

Avances y aplicaciones en localización continua y problemas relacionados

Ricardo Gázquez

Grupo Oasys, Edificio de Investigación Ada Byron

Universidad de Málaga

ORCID: 0000-0001-5004-3541

rgazquez@ugr.es

Director:

Víctor Blanco (Universidad de Granada)

Palabras clave: Optimización Matemática, Teoría de Localización, Problemas de Cubrimiento, Localización Continua, Programación Entera.

MSC Clasificación por Temas: 90B85, 90C11, 90C59.

Esta tesis se centra en la resolución de problemas de localización de instalaciones en espacios continuos. Un problema de localización surge cuando queremos responder a la pregunta de dónde ubicar una o varias instalaciones que proveen un servicio a un conjunto de usuarios. Este tipo de problemas pertenecen a la Teoría de la Localización, que ha tenido un gran desarrollo desde la década de los 60. Está definida principalmente por los problemas de localización de instalaciones que consisten en la búsqueda de las posiciones óptimas, según algún o algunos criterios dados, para un conjunto de instalaciones con respecto a un conjunto de usuarios.

Existen distintas clasificaciones de los problemas de localización, una de ellas está basada en la naturaleza del conjunto dónde ubicar los servicios. En localización discreta, la ubicación de las instalaciones se escoge en un conjunto finito de lugares potenciales; en localización continua, el conjunto dónde ubicar las instalaciones es todo el espacio donde está definido el problema, lo que resulta en un conjunto infinito de posiciones potenciales; y cuando consideramos una red como espacio de localización, las instalaciones pueden ser localizadas en los nodos o en los arcos de la misma. El uso de cada espacio vendrá dado por la aplicación real del problema. El caso discreto es utilizado cuando localizamos servicios físicos como colegios, hospitales, supermercados o ATMs; el continuo cuando la localización puede ser más flexible, como en rúteres, cámaras de vigilancias o sensores; y la red cuando los elementos a localizar son usados en aplicaciones con redes como paradas de autobús o gasolineras.

En el primer capítulo se desarrollan los contenidos básicos que contiene los problemas estudiados en esta tesis. Su estructura está organizada en base a los cuatro conceptos principales que la motivan. Comenzamos explicando la Teoría de la Localización, donde nos centramos en sus orígenes y en los

problemas que consideran espacios continuos como el espacio de localización para las instalaciones. Introducimos el *Problema de Weber* y su extensión a más de una instalación. El segundo concepto que desarrollamos son los problemas de cubrimiento, que se trata de un tipo de problema de localización muy estudiado en esta disciplina. Después mostramos los operadores que son usados para tratar con problemas multicriterio y aquellos que son usados en el contexto de la localización. Terminamos el capítulo introduciendo el concepto de justicia y cómo la literatura ha trabajado con él.

En el segundo capítulo presentamos un nuevo enfoque para resolver un problema ampliamente estudiado en la literatura, el problema de localización continua de varias instalaciones usando mediana ordenada monótona. El objetivo es localizar un conjunto de servicios en el espacio considerado que minimice una función de mediana ordenada monótona de las distancias entre los puntos de demanda y su instalación más cercana. Este problema ya había sido estudiado con una formulación entera mixta que utilizaba el cono de segundo orden y fue capaz de resolver instancias de tamaño mediano (hasta 50 puntos) mediante el uso de solvers comerciales. En este capítulo, desarrollamos una nueva formulación del problema que permite resolverlo mediante un enfoque de branch-and-price en optimalidad. Demostramos la superioridad de este enfoque en comparación con la formulación previamente estudiada en la literatura para las instancias de tamaño mediano. Además, proponemos tres familias de matheurísticas para instancias de mayor tamaño. La metodología y los resultados de este trabajo pueden encontrarse en Víctor Blanco, Gázquez, Ponce et al. (2023).

En los siguientes capítulos nos centramos en extensiones del problema de máximo cubrimiento. En este tipo de problemas, tenemos instalaciones que proveen su servicio en un área restringida y queremos maximizar la demanda cubierta por las instalaciones a localizar. Esta área suele estar definida por la distancia máxima en la que las instalaciones proveen el servicio, como por ejemplo en la localización de antenas y señales, o por el tiempo máximo que un usuario está dispuesto a emplear para ir a esa instalación, como en las paradas de autobús y metro. La siguiente figura muestra un ejemplo de localización de instalaciones de área restringida (instalaciones representadas por triángulos negros y área de cobertura en gris), clientes cubiertos (puntos en gris) y sin cubrir (en negro).

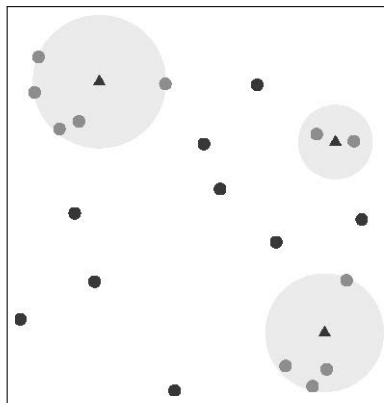


Fig. 1: Problema de máximo cubrimiento

En particular, el problema que abordamos en el tercer capítulo trata de localizar instalaciones de este tipo en un espacio continuo y, además, se requiere que las instalaciones estén conectadas mediante una estructura de grafo dada. Entendemos que dos instalaciones pueden estar conectadas siempre que no se supere una distancia máxima dada. Este tipo de situación aparece cuando localizamos estaciones de bomberos forestales que deben estar comunicadas con un servidor central a una distancia máxima

dada o en la localización de sensores que deben estar conectados unos con otros. Se propone una formulación entera mixta no lineal que resuelve el problema y se deriva una reformulación entera pura basada en la geometría del problema. Además, proponemos dos enfoques de *branch-&-cut* relajando algunas restricciones de la reformulación entera y desarrollamos un matheurístico capaz de resolver instancias más grandes. Este trabajo puede encontrarse en Víctor Blanco y Gázquez (2021).

