

APRENDER A ENSEÑAR MATEMÁTICAS: EFECTOS DE UNA INNOVACIÓN EDUCATIVA

Salvador Llinares Ciscar
M^a Victoria Sánchez García
M^a Mercedes García Blanco
Isabel M^a Escudero Pérez

Departamento de Didáctica de las Matemáticas
Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad de Sevilla

RESUMEN

El propósito de esta innovación fue diseñar y experimentar diferentes entornos de aprendizaje contruidos para reflejar los principios conceptuales de la cognición situada en una asignatura del programa de formación de profesores de Primaria de la Universidad de Sevilla. Los efectos de esta innovación fueron analizados a través de las modificaciones en el contenido y organización del sistema de creencias de los estudiantes para profesores reflejados en las respuesta a un cuestionario pasado antes y después de la innovación. El cuestionario había sido evaluado previamente y constaba de cuatro dimensiones: la naturaleza de las matemáticas escolares, características de la enseñanza de las matemáticas, la naturaleza del aprendizaje matemático y el papel del profesor. Las respuestas fueron analizadas utilizando análisis multivariante de datos y comparados posteriormente. El análisis comparativo realizado mostró diferentes modificaciones en el contenido y organización de los sistemas de creencias de los participantes a través de las diferentes dimensiones estudiadas.

ABSTRACT

The purpose of this innovation was to design and implement several learning environments considering conceptual tenets from situated cognition. The context was a method course in the Primary Teacher Education Program in the University of Sevilla. The effects of the innovation were analyzed through of the changes in the content and organization of preservice teachers' beliefs systems. A multidimensional questionnaire was used at the beginning and at the final of course. The dimension of questionnaire were: the nature of school mathematics, mathematics teaching, mathematics learning and the role of teacher. Descriptive and multivariate analysis were made. The comparative analysis indicated different changes in the content and organization of preservice teachers' beliefs systems in each of the dimensions.

APRENDER A ENSEÑAR MATEMÁTICAS: CONCEPCIÓN SOBRE EL APRENDIZAJE DEL PROFESOR E IMPLICACIONES CURRICULARES EN LOS PROGRAMAS DE FORMACIÓN

Aprender a enseñar matemáticas se considera un proceso de aprendizaje complejo en el que intervienen diferentes factores como son (i) las relaciones entre la naturaleza del conocimiento necesario para enseñar matemáticas en la Educación Primaria, las creencias que los estudiantes para profesor (Eps) llevan al programa de formación y las características de la cultura matemática escolar que impera en las aulas; y (ii) los diferentes lugares en donde se produce el aprender a enseñar: la Universidad y la escuela. Por otra parte, diferentes perspectivas teóricas han sido utilizadas para modelizar el proceso de aprender a enseñar matemáticas. Estas perspectivas han aportado sugerencias para la toma de decisiones relativas al contenido y estructura de los programas de formación. Una de estas perspectivas, desde la que se intenta organizar la toma de decisiones docentes de los formadores de profesores, es considerar el proceso de aprender a enseñar matemáticas como un aprendizaje contextualizado. Como hemos desarrollado en otra parte (Llinares, 1994; pp. 324-325), recientemente se ha empezado a señalar que la actividad en la que el conocimiento se desarrolla forma parte integral de lo que es aprendido (Brown, Collins & Duguid, 1989). Desde esta perspectiva, el conocimiento es un producto de la actividad, el contexto y la cultura en la que se desarrolla y emplea además de ser generado socialmente; es decir a través de la interacción social de las personas. Esto implica que hay que considerar tres cosas cuando se analiza el proceso de aprender a enseñar matemáticas - con el objeto de tomar decisiones en relación al contenido y estructura de asignaturas y más generalmente de programas de formación - :

