

# Métodos Cuantitativos en la Economía

José M. Caridad y Ocerin  
Doctor honoris causa en Economía Cuantitativa  
Presidente de iManagement. Catedrático de Estadística, Econometría e I.O.

***Resumen.** La tendencia hacia el positivismo en la Economía se ha venido acelerando desde la gran depresión de hace ahora noventa años. Desde la definición, y posterior estimación de las grandes magnitudes macroeconómicas, hasta la utilización ubicua de modelos matemáticos y estadísticos actual, las distintas técnicas en la Economía se basan cada vez más en la modelización estadística y matemática. Se comentan varias cuestiones sobre predicción económica y de aplicación de métodos cuantitativos en diversas facetas de la sociedad contemporánea, incluyendo ejemplos y conceptos conocidos que muestran la utilidad de las técnicas estadísticas y econométricas.*

## 1 Introducción

Como es bien sabido, predecir es difícil, especialmente hacia el futuro<sup>1</sup>. Diariamente nos invaden predicciones de todo tipo, planteadas como un dogma sobre el que no se puede dudar. Las ideologías son así; hasta hace poco en la Unión Soviética los disidentes eran encarcelados en manicomios. En realidad, eran herejes de la nueva (hoy, no se sabe si, caduca) religión, aunque no por eso no surgen imitaciones en los campos más diversos.

Al tener que tratar sobre métodos de Economía cuantitativa, se plantean cuestiones sobre como abordar temas con un componente matemático no siempre asequible. Se va a hacer un breve recorrido sobre algunas de técnicas, algunas sorprendentes, y otras con ejemplos de aplicación directa a la vida real.

Se incorporan una serie de citas, sin referenciarlas completamente, no con el ánimo de figurar sobre estos notables pretéritos, sino para tomar refugio en sus ideas, y de paso, dejar traslucir otras propias, para quien las quisiera ver. No obstante, es obligación universitaria, siempre llegar más lejos que nuestros predecesores. Y esto no se consigue con una acumulación de trabajos intrascendentes, o con una superposición de citas no conocidas salvo en el nombre, que muestran un deseo de aparente erudición.

Se comienza con unos comentarios generales sobre Economía, su evolución hacia el positivismo, es decir, hacía procesos cada vez más cuantitativos, para entrar inmediatamente en temas estadísticos y econométricos, con los que se verán algunas de las múltiples aplicaciones prácticas de éstos.

**Las cosas no son siempre como parecen**, sino como las interpreta subjetivamente el cerebro, o como son transmitidas por grupos interesados, para influir en colectivos entre los que el pensar no es su prioridad. Como botón de muestra baste la siguiente ilusión de Adelson (1995); los cuadros A y B son del mismo color. Basta recortarlos con unas tijeras y situarlos uno al lado del otro.

---

<sup>1</sup> Mark Twain: No vayas reclamando que el mundo te debe algo para que vivas. No te debe nada. Estaba ya allí

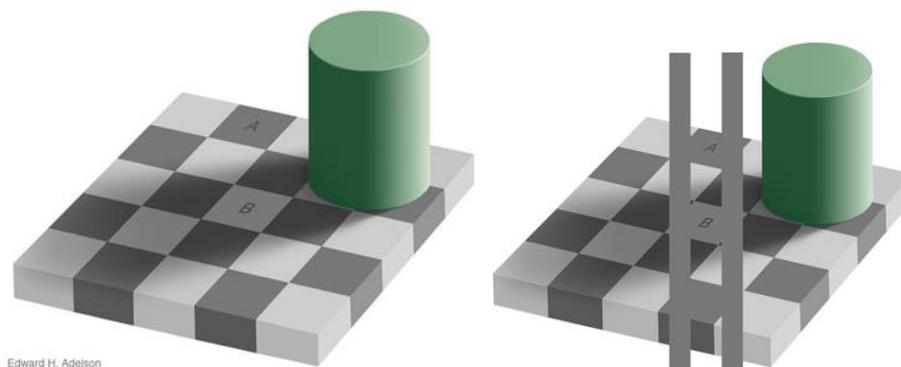


Figura 1. Ilusión de Adelson

## 2 La Economía como disciplina

En la vida hay temas que son complejos y de los que huyen la mayoría de los mortales: un experto que disertar sobre física atómica, astronomía, o lógica matemática, rara vez será cuestionado en sus afirmaciones.

Otras cuestiones son triviales, y no merece la pena dedicarles esfuerzo, a pesar de lo que son los que más tiempo consumen en las reuniones de empresa o de instituciones. Así, sobre una inversión millonaria, un consejo u órgano colegiado, rara vez cuestiona los datos presentados por su presidente, mientras que en una institución el orden de intervención de varios oradores puede originar agrias y largas polémicas que obliga a dictar normas de protocolo.

Finalmente, hay otros temas, en esencia complejos, pero en apariencia accesibles a todos, y sobre los que se escuchan las opiniones más diversas, en gran medida irracionales, aun en personas que parecen no serlo. **La Economía es uno de estos campos**<sup>2</sup>, en el que todo el mundo parece saber, al menos hasta la llegada del euro. La inmensa mayoría de las personas se sienten capacitadas para emitir juicios categóricos, y, como no, para decidir en asuntos de trascendencia social, eso sí, siempre que no se juegan sus propios bienes. Los mismos economistas son autocríticos en la consideración de su propio trabajo, y a menudo se refieren a su disciplina como '*dismal science*', término propuesto por el historiador victoriano T. Carlyle (1849), en contraposición a los argumentos de J. Stuart Mill (1848) sobre la necesidad de disponer de instituciones fiables como prerequisite para el progreso económico, aunque se piensa que su crítica está más relacionada con cuestiones racistas, al ser Mill contrario a la esclavitud.

**Las ideologías** encuentran pues un campo abonado para su desarrollo, ya que la mayoría tienen un componente básico de organización de la sociedad en el ámbito económico, y lo que es más grave, en aspectos de comportamiento social y personal. Si bien la realidad es más terca de lo que parece, como se ha apreciado en Europa de forma evidente en los últimos cincuenta años

## 3 Un cambio de era

Estamos asistiendo a unos cambios socio-económicos tan importantes como los que alumbraron la edad contemporánea hace algo más de dos siglos, y, **lo que es mejor, somos conscientes de ello.**

En la segunda mitad del XVIII arrancan varias revoluciones que cambiarían al mundo: la Industrial, la Americana, la Francesa, junto con el despegue del progreso científico y tecnológico. Les habían precedido las ideas de la Ilustración y el Enciclopedismo, sintetizado por D. Diderot y J. d'Alembert (1751-72).

En las últimas tres décadas se produce el fenómeno de la globalización, cuyos efectos sobre la política económica son notables, la revolución digital y de la información, la emergencia de nuevas potencias económicas, como los BRICS, junto a la pérdida del monopolio occidental sobre la tecnología y la industria avanzada. Veremos en breve la influencia del continente africano que se unirá a Asia en el predominio económico, y, sobre todo demográfico. ¿Quién podía prever esto al terminar la Segunda Guerra Mundial?

