente con colegas y alumnos.	Utiliza la tecnología digital para el desarrollo de su labor docente con sus alumnos en un ambiente virtual o semipresencial. Contribuye a desarrollar la competencia digital en sus alumnos

---

Competencias profesionales específicas del profesor de matemáticas

C6 CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO MATEMÁTICO A ENSEÑAR

Conocer y usar el contenido matemático a enseñar con una perspectiva suficientemente amplia, de modo que le permita realizar su función docente con seguridad y adaptarse a nuevos cambios curriculares (si es el caso).		
N1: "Acredita" los contenidos matemáticos planteados en el currículum de las etapas en que debe enseñar.	**N2:** Domina (Sabe resolver situaciones asociadas a) los contenidos matemáticos del currículum de Secundaria y Bachillerato	**N3:** Profundiza y amplia, con una perspectiva suficientemente amplia**,** los contenidos matemáticos, del currículum de la formación general y diferenciada de educación media.

C7 ELEMENTOS SOCIOCULTURALES EN EDUCACIÓN MATEMATICA

Justificar y usar el valor formativo y sociocultural de las matemáticas y su evolución histórica en la construcción de actividad matemática, y relacionarlo con las diferentes propuestas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas		
N1 Es capaz de discutir o comunicar información matemática, cuando sea relevante, así como resolver los problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional. Conoce la evolución histórica de las matemáticas para 1) Mencionar anécdotas matemáticas del pasado, 2) Presentar introducciones históricas de los conceptos que son nuevos para los alumnos,	N2: Idea ejercicios y ejemplos utilizando textos matemáticos del pasado-Explorar errores del pasado para ayudar a comprender y resolver dificultades de aprendizaje Fomenta en los alumnos la comprensión de los problemas históricos cuya solución ha dado lugar a los distintos conceptos que aprenden en la educación	N3 Discute y propone aproximaciones pedagógicas al contenido matemático motivo de estudio de acuerdo con su desarrollo histórico.

	media	

C8 CONOCIMIENTO EPISTEMOLOGÍA DEL CONTENIDO

Justificar y usar los principales paradigmas epistemológicos en la construcción de actividad matemática y relacionarlos con las diferentes propuestas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas		
N1: Reflexiona sobre la relación entre las matemáticas y la realidad	N2: Conoce los posicionamientos de los principales paradigmas epistemológicos de las matemáticas sobre esta relación: a) realistas (empirismo y platonismo) b) constructivistas (intuicionismo y convencionalismo	N3: Sabe relacionar los principales paradigmas epistemológicos de las matemáticas con las diferentes propuestas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

C9 CONTEXTUALIZACIÓN Y VALOR INTERDISCIPLINAR

Conocer contextos y situaciones en los que se usan o aplican los diversos contenidos matemáticos de la educación media para resaltar sus aplicaciones y funcionalidad y, en especial, el papel de las Matemáticas como instrumento en otras disciplinas.		
N1: Reconoce contextos y situaciones en otras materias (física, química, etc) en los que se usa los contenidos matemáticos del currículum de la educación media y Bachillerato	**N2:** Usa en sus clases contextos y situaciones diversas en los que se usa los contenidos matemáticos del currículum de la educación media y Bachillerato	**N3:** Realiza/usa modelos matemáticos a partir de situaciones y contextos extramatemáticos aplicables a la clase. Fomenta en los alumnos la realización de procesos sencillos de construcción de modelos matemáticos

C10 DESARROLLO DEL ALUMNADO

Conocer las características del desarrollo psicológico del alumnado de 12 a 18 años, de sus contextos sociales y culturales, así como de sus motivaciones, y utilizarlo como uno de los fundamentos del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para saber motivar y potenciar el progreso del alumnado.		
N1 Conocer las teorías que explican el desarrollo psicológico del estudiante de educación media.	N2: Conocer cómo explican las diferentes teorías psicológicas (conductismo, psicología genética, constructivismo y otras) las dificultades que tienen los alumnos para aprender matemáticas.	N3: Tiene presente las aportaciones de las teorías psicológicas en las fases de diseño, implementación y evaluación de secuencias didácticas
N1: Conoce la importancia que tienen los aspectos motivacionales y afectivos sobre el aprendizaje. Diferencia entre motivación extrínseca e intrínseca	N2: Conoce diferentes maneras de estimular la motivación intrínseca: utiliza la historia de las matemáticas, problemas contextualizados a los intereses de los estudiantes, recursos informáticos y materiales, propone situaciones ricas, etc.	N3: Potencia el progreso del alumnado diseñando e implementando situaciones que estimulen su motivación para aprender

C11 ANÁLISIS DE CONTRATOS Y NORMAS MATEMÁTICAS

Planificar, aplicar y analizar diferentes formas de organizar la interacción y la comunicación en el aula que permitan establecer una gestión eficaz del proceso de enseñanza-aprendizaje matemático.		
N1: Conoce y analiza diversas formas de organizar la interacción y la comunicación, que favorezcan un ambiente de	N2: Selecciona ambientes propicios en función del momento y del contexto a fin de promover el desarrollo de sus estudiantes como persona y generar	N3: Aplica estrategias pertinentes que propicien dentro y fuera del aula, las condiciones para el aprendizaje y el desarrollo como persona.

trabajo propicio para el logro de aprendizaje y el desarrollo como persona.	logros de aprendizaje.	

C12: ANÁLISIS Y SELECCIÓN DE CONTENIDOS I RECURSOS

Planificar, aplicar y analizar diferentes selecciones y organizaciones del contenido , mediante el uso de materiales y recursos, así como desarrollos teórico-prácticos de la educación matemática, para identificar los valores del currículo la educación secundaria y bachillerato,		
N1: Conoce y compara diferentes materiales, recursos, TIC, etc. y metodologías de enseñanza de las matemáticas de acuerdo a diferentes criterios y describe sus fortalezas y debilidades.	N2: Selecciona la metodología de enseñanza más adecuada, según el contexto y el curso correspondiente. Diseña una secuencia de enseñanza de acuerdo a la metodología seleccionada	N3: Implementa la secuencia diseñada en el nivel anterior. Evalúa la secuencia y, en concreto, las estrategias y los recursos utilizados
N!: Conoce las aportaciones teóricas de la didáctica de la matemática a cada uno de los bloques del currículum .	N2: Tiene presente las aportaciones teóricas de la didáctica de la matemática a cada uno de los bloques del currículum en las fases de diseño, implementación y evaluación de secuencias didácticas.	N3: Conoce y usa los espacios de participación y comunicación de ideas profesionales sobre la didáctica de la matemática y sus diferentes enfoques

C13 DISEÑOS DE EVALUACIÓN

Planificar, aplicar y analizar estrategias e instrumentos de evaluación adaptados a las características de las competencias matemáticas desarrolladas.		
N1: Conoce variados tipos y procedimientos de evaluación del logro de los objetivos verticales y transversales y de las competencias del currículum de matemáticas.	N2: Diseña estrategias e instrumentos evaluativos para recoger información, analizarla y tomar decisiones en función del desarrollo personal y de los aprendizajes de las matemáticas	N3: Aplica diferentes instrumentos de evaluación para determinar el nivel de logro de los aprendizaje de las matemáticas y orientar procesos de mejoramiento.

C14 ANÁLISIS DE SECUENCIAS

Diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje , mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad , para establecer ciclos de planificación, implementación , valoración y plantear propuestas de mejora		
N1: Muestra conocimiento del currículum de matemáticas como elementos fundamentales para comprender su práctica pedagógica.	N2: Integra teorías, metodologías y currículum, en la planificación de los procesos de enseñanza y reconoce las implicancias en su práctica considerando los contextos institucionales.	N3: Implementa la planificación de los procesos de enseñanza en sus prácticas y emite juicios argumentados y reflexivos acerca de las teorías, metodologías y el currículum.
N1: Aplica herramientas para describir las prácticas, objetos y procesos matemáticos presentes en un proceso de enseñanza aprendizaje. y muy en especial en su propia práctica.	N2: Conoce y aplica herramientas socioculturales para conocer la interacción y las normas que condicionan un proceso de enseñanza aprendizaje y muy en especial en su propia práctica.	N3: Explica los fenómenos didácticos observados en los procesos de enseñanza aprendizaje y muy en especial en su propia práctica

N1: Conoce criterios de calidad y los tiene presentes en la planificación de una secuencia didáctica de matemática	**N2** Utiliza criterios de calidad para valorar procesos ya realizados de enseñanza y aprendizaje de la matemática	**N3** Aplica criterios de calidad para valorar su propia práctica y realizar innovaciones con el objetivo de mejorarla