- i) El aprendizaje ocurre a través de procesos activos en un contexto y con una actividad y no asimilando de forma pasiva principios teóricos generales;
- ii) los estudiantes para profesor dotan de significado a la actividad que están desarrollando en un contexto particular tomando como referencias su conocimiento y creencia previos. Considerando estas dos referencias iniciales, la misma actividad contextualizada no tiene por qué significar lo mismo para todos los estudiantes para profesor (Ep), y por tanto estos no tienen porque aprender lo mismo a partir de la misma situación. Tanto el conocimiento-creencias previos de los Eps como la actividad en la que se comprometen durante sus procesos de aprender a enseñar caracterizan el aprendizaje producido - en otras palabras, la forma de participación en la oportunidad generadas para ello determinará aspectos de lo aprendido -, finalmente
- iii) los Eps pueden modificar, ampliar, pulir los conceptos introducidos como consecuencia de utilizarlos en el desarrollo de las actividades contextualizadas - pudiéndose generar un conocimiento práctico personal de carácter profesional al integrar como instrumentos conceptuales en la resolución de las tareas profesionales nociones teóricas.-

El reto que plantea esta perspectiva teórica está en diseñar e implementar entornos de aprendizaje adecuados para generar el aprendizaje deseado (García, 2000). Dos de los elementos constitutivos de estos entornos de aprendizaje son (i) la tarea-actividad propuestas

(material didáctico); y (ii) la articulación de una determinada manera de participar en la actividad generada (estrategias de enseñanza).

El diseño, puesta en práctica y la evaluación de entornos de aprendizaje que intentan reflejar los principios teóricos anteriores ha sido una constante en el trabajo de nuestro grupo de formadores de profesores (García et al. 1994; Llinares, 1994a; 1994b; 1999a, 1999b; Llinares & Sánchez, 1998). La introducción de nuevos planes de estudio en el Título de Maestro, con su nueva estructura en créditos y asignaturas optativas que permite que los Eps definan su propio currículum profesional, lo consideramos un contexto apropiado para desarrollar nuevos contenidos, estrategias de enseñanza y nuevos materiales didácticos dirigidos a maximizar la generación del conocimiento práctico personal de los estudiantes para profesor mediante la introducción de elementos conceptuales (información teórica), procedimentales y metacognitivos en el proceso de resolución de tareas profesionales. Un objetivo derivado de este planteamiento es intentar cambiar las imágenes (Johnston, 1992) (consideradas como integrantes de un sistema de creencias) que sobre las matemáticas escolares, la enseñanza-aprendizaje y el papel del profesor llevan al programa de formación los Eps. En este trabajo analizamos una de las innovaciones realizadas centrada en la enseñanza de la resolución de problemas (asignatura optativa de 3º curso de la Especialidad de Primaria en el Título de Maestro de la Universidad de Sevilla y que fue seguida por 21 alumnos en el curso 99-00). Esta innovación se articulaba a través de una propuesta metodológica de 30 sesiones de hora y media de duración y fundamentada en la naturaleza situada de la cognición y las características del aprendizaje que de ella se derivan (García, 2000). El análisis realizado se centró en la identificación de las modificaciones en el contenido y organización del sistema de creencias de los estudiantes para profesores según venían

reflejadas en las respuestas a un cuestionario de 28 ítems del tipo Likert (de 1 a 7) pasado antes y después de la innovación. Este cuestionario había sido evaluado previamente (Llinares et al. 1995) y constaba de cuatro dimensiones: la naturaleza de las matemáticas escolares, características de la enseñanza de las matemáticas, la naturaleza del aprendizaje matemático y el papel del profesor. Las respuestas fueron analizadas utilizando estadísticos descriptivos y un análisis cluster jerárquico y comparadas posteriormente.

RESULTADOS

VARIACIONES EN LAS IMÁGENES

Para realizar este análisis llamamos intervalo de aceptación al intervalo (4,7], e intervalo de rechazo [1,4), y consideraremos que una creencia está en alguno de esos intervalos si su "intervalo de existencia" correspondiente y definido por $(M-DE, M+DE)$ (media \pm desviación estándar) está incluido en alguno de estos. El cuadro siguiente muestra el efecto de la innovación en relación a las dimensiones consideradas y las creencias que la definen considerando los intervalos de aceptación y rechazo.

