

Control de amarras electrodinámicas auto equilibradas

Manuel Sanjurjo Rivo y Jesús Peláez Álvarez

Grupo de Dinámica de Tethers (GDT).

Dept. Física Aplicada a la Ingeniería Aeronáutica

Universidad Politécnica de Madrid, 28040 Madrid, Spain.

Resumen

Se analiza la dinámica de amarras espaciales electrodinámicas en órbita inclinada. Su actitud presenta inestabilidades a largo plazo, en ausencia de amortiguamiento o control. No obstante, la inestabilidad desaparece, o se reduce drásticamente, cuando la amarra está auto equilibrada, esto es, cuando se anula el par de Lorentz alrededor del centro de masas del sistema. En este artículo se describen con detalle los principales parámetros involucrados en la dinámica de la amarra, y su influencia sobre la condición de auto equilibrado. El estudio, restringido al *régimen generador*, puede extenderse sin dificultad al *régimen motor*. Se propone, además, una estrategia para mantener la amarra equilibrada teniendo en cuenta, en su totalidad, la trayectoria seguida por el sistema durante la fase de descenso. La estrategia puede implementarse de forma simple y permite aumentar la controlabilidad del sistema.

1 Introducción

Deorbitar satélites en órbitas LEO al finalizar su vida operativa es una de las aplicaciones más viable y atractiva de los tethers electrodinámicos, especialmente en el campo de la mitigación de basura espacial, donde las importantes ventajas de los tethers electrodinámicos jugarán un papel decisivo.

Hay dos configuraciones básicas de un tether electrodinámico: *i)* **el tether aislado**, con recolección de corriente y emisión únicamente en las masas extremas, y *ii)* **el tether desnudo**, con recolección de corriente a lo largo de su segmento anódico. Asimismo, un tether electrodinámico presenta dos posibles regímenes de operación: **el modo motor**, y **el modo generador (*deboost*)**.

Dejando a un lado la franja polar (inclinación orbital $i \simeq 85 - 90^\circ$) donde el tether vertical no es adecuado, la población de satélites es más elevada en la franja de inclinaciones medias ($i \simeq 40 - 60^\circ$). No obstante, cuando un tether opera en una órbita *no ecuatorial*,

su actitud se ve afectada por una inestabilidad dinámica, denominada inestabilidad en comba (*skip rope instability*), debida a las fuerzas electrodinámicas que actúan sobre él. Esta inestabilidad aparece para cualquier configuración de tether y cualquier régimen de operación. Se ha estudiado en diversos artículos (véase [8, 7, 9, 13, 12, 11, 15, 14, 16]), y se ha identificado en distintas simulaciones dinámicas [2, 10]. Dado que la corriente media del tether se considera constante a lo largo de la órbita y, en particular, independiente de la posición real del tether, los análisis de los artículos [8, 7, 9, 13, 12, 11, 15, 14] son aplicables a ambas configuraciones y ambos regímenes de funcionamiento.

La inestabilidad aparece en el movimiento de actitud y depende del par de Lorentz en el centro de masas G del sistema. Éste es proporcional al parámetro adimensional ε que mide la importancia relativa del par de Lorenz y el producido por el gradiente de gravedad y las fuerzas de inercia (véase ec. (4)), y depende de la corriente del tether y la distribución de masas del sistema; en simulaciones dinámicas, ε se calcula resolviendo, numéricamente, un problema de contorno. En un tether inerte, esto es, si no circula corriente por el cable, $\varepsilon = 0$ y la inestabilidad desaparece, pero esta solución trivial carece de interés.

La inestabilidad aumenta con la corriente eléctrica del tether que depende, substancialmente, del dispositivo utilizado para recolectar electrones. Parece, pues, apropiado realizar el análisis para **el tether desnudo** que genera corrientes más elevadas. El análisis de [3] para el modo generador, por ejemplo, encuentra únicamente una discreta mejora de las prestaciones añadiendo un dispositivo de recolección de electrones en el extremo del tether desnudo. Al utilizar un tether electrodinámico como deorbitador, sus parámetros electrodinámicos deben ajustarse para obtener una elevada eficiencia de descenso y una adecuada adaptación a las variables condiciones ambientales. En el análisis de [6] el comportamiento intensidad-voltaje de un tether desnudo muestra dos regímenes ideales: el de tether corto (*shot tether regime*) y el de tether largo (*long tether regime*).

Recientemente, se ha presentado en este campo un nuevo concepto que aprovecha las características del perfil de corriente, especialmente en el caso del tether desnudo: el tether electrodinámico auto equilibrado *Self Balanced Electrodynamic Tether (SBET)* (véase [17, 19]). En un *SBET* el par de Lorentz en el centro de masas del sistema es nulo, o toma valores despreciables, con intensidades de corriente no nulas, *incluso con valores elevados de intensidad*. Por tanto, en un *SBET* el parámetro ε se anula a pesar de que circula intensidad por el cable. La condición de equilibrado se obtiene ajustando apropiadamente la distribución de masas del sistema y resulta independiente, en primera aproximación, de la corriente del tether. Ésta es la clave de este concepto que combina eficazmente intensidades elevadas en el tether con valores pequeños del par de Lorenz.