Gran parte de la literatura en los problemas de máximo cubrimiento considera un mismo tipo de instalación. Sin embargo, en algunas situaciones, este no puede ser el caso, como por ejemplo cuando tenemos que localizar equipos antiguos y modernos con características diferentes, pero que proveen el mismo servicio. En el cuarto capítulo consideramos este tipo de situaciones. El objetivo es localizar distintos tipos de instalaciones que proveen el mismo servicio, pero con diferentes áreas de cobertura y en diferentes espacios normados. El uso de distintos espacios representa la posibilidad de localizar en espacios discretos y continuos. Presentamos un modelo general no lineal para cualquier tipo de espacio de localización, discretos y continuos, y lo reformulamos como un problema entero lineal. En particular, centramos nuestro estudio en la localización de instalaciones en conjuntos discretos y en el plano Euclídeo. En este caso derivamos otra reformulación lineal entera basada en la geometría del espacio. Por último, estudiamos las tres formulaciones en una extensa batería computacional donde consideramos un conjunto de datos reales de hasta 920 puntos de demanda. Una revisión extensa de la literatura y resultados de la investigación puede verse en Víctor Blanco, Gázquez y Saldanha-da-Gama (2023).

En el quinto capítulo introducimos el concepto de justicia en los problemas de máximo cubrimiento y cómo afecta a la localización de las instalaciones con servicio restringido. Con este propósito, introducimos una nueva función en la literatura que generaliza dos operadores ampliamente utilizados. Mediante dos parámetros, esta nueva función permite al decisor reducir la diferencia entre las instalaciones que más cubre con las que menos cubren, perdiendo eficiencia en la cobertura, pero ganando en equidad entre ellas. Por tanto, esta función modela la localización de las instalaciones teniendo en cuenta la diferencia de cobertura entre ellas. Este enfoque es útil cuando localizamos instalaciones en las que es necesario distribuir la demanda entre ellas, por ejemplo, cuando localizamos colegios donde pretendemos que el reparto sea equitativo en lugar de tener colegios al límite de su capacidad. Estudiamos su incorporación tanto para los espacios de localización discretos como para los continuos. Proponemos un modelo no lineal y derivamos reformulaciones enteras mixtas de cono de segundo orden. Finalmente, probamos la eficiencia de los modelos en un conjunto de datos reales y demostramos que la inclusión de ambos operadores utilizados en la literatura proporciona soluciones diferentes a las que se obtienen al considerarlos por separado. Esta función y los distintos resultados que pueden verse de su uso en problemas de máximo cubrimiento pueden encontrarse en Víctor Blanco y Gázquez (2023).

La tesis doctoral finaliza en un sexto capítulo que contiene las conclusiones de la investigación realizada y presenta futuras líneas de trabajo abiertas.

Agradecimientos

Esta tesis doctoral se ha financiado con los proyectos: PID2020-114594GBC21 (Agencia Estatal de Investigación, Española y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER)), B-FQM-322-UGR20 (Consejería Economía, Conocimiento, Empresas y Universidades. Junta de Andalucía); y al grupo de investigación: SEJ-584 (Junta de Andalucía). Agradecer también a la financiación recibida por la beca “Garantía Juvenil” por el Ministerio de Educación y Ciencia de España con referencia: PEJ2018-002962-A, y al Programa de Doctorado en Matemáticas de la Universidad de Granada.

Acerca del autor



Ricardo Gázquez se graduó en Matemáticas por la Universidad de Granada, obtuvo el Máster en Matemáticas y finalizó en 2022 el Doctorado en Matemáticas con especialidad en Investigación Operativa en el programa de doctorado interuniversitario por las Universidades de Almería, Cádiz, Granada, Jaén y Málaga. ATambién ha trabajado como investigador postdoctoral en la Universidad de Málaga. Su principal área de investigación envuelve a los problemas de la Teoría de la Localización, aunque también incluye áreas como Óptimización Estocástica y Problemas de asignación y redes.

Referencias

- Blanco, Víctor y Ricardo Gázquez (2021). «Continuous maximal covering location problems with interconnected facilities». En: *Computers & Operations Research* 132, pág. 105310. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2021.105310>.
- Blanco, Víctor y Ricardo Gázquez (2023). «Fairness in maximal covering location problems». En: *Computers & Operations Research* 157, pág. 106287. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2023.106287>.
- Blanco, Víctor, Ricardo Gázquez, Diego Ponce y Justo Puerto (2023). «A branch-and-price approach for the continuous multifacility monotone ordered median problem». En: *European Journal of Operational Research* 306.1, págs. 105-126. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.07.020>.
- Blanco, Víctor, Ricardo Gázquez y Francisco Saldanha-da-Gama (2023). «Multi-type maximal covering location problems: Hybridizing discrete and continuous problems». En: *European Journal of Operational Research* 307.3, págs. 1040-1054. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.10.037>.