INICIAL rechazo/aceptación [1,4) - (4,7]		FINAL rechazo/aceptación [1,4) - (4,7]	
		A12 A21	
B12 B22	B11 B32 B42	B12 B22 B41	B11 B32 B42
C12 C22	C21	C12 C22 C31	C21
D22	D11 D21 D42	D12 D31 D41	

Cuestionario inicial. Existen cinco items que el intervalo definido por la media y las desviaciones estandar esta situada en el tramo de no aceptación [1,4). Estos items son, B 12, C12, C22, D22, B22. Existen siete items que el intervalo definido por la media y las desviaciones estandar está situado en el tramo de la aceptación (4,7]: D11, C21, B32, D42, B42, B 11, D21. Como se observa, en ninguno de los grupos extremos de aceptación o rechazo existen ítems relativos a la naturaleza de las matemáticas (dominio A). Eso puede significar que los Eps no tenían una posición definida sobre ese tema. Desde el contenido de los items podemos observar que existe inicialmente una posición bastante definida por parte de los EPs en relación a ciertas características relativas a

- *la enseñanza:* los Eps son partidarios de centrar la clase en la discusión y actividad con los alumnos (B11) en vez de considerar el centro de la clase al profesor y el libro o el texto (B12).

Junto a esta contraposición existen otras características de la enseñanza explicitadas por el posicionamiento de los Eps en el cuestionario. En relación a los **objetivos de la enseñanza** de las matemáticas (la enseñanza no debería centrarse en conseguir un alto número de respuestas correctas en los ejercicios- B32-, ni en la memorización de los pasos de las reglas y procedimientos -B22-) y en la **gestión de la enseñanza** (el ritmo de la clase no debería estar completamente determinado de antemano -B42-).

- *el aprendizaje:* para aprender matemáticas es necesaria la comprensión de porque funcionan los procedimientos (C21-C21). En relación a **cómo se aprende**, consideran que el aprendizaje de las matemáticas no está exclusivamente vinculado a las explicaciones del profesor (C12).
- *el papel del profesor:* en relación a lo que tiene que hacer el profesor en relación a **contenido de su tarea** (el qué) estos Eps sostienen la creencia de que el profesor debe explicar el porque funcionan los procedimientos - D21, D22-. En relación al papel del profesor en la gestión de la enseñanza - la forma - se explicitan dos características:

profesor debe coordinar el intercambio de ideas como medio para determinar la corrección de las cosas -D11 - y el mantenimiento de la disciplina no deber se la principal tarea del profesor - D42-.

Cuestionario final. Items situados en el tramo de no aceptación [1,4]; frente a los items que están en el tramo de aceptación (4,7). En el tramo de no aceptación hay 11 items, y en tramo de aceptación hay 4 items. Esto puede indicar que después de la intervención estos Eps eran capaces de situarse en determinadas posiciones de no aceptación claramente, mientras que no tenían un posicionamiento tan claro en el sentido de identificar una serie de características a través de las cuatro dimensiones con las que se pueden identificar en su posicionamiento de aceptación. Los items que están situados en el tramo de no aceptación, es decir que las respuestas están en [M-DE, M+DE]D [1-4] son los siguientes: C31, B12, D12, A21, A12, D31, C12, D41, C22, B41, B22. En el tramo de aceptación (4,7) están los siguientes 4 items: C21, B32, B42, B11.

El hecho de que solo los dominios A (naturaleza de las matemáticas escolares) y D (el papel del profesor) tengan items en los que existe claramente un posicionamiento de rechazo puede ser interpretado que estos Eps si tienen claro algunas características de lo que no deben ser las matemáticas escolares: (A12) Existe siempre una regla para resolver los problemas matemáticos escolares y A21 El núcleo fundamental de las matemáticas escolares debería ser las demostraciones formales, y algunas *características del papel del profesor* que rechazan: (D41) El profesor de matemáticas debe conducirla clase firmemente manteniendo el orden para que pueda dar bien la clase: D31 El profesor de matemáticas debe plantear muchos ejercicios del mismo tipo a sus alumnos hasta lograr una memorización de los pasos, D12 Son los profesores y los libros de texto, no los alumnos los que tienen la autoridad para determinar si una cosa es correcta o incorrecta. Pero sin embargo no tienen una imagen clara sobre lo que podría ser características que ellos aceptarían en relación a las matemáticas escolares y al profesor.