C15 INNOVACIÓN E INICIO A LA INVESTIGACIÓN

Formula problemas de investigación (preferentemente a partir de la reflexión sobre la propia práctica) en educación matemática y conoce metodologías y técnicas básicas de innovación e investigación para poder responderlos.		
N1; Plantea una primera formulación de un problema de investigación relacionado con las primeras prácticas pedagógicas progresivas y realizar una búsqueda bibliográfica sobre dicho problema	N2: Reformula el problema en base a la reflexión bibliográfica utilizando y definir el tipo de investigación (exploratoria descriptiva, correlacional, explicativa)	N3: Propone un diseño de investigación y aplicarlo para dar una respuesta al problema planteado La UB lo consigue en el Máster/Doctorado de Investigación

Anexo 3

Dades generals de l'assignatura

Nom de l'assignatura: ***Competències i avaluació***
Codi de l'assignatura:
Curs Acadèmic: 2010-2011
Coordinació: Joaquin Giménez
Departament: Didàctica de les Ciències Experimentals i Matemàtiques,
Crèdits: 3

Hores estimades de dedicació a l'assignatura

Hores de treball dirigit: 9
Hores d'aprenentatge autònom: 37
Hores presencials: 16
Total: 2,5 crèdits (62 hores)

Competències que es desenvolupen en l'assignatura

- Identificar adequadament els plantejaments curriculars que emmarquen l'ensenyament de les matemàtiques a l'educació secundària i especialment de l'enfocament d'avaluació competencial que estableixen, per a entendre l'avaluació com un instrument de regulació i estímul a l'esforç.

- Programar activitats d'avaluació competencial i regulació de l'aprenentatge a l'aula per identificar i promoure criteris i activitats d'avaluació adequades al currículum.

- Implementar metodologies docents que aportin motivació i eficàcia en l'aprenentatge, i aplicar els avantatges que poden oferir les TAC per a millorar les metodologies docents i, en definitiva, els processos d'aprenentatge.

- Dissenyar, gestionar i valorar críticament propostes i activitats d'avaluació i regulació de l'aprenentatge: interna, diagnòstica, formativa i sumativa, per a oferir criteris per a detectar trets cognitius sobre la diversitat de l'alumnat

Resultats d'aprenentatge de l'asignatura

L'assignatura té un triple objectiu:

- Partir del currículum de matemàtiques de l'ensenyament secundari i estudiar les condicions de la seva transferència al treball d'aula des d'una perspectiva competencial.

- Aportar criteris de selecció i elaboració d' activitats de regulació i avaluació competencial que permetin regular i avaluar l'activitat matemàtica a l'aula.

- Presentar i analitzar exemples de propostes d'avasluació i regulació dels aprenentatges amb l'ús de formats diversos, incloses les TAC.

Blocs temàtics de l'assignatura

Distingirem diversos temes en dos blocs de continguts.

Bloc I: Significat de l'avaluació.

1. Competència matemàtica i avaluació de la competència. Regulació i aprenentatge. Elements curriculars autonòmics i estatals. Propostes internacionals.

2. Les proves PISA com a referent d'avaluació. Criteris d'avaluació competencial. Análisi de configuracions. Nivells d'activitat. Avaluació de competencies bàsiques.

3. Anàlisi de propostes autonòmiques i internacionals. El cas específic del Batxillerat i les proves d'accés a l'Universitat.

Bloc II: Presentació i anàlisi de propostes d'avaluació competencial.

4. Criteris de selecció i elaboració d'activitats de diagnosi. Elaboració de propostes diagnòstiques per a la Secundària Obligatòria.

5. Avaluació de subcompetències específiques: elements conceptuals i procedimentals, resolució de problemes, comunicació,

6. Projectes de treball. Autonomia, avaluació de processos de planificació i modelització.

7. Experiències d'avaluació en línea.

Treballs tutelats

Atés les característiques de l'assignatura, es faran treballs tutelats segons diferents tipologies:

- Treball individual de propostes i anàlisi de treballs d'altri.
- Treball col·laboratiu en petit grup entorn a l'anàlisi de propostes d'avaluació..

Metodologia i organització general de l'assignatura

Es procurarà emprar una metodologia molt participativa on el treball col·laboratiu, tant en petit grup com en tot el grup classe, tingui una forta presència. S'utilitzarà a fons l'espai virtual per tal de donar agilitat a la interacció entre professorat i alumnat i entre el propi alumnat (intercanvi de documents, fòrums...).

L'anàlisi crítica i selecció de recursos és un procés molt sensible als estils docents de cada persona. En aquest sentit es procurarà aportar una visió oberta, rica i diversa on s'hi puguin ubicar i fer créixer còmodament les diverses sensibilitats didàctiques de l'alumnat que participa en el màster. L'acció docent haurà d'estar molt atenta a les inquietuds i interessos concrets que es detectin.

Avaluació acreditativa dels aprenentatges de l'assignatura

L'avaluació serà continuada i es portarà a terme a partir de diversos instruments:

- Treballs de reflexió i anàlisi entorn als recursos i materials docents.
- Treballs concrets sobre anàlisi de documents sobre avaluació dels aprenentatges. Es valorarà especialment la creativitat, la originalitat, els materials preparats…
- Participació en les activitats de classe, en les que es realitzin des de l'espai virtual i en el treball tutelat.
- Reconeixement del treball d'avaluació a les programacions del periode de pràctiques.

Avaluació única.

L'alumnat que no vulgui acollir-se a l'avaluació continuada ho ha de comunicar al professorat responsable en el termini de quinze dies a comptar des del començament de les activitats presencials de l'assignatura.

L'avaluació única consistirà en la realització de les activitats proposades en línia pel docent i una prova sobre els elements del curs, que contindrà activitats corresponents al temari realitzat. que reflecteixi el coneixements dels continguts desenvolupats.

Fonts d'informació bàsiques de l'assignatura

Giménez,J (1997) Evaluación en matemáticas. Madrid. Ed Sintesis.

Giménez,J i Vanegas, YM (2010) Evaluación y competencia matemàtica. En JM Goñi (coord) Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas Col. Formación del profesorado . Matemáticas. Barcelona. Graó.

Goñi, JM. (2008) "Tres al cuadrado menos dos ideas clave. El desarrollo de la competencia matemática". Col Ideas Clave. Barcelona. Graó.

Algunes pàgines web:

CREAMAT Centre de Recursos per Ensenyar i Aprendre Matemàtiques (Departament d'Educació): http://phobos.xtec.cat/creamat/joomla/

NCTM: http://www.nctm.org/

WEB DEL CONSELL SUPERIOR D?AVALUACIÓ (Generalitat de Catalunya) http://www20.gencat.cat/portal/site/Educacio/menuitem.9f81e69a612cc1d2c52845c6b0c0e1a0/?vgnextoid=b35cf2da8c305110VgnVCM1000000b0c1e0aRCRD&vgnextchannel=b35cf2da8c305110VgnVCM1000000b0c1e0aRCRD

Anexo 2

PLA DOCENT PRACTICUM 2

Segon període de pràctiques o pràctiques de participació.

Aquest segon període es desenvolupa íntegrament en la interacció d'aula i es pretén que el futur professorat de secundària, amb l'assessorament del professorat tutor d'universitat i les orientacions dels professorat tutor del centre de secundària, sigui capaç de planificar, dissenyar i aplicar una o unes unitats didàctiques d'àrea i de disciplina de manera autònoma. Convé que l'alumnat faci quatre setmanes de pràctiques a l'ESO i dues setmanes a Batxillerat. Es recomana que pugui aplicar una Unitat Didàctica a ESO i una Unitat Didàctica a Batxillerat. En el cas de l'especialitat d'orientació, el futur orientador ha e planificar, dissenyar i avaluar un parell d'unitats d'intervenció de diferent tipologia.

Objectius d'aprenentatge i competències:

- Planificar, dissenyar i desenvolupar una unitat de programació o intervenció psicopedagògica (projectes, treball globalitzat, competències, processos, connexions, aspectes d'avaluació...) atenent la diversitat de l'aula, les necessitats del centre i tenint en compte l'especificitat de l'àrea curricular i de la seva didàctica a l'ESO, o les necessitats ateses.
- Planificar, dissenyar i desenvolupar una unitat de programació o d'intervenció docent atenent a la diversitat de l'aula i tenint en compte l'especificitat de la disciplina al batxillerat.
- Participar, si escau, en l'assessorament i orientació als treballs de recerca de batxillerat.
- Avaluar i reflexionar sobre la pràctica del desenvolupament de les unitats de programació, i de tots els tipus d'intervenció educativa que l'alumnat hagi realitzat al centre, emprant les tècniques adequades.
- Fer propostes de millora sobre la pràctica d'aula o sobre el pla d'intervenció a partir de les reflexions crítiques personals de l'alumnat i les aportades pel professorat tutor.
- Mostrar una actitud responsable i participativa al centre de pràctiques i a les tutories de l'assignatura.