<sup>2</sup> Benjamin Disraeli: Solo puede existir la economía donde haya eficiencia

## **4 La Economía es de todos, o eso parece**

Lo que vemos hoy día ya lo vieron los egipcios, los romanos y los renacentistas: la batalla de las ideas que parecía haber acabado con el derrumbe del bloque comunista, solo ocultaba intereses particulares y de organizaciones sociales que han tenido que renovarse en las últimas décadas, buscando nuevos paradigmas de los que se han apropiado, con ánimo de exclusividad, ciertos sectores sociales mostrándolo como un todo con sus ideas particulares. La necesidad del cuidado del medio ambiente es uno de estos, y que justifica una intervención social mayor, pues que razón hay mejor que querer el bien común. Ya los antiguos sacerdotes egipcios se auto-apropiaron de algunos aspectos importantes, como la causa de la crecida del Nilo, y elaboraron una teología que les permitió controlar a la sociedad local durante milenios. Análogamente manejar como artículos de fe algunos postulados actuales, aunque su base sea científica y con muchas facetas cuestionables o todavía no conocidas, está originando movimientos que pretenden controlar no solo la economía sino la sociedad al completo. Este problema real, intencionadamente unido a postulados ideológicos como si fueran la misma cosa, permite descalificar a los 'herejes' que discrepen en algunos aspectos, y así se concluye que son estos grupos los únicos legitimados para la dirección de la sociedad. Existen grupos que dicen comprender el funcionamiento global de una comunidad<sup>3</sup>, pero esconden su verdadero (y posiblemente único) objetivo de erigirse en clase dirigente, y para imponer una visión interesada de cómo deben estructurarse las sociedades, sin desprestigiar el control económico. Se observa, en los últimos años, una transición hacia nuevos movimientos sociales para llenar el vacío dejado por pensamientos desahuciados por la realidad de los hechos, y económicamente nefastos, además de liberticidas; no obstante, hoy día recobran vida con nuevos paradigmas idealizados.

El vínculo entre todos estos participantes es que el riesgo al que someten a la comunidad, no los soportan los dirigentes, y sobre todo, la factura, se traslada a los demás.

## **5 El positivismo económico**

El positivismo y el desarrollo del método científico solo han empezado a introducirse de forma sistemática en ambientes económicos a partir de la Gran Depresión de los años treinta. En 1929 la bolsa de Nueva York cae. Estados Unidos había concedido numerosos créditos en los mercados internacionales, y se introdujo en una espiral proteccionista, culminados con los aranceles de la ley Hawley-Smoot (1930). Los países desarrollados hicieron otro tanto, con la consiguiente caída del comercio, lo que impedía a otros países devolver sus créditos, pues precisaban exportar al mercado americano, cerrado por los aranceles de dicha ley y por los contingentes de numerosos productos. Los países desarrollados intentaron exportar su paro protegiendo los mercados nacionales y buscando un superávit en sus cuentas exteriores, algo lógicamente imposible de conseguir simultáneamente, provocando una drástica reducción del comercio internacional y un aumento de la depresión.

El patrón oro agravó los problemas; Inglaterra que lo abandonó en 1931 inició antes su recuperación que Estados Unidos, Francia y Alemania. El euro no es sino un sucedáneo en parte del patrón oro; ¿hasta cuando se podrá mantener un sistema de tipos fijos en la UE? Bastantes países europeos lo han visto claro, no uniéndose a la moneda única. No obstante, la medida actual de las economías nacionales es algo que se gestó a raíz de la Gran Depresión.

Hoy día tenemos el Brexit y el neo-proteccionismo comercial entre los grandes bloques económicos. Esta situación de trasladar a otros su paro se está produciendo en varios países, empezando por China. Los procesos de modificación de fronteras que se produjeron en la primera parte del XX se está reavivando, a menor escala en Europa, lo que afectará a la economía continental<sup>4</sup>.

Sin duda, el análisis histórico de los acontecimientos es la primera forma de poder anticiparnos al futuro.

## **6 Algunos textos históricos esenciales para un economista**

Se enumeran algunos textos clásicos que son el fundamento del desarrollo de la Economía como Ciencia; algunos son menos realistas, debido a prejuicios ideológicos.

---

<sup>3</sup> Voltaire: 'La política consiste en transferir la máxima cantidad de dinero de unos colectivos a otros'

<sup>4</sup> Winston Churchill: El pesimista encuentra dificultades en cada oportunidad. El optimista ve oportunidades en cada dificultad

La publicación de *La riqueza de las naciones* (1776), por Adam Smith puede considerarse el **punto de partida del análisis económico**. Junto con el *Ensayo sobre la población* de Malthus (1798), el primer volumen de *El Capital* de C. Marx (1867), y la *Theory of Political Economy* de W.Jevons (1871).

Enmarcan el período correspondiente a la primera revolución industrial, y el inicio del pensamiento económico moderno. Son textos necesarios, junto a otros muchos, aunque parece que actualmente el estudiante de Economía huye de los libros<sup>5</sup>.

Y otros más recientes como *The General Theory of Employment, Interest and Money* (1936) de J.M.Keynes, considerado la base de la macroeconomía actual; *The Affluent Society* (1958) de J.K. Galbraith, sobre el progreso del sector privado en los EEUU; *The Road to Serfdom* (1943) de F. von Hayek, sobre el peligro para la libertad por el control gubernamental de la economía, y *Capitalism, Socialism and Democracy* (1942) de J. Shumpeter.

## 7 Demografía

La evolución de la población ha preocupado desde la antigüedad. Durante siglos, la economía de subsistencia provocó que **el aumento de población fuese considerado como un problema** que hubo que resolver, incluso recurriendo al infanticidio.

Es en la **Edad Moderna cuando numerosos países europeos adoptan una actitud poblacionista**, asociando el incremento de población a la creación de riqueza. Son bien conocidas las medidas casi dictatoriales en este sentido de J.B. Colbert en Francia. De hecho, algunos países como España y Alemania habían sufrido una despoblación intensa, y consiguientemente no adoptaron las teorías malthusianas de la segunda mitad del XVIII y que se hicieron populares en Inglaterra durante el XIX.

Las estrepitosamente fallidas predicciones de Malthus sobre los problemas asociados al crecimiento de la población en el Reino Unido son un ejemplo de cómo previsiones que no tienen en cuenta los procesos dinámicos en los sistemas económicos, pueden errar de forma escandalosa<sup>6</sup>.

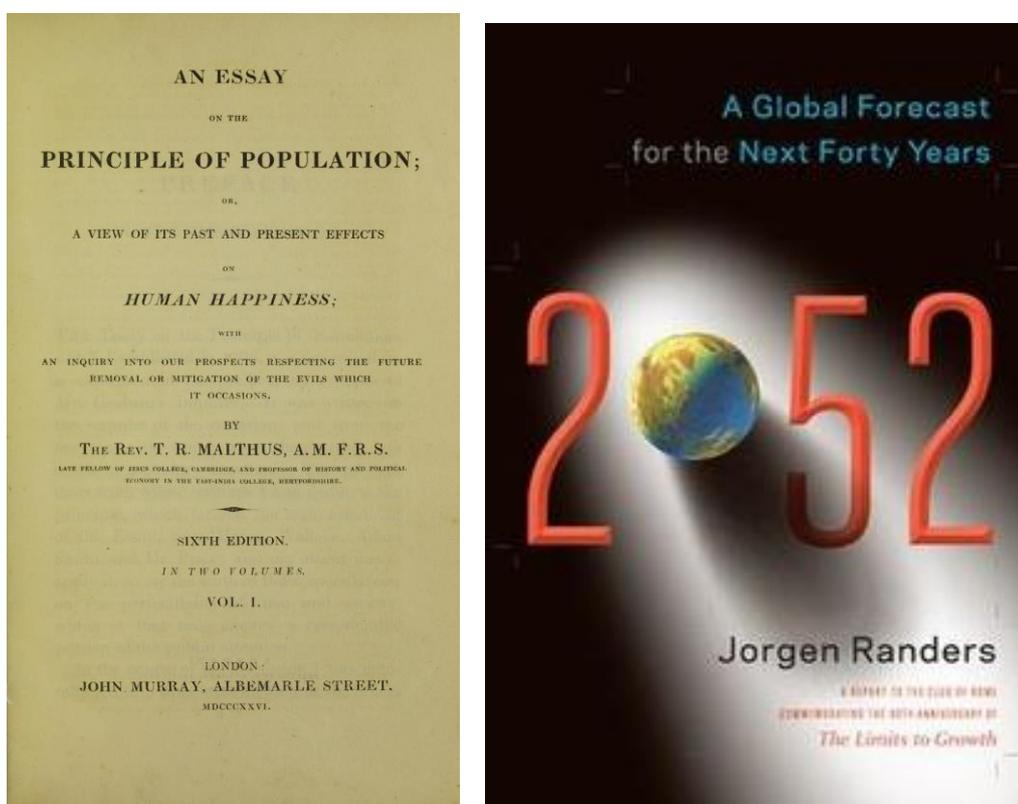


Figura 2. El pasado y el presente de la predicción

<sup>5</sup> Marco T. Cicerón: Una habitación sin libros es como un cuerpo sin alma