En relación a los otros dos dominios (B: enseñanza de las matemáticas; C: Aprendizaje) existe un posicionamiento explícito en relación a características que rechazan y características que aceptan.

- *la enseñanza*, los Eps rechazan el que la clase de matemáticas deba centrarse en el libro y el profesor (B12) y que la enseñanza de las matemáticas deba centrarse en la memorización de los pasos de las reglas y los procedimientos; aceptando sin embargo que (B11) la clase de matemáticas debe centrarse en la discusión y en la propia actividad de la clase.
- *El aprendizaje*, los Eps rechazan la idea de que los alumnos aprenden matemáticas exclusivamente a través de las explicaciones del profesor, y que (C22) para aprender las reglas y procedimientos utilizados en matemáticas no es necesario comprender el porqué funcionan, ya que aceptan la idea de que la comprensión de los procedimientos utilizados para resolver problemas es necesaria para aprender matemáticas y que (C31) la mejor forma para ir bien en matemáticas es memorizar todas las fórmulas y reglas.

Variación cuestionario inicial-final. Una primera lectura de los datos nos indica que después de la innovación los Eps identifican una mayor número de creencias en relación a lo que no es deseable que se pone de manifiesto al aumentar el nº de creencias que rechazan. Si embargo, existe una disminución de las características de lo deseable identificadas; es decir las creencias que definen características que ellos aceptan en relación a la naturaleza de la matemáticas, la enseñanza-aprendizaje y el papel del profesor. Nosotros podemos inferir de este hecho el que después de la innovación estos Eps tienen un retrato más o menos claro de lo que no es deseable, pero tienen más dificultades en identificar aspectos más innovadores de los que ellos se podrían identificar. Sin embargo este hecho no es uniforme en las diferentes dimensiones.

En relación a las creencias que se rechazan, parece existir un posicionamiento más claro desde el punto de vista de que se amplía el nº de creencias en las que se mantiene dicho rechazo (pasa de 5 a 11) con la característica de que de las cinco creencias iniciales que habían un claro rechazo, se mantiene 4 de ellas después de la innovación pero disminuyendo la desviación en las respuestas, lo que muestra una mayor focalización y por tanto una mejor especificación del posicionamiento. También hay que señalar que la creencia que no aparece en el bloque de rechazo final (D22: el profesor de matemáticas no tiene que explicar el porqué de cada procedimiento que utiliza) tiene un extremo de existencia $M + DE = 4,0333$; por lo que se podría considerar muy próxima y por tanto poder pensar que la innovación ha permitido clarificar el posicionamiento de los Eps en relación a lo que no es deseable incorporando nuevas características. El análisis de estas características lo podemos realizar desde las diferentes dimensiones consideradas.

Una primera aproximación a estos datos nos indica que después de la innovación los Eps se han posicionado más claramente rechazando la visión de las matemáticas escolares caracterizada por la idea de que siempre existe una regla para resolver los problemas y (A12) y que el núcleo de las matemáticas escolares deberían ser las demostraciones formales (A21). Pero si embargo no hay indicios de que empiecen a identificar explícitamente rasgos característicos que podrían aceptar para las matemáticas escolares.

-En relación a la enseñanza se incorpora únicamente una creencia en el sentido de rechazar que el orden correcto para una clase sea la secuencia corregir, repasar, explicar y hacer ejercicios. Como consecuencia al añadirse esta creencia, parece estar mejor definido lo que no es deseable en relación a la enseñanza de las matemáticas y se siguen manteniendo las mismas características deseables para la enseñanza que habían identificado antes de la innovación.