Continguts

- Planificació, disseny, aplicació i avaluació d'intervencions didàctiques d'aula (UUDD) de l'especialitat, a l'ESO i al Batxillerat o/i de les intervencions psicopedagògiques.
- Domini i aplicació de recursos, tècniques i estratègies didàctiques d'ensenyament característiques de l'àrea o disciplina, a l'ESO i al Batxillerat
- Domini i aplicació de recursos, tècniques i estratègies didàctiques d'aprenentatge pròpies de l'àrea o disciplina, a l'ESO i al Batxillerat
- Seguiment reflexiu i crític de les intervencions d'aula i de la seva avaluació
- Adquisició de les habilitats socials i les competències professionals que permeten crear un bon clima emocional a l'aula i que predisposen els alumnes per a l'aprenentatge
- Domini de la comunicació oral, escrita i gestual en la interacció d'aula
- Adquisició de les competències per resoldre conflictes de convivència a l'aula

- Reflexió des de la pràctica per facilitar l'adquisició de les competències docents i millorar la pràctica educativa
- Integració en equips docents per treballar de manera interdisciplinària i coordinada
- Assumpció del rol de professor educador i interiorització de les diverses competències docents, aprofundint en les específiques de l'àrea.

Metodologia

La docència i el seguiment del Pràcticum II es farà per mitjà de seminaris setmanals abans i durant el període de pràctiques, que ordenaran la reflexió entre el que l'alumnat viu al centre de secundària i els coneixements adquirits al màster. La metodologia serà participativa i experimental, pròpia de tallers i classes pràctiques, i basada en l'estudi de casos i en debats. El professorat tutor fomentarà el treball cooperatiu entre els integrants del seminari, el treball en grup i la reflexió compartida entre els alumnes que facin pràctiques a un mateix centre. Aquestes metodologies s'han de practicar en la formació inicial d'una professió col·legiada on el treball en equip és la base de la presa de decisions col·lectives i del disseny del projectes educatius i del material didàctic. En el Pràcticum II s'han de projectar en la planificació, disseny, aplicació i avaluació d'intervencions didàctiques d'aula de la pròpies de l'especialitat, a l'ESO i al Batxillerat. El seminari fomentarà l'autonomia cognitiva dels alumnes, la necessitat de contextualitzar l'exercici de la professió docent i la capacitat de prendre decisions. Els seminaris i les tutories individuals han d'aprofitar el xoc de realitat que provoquen les pràctiques, per ajudar el practicant a descobrir l'ofici professional de la docència. Durant el Pràcticum II es poden recrear simuladament situacions d'aula, temes de didàctiques específiques i dissenyar activitats sobre el perfil del docent de secundària com especialista en la didàctica d'una disciplina o àrea. El seguiment individualitzat de l'alumnat es realitzarà gràcies a la coordinació dels equips de tutoria.

Avaluació

L'avaluació s'obtindrà de la ponderació de les diferents activitats presencials que l'alumne haurà de realitzar. L'avaluació és continua i té una única convocatòria. Hi ha dos requisits presencials per l'alumne:

a) Assistència obligatòria i diària al centre de secundària assignat durant l'horari lectiu de l'àrea i durant les activitats formatives que el professorat tutor del centre de secundària li requereixen.
b) Assistència als seminaris setmanals de la Universitat de Barcelona, que es realitzaran simultàniament i que corresponen a l'assignatura.

Per ser avaluat caldrà que l'alumne realitzi una Memòria de Pràctiques II. Durant les sessions del seminari de pràctiques el professorat tutor -TUM i TUD- li facilitarà pautes i orientacions pertinents. Simultàniament, el TSA li donarà les orientacions pràctiques necessàries amb l'objectiu de dissenyar i aplicar la unitat didàctica, o les unitats didàctiques, adaptades al perfil del grup-classe i tenint present la situació real de l'aula.

Durant la realització del Pràcticum II el professorat tutor serà l'encarregat de fer possible la interacció entre teoria i pràctica, de manera que a través de les pràctiques d'aula i les reflexions crítiques compartides en el seminari l'alumnat practicant realitzin una Memòria de pràctiques corresponent al segon període de pràctiques. El TSA redactarà un informe de progrés de cada alumne/a practicant sobre la intervenció educativa de l'alumnat, fent especial èmfasi en l'aplicació de la unitat didàctica. Aquest informe es lliurarà al TUC.

La qualificació final, de la què n'és responsable el TUM i TUD, s'obtindrà de les fonts següents:

- Avaluació de les activitats realitzades durant el seminari i de la seva participació en els debats (TUM i TUD) (25 %)

- Avaluació del procés d'adaptació i de participació que l'alumne ha realitzat durant l'estada al centre de pràctiques a través d'una fitxa d'avaluació que ha d'emplenar el TSA (40 %)
- Avaluació de la Memòria de Pràctiques II (20 %)
- Avaluació a través d'una entrevista on l'alumne ha de respondre a qüestions relacionades amb la Memòria de Pràctiques II (10 %)
- Autoavaluació de l'alumne (5%)

Anexo 4

PRÀCTICUM II. MATEMÀTIQUES (orientatiu, a combinar amb tutors)

Mes	Dilluns Horari lectiu centre de Secundària	Dimarts Horari lectiu centre de Secundària	Dimecres Horari lectiu centre de Secundària /tardes Universitat	Dijous Horari lectiu centre de Secundària	Divendres Horari lectiu centre de Secundària
ABRIL	***26*** **Anada al centre de 9 a 12h** **15h – 17h UB** Presentació guia didàctica Pràcticum II - Memòria	***27*** TSA – Observació d'aula i área (possibles trobades amb tutors de UB)	***28*** TSA – Observació d'aula i àrea (possibles trobades amb tutors de UB)	***29*** TSA – Observació d'aula i àrea Possibles trobades amb tutors	***30*** TSA – Observació d'aula i àrea
MAIG	***3*** TSA Planificació i disseny de la UD	***4*** TSA Planificació i disseny de la UD	***5*** **Trobada UB Pràcticum II** Planificació i disseny de la UD Ajustar amb tutors	***6*** TSA Planificació i disseny de la UD	***7*** TSA Planificació i disseny de la UD
MAIG	***10*** TSA Intervenció Aplicació de la UD	***11*** TSA Intervenció Aplicació de la UD	***12*** **Trobada UB Pràcticum II** Planificació i disseny de la UD Ajustar amb tutors	***13*** TSA Intervenció Aplicació de la UD	***14*** TSA Intervenció Aplicació de la UD
MAIG	***17*** TSA Intervenció Aplicació de la UD	***18*** TSA Intervenció Aplicació de la UD	***19*** **Trobada UB Pràcticum II** Ajustar amb tutors	***20*** TSA Intervenció Aplicació de la UD	***21*** TSA Intervenció Aplicació de la UD
MAIG	***24*** TSA Intervenció Aplicació de la UD	***25*** TSA Intervenció Aplicació de la UD	**Trobada UB Pràcticum II** Ajustar amb tutors	***27*** TSA Intervenció Aplicació de la UD	***28*** TSA Intervenció Aplicació de la UD
JUNY	***31*** Assistència al Centre si es requereix	1 Assistència al Centre si es requereix	2	***3***	***4*** **Data limit Lliurament de la Memòria del Pràcticum II al TUG**

- **Setmana 7 al 11 de juny: Sessió Avaluació del Pràcticum II amb l'equip de tutors**

Anexo 5

Análisis didáctico matemático de transcripciones de clases de matemáticas

El episodio de estudio sucede en una clase de matemáticas con estudiantes de 15 y 16 años de edad (enseñanza obligatoria). La clase está localizada en una escuela secundaria de una gran área de la clase trabajadora de Barcelona, España. El profesor tiene muchos años de experiencia en la enseñanza, algunos de ellos en su actual escuela.. En la clase hay 21 estudiantes de diferentes culturas, religiones y capacidades cognitivas, en cambio todos son de un nivel socioeconómico similar (bajo).