<sup>6</sup> E. Esar: Un economista explicará mañana el porqué sus predicciones de ayer, hoy no se han cumplido

El crecimiento de la productividad, primero en la agricultura y posteriormente en el sector industrial permitió un incremento sostenido de la población inglesa durante todo el siglo XIX con una mejora general de su renta per cápita.

Los mismos argumentos fueron esgrimidos casi dos siglos después en los conocidos *informes del Club de Roma*, de los que hoy nadie que los leyera en su día se acuerda sino para comprobar lo distantes de la realidad que estaban sus previsiones<sup>7</sup>, de nuevo por no tener en cuenta los mecanismos autorreguladores de los mercados, a través de los procesos de transferencia de información mediante los precios. Los trabajos de Meadows (que, casualmente, era química) y otros (1972) pronosticaban el agotamiento de los hidrocarburos a corto plazo. No obstante<sup>8</sup>, tenemos otro informe con 'predicciones' a 40 años vista (2012).

La ventaja de 'predecir' a tan largo plazo es que, para el autor, las predicciones erróneas son un bien libre.

## 8 Evolución de la población

Es un hecho que la mayor parte de los problemas que afectan al mundo actual tienen sus raíces en el enorme y sostenido crecimiento de la población.

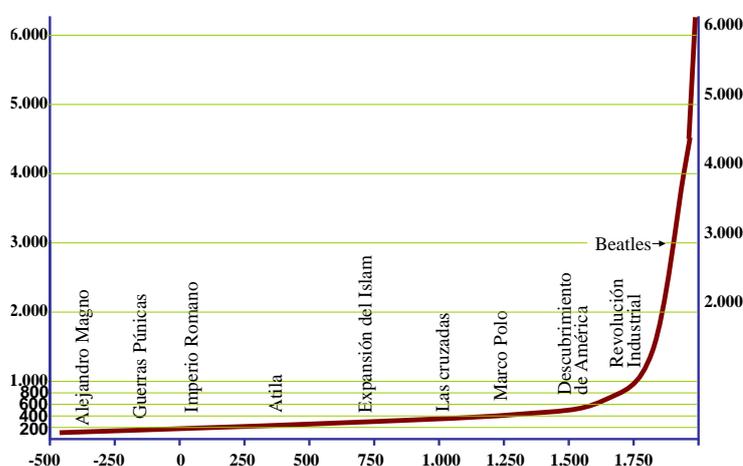


Figura 3. La población en el mundo (millones de personas)

La situación actual respecto a problemas asociados a sobrepoblación no puede ignorarse: ésta es la causante de numerosos problemas a escala mundial, desembocando en guerras (actuales y futuras), problemas medioambientales, migraciones y desplazamientos masivos de poblaciones, y distorsión en los sistemas económicos que tienden a estar cada vez más integrados a escala mundial.

La población norteafricana se haya duplicado en los últimos treinta años, y vemos las consecuencias. África no llegaba a 200 millones de personas hace 60 años y hoy supera los 1300 millones. ¿Cuántos de estos intentarán llegar a Europa?

El ejemplo de los efectos de control de la natalidad sobre el progreso económico es China, y en menor medida, de la India, con un crecimiento espectacular de su producción de bienes y servicios per cápita, unido en el inicio de una tendencia a clarificar las normas, al menos en el terreno económico. En la mayoría de los países con un crecimiento rápido de la población, éste ha venido acompañado de numerosos problemas medio ambientales, de pobreza y de subdesarrollo.

En España la situación es la contraria. Veamos un primer ejemplo: el tan comentado problema de las pensiones. Éstas se financian, en su mayor parte, con las cotizaciones de los que trabajan, por lo que es obvio que es

<sup>7</sup> R. Sarma: La nueva moda es predecir para un futuro tan lejano que nadie se dará cuenta de los fallos

<sup>8</sup> Groucho Marx: Nunca olvido una cara, pero en su caso, con gusto haré una excepción

necesario que existan suficientes activos cotizantes. Basta observar la pirámide de población actual (2019) para ver que los sistemas de pensiones colapsarán en las próximas décadas. O antes.

Las únicas soluciones consistirán en una combinación de las siguientes medidas:

- el aumento de la edad de jubilación y flexibilidad en ésta
- establecer sistemas complementarios de tipo voluntario
- la disminución de las prestaciones, y
- el incremento de la natalidad/inmigración, y, en lo posible, de los cotizantes.

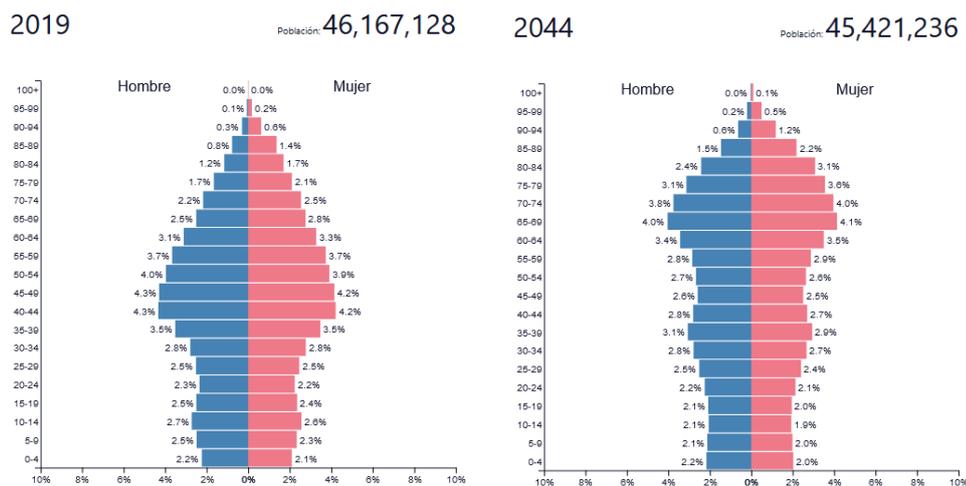


Figura 4. Pirámide de España 1919 y previsión 2044 ([www.populationpyramid.net](http://www.populationpyramid.net))

Es aconsejable contratar planes de pensiones privados u otros sistemas de ahorro, desde el comienzo de la vida laboral.

En Demografía sí se pueden realizar predicciones razonables a largo plazo, con la salvedad de los flujos migratorios.

## 9 Econometría, Estadística y Probabilidad.

La Econometría es la rama de la Economía en la que confluyen la Teoría Económica, macro y micro, la Estadística y la Matemática. Surge a partir de la Gran Depresión, por la necesidad de conocer mejor las interrelaciones entre las magnitudes económicas, con los trabajos de Richard Stone, la Econometric Society y la Comisión Cowles. Su nombre proviene del griego *oikonomos* 'regla para la administración doméstica' y *metría*, 'relativo a la medida'. Los dos primeros catedráticos de Econometría de España (los profesores A. Alcaide Inchausti y A. García Barbancho) casualmente eran del mismo pueblo (Hinojosa del Duque, en Córdoba).