El mismo fenómeno ocurre en relación al aprendizaje. La innovación parece haber permitido que los Eps incorporen a su imagen sobre el aprendizaje una nueva creencia que consiste en rechazar el que para ir bien en matemáticas sea necesario memorizar todas las fórmulas y reglas pero sin incorporar ninguna nueva creencia en relación a lo deseable sobre el aprendizaje.

En relación al papel del profesor hay que destacar un fenómeno diferente. Antes de la innovación los Eps parecían tener identificado en su imagen del papel del profesor características deseables como que el profesor debe coordinar y organizar la discusión en el aula como un medio para determinar la corrección de los problemas (D11), que no debería tener como

una tarea primordial el mantenimiento del orden y la disciplina (D42) y que debería centrar sus explicaciones en el porqué de los procedimientos (D21); junto con el rechazo a la creencia de que el profesor no tiene que explicar el porqué funcionan los procedimientos (D22). Sin embargo, después de la innovación los Eps no identifican claramente los rasgos deseables que definirían el papel del profesor, pero en cambio si identifican lo que no debería hacer, apareciendo como estas características no deseables el que los profesores (junto con los libros de texto) son la autoridad en el aula para determinar la corrección de las cosas (D12), el que el profesor debe plantear muchos ejercicios del mismo tipo para que los alumnos logren la memorización de los pasos de los algoritmos (D31), y conducir la clase con firmeza (D41).

Estos resultados muestran un retrato del efecto de la innovación sobre el contenido y la organización de las creencias y las imágenes que está lejos de ser uniforme cuando consideramos diferentes dimensiones a través de las cuales analizar las modificaciones producidas. Es decir, los efectos identificados son diferentes en relación a la naturaleza de las matemáticas, el proceso de enseñanza y aprendizaje y en relación al papel del profesor. Sin embargo, posiblemente otro nivel de análisis podría indicarnos de que manera las imágenes que los Eps mantiene sobre estas dimensiones se articulan para formar un sistema de creencias más o menos coherente. El análisis cluster puede proporcionarnos esta descripción más sistémica entre las diferentes dimensiones

VARIACIÓN EN EL SISTEMA DE CREENCIAS: UNA APROXIMACIÓN HOLÍSTICA

Para estudiar las variaciones en el sistema de creencias de este colectivo de Eps entendidos como la articulación de las creencias y las imágenes globalmente consideradas realizamos un análisis cluster jerárquico. A continuación presentaremos primero los resultados del análisis realizado a las respuestas del cuestionario inicial y luego a las respuestas del cuestionario final para poder identificar las variaciones habidas en el sistema de creencias.

Cuestionario inicial. Antes de formarse el último cluster que engloba todos los ítems se han constituido dos grandes cluster (a distancia 15) que integran por primera vez a todos los ítems. El primer de estos cluster que se forma (a la distancia de 11) está constituido por 12 ítems (1 ítem sobre la naturaleza de las matemáticas, 4 ítems sobre la enseñanza, 3 ítems sobre el aprendizaje, 4 ítems sobre el papel del profesor) cuyas características principales en relación a cada uno de los dominios son:

- las **matemáticas** escolares deberían estar constituidas por las demostraciones formales,
- la **enseñanza** de las matemáticas debe centrarse en la memorización de los pasos y de las reglas y procedimientos, en el libro de texto y el profesor y debe consistir en corregir, repasar, explicar y hacer ejercicios como una manera de obtener un alto rendimiento del alumno en el manejo de reglas y procedimientos.
- el **aprendizaje** se realiza a través de las explicaciones del profesor y consiste en aprender reglas y procedimientos en los que no es necesario saber porqué funcionan.
- el **profesor de matemáticas** debe conducir la clase firmemente para que pueda transcurrir bien y debe plantear muchos ejercicios del mismo tipo para lograr que sus alumnos

memoricen los pasos, pero él no tiene porque explicar el porqué funciona cada procedimiento.