El concepto, que ha sido utilizado en un reciente trabajo para la ESA (véase [20]), es especialmente interesante en el análisis de la dinámica del descenso/ascenso orbital de un satélite cuando se hace uso de tethers electrodinámicos como propulsores, particularmente,

cuando por él circulen intensidades elevadas. Por ejemplo, sería conveniente para mantener grandes masas, como la ISS, en órbita LEO, compensando la resistencia aerodinámica con un tether en régimen motor. O en misiones a los planetas gigantes, donde altas velocidades orbitales y fuertes campos magnéticos sugieren elevadas corrientes en el tether.

La condición de equilibrado requiere un diseño pormenorizado de las masas extremas. No obstante, el equilibrado estricto se consigue sólo para determinadas condiciones nominales que deben especificarse en cada misión. Para tethers desnudos, afortunadamente, cierta *rigidez* del perfil de intensidad facilita operar en condiciones próximas a las nominales, es decir, con valores pequeños del par de Lorenz. Por ello la inestabilidad se manifestaría en tiempos muy largos y no sería necesario usar mecanismos adicionales de control de actitud. Sin embargo, si los requerimientos de la misión así lo exigiesen, el *SBET* facilitaría un control más fino de la dinámica de actitud.

El concepto *SBET* presenta una ventaja adicional. Si el tether es *flexible*, la condición de equilibrado facilitará el análisis de la respuesta del tether a esta clase de inestabilidades: la influencia de las fuerzas electrodinámicas en las vibraciones del tether aparecerán de más claramente. Nótese que un momento de Lorenz nulo hace difícil la transferencia de energía entre el movimiento como cuerpo rígido del tether y sus modos de vibración.

No obstante, el concepto presenta, también, limitaciones. No está claro, en este momento, que un *SBET* carezca de inestabilidad del movimiento vibratorio, especialmente si sus masas extremas son *pequeñas*. Las simulaciones realizadas en nuestro grupo no presentan problemas en este sentido, pero es una cuestión abierta para ser estudiada en detalle. Asimismo, si la distribución de masas está dada de antemano o determinada por otros requerimientos de la misión, el tether no podrá ser equilibrado, en general, y el concepto *SBET* no podrá aplicarse directamente.

Se ha obtenido la condición de equilibrado en dos casos (véase [17, 19]): *i*) para un tether aislado clásico con un colector esférico en un extremo y, *ii*) para un tether desnudo *flotante*. Para este último, la condición de equilibrado no presenta sensibilidad alguna a la variación de la densidad de plasma ionosférico. En otras palabras, la condición de equilibrado es muy robusta en esta clase de tethers; por ello, la órbita de su centro de masas puede sufrir importantes variaciones en altura sin cambios sustanciales en el par de Lorenz, es decir, manteniendo el tether equilibrado.

Sin embargo, la condición de equilibrado muestra una ligera sensibilidad a variaciones de E_m , el campo eléctrico inducido por el campo magnético terrestre. E_m varía a lo largo de la órbita al cambiar la posición del tether en el triedro orbital y el propio triedro; por tanto, la condición de equilibrado se satisface estrictamente para un único valor de E_m (condiciones nominales). Tomando como condiciones nominales el valor medio de E_m a lo largo de la órbita, con el tether *congelado* en la vertical local, durante el movimiento orbital el par de Lorenz oscilaría alrededor de cero con una desviación máxima acotada

por, aproximadamente, 1° en el ángulo másico definido en (6-7). Este momento residual no tiene efectos significativos sobre la dinámica del tether, y puede ser controlado fácilmente si fuese necesario. De hecho, en simulaciones llevadas a cabo en nuestro grupo con tethers equilibrados éstos nunca se han desestabilizado.

La condición de equilibrado se extiende sin dificultad a otras clases de tethers (no flotantes). Para ello, se requiere un conocimiento pormenorizado de la misión que debe cumplir el sistema en el que se encuentra el tether. En el resto del artículo, se obtendrá la condición de equilibrado para tethers electrodinámicos trabajando en régimen generador. El objetivo es describir la influencia en la condición de equilibrado de los principales parámetros involucrados en el análisis. Se selecciona el régimen deorbitador del tether electrodinámico por dos razones: *i*) en este régimen la matemática involucrada es un poco más sencilla que en el caso motor, y *ii*) existen aplicaciones importantes del mismo, especialmente en el campo de la mitigación de basura espacial.

El artículo también recoge el diseño de una estrategia para mantener el tether equilibrado considerando la trayectoria completa del proceso de descenso de órbita. Por último, debe señalarse que equilibrar el tether es un modo de superar las inestabilidades de un tether electrodinámico, pero no el único. Existen otras formas de controlar esta inestabilidad, pero creemos que esta solución es interesante en sí misma y merece ser analizada.

2 Modelo de Haltera

Se usará el *modelo de haltera* para presentar las principales características del concepto SBET. En las referencias [18, 1] puede encontrarse una deducción detallada de las ecuaciones del movimiento para el caso elíptico general. Para el caso circular, los puntos relevantes del sistema dinámico pueden encontrarse en las referencias [17, 19]. Se supondrá una órbita circular, no ecuatorial y por concisión se usará la misma nomenclatura que en [17, 19]. En el triedro orbital $Gxyz$ (véase Fig. 1), la posición del tether y su vector unitario \vec{u} están definidos por el ángulo θ contenido en el plano xz (*in-plane*) y el ángulo φ (*out-of-plane*), que se tomarán como coordenadas generalizadas.