La *Teoría de Probabilidad*<sup>9</sup> es la herramienta matemática utilizada para medir la incertidumbre asociada a sucesos, a estimaciones, a nuestras decisiones, es decir, para representar matemáticamente situaciones no deterministas. Su inicio está asociado a problemas actuariales y de comercio internacional en el Renacimiento italiano, y en el análisis de los juegos de azar. Hoy día es la base, entre otros, del cálculo financiero.

La *Estadística* es la rama de la Ciencia que permite extraer conclusiones útiles a partir de muestras, extrapolando resultados a colectivos; desarrolla herramientas para la toma de decisiones, y analiza interrelaciones entre variables elaborando modelos. Se verán algunos ejemplos.

<sup>9</sup> Paul Simon de Laplace: La teoría de Probabilidad es tan solo el sentido común cuantificado

Las *estadísticas* son colecciones de datos que informan sobre aspectos económicos, sociales, industriales, etc. Las compilan los institutos estadísticos, el mundo empresarial, y otros.

La **probabilidad** de ocurrencia de un suceso A,  $P(A)$ , mide el grado de creencia sobre la verosimilitud que ocurra dicho suceso. A veces se puede cuantificar de forma experimental o mediante razonamientos lógicos, y otras de forma subjetiva. Cuantifica nuestra incertidumbre sobre la ocurrencia de sucesos cuyas causas no son todas controlables.

Un **concepto intuitivo es el de independencia** (o relación) entre sucesos: dos sucesos son independientes si el conocer que ha ocurrido uno no influye en la probabilidad de ocurrencia del otro. Para dos sucesos independientes, la probabilidad que ocurran simultáneamente es igual al producto de sus probabilidades, lo que se representa mediante  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Por ejemplo, la probabilidad de obtener 'cara' al lanzar una moneda es  $1/2$ ; y la probabilidad de obtener dos 'caras' seguidas es  $(1/2) \times (1/2)$ .

Otro ejemplo: si en una contabilidad se estima que 1 de cada 100 apuntes contiene un error, si se seleccionan dos apuntes al azar, la probabilidad de ser ambos erróneos es  $(1/100) \times (1/100) = 10^{-4}$ . La probabilidad de detectar al azar 3 erróneos es  $10^{-6}$ ,...

La interacción entre estas disciplinas es la base de la moderna teoría de modelización, presente en casi todas las facetas de la sociedad moderna, y permite valorar situaciones que en nada son intuitivas.

## 10 Algunas aplicaciones de la teoría de Probabilidad

### Objetividad de un proceso de selección

En una población humana, la probabilidad que, eligiendo al azar 80 personas, 4 sean de un sexo y 76 del otro es  $0.14 \times 10^{-17}$ . Es 3650 veces más probable ganar dos plenos seguidos en la Primitiva. Por lo tanto, si ocurre este suceso, lo racional es concluir que la selección no ha sido aleatoria. Es claro que es cada vez menos verosímil que ocurran simultáneamente sucesos 'raros' independientes. **Esto es importante a la hora de creer y de dudar** y de valorar la información recibida por cualquier persona en posición de decidir<sup>10</sup>.

Se pueden aplicar estas ideas tan simples a juzgar la aleatoriedad en selección de jurados, tribunales, etc. o a medir la veracidad de algunas situaciones. Se exponen algunos ejemplos de probabilidades, que no son intuitivos, que ayudarán valorar de forma objetiva y científica algunos hechos de la vida diaria.

### ¿Es verosímil la coincidencia de cumpleaños en un grupo?

¿Cuántos personas están reunidas en una sala? ¿Qué probabilidad hay que al menos dos **celebren el cumpleaños el mismo día**? Basta que se reúnan  $n = 23$  para que esa probabilidad sea mayor al 50%. En la figura se muestra esta probabilidad en función de  $n$ , suponiendo la uniformidad de nacimientos a lo largo de cada año.

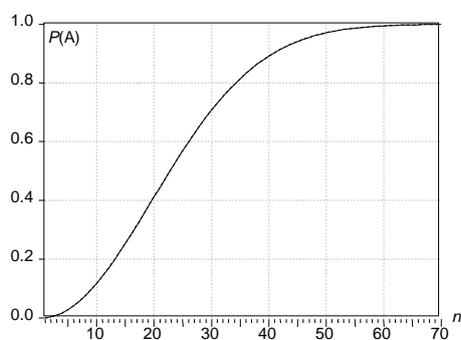


Figura 5. Probabilidad de coincidencia del cumpleaños de n personas.

<sup>10</sup> René Descartes: Cuando no es posible alcanzar la verdad, se debe seguir lo que es más probable

### ¿Se puede ganar en los juegos de azar?

En la televisión están invitando continuamente en esta línea: loterías, apuestas, etc. Es bochornoso como se puede intentar engañar continuamente a la gente. Una forma de valorarlo es a través del concepto denominado '*Esperanza matemática*'; si se juega repetidamente (jugadas similares e independientes), la ganancia media a largo plazo tenderá a un valor: la esperanza matemática de la función aleatoria 'ganancia'.

Dos personas que se juegan diariamente el café a cara o cruz, tienen esperanza nula.

En la ruleta, independientemente de la estrategia usada, por cada 100 euros apostados la esperanza es de -2.027027..., es decir se pierde algo menos del 3%.

Y no es válido pensar en una estrategia 'infalible' asociada a ir doblando la apuesta, por ejemplo apostando sucesivamente a un número 'rojo', cada vez que se pierde hasta que se gana la primera vez. El problema, denominado Paradoja de San Petersburgo fue estudiado inicialmente por D. Bernoulli (1738) (planteado por su primo Nicolás unos años antes). La solución rigurosa no llegó hasta 292 años después, por W. Feller (1945) basada en una ley débil de los grandes números desarrollada por el mismo unos años antes. Esta estrategia lleva, con probabilidad 1 a una pérdida ilimitada. Bernoulli introdujo un concepto, 'la esperanza moral', utilizado incluso por Laplace (1814), y, posteriormente olvidado hasta que fue recuperado por von Neumann y Morgenstern (1947).

En las loterías, quinielas, etc. se reparten en premios el 55% de la recaudación, por lo que la esperanza de pérdida es del 45% de lo apostado (y sobre esto, se paga a Hacienda).

Los casinos se enriquecen con menos del 3% y la Organización Nacional de Loterías, ..., mejor no comentarlo.

En la vida diaria muchas decisiones se basan en una evaluación de la utilidad (no necesariamente monetaria) esperada, concepto adoptado como base en la economía del comportamiento.

### Credibilidad de 'errores administrativos'

Todos conocen la forma de proceder de las administraciones públicas. Como en toda actividad humana pueden producirse errores. Se plantea un caso hipotético, por ejemplo, en una universidad, y cabe indicar que todo parecido con la realidad quizás es pura coincidencia.

Al pasar una calificación de un examen al expediente de un alumno se puede producir un error. Por ejemplo, un 'no presentado' en un acta, podría ser en realidad un notable. Y, para ser piadosos, supóngase que la probabilidad que esto ocurra una vez sea  $1/100$ .

La probabilidad de cometer dos errores,  $E_1$  y  $E_2$ , de este tipo en dos asignaturas de dos alumnos cualesquiera, sería  $(1/100) \times (1/100)$ ; es decir, se producirían 1 de cada 10.000 actuaciones administrativas. Se suponen independientes estos sucesos. El pin del teléfono o de una tarjeta de crédito suele tener cuatro dígitos, pero se permiten tres intentos (no uno) de introducirlo correctamente.