El segundo gran cluster que se ha formado (a la distancia de 15) está constituido por 11 items (5 sobre la naturaleza de las matemáticas escolares, 4 sobre la enseñanza de las matemáticas, 3 sobre el aprendizaje, 4 sobre el papel del profesor) cuyas características principales en relación a cada uno de los dominios son:

- las **matemáticas en la escuela** tienen tres características distintivas, dos vinculadas al tipo de problemas y al procedimiento de resolución; y una tercera relativa al aspecto formal. Estas características son:

- están constituidas por reglas y procedimientos que no tienen que memorizar y que son necesarios para resolver problemas útiles para la vida.
- deberían resolver problemas para los que no se conocen procedimientos en ese momento pero que si existe dicho procedimiento,
- las demostraciones formales constituyen una parte no fundamental;
- la **enseñanza de las matemáticas** debe estar centrada en la discusión y en la propia actividad de la clase y en la que se debe dar mucha importancia al porqué funcionan los procedimientos. Además el objetivo no debería centrarse exclusivamente en conseguir un alto número de respuestas correctas en los ejercicios y su ritmo (programación y secuenciación) no debería estar determinado completamente de antemano.
- el **aprendizaje de las matemáticas** está vinculado a la discusión e intercambio de ideas entre compañeros y a la comprensión de los procedimientos utilizados para resolver problemas, por lo que se puede ir bien en matemáticas sin tener que memorizar reglas y fórmulas.
- el **profesor** debe centrar su actividad en proporcionar explicaciones del porqué de los procedimientos, sin tener que repetir ejercicios del mismo tipo y en coordinar y organizar la discusión e intercambio de ideas para determinar la corrección de las cosas. Al mismo tiempo que su preocupación principal no debe ser el mantenimiento del orden.

Cuestionario final. Se forman dos grandes clusters (a distancia 11) que engloban por primera vez a todos los items del cuestionario. El primero de estos clusters se forma a una distancia de 6 y reúne a 14 items, mientras que el segundo se constituye a la distancia de 1 reuniendo los 14 items restantes. Las características del sistema de creencias formado por este cluster son las siguientes:

- las **matemáticas escolares** tienen como núcleo las demostraciones formales estando formadas únicamente por reglas y procedimientos para resolver problemas útiles existiendo siempre una regla para resolver los problemas;
- la **enseñanza de las matemáticas** se caracteriza porque la clase debe centrarse en el libro y el profesor siguiendo la secuencia de corregir, repasar, explicar y hacer ejercicios que tiene como objetivo conseguir que los alumnos obtengan un alto rendimiento en el manejo de reglas y procedimientos que se consigue memorizando sus pasos;

- el alumno **aprende matemáticas** exclusivamente a través de las explicaciones del profesor memorizando todas las fórmulas y reglas no siendo necesario comprender el porqué funcionan;
- el papel del profesor viene caracterizado por el hecho de que tiene que plantear muchos ejercicios del mismo tipo para lograr que los alumnos memoricen los pasos aunque no es necesario que explique porqué funciona cada procedimiento, manteniendo firmemente el orden de la clase. Además el profesor y el libro de texto son los que determinan si una cosa es correcta o no. El segundo cluster se forma con posterioridad recogiendo todas las creencias que caracterizaban un sistema de creencias más innovador.

Un análisis comparativo. Un primer hecho observable que diferencia los resultados del análisis cluster del cuestionario inicial del final es que, en este último, los cluster se forman con mayor rapidez, indicando que en cierta medida el posicionamiento de las diferentes creencias que caracterizan a las cuatro dimensiones consideradas están más próximos. Podemos entender que un efecto de la innovación puesto de manifiesto por este tipo de análisis es que los Eps establece un posicionamiento más afín entre las diferentes creencias que mantienen, ya que aumenta la “proximidad” globalmente considerada entre las diferentes creencias que forman cada uno de los dos cluster (ya que estos cluster se han formado a una distancia menor). Además, considerando el contenido de las creencias, el cluster que se forma primero después de la innovación es el que describe un sistema de creencias más tradicional, mostrando una identificación mucho más clara de este sistema de creencias tradicional.

