PODE SER MENTIRA

LABRAÑA BARRERO, Antón
Facultade de Ciências da Educaçao
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

As matemáticas oferecem-nos a oportunidade de encontrar novas relações entre os objectos, a través de relações entre os símbolos que os representam.

Jesus Balteiro (A escola imaginária)

RESUMO

Algumas das concepções erradas que surdiram na procura dos «indivisíveis», como as partes mais elementares que podem constituir os objectos, ainda subsistem ocultas trás das técnicas de cálculo integral que exercitamos mecanicamente. Ao desvincular os conceitos da problemática na que surdem, estamos restando oportunidades de que sejam incorporados em estruturas conceptuais mais amplas e fecundas.

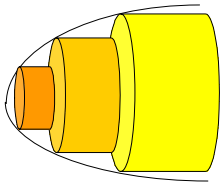
ABSTRACT

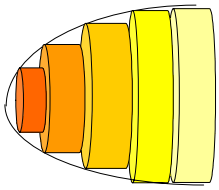
Some of the mistaken conceptions that had arisen in the search of the «indivisibles», as the most elementary parts that can constitute objects, still subsist hidden behind the techniques of integral calculus that we exercise mechanically. In dissociating the concepts from the situations where they arise we are minimizing the chances of their being incorporated into more ample and fruitful conceptual structures.

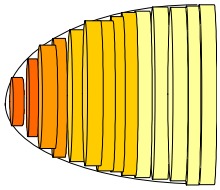
Palavras chave: integral calculus, mathematical education.

ALGUMAS ILUSÕES

Poderíamos aproximar a superfície dum corpo de revolução por meio de fitas cilíndricas: a aproximação melhoraria ao serem estas mais estreitas, e seria «perfeita» quando se convertessem em circunferências. Isto presenta a possibilidade de obter unha superfície de revolução mediante a integral da função $2\eth \cdot f(x)$.

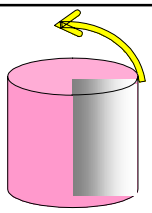






$$A = 2\pi \int_a^b f(x)\,dx$$

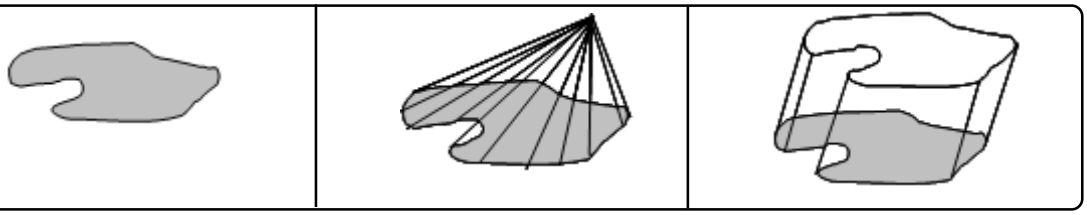
Para calcular o volume dum cilindro poderíamos empregar como «elementos infinitesimais» as secções rectangulares obtidas ao cortá-lo longitudinalmente segundo a altura:



$$2\pi \int_0^h r\,dx$$

PERCORRENDO A HISTÓRIA

Os antigos egípcios já conheciam que o volume duma pirâmide era 1/3 da área da base pela altura, mas não sabemos como é que eles chegaram a este resultado. Em geral, o volume das figuras «em pico» vem ser 1/3 do volume das correspondentes figuras «completadas» que as contêm.



Arquimedes atribui a Demócrito o cálculo do volume da pirâmide, ainda que diz que não conseguiu demonstrá-lo rigorosamente. Se calhar pode estar aludindo á utilização do atomismo geométrico, que se aceitava como recurso prático mas não formal, pois a prova desses resultados requeria um razoamento puro, que Arquimedes baseava no princípio de exaustão introduzido pelo Eudoxo no S.IV aC.

- Trata-se de provar que certa magnitude X tem como medida K.
- Construem-se duas sucessões: uma crescente I_n, e outra decrescente C_n,tais que $I_n \leq X \leq C_n$
- Se para todo $e > 0$ existe um N tal que e para todo $n > N$ é , então, por *reductio ad absurdum*, $X = K$.

mas a execução do mesmo requer conhecer previamente o dito valor K, o que implicava a utilização doutros recursos que não respondiam a razoamentos formais, ração pela que foi criticado pelos discípulos do Platão a pesar de que acrescenta demonstrações formais *a posteriori*.

Recordaremos o postulado matemático de Cavalieri -S. XVII, e recrearemos a polémica que ele manteve com o Torriceli, a qual ilustra o conflito entre paradigmas.

E apresentaremos uma demonstração actual, trás da qual há 2500 anos de criação matemática: o que vá desde o teorema de Thales, S.VI aC, que nos permite justificar a proporcionalidade entre triângulos semelhantes, ata a consolidação do cálculo integral para funções continuas com o Cauchy, S. XIX, o que nos garante a correcção do método que permite obter os volumes como suma dos seus elementos diferenciais; o que vá desde a *primeira* teoria científica da historia (a água é o elemento primigénio que, por condensação, evaporação ou alteração, gera todas as coisas: a água como o primeiro INDIVISÍVEL–Thales de Mileto-), até o Dalton, S. XIX, que culmina as concepções atomistas ao dotá-las duma estrutura matemática.