Nuestro episodio de 10 minutos sucede durante la segunda semana de clases al inicio del primer semestre del año escolar. Esta es la primera lección donde el profesor propone la dinámica de resolver un problema en pequeños grupos durante la clase entera. El problema es acerca de dos conocidos distritos, uno de los cuales es cercano a la ubicación de la escuela. (ver Figura 1). El año pasado, los estudiantes habían trabajado una unidad centrada en proporcionalidad. Así, se "supuso" que los estudiantes tenían las habilidades matemáticas requeridas para resolver la tarea.

Aquí tienes la población y el área de dos distritos en tu ciudad.

Distrito 1 (N1)	Distrito 2 (N2)
65 075 habitantes	*190 030 habitantes*
7 km^2	*5 km^2*

(i) Discute en cuál de estos dos lugares las personas viven más espaciosamente.
(ii) Encuentra cuánta gente debería trasladarse de un distrito a otro para vivir en ambos igual de espaciosamente.

Figura 1. Enunciado del problema.

El episodio se inicia cuando Alicia (A), Emilio (E) y Mateo (M), miembros de un grupo, le dicen al profesor que ellos no han hallado una solución común al problema propuesto. El episodio termina cuando el profesor cambia de explorar las ideas del grupo a intentar hacer que otros grupos participen.

Anexo 6

Análisis didáctico matemático de transcripciones de clases de matemáticas

Tabla 1. Transcripción del episodio.

Representación escrita del discurso de la clase	Notas del investigador
	0 *Después de que los estudiantes han trabajado en pequeños grupos alrededor de 30 minutos, el profesor abre la discusión del grupo entero con uno de los grupos. Alicia hace una primera propuesta. Ella está sentada en la misma mesa con Mateo y Emilio.*
1 *A*: Este es un problema acerca de densidades porque los datos son acerca de densidades.	
2 *T*: De acuerdo. (Le dice a Alicia que ella necesita explicarse mejor) [A Alicia]. Nosotros sabemos que tú sabes bastante, pero…	
3 *A*: En N1 la densidad es menor que en N2. Eso es todo.	
4 *T*: Emilio dice no.	
5 *E*: ¡Yo no lo entiendo! Hay algo que falta.	
6 *T*: [A Emilio] ¿Cómo lo has resuelto tú?	
7 *E*: Es claro que aquí [N2] hay más personas y menos espacio. Yo he estado allí. Los pisos son muy pequeños.	
8 T: De acuerdo. Lo que tú dices está claro, pero entonces cómo respondes a la segunda pregunta.	
9 *E*: La segunda pregunta está mal	
10 *T*: ¿Por qué?	
11 *E:* Yo no me mudaría solo, yo lo haría con toda mi familia.	
12 *T*: ¿A qué te refieres?	1 *Emilio mueve la cabeza en señal de desacuerdo pero luego se ríe mirando a Alicia.*
13 *E*: Yo cambiaría la segunda pregunta.	
14 *T*: ¡No empieces de nuevo, Emilio! Tú sabes que los problemas son como son.	
15 *M*: A mí no me importa cambiar la pregunta, pero si tú la cambias, nosotros no practicaremos la matemática que el profesor quiere que nosotros practiquemos. Tú puedes hacer esto por ensayo y error, primero empieza con 50 000 personas.	
16 *A*: ¡Eso no es matemática!	2 *El profesor no evalúa como correcto o errado. Él toma una actitud inquisitiva hacia lo que dice Alicia.*
17 *E*: ¿Por qué esto no es Matemática?	
18 *T*: Mejor continuemos. Alicia, ¿cuál es tu opinión?	
19 *A*: Yo ya lo dije. Este es un problema de densidades.	
20 *T*: Tú sabes lo que estás diciendo, sino estás cansada …	
21 *A*: ¿Voy a la pizarra?	
22 *T*: [El profesor mueve la cabeza]	3 *Ella no se muestra predispuest*
23 *A*: [En la pizarra]	

$\frac{65\,075}{7} \rightarrow \frac{65\,072}{7} = 9\,296 h/km^2$ en N1

$\frac{190\,030}{5} = 38\,006 h/km^2$ en N2 ; 9 296<38 006

24 *T*: De acuerdo. Nosotros necesitamos comparar los dos distritos. Estos números no significan nada si nosotros no los comparamos.

25 *A*: Este número [9 296] es…

26 *E*: Nosotros colocamos algunas personas aquí y algunas personas allí.

27 *A*: ¡Déjame terminar! 9 296 es más pequeño que este número [38 006]. Esto significa que en N1 tú vives más espaciosamente.

28 *T*: De acuerdo.

29 *A*: Ahora veamos la ecuación. [En la pizarra].

$$\frac{190\,030 - x}{5} = \frac{65\,072 + x}{7}; 38\,006 - \frac{x}{5} = 9\,296 + \frac{x}{7}; 38\,006 - 9\,296 = \frac{x}{5} + \frac{x}{7};$$

$$28,710 = \frac{12x}{35}; x = \frac{28\,710 \times 35}{12}; x = 83\,737,5 \rightarrow 83\,737 \text{ personas.}$$

30 *T*: Alicia, tienes que explicar lo que has hecho y por qué.F

31 *E*: Yo no entiendo por qué ella cambia 65 075 por 65 072.

32 *T*: ¿Alicia? ¿Por qué sustituyes este número?

33 *A*: [Regresa a su sitio] Yo ya he explicado mi propuesta, ahora que lo expliquen ellos.

34 *M*: Yo no creo que necesitemos hacer una ecuación. ¿Por qué no probamos con diferentes números?¿No necesitamos ser exactos aquí, no es cierto?

35 *T*: Veamos de nuevo a la propuesta de Alicia. [A Emilio] ¿Aún quieres cambiar la segunda pregunta?

36 *E*: Todos nosotros conocemos estos distritos, ¿no es raro lo que ella está haciendo?¿Por qué nosotros tenemos que usar densidades y ecuaciones?

37 *M*: [Al profesor] ¿Por qué ella ha movido tres personas de aquí [65 072]?

38 *T*: Mateo, concentrémonos, olvídate ahora de las personas y sólo piensa en la fracción. ¿Es 65 075 un múltiplo de 7?

39 *M*: No.

40 *T*: ¡Esta es la cuestión! 65 072 es un múltiplo de 7 y 65 075 no lo es. Ahora podemos hacer una división exacta.

41 *M*: ¡Pero esto no es acerca de múltiplos, es acerca de personas!

42 *E*: En la última operación ella no mira los múltiplos ¿verdad?

43 *A*: Esto no es importante.

44 *T*: ¿Ves cómo ella ha resuelto la ecuación?

45 *M*: Sí

46 *T*: Esto es importante.

47 *M*: ¿Podemos dar una respuesta aproximada?

a a que le pregunten sobre su solución.

4 *El profesor pregunta indirectamente sobre las ideas de Alicia.*

5 *Emilio mira al profesor y luego al observador.*

6 *El profesor está abierto a examinar diferentes soluciones.*

7 *Emilio propone con entusiasmo un nuevo enfoque al problema. El propone considerar el contexto real.*

8 *El profesor quiere crear un conflicto a Emilio.*

9 *Emilio responde inmediatamente.*

10 *El profesor hace una pausa y luego pregunta por sus argumentos.*

11 *Emilio y el profesor ríen juntos.*

12 *El profesor deja de reír y muestra interés en lo que dice Emilio.*

13 *Alicia mueve la cabeza en señal de*

48 *A*: Por favor, esto no es importante. 49 *M*: ¿Copiamos la ecuación? 50 *T*: Ordenemos nuestras ideas primero. Necesitamos calcular las densidades y luego necesitamos que sean iguales. Esta es una propuesta. ¿Y vosotros qué [señalando a otro grupo]? ¿Cuál es vuestra solución?	*desacuerdo mientras sonríe a Mateo.* 14 *El profesor se niega inmediatamente a cambiar la segunda pregunta.* 15 *El profesor permite que Mateo piense en voz alta sin intervenir. Mateo hace un metareflexión sobre lo que ellos deben aprender. Él es conciente de la preocupación del profesor.* 16 *Alicia no parece muy interesada en el enfoque de Mateo.* 17 *Emilio parece muy interesado en obtener una respuesta.* 18 *El profesor cambia la dirección de la discusión y Emilio ya no pregunta más.* 19 *Alicia está muy seria. Ella escribe con letras mayúsculas la palabra densidad en su*

	cuaderno. 20 *El profesor reta a Alicia.* 21 *Alicia acepta el reto.* 22 *Emilio y mateo abren sus cuadernos y preparan sus lapiceros.* 23 *Los estudiantes de otros grupos empiezan diciendo que ellos están perdidos. El profesor les dice que mantengan la calma. Alicia hace una pausa. Ella mira a la cámara y luego al observador. Pocos minutos después ella añade las unidades a los números.* 24 *El profesor hace reflexionar a sus alumnos sobre los números de las densidades de los dos distritos* 25 *Emilio interrumpe a Alicia.* 26 *Emilio trata de completar lo que dice*