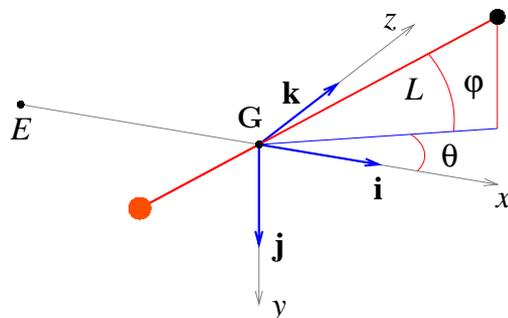


Figura 1: Sistema de referencia orbital y posición del cable

Las ecuaciones de movimiento del tether presentan la siguiente forma

$$\ddot{\theta} - 2(1 + \dot{\theta})\dot{\varphi} \tan \varphi + \frac{3}{2} \sin 2\theta = f_\theta \quad (1)$$

$$\ddot{\varphi} + \sin \varphi \cos \varphi \{(1 + \dot{\theta})^2 + 3 \cos^2 \theta\} = f_\varphi \quad (2)$$

donde los términos forzantes electrodinámicos (f_θ, f_φ) están dados por

$$f_\theta = -\varepsilon (\sin i \tan \varphi [2 \sin \nu \cos \theta - \cos \nu \sin \theta] + \cos i)$$

$$f_\varphi = \varepsilon \sin i (2 \sin \nu \sin \theta + \cos \nu \cos \theta)$$

Aquí, la anomalía verdadera ν es la variable independiente. Las ecuaciones (1-2) deben integrarse a partir de las condiciones iniciales

$$\nu = \nu_0 : \quad \theta = \theta_0, \quad \varphi = \varphi_0, \quad \dot{\theta} = \dot{\theta}_0, \quad \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0 \quad (3)$$

cuando comienza a circular corriente por el tether (*switched on*). En las ecuaciones (1-2) intervienen dos parámetros libres, la inclinación i y ε . Este último mide el par de Lorentz frente al momento producido por la gravedad y las fuerzas de inercia

$$\varepsilon = \frac{J_1 \mu_m}{I_s \mu_E} \quad (4)$$

Los demás parámetros que aparecen en (4) son:

- μ_E constante gravitacional de la Tierra.
- μ_m intensidad del dipolo magnético que describe el campo magnético terrestre
- I_s momento de inercia relativo a la línea perpendicular al tether por G
- J_1 expresión integral que aparece en la definición del par de Lorentz

El par de Lorentz alrededor de G producido por el perfil de corriente $I_e(h)$ se puede definir de maner que aparezca de forma explícita el parámetro J_1

$$\vec{M}_E = \vec{u} \times (\vec{u} \times \vec{B}) J_1 \quad \text{donde} \quad J_1 = \int_0^L (h_G - h) I_e(h) dh \quad (5)$$

Aquí L es la longitud del tether, \vec{B} es el campo geomagnético, que se considerará constante a lo largo del tether e igual a su valor en G . Los detalles acerca del modelo de campo magnético se pueden encontrar en las referencias [8, 7].

En lugar de (m_1, m_2, m_t) , usamos los parámetros (m, ϕ, Λ_t) dado que resultan más propicios. Aquí, $m = m_1 + m_2 + m_t$ es la masa total del sistema, $\Lambda_t = m_t/m$ es una masa adimensional del tether y ϕ es el *ángulo másico*, que se define de la siguiente forma

$$\cos^2 \phi = \frac{1}{m} \{m_1 + \frac{1}{2} m_t\} \quad (6)$$

$$\sin^2 \phi = \frac{1}{m} \{m_2 + \frac{1}{2} m_t\} \quad (7)$$

y es una medida de la distribución de masa entre ambos extremos.

En (5) h es la distancia desde la masa superior del sistema y $h_G = L \cos^2 \phi$ es la posición del centro de masas del sistema G . El ángulo de masa ϕ está comprendido en el intervalo $\mathcal{I} = [\phi_{min}, \phi_{max}]$ donde

$$\phi_{min} = \arcsin\left(\sqrt{\frac{\Lambda_t}{2}}\right), \quad (m_2 = 0),$$

$$\phi_{max} = \arccos\left(\sqrt{\frac{\Lambda_t}{2}}\right), \quad (m_1 = 0)$$

Si $\Lambda_t = 0$, $\mathcal{I} = [0, \pi/2]$. Para valores fijos de Λ_t y m , cuando ϕ cubre el intervalo \mathcal{I} desde ϕ_{min} a ϕ_{max} , la masa se redistribuye desde la partícula inferior a la superior. La masa total m no cambia en este proceso. Si ambas masas de los extremos son iguales, $\phi = \pi/4$.