Pero si en la universidad hay 3000 alumnos, la probabilidad que se hayan producido estos dos errores **sobre un alumno concreto**, llamémosle Cristiano Conaldo, o por sus iniciales CC, sería  $1/30.000.000$ . Es decir, a CC le faltarían dos asignaturas para terminar la carrera, cuando él considera que tiene dos notables en éstas.

Se trata de **un suceso con una probabilidad tan baja** que, si se produce, pensaríamos que **las premisas para realizar estos cálculos** (errores aleatorios, selección al azar de un alumno concreto) **no son verosímiles**. Es más probable que le caiga a uno un rayo encima en pleno verano.

En 2019 accedieron a la universidad en España algo menos de 300.000 alumnos. Puede que alguno de ellos tenga la desdicha, o la fortuna, de ser un agraciado con estos dos errores. Habría que esperar, por término medio, más de 100 años para que esto ocurra.

Sigamos especulando. En muchos estudios hay que realizar un trabajo final de estudios (TFG, TFM) para los que se exige tener terminadas las asignaturas o controles previos. Cuando el alumno CC presenta el TF, la universidad realiza la comprobación previa que ha superado todas las asignaturas (aunque se ha supuesto que en dos de éstas, en su expediente figuran como no presentado NP), es decir, otra actuación administrativa. Puede volver a producirse el nuevo error E = 'no darse cuenta que están pendientes de aprobar las dos asignaturas'. Con este nuevo error el alumno CC citado podría presentar su TF a pesar de constar dos NP en su expediente.

Supóngase que se producen un error E de este tipo en cada 100 trabajos. La probabilidad que se cometa este nuevo error simultáneamente a los dos anteriores y con el mismo alumno CC es ahora  $(1/30 \text{ millones}) \times (1/100) = 1/3000 \text{ millones}$ .

**Es una cifra difícil de comprender.** En la Lotería Primitiva no llegan a 14 millones las posibles apuestas, y en un pleno en las quinielas no llegan a 5 millones.

Todos los cálculos se basan en unas premisas de errores al azar, selección de alumno al azar, independencia.

Un suceso de los que se llaman 'casi-imposibles' **no es verosímil** que ocurra, lo que nos lleva a **considerar que lo que no es verosímil es el punto de partida: que sean sucesos ocurridos por azar**, y por lo tanto, la manifestación de CC de tener superadas con notable las dos asignaturas, llave para poder presentar el trabajo fin de carrera, previa comprobación por la universidad de su expediente. **no son es creíble**. Con una probabilidad millones de veces mayor, se le atribuye la paternidad a un demandado.

Una aplicación práctica de conceptos probabilísticos es que es ante declaraciones ante tribunales, comisiones, etc., no está de más cuantificar probabilísticamente la credibilidad que merecen las alternativas. Explicaciones 'literarias' no son suficientes.

### La Ley de Benford

En numerosos conjuntos de datos reales, aquellos números cuyo primer dígito es 1 aparecen de forma más frecuente que los números que empiezan por otros dígitos<sup>11</sup>.

Los que empiezan por 1 son el 30%, por 2, el 17%, por 3 el 12%,...; la función de probabilidad es

$$P[d] = \log(1 + 1/d) \quad d = 1,2,3,\dots$$

En estas líneas las frecuencias de los números que empiezan por 1, 2, 3 y 4 son: 38, 20, 13, 9, es decir, se ajustan aproximadamente a la ley.

**¿Para que puede servir este hecho?** Un estudio de frecuencias de un documento, de una contabilidad, de unos datos de compras, de datos censales, de pagos de siniestros de seguros, etc. que se desvíen de la Ley de Benford pueden estar originados por irregularidades.

La hacienda de los EEUU de América la usa para detectar fraudes fiscales; la universidad de Puerto Rico para estudiar las manipulaciones en el referéndum revocatorio de Venezuela, los auditores para analizar estados contables, ...

## 11 Inferencia Estadística

La obtención de información sobre el mundo real requiere el estudio de poblaciones o colectivos a partir de muestras<sup>12</sup>. El objeto de la Estadística es obtener información a partir de información parcial, convenientemente obtenida, y medir la incertidumbre asociada a estas inferencias<sup>13</sup>.

---

<sup>11</sup> Mark Nigrini: La ley (de Benford) no es mágica, pero a veces lo parece

Las aplicaciones son en casi todos los campos de la vida real: control de calidad industrial o de servicios, estudios médicos, resultados de experimentos agrícolas, biológicos, químicos, ..., control de alimentos, marketing, peritajes fiscales o judiciales, estimación de demanda, oferta y precios, y otros muchos campos.

En 1954 se probó la vacuna de Salk contra la polio en 400000 niños demostrándose con un buen análisis estadístico su eficacia; hoy día la polio está casi erradicada.

¿Cómo puede conseguirse que una *muestra sea representativa* de toda una población? ¿Es posible evitar sesgos a la hora de seleccionar los casos de la muestra? ¿Es posible cuantificar los errores?

Estas cuestiones las abordan las técnicas estadísticas de diseños muestrales y de experimentos. Un lugar central en este proceso lo ocupa el *Principio de Aleatoriedad*, a la hora de seleccionar los casos.

No es ese principio el que aplican la mayoría de las universidades españolas al seleccionar todos los miembros de tribunales que deben juzgar una oposición, por poner un ejemplo cercano, con las consecuencias que a la vista están (pero como en el Lazarillo de Tormes y el ciego, nadie protesta pues en este caso todas las partes involucradas - salvo el contribuyente - comen las uvas de tres en tres).

No lo suelen aplicar (en la realidad) las conocidas empresas de estudios de mercado y sociológicos, a pesar de sus precios. Las fichas técnicas que aparecen en la prensa, analizadas rigurosamente muestran la superficialidad y falta de rigor técnico de más del 90% de los datos estadísticos presentados.

Sí lo utiliza el INE y los institutos estadísticos serios<sup>14</sup>. El resto suele usar muestreos 'oportunistas' (es decir, no representativos de nada), aunque rara vez los destinatarios de esta información se molestan en contrastar las previsiones de los estudios con la realidad posterior.

### La calidad de los datos y sus consecuencias<sup>15</sup>

Baste algunos ejemplos muy conocidos, aunque no utilizados para juzgar la calidad de la información que nos llega diariamente (y esto antes de las *fake news* o noticias falsas en las redes sociales, y cuyo peligro apenas se vislumbra - aunque para ello es preciso un esfuerzo de razonamiento crítico -):

- **Shere Hite**, en su libro *Mujeres y Amor* (1988), indica que envió mas de 100000 cuestionarios a organizaciones feministas; obtuvo un 4.5% de respuestas. No es necesario ser experto en Estadística para cuestionar la representatividad de la muestra y los resultados.

- En las **elecciones (en los E.E.U.U.) de 1936**, el *Literary Digest* hizo una encuesta a unos diez millones de personas (uno de cada cuatro votantes, en todos los condados del país) de los que respondieron 2.4 millones, que dio por perdedor a Roosevelt con un margen del 14%, que ganó las elecciones con un margen del 24% sobre Alf Landon. El sesgo hacia el partido republicano fue debido a que la parte de población que tenía teléfono o coche excluía a una fracción importante de los votantes. Sus predicciones en las cinco elecciones anteriores fueron correctas. A la vez, G. Gallup predijo el resultado correcto con una muestra de 50000 votantes.