	Alicia. 27 *Alicia está muy segura y responde levantando la voz. Ella no espera las reacciones de sus compañeros.* 28 *El profesor confirma los argumentos de Alicia*. 29 *Mientras tanto, Mateo y Emilio empiezan a murmurar acerca de los números escritos en la pizarra. Ellos los señalan y parecen estar un poco confundidos. El profesor no interviene durante el trabajo de Alicia en la pizarra*. 30 *El profesor muestra confianza en Alicia*. 31 *Emilio deja al grupo para buscar al profesor*. 32 *El profesor da a Alicia un rol de*

	instructora. 33 *Alicia no explica más su punto de vista.* 34 *Mateo explica pacientemente una vez más su propuesta. Él ahora establece sus ideas en forma de preguntas.* 35 *El grupo no llega a reflexionar sobre las ideas de Mateo porque el profesor cambia de nuevo la dirección de la discusión.* 36 *Emilio regresa a su sitio. Él mantiene su oposición a las ideas de Alicia.* 37 *Mateo, en lugar de oponerse, muestra una actitud de interrogación. El quiere entender.* 38 *El profesor llama la atención de Mateo sobre un tema concreto.* 39 *Mateo se sorprende con la pregunta del profesor.* 40 *El profesor*

	levanta su calculadora y sugiere a los otros usarla para verificar las divisiones como si esto fuese decisivo. 41 *Mateo lanza su lapicero en el aire y está dispuesto a lanzar su grabadora pero Emilio lo detiene. Esto casi se convierte en una pelea.* 42 *Él hace una pausa y luego habla con el profesor.* 43 *Alicia se apoya sobre la carpeta.* 44 *La pregunta de Emilio es tomada como una interrupción.* 45 *La respuesta de Mateo es lacónica.* 46 *El profesor habla de manera enérgica y a la vez pausada.* 47 *Mateo hace otro esfuerzo mientras mira al observador.* 48 *Alicia levanta la grabadora*

		para asegurarse que su afirmación ha sido grabada. 49 *Mateo cambia repentinamente el modo de comunicación con el profesor.* 50 *El episodio termina con un resumen. El ruido de los otros grupos perturba las palabras del profesor.*

Anexo 7

Análisis didáctico matemático de transcripciones de clases de matemáticas

---

Grupo N° __

Escriban sus conclusiones del análisis didáctico realizado a partir de la transcripción del episodio de clase.

Anexo 8

TRANSCRIPCIÓN DE UNA CLASE DE ECUACIONES

	[0]	[Al iniciar la clase la docente anuncia nuestra presencia, pidiendo a los alumnos buen comportamiento. Posteriormente toma asistencia del grupo de alumnos].
C1	[1]	*Profesora:* [Escribe en la pizarra y pide que todos los alumnos lean lo escrito]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $2 + 3 = 4 + 1$
	[2]	*Profesora:* ¿De qué otra forma se puede expresar esto? [En el momento que se formula la pregunta, los alumnos levantan las manos y la docente va seleccionando algunos para que respondan].
	[3]	*Alumno*$_1$: Dos más tres igual a uno más cuatro. [La docente registra en la pizarra $2 + 3 = 1 + 4$].
	[4]	*Alumno*$_2$: Dos más tres igual a seis menos uno. [La docente registra en la pizarra $2 + 3 = 6 – 1$].
	[5]	*Alumno*$_3$: Dos más tres igual a cinco por uno. [La docente registra en la pizarra $2 + 3 = 5 \cdot 1$].
	[6]	*Alumno*$_4$: Dos más tres igual a tres más tres menos uno. [La docente registra en la pizarra $2 + 3 = 3 + 3 – 1$].
	[7]	*Alumno*$_5$: Dos más tres igual a siete menos dos. [La docente registra en la pizarra $2 + 3 = 7 – 2$].
	[8]	*Alumno*$_6$: Dos más tres igual… [Se equivoca]. ¡No sé!
	[9]	*Profesora:* [No acepta más intervenciones de los alumnos y formula una pregunta a todo el grupo] ¿En todos los casos es igual a.....?
	[10]	*Alumnos:* ¡Cinco! [Responden en grupo los alumnos].
	[11]	*Profesora:* ¿Qué operación es ésta? [La docente señala con el dedo cada una de las operaciones que aparecen en los registros gráficos que quedaron en la pizarra].
	[12]	*Alumnos:* Suma.
	[13]	*Alumnos:* Resta.
	[14]	*Alumnos:* Multiplicación,
	[15]	*Profesora:* [Señalando el signo igual, y luego efectuando un movimiento circular con la mano alrededor de la expresión, explica a los alumnos]. Es una igualdad.
C2	[16]	*Profesora:* [Formula un interrogante al mismo tiempo que escribe en la pizarra]. ¿Qué pasa si se les presenta esto? [Texto que queda registrado en la pizarra] $x+2=5$
	[17]	*Alumno*$_8$: Yo sé que equis es igual a tres.
	[18]	*Profesora:* ¿Por qué? [Le pregunta a *Alumno*$_8$].
	[19]	*Alumno*$_8$: Porque tres más dos es igual a cinco.
	[20]	*Profesora:* ¡Muy bien!
C3	[21]	*Profesora:* [Escribe en la pizarra otra ecuación]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $x+2+8=12$
	[22]	*Alumnos:* Equis es igual a dos. [Valida afirmando con la cabeza]
C4	[23]	*Profesora:* [Escribe en la pizarra una nueva ecuación]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $3x=15$ [Al mismo tiempo, explica que $3x$ es lo mismo que tener $3 \cdot x$ y que el signo de la

		multiplicación "." puede o no ir en la expresión].
	[24]	*Alumno$_9$*: Es cinco.
	[25]	*Profesora:* ¿Por qué? [Le pregunta a *Alumno$_9$*].
	[26]	*Alumno$_9$*: Si divido quince en tres, va a dar quince.
	[27]	*Profesora:* ¡Muy bien! [Escribe en la pizarra, al mismo tiempo que hace la lectura de las expresiones]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $x = 15:3$ $x = 5$
	[28]	*Profesora:* [Se indisciplina la clase y hace callar a un niño que está conversando con otro].
C5	[29]	*Profesora:* [Escribe en la pizarra una nueva ecuación]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $8x = 16$
	[30]	*Alumno$_{10}$*: Equis es igual a dos.
	[31]	*Profesora:* ¿Por qué? [Le pregunta a *Alumno$_{10}$*].
	[32]	*Alumno$_{10}$*: [No responde].
	[33]	*Alumno$_3$*: Equis es igual a dieciséis dividido ocho. [La docente da por válida la justificación].
C6	[34]	*Profesora:* [Escribe en la pizarra una nueva ecuación]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $2+3+x=12$ [Formula una pregunta a los alumnos]. ¿Cuánto es?
	[35]	*Alumno$_1$*: Siete.
	[36]	*Profesora:* ¿Cómo lo hiciste? [Le pregunta a *Alumno$_1$*].
	[37]	*Alumno$_1$*: Doce menos cinco es igual a siete.
	[38]	*Profesora:* ¡Claro! Dos más tres es igual a cinco más equis, que es igual a siete [Señala sobre la expresión $2+3+x=12$].
C7	[39]	*Profesora:* Todos lo hicimos mentalmente, ahora lo vamos a escribir. ¿Cómo hacemos para llevar este razonamiento por escrito? [Pregunta a la clase].
	[40]	*Alumno$_2$*: ¿Cómo por escrito?
	[41]	*Profesora:* ¡Miren! [Escribe al mismo tiempo que habla]. Equis más tres igual a nueve. [Texto que queda registrado en la pizarra] $x+3=9$ ¿Cuánto es? [Pregunta a *Alumno$_2$*].
	[42]	*Alumno$_2$*: Seis.
	[43]	*Profesora:* Ahora, ¿Cómo muestro matemáticamente este resultado? [Dirige la pregunta a toda la clase]. Equis más tres igual a nueve [señala la ecuación $x+3=9$] ¿Cómo está el tres?
	[44]	*Alumno$_3$*: Sumando.
	[45]	*Profesora:* ¿Cómo pasa al otro miembro de la igualdad? [Dirige la pregunta nuevamente a toda la clase].
	[46]	*Alumno$_2$*: ¡No sé qué está permitido matemáticamente!
	[47]	*Alumno$_3$*: Restando del nueve para que de seis.
	[48]	*Profesora:* ¡Bien! [Escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en formal oral lo que queda escrito]. [Texto que queda registrado en la pizarra]