3 Análisis previo

Si $\varepsilon = 0$, las ecuaciones (1-2) presentan posiciones de equilibrio estable, ($\theta = 0, \pi$, $\varphi = 0$), con el tether alieneado con la vertical local. Pero, si $\varepsilon \neq 0$, en lugar de posiciones de equilibrio dichas ecuaciones presentan *soluciones periódicas* de periodo igual al periodo orbital (2π en variables adimensionales). Estas soluciones se han analizado en las referencias [8, 7] haciendo uso de técnicas asintóticas en el límite $\varepsilon \rightarrow 0$ así como en [11, 15] para ε de orden unidad. Para cada par de valores (ε, i) , el análisis conduce a: *i)* una solución periódica especial de periodo 2π que se reduce a la posición de equilibrio ($\theta = \varphi = 0$) cuando $\varepsilon = 0$, *ii)* su matriz monodrómica, y *iii)* los módulos de sus autovalores, que proporcionan las propiedades de estabilidad de la órbita. La figura 4 muestra dicha solución periódica cuando $i = 25^\circ$ para diferentes valores de ε . Los autovalores de la matriz de monodromía son dos parejas de números complejos conjugados, cuyos

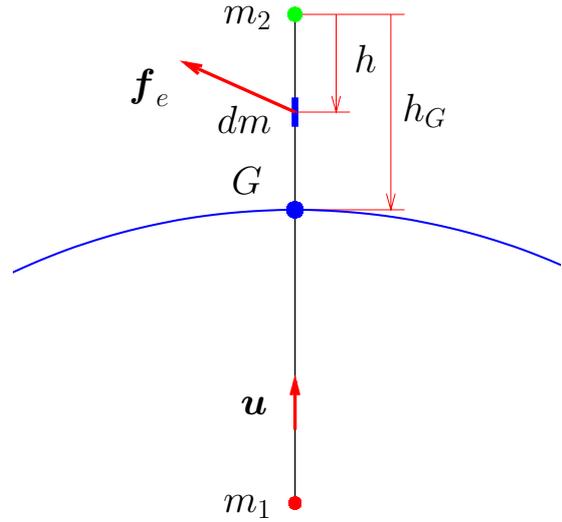


Figura 2: Distribución de masas

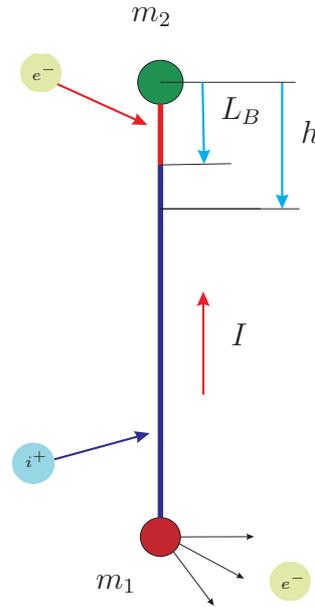


Figura 3: Tether desnudo

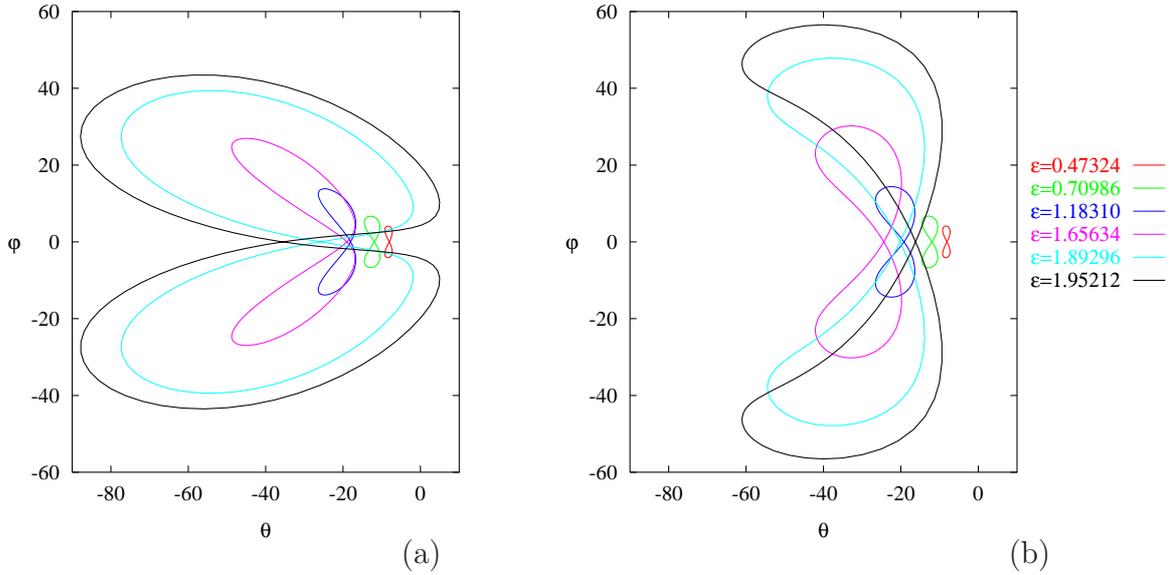


Figura 4: Soluciones periódicas dadas por los análisis asintótico(a) y numérico (b), para $i = 25^\circ$ y diferentes valores de ε : 0,47324, 0,70986, 1,18310, 1,65634, 1,89296 y 1,95212

autovalores vienen dados, hasta orden ε^3 , por:

$$\begin{aligned} |\lambda_{1,2}| &= 1 + \frac{\pi}{9} \cos i \sin^2 i \varepsilon^3 + O(\varepsilon^4), & \text{si } \varepsilon > 0 & \Rightarrow |\lambda_{1,2}| > 1 \\ |\lambda_{3,4}| &= 1 - \frac{\pi}{9} \cos i \sin^2 i \varepsilon^3 + O(\varepsilon^4), & \text{si } \varepsilon < 0 & \Rightarrow |\lambda_{3,4}| > 1 \end{aligned}$$