- Una de las **primeras encuestas políticas** fue enviada por correo a 25000 trabajadores franceses en 1880; no se conoce que hubiera alguna respuesta; el cuestionario era largo y con preguntas complejas; su autor fue Carlos Marx.

## 12 Modelos causales

Un modelo es simplemente una representación matemática de la realidad, y puede ser o no representativo de ésta. Existen numerosos modelos para representar fenómenos económicos o para predecir: modelos econométricos, series temporales, modelos dinámicos, redes neuronales, métodos Delphi de expertos<sup>16</sup>,

---

<sup>12</sup> Miguel de Cervantes: Por una pequeña parte conoceréis el todo

<sup>13</sup> Benjamin Disraeli: Existen tres tipos de mentiras: mentiras, malditas mentiras y estadísticas

<sup>14</sup> Theodore Roosevelt: El único hombre que nunca se equivoca es el que nunca hace nada

<sup>15</sup> Si usas basura, obtienes basura

<sup>16</sup> John K. Galbraith: Existen dos tipos de expertos: los que no saben y los que no saben que no saben

predicciones opináticas, estudios muestrales, análisis técnico en bolsa, ...La predicción económica siempre es a corto plazo, pues como dijo Keynes, a largo plazo todos muertos, y no tiene sentido predecir.

La elaboración de modelos causales presupone que es posible predecir algunas magnitudes a partir de otras.

El ciclo de la construcción, que se adelanta en unos meses a la evolución del resto de la economía.

El método de estimación mínimo-cuadrático fue introducido por Gauss y Laplace en el cambio de siglo XVIII.

Galton (1889) lo usó para estimar la altura de los hijos en función de la de sus progenitores, y concluyó que padres altos tenían hijos altos, pero con tendencia a ser menos altos, y, padres bajos, hijos bajos, pero menos bajos que ellos. Así pues detectó una regresión de la altura hacia valores medios.

El término *regresión* se utiliza hoy día para los procesos de estimación de modelos causales, mientras que *correlación* se refiere a medidas de asociación entre variables, sin que la interdependencia implique relación causa-efecto.

Existen numerosas técnicas de modelización, con gran impacto en la Economía: modelos econométricos, redes neuronales, modelos temporales, algoritmos genéticos, etc.

### 13 Predicción<sup>17</sup>

Los **antiguos egipcios** observaron que la crecida del Nilo se producía poco después de aparecer la estrella Sirio en el horizonte. Alguien dijo que era un dios, causal de la crecida, y le sirvió a unos grupos sociales para mantenerse en el poder durante milenios. La coincidencia de fechas era sólo achacable al azar de la posición relativa de Sirio con respecto al Sol en la Vía Láctea. En la **Biblia**, se hacen numerosas referencias a acontecimientos futuros, interpretados de forma distinta por judíos, **sus autores**, y posteriormente por los cristianos, aunque no se sabe en muchos casos la fecha en que fueron formuladas estas profecías. Los **griegos** tenían los oráculos y las profetisas. Y así, la mayoría de las culturas humanas.

Sobre la credibilidad de unos y otros, basta mirar al gran Miguel Ángel Buonarrotti, que situó al mismo nivel en la capilla Sixtina a los grandes profetas bíblicos y a las Sibilas o profetisas paganas<sup>18</sup>.

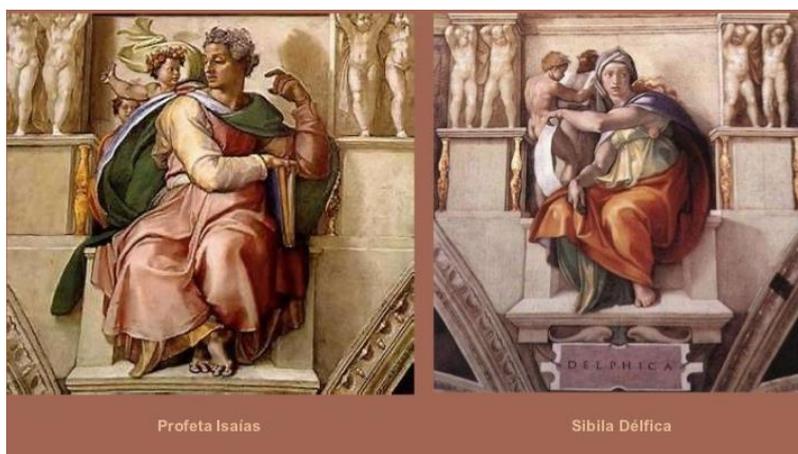


Figura 6. Lateral en la capilla Sixtina

El mismo San Vicente Ferrer, todavía considerado patrono de las facultades de Economía, no fue muy afortunado en sus predicciones: anticipó que el Juicio Final tendría lugar en 1436, lo que no consta que ocurrido.

<sup>17</sup> George Orwell: El que controla el pasado, controla el futuro. El que controla el presente, controla el pasado

<sup>18</sup> Abraham Lincoln: La mejor forma de prever tu futuro es crearlo tú mismo

## Aplicaciones en el mundo real<sup>19</sup>

Sin ir más lejos, los *presupuestos de organismos públicos* son unas previsiones de los ingresos y gastos que se esperan. **Los reales**, de cierre de presupuestos, rara vez consiguen la atención, no del gran público, sino de los propios órganos que aprobaron esos presupuestos. Se presentan varios ejemplos académicos o de colaboración con empresas del entorno, desarrollados por el autor de estas líneas o en trabajos en los que ha participado como director:

### a. Predicción del consumo de agua en Córdoba

El mercado del agua urbana es peculiar: el Estado, a través de la red de pantanos, ríos y acuíferos, suministra a las compañías distribuidoras el agua a muy bajo precio. Estas la depuran (y en cada vez más casos depuran las aguas residuales) y la venden a los usuarios finales. Es un monopolio a nivel local, a veces gestionado por políticos (por ejemplo, Córdoba, Madrid, Sevilla,...) y en otros por empresas como Aguas de Barcelona. Los precios estaban sujetos a una regulación basada en las previsiones de ventas y de gastos, que servían para calcular las tarifas (que no son iguales en ciudades de la misma cuenca. Aquí se muestra un ejemplo del consumo mensual (en m<sup>3</sup>) y las predicciones.

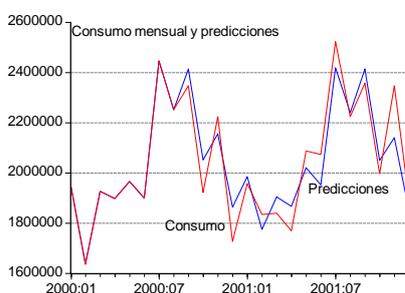


Figura 7. Predicción con un modelo ARIMA.

El consumo de agua es estable y poco elástico a factores de precios, y sin embargo, algunos meses los errores de predicción no son despreciables. Y, obviamente, una empresa valora de forma distinta los errores en uno u otro sentido.

### b. Predicción del precio de la vivienda

La vivienda es un bien compuesto por múltiples características inseparables. El mercado primario de vivienda nueva tiene un número de oferentes reducido; sin embargo el mercado secundario es muy extenso y se asemeja más a un mercado eficiente. Pero, ¿cómo determinar el precio de un bien complejo? Utilizando información estadística es posible construir modelos para estimar el precio de un piso, un apartamento, una casa, un local comercial o un alquiler.

Existen numerosos modelos en la literatura científica, y en Córdoba se han elaborado varias tesis doctorales sobre el tema y numerosas publicaciones; algunas con la colaboración del portal Idealista. Unos de los modelos (no lineales) más útiles está basado las denominadas Redes Neuronales (el nombre proviene de ser modelos que se basan en el proceso de transmisión de la información en el cerebro humano). La relación causal entre las variables de entrada y las se salida se transmite a través de unas variables no observables (representadas mediante círculos) y mediante unas funciones de transmisión de la información, y cuya expresión simbólica se muestra en el ejemplo de la figura.