		$x = 9 - 3 = 6$
C8	[49]	*Alumno*$_{10}$: ¿Puede ser algo equis más equis igual a siete? [El alumno alude a la ecuación $x + x = 7$].
	[50]	*Profesora:* En este caso no puede ser, porque si es equis, las dos tienen el mismo valor.
	[51]	*Profesora:* Por ejemplo, equis más equis igual a ocho. [Escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en formal oral lo que queda escrito]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $x + x = 8$ ¿Cuánto vale equis?
	[52]	*Alumno*$_{10}$: Cuatro más cuatro igual a ocho. [El alumno obtiene la aprobación de la docente].
	[53]	*Profesora:* En el caso anterior, equis más equis igual a siete, la equis tiene el mismo valor. Podría ser equis más "a" igual a 7. [Escribe en la pizarra la expresión]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $x + a = 7$ ¿Qué valor puede tomar equis? ¿y a?
	[54]	*Alumno*$_{10}$: Cinco más dos igual a siete. [El alumno obtiene la aprobación de la docente].
	[55]	*Profesora:* En la EGB2 [Alude a las siglas de Escuela General Básica, segundo ciclo, que es donde se hallan cursando los alumnos] sólo vamos a trabajar con una incógnita. Equis más "a" igual a siete [señala la expresión en la pizarra] tiene dos incógnitas.
	[56]	*Profesora:* En el caso equis más equis igual a ocho [Señala en la pizarra la expresión $x + x = 8$] ¿Cómo resuelvo matemáticamente? [Dirige la pregunta a toda la clase y ningún alumno responde].
	[57]	*Profesora:* Si tengo un caramelo más otro caramelo, ¿a qué es igual? [Dirige la pregunta nuevamente a toda la clase].
	[58]	*Alumnos:* A dos. [Responden en grupo los alumnos].
	[59]	*Profesora:* Entonces, una equis más otra equis ¿es igual a…? [Dirige la pregunta a toda la clase].
	[60]	*Alumnos:* A dos. [Responden en grupo los alumnos].
	[61]	*Profesora:* ¿Dos qué? [Dirige la pregunta a toda la clase].
	[62]	*Alumnos:* Dos equis. [Responden en grupo los alumnos].
	[63]	A*lumno*$_3$: ¿El valor puede ser siempre par?
	[64]	*Profesora:* ¡No! Siempre varía. Pero eso no lo vemos en la EGB 2. [Dirige la respuesta a *Alumno*$_3$].
C9	[65]	*Profesora:* [La docente pretende dar un ejemplo de aplicación de las ecuaciones. Para ello, dibuja un paralelogramo en la pizarra]. [Gráfico que queda registrado en la pizarra]. ¿Cuál es el perímetro?
	[66]	*Alumnos:* Perímetro igual a lado más lado más lado más lado. [Responden en grupo los alumnos].
	[67]	*Profesora:* [Aprueba lo expresado por los alumnos y registra en la pizarra la expresión]. [Texto que queda registrado en la pizarra] P = L + L + L + L
	[68]	*Profesora:* Por ejemplo si [Escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa de manera oral el texto que se registra]. [Texto que queda registrado en la pizarra] P = 30cm = 10cm + 5cm + 6cm + L =

	[69]	*Profesora:* Para encontrar la incógnita sirven las ecuaciones. [Explica al grupo de alumnos señalando la expresión que registró en la pizarra referida al perímetro de un cuadrilátero].
C10	[70]	*Profesora:* ¡Volvamos al principio! [Escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en formal oral el texto que queda registrado]. Dos más equis igual a tres. [Texto que queda registrado en la pizarra] $2+x=3$ ¿Cómo hago para despejar? ¿A qué es igual equis?
	[71]	*Alumnos:* Es uno. [Responden en grupo los alumnos].
	[72]	*Profesora:* ¡No se apuren! Primero veamos como despejar. Paso el dos restando y dejo la equis solita, y recién es [Escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en formal oral el texto que queda]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $x=3-2=1$
C11	[73]	*Profesora:* [Propone otra ecuación y escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en formal oral el texto que queda registrado]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $x-3=8$ [Pregunta al grupo de alumnos] ¿Equis igual?
	[74]	*Alumnos:* Once. [Responden en grupo los alumnos].
	[75]	*Profesora:* ¿Por qué? [Pregunta al grupo de alumnos].
	[76]	*Alumno*$_3$: Once menos tres es igual a ocho.
	[77]	*Profesora:* ¡Debés despejar primero! [Dirige la respuesta a *Alumno*$_3$, pues no da por válido el argumento].
C12	[78]	*Profesora:* [Escribe en la pizarra una nueva ecuación]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $2+5+x=10$ [Señala a un alumno y realiza una pregunta]. ¿Cómo resolverías este ejercicio?
	[79]	*Alumno*$_{11}$: No entiendo eso de pasar la equis. Sé que equis es igual a tres.
	[80]	*Profesora:* [Pretende explicar cómo se pasan de miembro los términos de una ecuación. Para ello, realiza un esquema en la pizarra, al mismo tiempo que expresa de manera oral el texto que se registra]. El inverso de la suma es la resta, de la resta es suma, de la multiplicación es la división y de la división es la multiplicación. [Texto que queda registrado en la pizarra] $\begin{cases} + \rightarrow - \\ - \rightarrow + \\ \cdot \rightarrow : \\ : \rightarrow \cdot \end{cases}$
	[81]	*Profesora:* Bueno ¿qué haces con la equis? [Dirige la pregunta a *Alumno*$_{11}$, que fue quien expresó no entender cómo se hacían las transposiciones].
	[82]	*Alumno*$_{12}$: Diez más dos más cinco. [Responde otro alumno al cuestionamiento de la docente].
	[83]	*Profesora:* ¡No! ¡Fijate! [Señala el signo + delante de la x en la expresión: $2+5+x=10$]. ¿Cuál es la operación inversa?
	[84]	*Alumno*$_{12}$: Equis igual a diez menos dos menos cinco. [La docente da por válida la respuesta].
C13	[85]	*Profesora:* [Plantea una nueva ecuación para resolver. Escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en forma oral lo que se registra].

<table>
<tr><td></td><td></td><td>[Texto que queda registrado en la pizarra]
$7+x+2=11$
¿Cómo lo hago? [Dirige la pregunta a todo el grupo de alumnos].</td></tr>
<tr><td></td><td>[86]</td><td>Alumno₅: Equis igual a once menos siete menos dos, igual a dos. [La docente da por válida la respuesta].</td></tr>
<tr><td rowspan="3">C14</td><td>[87]</td><td>Profesora: [Plantea una nueva ecuación para resolver. Escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en forma oral lo que se registra].
[Texto que queda registrado en la pizarra]
$11x=22$
¿Qué pasa con la equis? [Dirige la pregunta a todo el grupo de alumnos].</td></tr>
<tr><td>[88]</td><td>Alumno₅: Equis igual a once dividido veintidós.</td></tr>
<tr><td>[89]</td><td>Profesora: ¿No será al revés? [Le pregunta a Alumno₅], ¿equis igual a veintidós dividido once? Veamos [Escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en forma oral lo que se registra]
[Texto que queda registrado en la pizarra]
$x=22:11=2$, entonces $11\cdot 2=22$.</td></tr>
<tr><td rowspan="6">C15</td><td>[90]</td><td>Profesora: ¿Se animan a pasar al pizarrón? [Dirige la pregunta a todo el grupo de alumnos].</td></tr>
<tr><td>[91]</td><td>Alumnos: [Levantan las manos].</td></tr>
<tr><td>[92]</td><td>Profesora: [Selecciona tres alumnos y divide la pizarra, con la tiza, en tres partes. Posteriormente escribe 3 ecuaciones].
[Texto que queda registrado en la pizarra]
$2+x=9$ $8+x-2=12$ $x-3=11$</td></tr>
<tr><td>[93]</td><td>Alumno₁: [Tiene la ecuación: $2+x=9$. Efectúa algunos procedimientos erróneos y no logra encontrar su solución].</td></tr>
<tr><td>[94]</td><td>Profesora: Mirá ¡Es fácil! [Le expresa a Alumno₁, y resuelve la ecuación]
[Texto que queda registrado en la pizarra]
$x=9-2=7$</td></tr>
<tr><td>[95]</td><td>Alumno₁: Pero el dos no está sumando, la equis está sumando, ¿por qué pasa el 2 restando? [Le pregunta a la docente después que efectuó la resolución de la ecuación].</td></tr>
<tr><td></td><td>[96]</td><td>Profesora: Es lo mismo tener más dos más equis igual a nueve que dos más equis igual a nueve. [Escribe en la pizarra el mismo tiempo que habla]. El signo adelante no se coloca.
[Texto que queda registrado en la pizarra]
$+2+x=9$ $2+x=9$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">C16</td><td>[97]</td><td>Alumno₂: [Tiene la ecuación $8+x-2=12$. Observa la ecuación y evidencia dudas para iniciar el procedimiento de resolución].</td></tr>
<tr><td>[98]</td><td>Profesora: [Explica el ejercicio que tiene Alumno₂ al resto de los alumnos]. Hay dos formas de resolver esto. Escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en forma oral lo que se registra].
[Texto que queda registrado en la pizarra]
$8+x-2=12$ → Juntar los números: $8-2+x=12$
→ Trabajando operación por operación: $x-2=12-8=4$; $x=4+2$; $x=6$</td></tr>
<tr><td>[99]</td><td>Alumno₃: [Resuelve la ecuación $x-3=11$ y retorna a su pupitre].</td></tr>
<tr><td>[100]</td><td>Alumno₁: [Termina de resolver la ecuación $2+x=9$ y retorna a su pupitre].</td></tr>
</table>