Debido a ello, **sin amortiguamiento o control, la órbita periódica es siempre inestable**. El par de Lorentz alrededor de G , $\propto \varepsilon$, da lugar a una excitación periódica de las ecuaciones (1-2). Se produce una resonancia 1:2 no lineal, y el sistema se vuelve inestable debido a un mecanismo que termina por bombear un flujo neto de energía al sistema. No obstante, para pequeños valores de ε la inestabilidad es débil ya que la diferencia

$$f_g = ||\lambda| - 1| = \frac{\pi}{9} |\cos i| \sin^2 i \varepsilon^3 + O(\varepsilon^4) \quad (8)$$

es pequeña. Se observa que cualquier desviación inicial Δ de la solución básica 2π -periódica es aproximadamente multiplicada, en cada órbita, por el factor de crecimiento f_g , es decir, tras n órbitas, la desviación inicial se convierte en, aproximadamente, $(1 + f_g)^n \Delta \approx (1 + n f_g) \Delta$. El factor de crecimiento (8) muestra una dependencia cúbica en ε que es importante tener en cuenta. Si, por ejemplo, ε disminuye en un factor de dos, la inestabilidad disminuye en un factor de ocho. Por lo tanto un objetivo de diseño de un tether electrodinámico dado sería el conseguir valores de ε lo más pequeños posibles, dentro de los límites impuestos por el sistema en el que operará el tether.

Suponiendo ε constante e independiente de i , $f_g \propto \cos i \sin^2 i$, el mecanismo de la inestabilidad crece con i y alcanza un máximo en $i = \arctan \sqrt{2} \simeq 54,74 \text{ deg}$. Para tethers reales, sin embargo, ε depende de la inclinación i y este resultado no es realista.

4 Perfil de corriente del tether

Para describir las actuaciones electrodinámicas de los tethers desnudos, se seguirá el análisis de [6]. Si el diámetro del tether es menor que la longitud de Debye, la colección de corriente tiene lugar en el régimen de Movimiento Orbital Límite (OML, siglas en inglés) (véase [5]). Hay dos segmentos diferenciados en el tether; en el primero de ellos (longitud L_B) el tether recolecta electrones y en el segundo (longitud $L - L_B$) iones. En el régimen deorbitador del tether, las ecuaciones que gobiernan la recolección de electrones e iones así como la evolución del potencial a lo largo del tether son:

$$\underline{h < L_B} : \quad \frac{dI_e}{dh} = en_\infty \frac{p}{\pi} \sqrt{\frac{2e}{m_e}} \Phi \quad (9)$$

$$\frac{d\Phi}{dh} = \frac{I_e}{\sigma A_t} - E_m \quad (10)$$

$$\underline{h > L_B} : \quad \frac{dI_e}{dh} = -en_\infty \frac{p}{\pi} \sqrt{\frac{2e}{m_e}} |\Phi| \mu (1 + \gamma_1 |\Phi|) \quad (11)$$

$$\frac{d\Phi}{dh} = \frac{I_e}{\sigma A_t} - E_m \quad (12)$$

Aquí, el perfil de corriente del tether, $I_e(h)$, y la caída de potencial entre el tether y el plasma, $\Phi = V_t - V_p$, son las variables dependientes. Los demás parámetros son: σ conductividad eléctrica, e carga del electrón, p perímetro de la sección transversal del tether, A_t sección transversal del tether de la parte conductiva, γ_1 rendimiento de la emisión secundaria, m_e masa del electrón, m_i masa de los iones, $\mu = \sqrt{m_e/m_i}$, E_m el campo eléctrico inducido y n_∞ la densidad de plasma ionosférico. Se observa que los campos externos proporcionan dos parámetros libres E_m y n_∞ que son los que afectan en mayor medida el proceso de recolección de electrones.

Las ecuaciones (9 - 12) se deben integrar conjuntamente con las condiciones iniciales y de contorno (13 - 15):

$$\text{en } h = 0 : I_e = 0 \quad (13)$$

$$\text{en } h = L : I_e = I_C \quad (14)$$

$$\text{en } h = L_B : \Phi = 0, I_e = I_B \quad (15)$$

En estas ecuaciones, L_B , I_B y I_C son desconocidas y deben obtenerse como parte de la solución. Si se supone I_C conocida, el problema de contorno (9-15) está matemáticamente cerrado y proporciona los perfiles $I_e(h)$, $\Phi(h)$ así como los parámetros L_B e I_B . No obstante, I_C es una incógnita y se necesita, por tanto, una relación adicional para determinar su valor: *la ecuación del tether como circuito eléctrico* que se describirá en los siguientes párrafos.

4.1 La ecuación del tether como circuito

En el extremo inferior, el contactor catódico ajusta el potencial del tether al del plasma. Sea V_{cc} la caída de potencial en el contactor catódico que consta de dos contribuciones: *i*) la debida a la impedancia entre el contactor de plasma y la ionosfera y *ii*) las pérdidas por radiación de ondas. Además, sea Z_T cualquier carga interpuesta en el extremo catódico del tether. La figura 5 es un esquema de los perfiles de potencial e intensidad a lo largo del tether en el caso ideal en el que $V_{cc} = 0$. A partir de la figura 5, la ecuación del tether como circuito resulta ser:

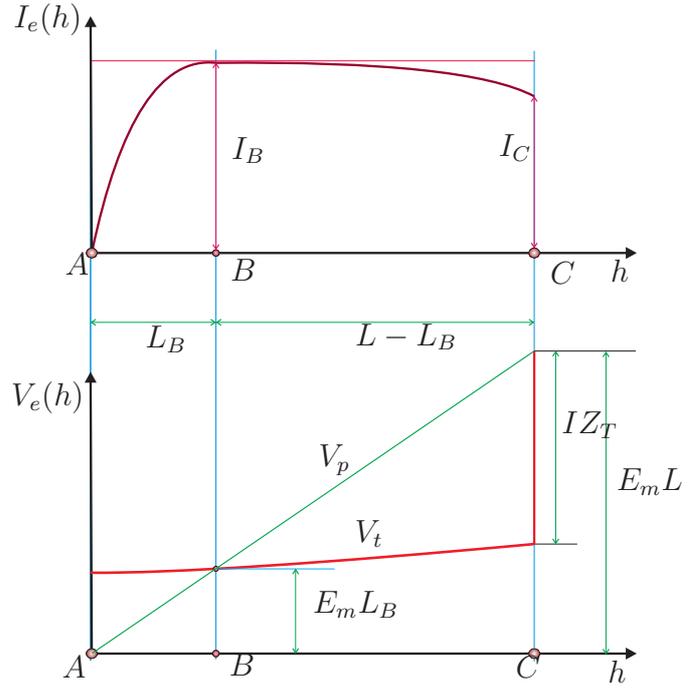


Figura 5: Perfiles de corriente y potencial

$$V_{cc} + I_C Z_T + \Delta V_{BC} = E_m(L - L_B) \quad (16)$$

donde ΔV_{BC} , la caída de potencial debida a efectos óhmicos a lo largo del segmento BC del tether, resulta ser

$$\Delta V_{BC} = \frac{1}{\sigma A_t} \int_{L_B}^L I_e(h) dh \quad (17)$$

La ecuación (16) es la relación adicional que se necesita para cerrar matemáticamente el problema de contorno (9-15).

4.2 Ecuaciones adimensionales

Para integrar las ecuaciones se utilizarán las siguientes **variables adimensionales**:

$$\begin{aligned} \xi = \frac{h}{L_*} \in [0, \ell_t], & \quad \ell_t = \frac{L}{L_*}, & \quad L_* = \frac{(m_e E_m)^{1/3}}{e^{2/3}} (3\pi \frac{\sigma h_t}{n_\infty})^{2/3} \\ I_e = I_{sc} i_e(\xi), & \quad \varphi_e = \Phi / (E_m L_*), & \quad I_{sc} = \sigma E_m A_t \end{aligned}$$

donde L_* es una longitud característica típica de los tethers desnudos, I_{sc} es la corriente de cortocircuito y $h_t = 2A_t/p$ es una longitud transversal característica (para un tether cilíndrico coincide con el radio del cable).

En variables adimensionales las ecuaciones (9-12) toman la forma siguiente

$$(\xi \leq \xi_B) \quad \frac{di_e}{d\xi} = \frac{3}{4}\sqrt{\varphi_e} \quad (18)$$

$$(\xi \geq \xi_B) \quad \frac{di_e}{d\xi} = -\frac{3}{4}\mu\sqrt{|\varphi_e|} \left(1 + \frac{\delta}{\ell_t}|\varphi_e|\right) \quad (19)$$

$$\frac{d\varphi_e}{d\xi} = i_e - 1 \quad (20)$$

donde $\xi_B = L_B/L_*$ y $\delta = \gamma_1 E_m L$ está asociada con la emisión secundaria. A su vez, las condiciones de contorno adoptan la forma

$$\xi = 0 : \quad i_e = 0 \quad (21)$$

$$\xi = \xi_B : \quad \varphi_e = 0, \quad i_e = i_B \quad (22)$$

$$\xi = \ell_t : \quad i_e = i_C \quad (23)$$

La caída de potencial ΔV_{BC} se escribe como

$$\frac{\Delta V_{BC}}{E_m L_*} = \int_{\xi_B}^{\ell_t} i_e(\xi) d\xi = \int_{\xi_B}^{\ell_t} \left(1 + \frac{d\varphi_e}{d\xi}\right) d\xi = \ell_t - \xi_B + \varphi_C$$

y la ecuación del tether como circuito (16) resulta ser

$$(\Omega i_C + \tilde{V}_{cc})\ell_t + \varphi_C = 0 \quad (24)$$

donde $\tilde{V}_{cc} = V_{cc}/(E_m L)$ y $\Omega = Z_T/R_T$ son las formas adimensionales de V_{cc} y la carga interpuesta Z_T , respectivamente ($R_T = L/(\sigma A_t)$ es la resistencia eléctrica del tether).

Por tanto, la determinación del perfil de corriente del tether requiere resolver el problema de contorno dado por (18-24), que debe abordarse numéricamente, para obtener:

- los perfiles $i_e = i_e(\xi; \ell_t, \Omega, \mu, \tilde{V}_{cc}, \delta)$ y $\varphi_e = \varphi_e(\xi; \ell_t, \Omega, \mu, \tilde{V}_{cc}, \delta)$
- la corriente máxima $i_B = i_B(\ell_t, \Omega, \mu, \tilde{V}_{cc}, \delta)$
- la corriente en el extremo catódico $i_C = i_C(\ell_t, \Omega, \mu, \tilde{V}_{cc}, \delta)$
- la longitud del segmento anódico del tether $\xi_B = \xi_B(\ell_t, \Omega, \mu, \tilde{V}_{cc}, \delta)$

Los pormenores de la integración de las ecuaciones (18-24), que no plantea problemas significativos, pueden encontrarse en [4].