El otro aspecto que vale la pena mencionar es que el primer cluster que se forma en el cuestionario inicial a una distancia de 11 es también el primer cluster que se forma en el cuestionario final a una distancia de 6. Este hecho confirma la idea del posicionamiento más próximo entre las creencias que constituyen este cluster después de la innovación. Pero hay que tener en cuenta, que además de mantener las creencias iniciales este cluster incorpora dos creencias relativas a la naturaleza de las matemáticas (11,17) que indican que existe siempre una regla para resolver los problemas y que las matemáticas escolares están formadas por reglas y procedimientos para resolver problemas útiles para la vida.

DISCUSIÓN

Una característica del perfil del cambio inferido desde los análisis realizados a los datos viene definida por el hecho de que después de la innovación existe un posicionamiento más claro en relación a cada una de las perspectivas tradicional o más innovadora que se reflejaban en el cuestionario (según se indica la tabla de intervalos de aceptación y rechazo, y la comparación de los dos análisis cluster). Este sistema de creencias venía caracterizado por: *Un posicionamiento tradicional* que se rechaza que ve las matemáticas como reglas, con énfasis en los aspectos formales y existiendo siempre una regla para resolver los problemas; la clase se centra en el libro y el profesor, que conduce la clase firmemente, siguiendo la secuencia de corregir, repasar, explicar y hacer ejercicios teniendo como objetivo conseguir un alto rendimiento en el manejo de reglas a través de la memorización. Para ello el profesor debe plantear muchos ejercicios del mismo tipo pero sin necesidad de explicar porqué funcionan.

Frente a esto existe una aceptación de un sistema de creencias que recoge las creencias más innovadoras.

Desde esta característica global dada por el análisis cluster hay que reseñar varios aspectos en relación a las modificaciones de las imágenes de las cuatro dimensiones consideradas:

- En relación a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la innovación ha permitido que los Eps sean capaces de identificar más características que rechazan. En particular: 'corregir, repasar, explicar y hacer ejercicios es el orden correcto para una clase' y que 'la mejor forma para ir bien en matemáticas es memorizar todas las fórmulas y reglas' y
- en relación a la naturaleza de las matemáticas escolares al principio los Eps no identifican creencias que puedan aceptar o rechazar, pero después de la innovación los Eps identifican aspectos de las matemáticas escolares que rechazan pero siguen sin identificar aquellos aspectos de las matemáticas escolares que pudieran aceptar.
- En la dimensión relativa al papel del profesor, el perfil del cambio detectado es diferente. Mientras antes de la innovación los Eps eran capaces de identificar aspectos que rechazaban (el profesor de matemáticas no tiene que explicar el porqué de cada procedimiento que utiliza) o que aceptaban (el profesor debe coordinar la discusión de ideas como un medio para determinar si una cosa es correcta o no, centrando sus explicaciones en el porqué de los procedimientos, no siendo el mantenimiento del orden la tarea principal del profesor), después de la innovación solo son capaces de identificar aspectos del papel del profesor que rechazan (los profesores y el texto tienen la autoridad para determinar la validez de una cosa, planteando muchos ejercicios a sus alumnos con el objetivo de que lleguen a memorizar los pasos, y conduciendo firmemente la clase) pero no identifican aspectos del papel del profesor que pudieran aceptar.

Una interpretación de estos cambios es que mientras en relación al proceso de enseñanza y aprendizaje la innovación ha permitido clarificar su sistema de creencias al incorporar nuevas características, en relación al papel del profesor y la naturaleza de las matemáticas los cambios detectados parecen mostrar que la innovación ha permitido que los Eps identifiquen aspectos que rechazan, pero no ha permitido que sean capaces de identificar creencias que pudieran aceptar. Así, parece existir en estas dos dimensiones un desequilibrio en el sentido de saber lo que no debe ser, pero no tienen claro lo que debería ser. Una implicación curricular que se deriva de este hecho es que las intervenciones en los programas de formación de profesores deben equilibrar el proporcionar información conceptual y procedimental que permita a los Eps ser capaces de construir un sistema de creencias en las diferentes dimensiones y en la dualidad de lo que no debería ser vs. a lo que debería ser.