	[101]	*Alumno$_2$*: [Continúa con la resolución del ejercicio denotando dificultades en el procedimiento].
C17	[102]	*Profesora:* ¿Quién quiere pasar? [Dirige la pregunta al grupo de alumnos].
	[103]	*Alumnos:* [Levantan las manos y algunos alumnos se paran al lado de su pupitre].
	[104]	*Profesora:* [La docente señala a *Alumno$_5$* y *Alumno$_7$* para que pasen. Copia en la pizarra dos ejercicios más] [Texto que queda registrado en la pizarra] $7+x+1=9 \quad x-4+2=9$
	[105]	*Alumno$_5$*: [Resuelve la ecuación y retorna a su pupitre] [Texto que queda registrado en la pizarra] $x=9-1-7=1$
	[106]	*Alumno$_2$*: [Termina de resolver el ejercicio pendiente y retorna a su pupitre]
	[107]	*Alumno$_7$*: [Resuelve la ecuación y retorna a su pupitre] [Texto que queda registrado en la pizarra] $x=9+4-2=11$ $x=11$
C18	[108]	*Profesora:* [Plantea una ecuación para resolver por todo el grupo de alumnos y escribe en la pizarra]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $8x=16$
	[109]	*Alumnos:* [Se ríen los alumnos y conversan entre ellos. Se levantan de sus asientos. Uno pregunta cuánto falta para el recreo].
	[110]	*Profesora:* [Sigue escribiendo ejercicios en la pizarra y suena el timbre del recreo]. Vamos a seguir trabajando varios días con esto. Si no entienden no se hagan problema que vamos a hacer muchos ejercicios hasta que les salgan bien.
C19	[111]	*Profesora:* [Se vuelve del recreo y la docente retoma la clase. Considera uno de los ejercicios que había dejado planteado en la pizarra]. Vamos a despejar la equis. [Señala la ecuación $2x+1=7$]. ¿Cómo está?
	[112]	*Alumno$_1$*: Multiplicando.
	[113]	*Profesora:* [Advierte que la respuesta brindada no es la esperada y efectúa una aclaración]. Recuerden que los signos más y menos separan términos. Lo primero es despejar la equis. Entonces ¿cómo pasa el uno?
	[114]	Alumnos: Restando. [Responden varios alumnos simultáneamente].
	[115]	*Profesora:* A ver, María ¿cómo es?
	[116]	*Alumno$_3$*: Dos equis igual a siete menos uno, igual a seis. [La docente registra en la pizarra lo expresado por la alumna] [Texto que se registra en la pizarra] $2x=7-1=6$
	[117]	*Profesora:* Y ahora si el dos está multiplicando ¿cómo pasa? [Dirige la pregunta a *Alumno$_3$*].
	[118]	A*lumno$_3$*: Dividiendo.
	[119]	*Profesora:* ¡Bien! [Escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en formal oral el texto que queda registrado]. [Texto que se registra en la pizarra] $x=6:2=3$
	[120]	*Profesora:* Comprobemos si está bien [Dirigiéndose al grupo de alumnos y al mismo tiempo, escribe en la pizarra lo que expresa en formal oral]. [Texto que se registra en la pizarra]

		$2 \cdot 3 + 1 = 7$
	[121]	*Alumno*$_6$: ¿Cómo hace cada paso para comprobar?
	[122]	*Profesora:* Hay muchas cosas en matemática que son mecánicas y con la práctica lo vas a lograr. [Responde a la pregunta de *Alumno*$_6$].
C20	[123]	*Profesora:* Hagamos otro ejercicio. [Plantea otra ecuación para resolver y escribe en la pizarra]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $8x - 9 = 7$
	[124]	*Profesora:* ¿Quién me dice como lo resuelvo?
	[125]	*Alumnos:* [Ningún alumno responde].
	[126]	*Profesora:* ¡Vamos muchachos! [Anima al grupo ante la falta de participación].
	[127]	*Alumnos:* [Algunos alumnos levantan su mano].
	[128]	*Profesora:* [Designa a un alumno de la última fila].
	[129]	*Alumno*$_{13}$: Ocho por dos menos nueve igual a siete.
	[130]	*Profesora:* ¡No la has resuelto! ¡Sólo has comprobado!
C21	[131]	*Profesora:* Les doy una ecuación más difícil. [Plantea otra ecuación para resolver y escribe en la pizarra]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $3 + 5x - 10 = 8$
	[132]	*Profesora:* ¿Cómo empiezo? [Pregunta a todos los alumnos].
	[133]	*Alumno*$_5$: Por lo que no tiene equis.
	[134]	*Profesora:* [La docente aprueba la respuesta y escribe en la pizarra] [Texto que queda registrado en la pizarra] $5x = 8 + 10...$
	[135]	*Profesora:* ¿Cómo sigue?
	[136]	*Alumno*$_5$: El tres pasa [Duda en dar una respuesta] ¿restando?
	[137]	*Profesora:* [La docente da por válida la respuesta y escribe en la pizarra, completando la expresión anterior]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $5x = 8 + 10 - 3 = 15$
	[138]	*Profesora:* ¿Cómo pasa el cinco?
	[139]	*Alumno*$_5$: Dividiendo.
	[140]	*Profesora:* [La docente da por válida la respuesta y continúa el ejercicio]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $5x = 15$ $x = 15 : 5$ $x = 3$
	[141]	*Alumno*$_6$: ¡Tantos pasos!
	[142]	*Profesora:* Si, así es la matemática. ¡Es hermosa! [Dirigiendo la apreciación a *Alumno*$_6$].
C22	[143]	*Profesora:* Vamos a trabajar en el cuaderno. [Expresa en forma oral lo que escribe en la pizarra]. [Texto que queda registrado en la pizarra] <u>Ecuaciones</u> Observa: $\overbrace{23 + \underbrace{x}_{incógnita}}^{1^{er}\ miembro} \underbrace{=}_{igualdad} \overbrace{39}^{2^{do}\ miembro}$