---

<sup>19</sup> Conde de Romanones: No conozco soluciones fáciles para problemas complejos

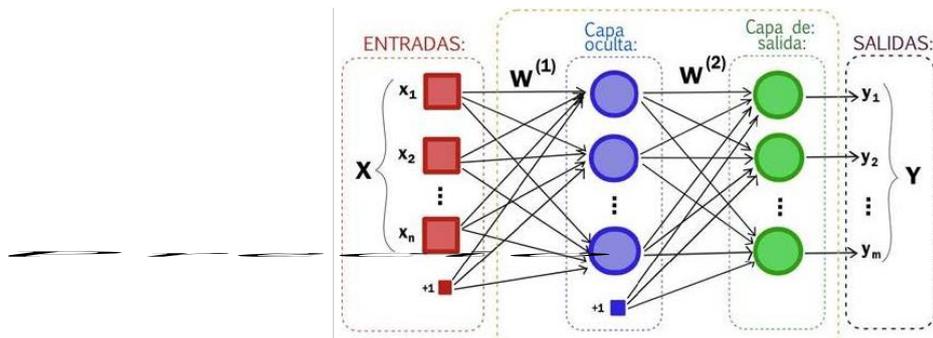


Figura 8. Esquema de una red neuronal con dos capas ocultas.

A continuación se muestran las desviaciones entre los precios estimados con un modelo basado en una red y los reales del mercado en la ciudad de Córdoba, con lo que se obtienen estimaciones posiblemente más precisas que las derivadas de muchos peritajes judiciales o de tasaciones, cuyo coste no es despreciable.

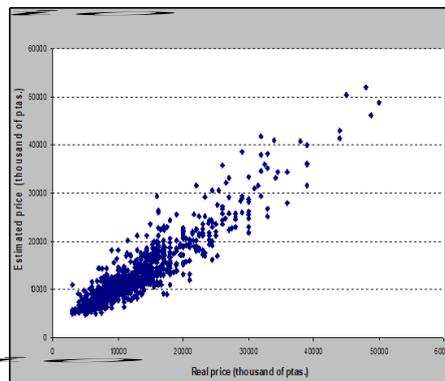


Figura 9. Estimación de precios de la vivienda

¿Para que puede servir un modelo de estimación del precio de mercado de un bien inmobiliario? Para compradores y vendedores de viviendas, para promotores, para tasaciones, para confirmar o cuestionar valores catastrales o IBI's que no se consideran correctos, o para reclamar estimaciones administrativas de plusvalías, para valorar precios de alquileres de viviendas, locales o apartamentos turísticos, ...

c. Segmentación de mercados y previsión del resultado de una intervención quirúrgica

Hace unos años se planteó en Córdoba el análisis del resultado de un tipo de operación de alto riesgo: el 50% de los pacientes soportaban la intervención y el resto no. Se trataba de predecir antes de la operación el resultado de la misma. En este caso se aplicó unas técnicas de segmentación de Estadística Multivariante, a partir de una muestra de historias clínicas pasadas, elaborándose un modelo que anticipaba el resultado correcto en más del 90% de los casos.

En los estudios epidemiológicos y de investigación médica, no hay revista científica que no exija un análisis estadístico riguroso antes de aceptar un trabajo para su publicación.

d. Predicción electoral

Generalmente la predicción de resultados electorales se basa en la toma de una muestra representativa de los censados, y, un posterior tratamiento de los datos recogidos. Un tipo muy simple de encuesta es la realizada a la salida del votante del colegio electoral, aunque se verá algún ejemplo de predicción basado en modelos basados en posibles variables causales. En algún caso, esta 'causalidad' puede ponerse en tela de juicio.

### a. Encuestas a pié de urna

En las elecciones presidenciales del año 2000 en Estados Unidos, durante las votaciones, las encuestas a pié de urna dieron, a lo largo del día de la votación, ventaja a Bush, llegando tener 371 votos electorales frente a los 240 de Gore, a las 2.18 h. Las cadenas anticiparon los resultados, y se estima que esto hizo perder varios miles de votos a Bush en los estados del oeste. Varios estados, como Iowa, New Hampshire o Wisconsin se decidieron por pocos miles de votos. En Florida la ventaja de G.W. Bush, durante el recuento fue disminuyendo hasta unos cientos de votos, y en resultados igualados la legislación local requiere un segundo recuento, como así se hizo.

Obviamente uno puede preguntarse sobre la objetividad de las encuestas postelectorales, y si no se trata de un diseño oportunista que desvía totalmente los resultados.

### b. Ratios de variables causales

El semanario *The Economist* (4-10 noviembre, 2000) recoge unos datos generales relacionados aparentemente con las elecciones presidenciales celebradas en los Estados Unidos de América desde 1952, que pretenden ser indicadores predictivos de los resultados finales. El tipo de cuello en las chaquetas, la calidad de la cosecha del vino de Burdeos, los resultados de la World Series de béisbol y la situación de la bolsa de Nueva York.

*Tabla 1. Variables empleadas para predecir el resultado electoral.*

Año	Cuello	Burdeos	Béisbol	Bolsa	Ganador
1952	Sin cambio		American	Baja	Republicano
1956	Sin cambio	Regular	American	Alza	Republicano
1960	Alza	Regular	National	Baja	Demócrata
1964	Alza	Bueno	National	Alza	Demócrata
1968	Alza	Regular	American	Alza	Republicano
1972	Baja	Regular	American	Alza	Republicano
1976	Alza	Bueno	National	Alza	Demócrata
1980	Alza	Regular	National	Alza	Republicano
1984	Baja	Regular	American	Baja	Republicano
1988	Baja	Bueno	National	Alza	Republicano
1992	Baja	Regular	American	Alza	Demócrata
1996	Alza	Bueno	American	Alza	Demócrata
2000	Baja	Bueno	American	Baja	

Los republicanos ganaron en función de si en cada medida se producen o no cambios:

*Tabla 2. Ratios empleados para la predicción.*

Ratio	Baja/sin c.	Regular	American	Alza y anterior del mismo partido
	9/12	8/11	8/12	8/12
Rdo.	Republicano	Demócrata	Republicano	Demócrata

Parece pues que estos indicadores sugieren un empate. En realidad el ganador, Bush, obtuvo más votos electorales con menos electores que su contrincante.

Obviamente, la causalidad predictiva, del resultado electoral, asociada a las variables exógenas es más que discutible, aunque todos los días se pueden observar en declaraciones de responsables políticos predicciones espurias, sin el mínimo fundamento, y que muy pocos cuestionan. Al menos éstas, en las elecciones consideradas, muestran poder predictivo.

### c. Un modelo econométrico

No obstante se puede intentar mejorar la capacidad predictiva usando técnicas econométricas mediante la estimación de un modelo logístico en el que la variable endógena es el resultado electoral, y sus coeficientes aparecen en la tabla siguiente. Así, el autor de estas líneas propone el siguiente modelo, que obtiene resultados de predicción más acordes con la realidad que los expuestos en *The Economist*:

Tabla 3. Coeficientes del modelo logístico de predicción electoral.

	Coeficiente	Error st.
Constante	1.50854	1.79971
CUELLO	-1.16834	1.26442
BURDEOS	-1.78099	1.70708
BEISBOL	-0.15566	1.62656
BOLSA*ANTERIOR	-0.74083	2.28621

El modelo correspondiente es

$$\hat{y} = \frac{1}{1 + e^{-(1.51 - 1.17 \text{Cuello} - 1.78 \text{Burdeos} - 0.156 \text{Beisbol} - 0.741 \text{Bolsa} \text{ Anterior})}}$$

siendo  $\hat{y}$  la probabilidad de ganar el candidato del partido Republicano (frente al del Demócrata).