REFERENCIAS

- Brown, J.; Collins, A. & Duguid, P. (1989) Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, pp.32-42.
- García Blanco, M. (2000) El aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas desde la naturaleza situada de la cognición. Implicaciones para la formación inicial de maestros. Conferencia impartida en el IV Simposio: *Propuestas Metodológicas y de Evaluación en la Formación Inicial de los Profesores del Área de Didáctica de la Matemática*. Universidad de Oviedo; pp. 13-140.
- Green, T.F. (1970) Teaching and the formation of beliefs. En T.F. Green *The Activities of Teaching*, New York, McGraw Hill.
- García, M.; Escudero, I. Llinares, S. & Sánchez, V. (1994) Aprender a enseñar matemáticas: una experiencia en la formación matemática de los profesores de primaria. *Epsilon*, nº 30, 10(3), 11- 26.
- Johnston, S. (1992) Images: A way of understanding the practical knowledge of student teachers. *Teaching and Teacher Education*, 8(2), 123-136
- Llinares, S. (1999a) Elementary teachers students' beliefs and learning to teach mathematics. Invited paper at International Conference "Mathematical Beliefs and their impact on Teaching and learning of mathematics" at Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Germany.
- Llinares, (1999b) Preservice Elementary Teachers learning to teach mathematics: Relationships between context, task and cognitive activity. En N. Ellerton (Ed.) *Mathematics Teacher Development. International Perspective*. Meridian Press, West Perth; Australia; pp. 107-119.
- Llinares, S. (1998) Conocimiento profesional del profesor de matemáticas y procesos de formación. *UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, nº 17, 51-64.
- Llinares, S. (1996) Contextos y aprender a enseñar matemáticas. El caso de los estudiantes para profesores de primaria . En J. Gimenez, S. Llinares, V. Sánchez (Eds.) *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Comares: Granada.
- Llinares, S. (1994a) The development of prospective elementary teachers' pedagogical knowledge and reasoning: The school mathematical culture as reference. En N. Malara & L. Rico (Eds.) *Proceedings of the Italian-Spanish Research Symposium in Mathematics Education* (p. 165- 172) Modena: Italia.
- Llinares, S. (1994b) El estudio de casos como una aproximación metodológica al proceso de aprender a enseñar matemáticas. Conferencia pronunciada en IV JAEM. *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*. FESPM-Badajoz; 252-278.
- Llinares, S. & Sánchez, V. (1998) Aprender a enseñar matemáticas: los vídeos como instrumentos metodológicos en la formación inicial de profesores. *Revista de Enseñanza Universitaria*. nº 13, 29-44

- Llinares, S.; Sánchez, V.; García, M, & Escudero, I. (1995) Creencias y aprender a enseñar matemáticas. Una relación entre la Reforma y la cultura matemática escolar. En L.J. Villar Angulo y J. Cabero (Coor.) *Aspectos críticos de una Reforma Educativa*. Universidad de Sevilla, Secretariado de Publicaciones. Sevilla.
- Pajares, M.F. (1992) Teachers' beliefs and Educational Research: Cleaning up a Messy construct. *Review of Educational Research*, 62 (3), 307-332
- Sánchez, V. & Llinares, S. (1996) Prácticas escolares habituales y situaciones de resolución de problemas. El caso de Carlota. En J. Gimenez, S. Llinares, V. Sánchez (Eds.) *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Comares: Granada.
- Sánchez, V. Escudero, I.; García, M & Llinares, S. (1995) Aprender a enseñar matemáticas: Integrando nuevas tecnologías en la formación inicial de profesores de primaria. *Revista de Enseñanza Universitaria*, nº extraordinario, pp. 153-162.