Es importante reseñar que, en un tether convenientemente ajustado para ser un deorbitador eficaz, la influencia de la emisión secundaria es muy pequeña. Por la tanto el término $\frac{\delta}{\ell_t}|\varphi_e|$ que aparece en el segundo miembro de (19) puede despreciarse. Se volverá sobre este punto más adelante. El valor del parámetro $\mu = \sqrt{m_e/m_i}$ es pequeño y depende únicamente de la presencia de iones de diferentes especies. En la Tierra, el ion

más abundante es el oxígeno atómico O^+ para el cual $\mu \approx 1/172$. Hasta el momento, el contactor catódico de mejores prestaciones es el dispositivo de cátodo hueco (*hollow-cathode*). Para ellos la caída de potencial V_{cc} toma valores en el rango 15-30 V, que es muy pequeño comparado con el voltaje $E_m L$ que es esperable en un tether de varios kilómetros de longitud. Por ello, se tomará $\delta = 0$, $\mu = 1/172$ y $\tilde{V}_{cc} = 0$ en el análisis que sigue.

4.3 Condición de equilibrio

Introduciendo variables adimensionales, la integral J_1 definida en (5) se convierte en

$$\frac{J_1}{\sigma E_m A_t L_*^2} = \int_0^{\ell_t} (\ell_t \cos^2 \phi - \xi) i_e(\xi) d\xi \quad (25)$$

y el parámetro ε se puede escribir como

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \hat{f} \quad (26)$$

donde

$$\varepsilon_0 = \frac{E_m}{L} \frac{12\Lambda_t}{(3 \sin^2 2\phi - 2\Lambda_t)} \cdot \frac{\mu_m}{\mu_E} \frac{\sigma}{\rho_v}, \quad (27)$$

$$\hat{f} = \int_0^{\ell_t} \left(\cos^2 \phi - \frac{\xi}{\ell_t} \right) i_e(\xi) \frac{d\xi}{\ell_t}. \quad (28)$$

De este modo ε se ha dividido en dos factores: ε_0 y \hat{f} . Además de la relación (μ_m/μ_E) , el factor ε_0 depende del material del tether (σ/ρ_v), (ρ_v es la densidad del material), la distribución de masa (a través de ϕ y Λ_t) y la relación E_m/L . Este factor toma valores de orden unidad excepto cuando ϕ está próximo a los extremos del intervalo $\mathcal{I} = [\phi_{min}, \phi_{max}]$.

Como ejemplo, se considerará un tether de 20 km de longitud cuya geometría responde a la de una cinta de las siguientes dimensiones

$$\begin{aligned} t &= 0,18 \text{ mm (espesor)} \\ p &\simeq 24 \text{ mm (perímetro)} \end{aligned} \quad (29)$$

La figura 6 muestra ε_0 frente ϕ para distintos valores de Λ_t . En este gráfico se han utilizado los siguientes valores

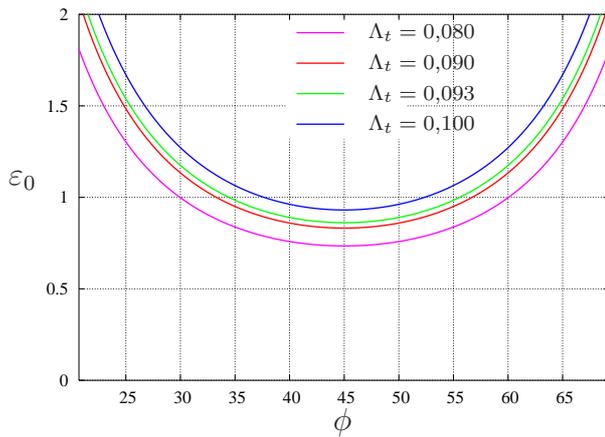


Figura 6: Parámetro ε_0

$$\sigma = 3,5 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$$

$$\rho_v = 2700 \text{ Kg/m}^3$$

$$E_m = 165 \text{ V/Km}$$

Se corresponden con un tether de aluminio en una órbita LEO con una inclinación de 25°. No obstante, configuraciones diferentes no provocan cambios substanciales en los valores de ε_0 , que se mantiene de orden unidad.

El par de Lorentz y el parámetro ε dependen de la densidad de plasma ionosférico n_∞ . Esta dependencia tiene lugar, fundamentalmente, a través del parámetro $\hat{f} = \hat{f}(\phi, i_e(\xi))$ que debe calcularse numéricamente junto con el perfil de corriente $i_e(\xi)$. Teniendo en cuenta las ecuaciones adimensionales (18-20) el parámetro \hat{f} puede describirse como

$$\hat{f} = \cos^2 \phi \frac{U_1(\ell_t, \Omega)}{\ell_t} - \frac{U_2(\ell_t, \Omega)}{\ell_t^2}$$

donde $U_1(\ell_t, \Omega)$ y $U_2(\ell_t, \Omega)$ están definidas por las siguientes integrales

$$U_1(\ell_t, \Omega) = \int_0^{\ell_t} i_e(\xi) d\xi, \quad U_2(\ell_t, \Omega) = \int_0^{\ell_t} \xi i_e(\xi) d\xi \quad (30)$$

Por lo tanto, \hat{f} es una función $\hat{f} = \hat{f}(\phi, \ell_t, \Omega)$ que debe determinarse para los distintos regímenes que aparecen en el problema.