Las predicciones que se obtienen aparecen en el gráfico: la línea roja muestra la probabilidad de ganar el candidato republicano (y su complemento a la unidad, el candidato demócrata)

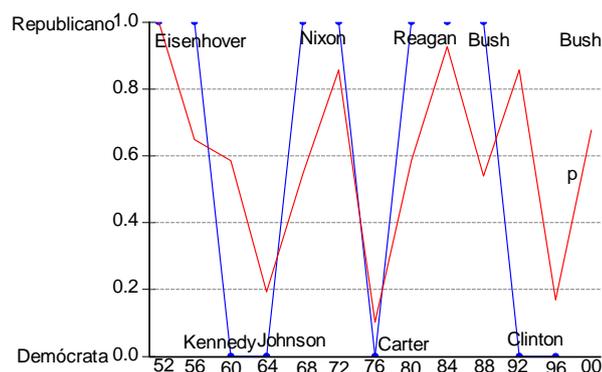


Figura 10. Predicción del resultado electoral con el modelo logit.

La elección de Kennedy y la primera de Clinton no fueron previstas por el modelo, sin embargo la del G.W. Bush, aunque no de forma concluyente, sí era previsible, mejorando las conclusiones publicadas en *The Economist*.

Así pues, parece deducirse que el modelo propuesto tiene una capacidad predictiva más que apreciable, y que podía haber predicho la victoria de Bush mejor que los índices publicados en *The Economist*. Podría probarse con la última elección. Obviamente, la selección de algunas variables *explicativas* en este modelo sería difícil de justificar en términos racionales<sup>20</sup>.

## 14 El lenguaje económico y la realidad

En Economía, se produce, en menor medida que en la Política, el fenómeno de la perversión de la lengua, que así se degrada perdiendo precisión. Es más fácil confundir o incluso engañar con una palabrería confusa<sup>21</sup> que a menudo se encuentran en estudios de mercado o proyectos empresariales. Grandes economistas, como Hayek (1968), han llegado a formular las correspondientes advertencias.

<sup>20</sup> Marty Allen: Un estudio económico es el que revela que el mejor momento para comprar es el año pasado

<sup>21</sup> George Orwell: Si la mente corrompe el lenguaje, también el lenguaje puede corromper a la mente

Al bautizar un fenómeno con una nueva denominación, se le asocia una mayor relevancia. No obstante nos encontramos con terminología inventada para aparentar más importancia que la real en cuestiones sencillas. Alguna terminología es chocante: 'universo' en lugar de 'población', 'escala de Lickert' en vez de 'variable ordinal' elemental (tratada frecuente y erróneamente como si fuera una variable numérica), 'modelo hedónico' para denominar un mero modelo de regresión en la estimación de precios, y muchas más; la introducción innecesaria de palabras inglesas en los estudios de mercado o en proyectos realmente permiten calibrar fácilmente la (falta de) profundidad de los mismos.

El español es un activo con un valor económico en el mundo de hoy. Si se degenera, lo acabaríamos perdiendo, como el latín. Afortunadamente la RAE (2016) junto con las demás academias de la lengua, intentan mantener unificado el castellano. Los futuros profesionales de la economía deben ser conscientes que es imprescindible saber expresarse concisa y precisamente, y transmitiendo las ideas, propuestas, informes, etc. con total corrección<sup>22</sup>.

## 15 Conclusiones

La Economía ha experimentado un proceso de cuantificación en las últimas décadas. Los métodos matemáticos se han extendido a casi todas las actividades económicas, y, la modelización estadística y econométrica está experimentando un desarrollo acelerado.

En el mundo de las finanzas, desde la clásica Matemática Financiera, ha evolucionado de forma radical, con la incorporación de métodos estocásticos, lo que ha supuesto una revolución en la valoración de productos financieros derivados utilizados de forma generalizada en los intercambios comerciales y como productos de inversión y aseguramiento.

La planificación de sistemas de pensiones y de protección social tienen su fundamento en los modelos actuariales y demográficos. En este caso es posible realizar predicciones a largo plazo, y como botón de muestra la ruina financiera del sistema de seguridad social en nuestro país. La situación en España para las próximas décadas es preocupante; dentro de 25 años los dos intervalos de la pirámide de población con mayor número de personas serán los comprendidos entre 65 y 75 años, por lo que la sostenibilidad del sistema entrará en una fase crítica, a menos que se eleve sustancialmente la edad de jubilación en algunos sectores o se modifique el cálculo de la base reguladora.

El sector asegurador basa el cálculo de las primas en modelos de Matemática Actuarial, que utilizan conceptos como el de esperanza matemática para obtener las primas puras de las pólizas, y métodos probabilísticos para cuantificar el riesgo.

Los sistemas basados en la denominación 'big data', tan cuestionados en el uso de redes sociales y algoritmos de búsqueda, requieren de modelos estadísticos y econométricos.

En todo este proceso, la formación matemática y estadística del economista es una necesidad creciente, que se está descuidando en las Facultades de Ciencias Económicas.

Es más, la formación matemática tiene un valor intrínseco, para todo tipo de profesiones, y para la estructuración de la mente.

## Referencias

Adelson, E.H. (1995). *Checkers shadow illusion*. MIT <https://www.youtube.com/watch?v=XcWikVifa98>

Bernoulli, D. (1738). Actas de la Academia de Ciencias de San Petersburgo.

Carlyle, T. (1849). *Occasional discourse on the Negro Question*. Fraser's Magazine for Town and Country (London, Vol. XL)

---

<sup>22</sup> León Tolstói: El lenguaje complejo no es signo de inteligencia: a más sabiduría, más simplicidad en la expresión de las ideas

- Diderot, D.; J. d'Alembert (1751-72). *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*. Ed. André le Bréton.
- Feller, W. (1945). *Note on the law of large numbers and "fair" games*. *Annals of Mathematical Statistics* 16, 301–304. Institute of Mathematical Statistics, Baltimore.
- Galton, F (1889). *Natural Inheritance*. London: Macmillan.
- Hayek, F.A. (1968). *The Confusion of Language in Political Thought*. Occasional Paper 20. Institute of Economics Affairs.
- Hite, S. (1988). *Women and Love: A Cultural Revolution in Process*. St. Martin's Press.
- Jevons, W. (1871). *Theory of Political Economy*. MacMillan and Co.
- Laplace, P.S. (1812) *Théorie analytique des probabilités*. Courcier, Imprimeur.
- Ley Hawley-Smooth (1930). Congreso de los EEUU.
- Literary Digest (1936). October 31.
- Malthus, T. (1798). *An Essay on the Principle of Population*. J. Johnson. St. Paul's Church-Yard. London.
- Marx, K. (1867). *Das Kapital, Kritik der politischen Ökonomie*. Verlag von Otto Meissner. Hamburg.
- Meadows, D.H., Meadows, D.I., Randers, J.; W.W. Behrens (1972) *Limits to Growth: A Report for the Club of Rome's Project on the Predicament of Mankind*, New American Library.
- Mill, J.S. (1848) *Principles of Political Economy with some of their applications to Social Philosophy*. London: John Parker.
- RAE (2018). *Nueva gramática de la lengua española*. Asociación de Academias de la Lengua Española.
- Smith, A. (1776). *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*. Dublin for Messrs. Whitestone, Chamberlaine, W. Watson, Potts, S. Watson.
- Von Neumann, J.; O. Morgenstern (1947). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press.