	[144]	*Profesora:* [Efectúa un comentario a los alumnos fuera de la temática que está abordando]. Chicos las evaluaciones de ayer están más o menos.
	[145]	*Profesora:* Escriban: Resolver una ecuación es hallar el valor de la incógnita equis. [Dicta el texto para que escriban los alumnos].
C23	[146]	*Profesora:* [Plantea un ejemplo y expresa en forma oral lo que escribe en la pizarra]. [Texto que queda registrado en la pizarra] Ejemplo 1: $35+x=42$ $x=42-35=7$
	[147]	*Profesora:* ¿Cuánto vale equis? [Pregunta al grupo de alumnos]
	[148]	*Alumnos:* Siete. [Responden varios alumnos simultáneamente].
	[149]	*Profesora:* Recuerden, todo lo que está sumando pasa al otro lado de la igualdad restando.
C24	[150]	*Profesora:* [Plantea otro ejemplo y expresa en forma oral lo que escribe en la pizarra]. [Texto que queda registrado en la pizarra] Ejemplo 2: $x-15=27$
	[151]	*Profesora:* ¿Cómo se hace Cecilia?
	[152]	*Alumno*$_2$: [Realiza el ejercicio en la pizarra]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $x=27+15=42$
C25	[153]	*Profesora:* [Plantea otro ejemplo y expresa en forma oral lo que escribe en la pizarra]. [Texto que queda registrado en la pizarra] Ejemplo 3: $8x=32$
	[154]	*Profesora:* ¿Cómo se hace Pablo?
	[155]	*Alumno*$_7$: [Realiza el ejercicio en la pizarra]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $32:8$
	[156]	*Profesora:* ¡Falta la equis! [Le expresa a *Alumno*$_7$, el cual agrega la letra "x" y finaliza el ejercicio].
C26	[157]	*Profesora:* [Plantea otro ejemplo y expresa en forma oral lo que escribe en la pizarra]. [Texto que queda registrado en la pizarra] Ejemplo 4: $x:12=3$
	[158]	*Profesora:* ¿Cómo se hace Inés?
	[159]	*Alumno*$_9$: [Realiza el ejercicio en la pizarra]. [Texto que queda registrado en la pizarra] $x=3\cdot12=36$
C27	[160]	*Profesora:* [Expresa en forma oral lo que escribe en la pizarra]. [Texto que queda registrado en la pizarra] Hemos despejado x, lo que es igual a dejarla sola en un miembro de la igualdad, para ello paso cada término con su operación inversa.
	[161]	*Profesora:* [Pregunta a una alumna que está distraída si entiende].
	[162]	*Alumno*$_x$: Sí, si entiendo.
	[163]	*Profesora:* Escriban entonces. [Expresa en forma oral lo que escribe en la pizarra]. Ejercicios: Resuelvo solo y pregunto si no puedo. a) $5x=10$

		b) $12+x=24$ c) $x-8+7=9$ d) $5x+4=19$ e) $8+x-3=11$
	[164]	*Alumnos:* [Trabajan el resto de la hora en la resolución de los ejercicios propuestos].

Anexo 9

PAUTES PER A L'ELABORACIÓ DE LA MEMÒRIA DE PRÀCTIQUES
PRACTICUM II

A continuació s'especifiquen algunes pautes per a l'elaboració de la Memòria de pràctiques . Algunes aspectes que es proposen són diversos elements reflexius perquè l'estudiant prengui consciència de tot el que està relacionat amb l'aprenentatge i que de ben segur influirà en el seu comportament futur com a docent.

El professorat en formació d'Àrea, haurà de dissenyar, impartir i avaluar com a mínim dos unitats didàctiques: una a l'ESO i una altra al batxillerat. En el cas de FP, una seqüència d'un DFGM i una d'un DFGS. El professorat en formació d'Orientació educativa haurà de dissenyar, implementar i avaluar una unitat d'intervenció docent i una no-docent.

La Memòria del Pràcticum II s'haurà de presentar al professorat tutor del centre de pràctiques i s'elaborarà d'acord amb les pautes següents:

1. Dades de l'alumne/a:
- Nom i cognons, centre, especialitat
- Tutor universitat i tutor centre

2. Complements curriculars, didàctica específica i actuació a l'aula

2.1. Organització del Departament
- Funcionament del Departament o Seminari específic.
- Curriculum normatiu de la matèria / Crèdit / l'àmbit d'intervenció
- Descripció de la programació de les assignatures i crèdits dependents del Departament o Seminari didàctic.
- Tipologies d'ensenyament
- Innovació educativa a nivell de la matèria (programes d'intercanvi)
- Activitats del centre relacionades amb la matèria/crèdit.
- Recursos organitzatius i de centre utilitzats a l'àrea o matèries específiques.

2.2. Contextualització de l'actuació a l'aula
- Descripció del grup-classe i valoració de les activitats d'aprenentatge en les quals s'ha participat.
- Descripció de l'actuació del professorat tutor de l'especialitat amb el grup-classe
- Observacions de la dinàmica de la classe i del treball de l'alumnat (dificultats d'aprenentatge detectades en l'alumnat, etc.).

2.3. Elaboració de les unitats didàctiques i actuació en l'aula
- Descripció del procés d'elaboració de la seqüència didàctica (objectius, estructura, contextualització, etc.) i de les condicions en que s'ha portat a terme (context de l'experimentació, nombre de sessions utilitzades, materials i recursos, etc.) en l'ESO, Batxillerat o en cas d'FP en DFGM i DFGS
- Aportació personals més destacades al disseny de la unitat o unitats elaborades.

2.4. **Valoració de l'experimentació de la seqüència didàctica**
- Adequació de les activitats dissenyades
- Dificultats d'aprenentatge observades en l'alumnat
- Interacció observada entre l'alumnat del centre i l'alumnat en formació i el professorat tutor
- Resultats de l'avaluació realitzada.

- Dificultats trobades en la pròpia actuació com a professor/a

2.5. **Revisió de la seqüència didàctica**.

- Adequació de les activitats dissenyades.
- Dificultats d'aprenentatge observades en l'alumnat
- Interacció entre l'alumnat del centre i l'alumnat en formació del Master
- Avaluació i revisió de la seqüència didàctica: aspectes que revisaríeu de la unitat si la tinguéssiu que tornar a utilitzar i justificació dels canvis.

2.6. **Reflexió i valoració final**

Autoavalaucio: després de la teva experiència en el centre docent a on has realitzat les pràctiques, analitza quina és ara mateix la teva "filosofia docent". La idea és que intenteu contestar a la pregunta "com s'ha modificat la teva perspectiva al llarg del temps?", si efectivament s'ha transformat, si és que no, també feu una reflexió sobre la vostra experiència global.

Estableix les conclusions i valoració personal del Practicum II

Nota. És important que a la memòria hi hagi fotografies del cente, del grup classe i dels treballs i produccions dels alumnes**.**

- **31 al 4 de juny: Lliurament de la Memòria del Pràcticum II**

Anexo 10

Reunió master formació del professorat.
Dimecres 26 de maig 2010

Acords sobre la memòria de <u>Practicum</u> <u>II.</u>

1) Els tutors són els responsables finals de la nota del Practicum II.
2) Cal entregar un ejemplar en paper de la memòria al Centre i un altre al tutor. El tutor UB excepcionalment pot acceptar un format digital avançat.
3) La memòria del Practicum II ha de copntenir els elements del guió entregat. El format pot ser lliure. Els anexos inclouran el material que volgueu escanejar dels alumnes i possible dossier de treball realitzat amb l'alumnat, Es presentarà el dia prefixat. (4 de juny). Els tutors rebran les postres observacions, si teniu algun problema en entregar-ho en aquesta data.
4) Eliminem de la memòria una descripción acurada del punt 2.4. que passarà a ser part del treball de fi de Màster. Al punt 2.4. de la memòria es mantindrà els comentaris corresponents al que ha aprés l'alumnat després de la realització de les activitats.
5) La memòria de Practicum II recollirà un comentari final per al Centre molt curtet, El comentari detallat i valoració es presentarà en una tasca al moodle.

Sobre el treball fi de Màster

1) Es presenta en format digital als tres membres del tribunal copm a data limit el dia 11 de juny. Es conserva la data de les proves per als dies 15 i 17. Us donarem la proposta de dia i hora per cadascú per a la defensa del treball fi de màster.
2) Es presenta oficialment un exemplar en format paper per al dia 11 de juny al tutor de UB.

El treball fi de màster tindfrà el format següent:

1) Portada amb el nom de la persona, i nom del programa del Master.
2) Introducció que plantegi una pregunta que relacioni l'experiència realitzada en els practicums i la formación en les classes del Màster. La pregunta pot ser sobre gestió , aspectos de la dinàlmica de grup, un aspecte de didàctica de les matemàtiques, etc.
   Propostes de preguntes: Com adaptaries la teva part del curriculum a aquell alumne que vas conèixer? Què faries per millorar les eines d'avaluació i recuperación del tema que has fet? Quines propostes faria per a millorar el treball del Departament de Matemàtiques? Com introduir treball de camp a la unitat presentada? Com la WIRIS pot ajudar en el tema de matrius i determinants? Com motivar més i millor l'alumnat que he tingut i s'han desmotivat massa ràpidament?
3) Anàlisi i valoración aprofundida del que s'ha observat i/o realitzat en relació a la pregunta formulada a la introducció. L'anàlisi es farà en base als criteris que s'han donat en les diverses matèries del màster.
4) Formulació d'una proposta de millora docent, justificada, explicada i fonamentada a partir del que s'ha treballat en les matèries que s'han cursat en el Màster.
5) Valoració del propi aprenentatge en el transcurres del Màster, tant pel que fa a les classes, com pel que fa als practicums.