La condición de balance puede expresarse de manera sencilla mediante la ecuación $\hat{f} = 0$ y conduce al siguiente ángulo másico que asegura un par de Lorentz nulo:

$$\cos \phi^* = \sqrt{\frac{U_2(\ell_t, \Omega)}{\ell_t U_1(\ell_t, \Omega)}} \quad (31)$$

4.4 Potencia

Para el régimen generador de un tether desnudo existen dos parámetros significativos relacionados con la potencia desarrollada por las fuerzas electrodinámicas presentes en el sistema: *i*) la potencia total disipada, \dot{W}_d , y *ii*) la potencia generada en la carga interpuesta Z_T , \dot{W}_g . La primera proporciona la pérdida de energía mecánica asociada al proceso de descenso. La segunda es la energía susceptible de ser usada en tareas de a bordo, es decir, en el vehículo orbitador. La fuerza electrodinámica que actúa sobre un elemento de tether y la potencia que disipada son

$$\vec{f}_e^{dh} = I_e(h) \vec{u} \times \vec{B} dh, \quad \dot{W}_d^{dh} = \vec{v}_G \cdot (\vec{u} \times \vec{B}) I_e(h) dh$$

donde, aproximadamente, la velocidad del elemento se supone igual a la velocidad \vec{v}_G del centro de masas del sistema. La potencia total disipada será

$$\dot{W}_d = \vec{v}_G \cdot (\vec{u} \times \vec{B}) \int_0^L I_e(h) dh = -[\vec{u}, \vec{v}_G, \vec{B}] \int_0^L I_e(h) dh = E_m \int_0^L I_e(h) dh$$

ya que la componente del campo eléctrico inducido por el campo magnético terrestre viene dado por

$$E_m = \vec{u} \cdot (\vec{v}_G \times \vec{B}) = [\vec{u}, \vec{v}_G, \vec{B}]$$

En términos de las variables adimensionales toman la forma:

$$\dot{W}_d = -E_m LI_{sc} \frac{1}{\ell_t} \int_0^{\ell_t} i_e(\xi) d\xi = -E_m LI_{sc} \frac{U_1(\ell_t, \Omega)}{\ell_t}$$

donde $U_1(\ell_t, \Omega)$ está definida en (30) y se puede calcular como sigue

$$U_1(\ell_t, \Omega) = \int_0^{\ell_t} i_e(\xi) d\xi = \int_0^{\ell_t} \left(1 + \frac{d\varphi_e}{d\xi}\right) d\xi = \ell_t - \varphi_A + \varphi_C$$

En términos adimensionales tenemos

$$\frac{\dot{W}_d}{E_m LI_{sc}} = -\frac{U_1(\ell_t, \Omega)}{\ell_t} = -\left\{1 - \frac{\varphi_A - \varphi_C}{\ell_t}\right\}, \quad \eta_t = \left\{1 - \frac{\varphi_A - \varphi_C}{\ell_t}\right\} \quad (32)$$

y el último parámetro η_t se puede tomar como una buena medida de la eficiencia del tether como deorbitador.

Considerando la ecuación del tether como circuito (24), la potencia generada en la carga interpuesta resulta ser

$$\dot{W}_g = I_C^2 Z_T = E_m LI_{sc} i_C^2 \Omega \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{W}_g}{E_m LI_{sc}} = i_C \left(\frac{|\varphi_C|}{\ell_t} - \tilde{V}_{cc} \right) \approx \frac{i_C |\varphi_C|}{\ell_t} \quad (33)$$

5 Descenso en el caso ideal

En el descenso de satélites, la carga interpuesta Z_T debe ser pequeña para minimizar la potencia generada (33) que no es útil. El límite $Z_T = 0$ se denomina *caso ideal* en [6]; se resumirán aquí las principales características de este régimen siguiendo el análisis de [6] y suponiendo $\tilde{V}_{cc} = \delta = 0$.

Dado que μ es pequeño, las ecuaciones (19-23) para $\xi > \xi_B$ presentan la solución $\varphi_e(\xi) \approx -(1 - i_B)(\xi - \xi_B)$, $i_e(\xi) \approx i_B \approx i_C$. Por consiguiente, el valor final φ_C resulta ser $\varphi_C = -(1 - i_B)(\ell_t - \xi_B)$. Sin embargo, cuando $\Omega = 0$ la ecuación del tether como circuito (24) proporciona $\varphi_C = 0$ y esta condición se satisface únicamente de dos formas diferentes: o bien $i_B = 1$, o bien $\ell_t = \xi_B$. Ello da lugar a dos regímenes distintos

- si $\ell_t < 4$ la condición $\varphi_C = 0$ se cumple con $\ell_t = \xi_B$: *régimen de tether corto*
- si $\ell_t \geq 4$ la condición $\varphi_C = 0$ se cumple con $i_B = 1$: *régimen de tether largo*

5.1 Régimen de tether corto

En este régimen el segmento BC (ver fig. 5) desaparece, es decir, el segmento anódico AB abarca todo el tether y la relación $\ell_t = \xi_B$ se satisface siempre. La figura 7 muestra, en su lado izquierdo, los perfiles de corriente y potencial del tether para diferentes valores de la máxima intensidad $i_B = 0,25, 0,5, 0,85, 1,0$.

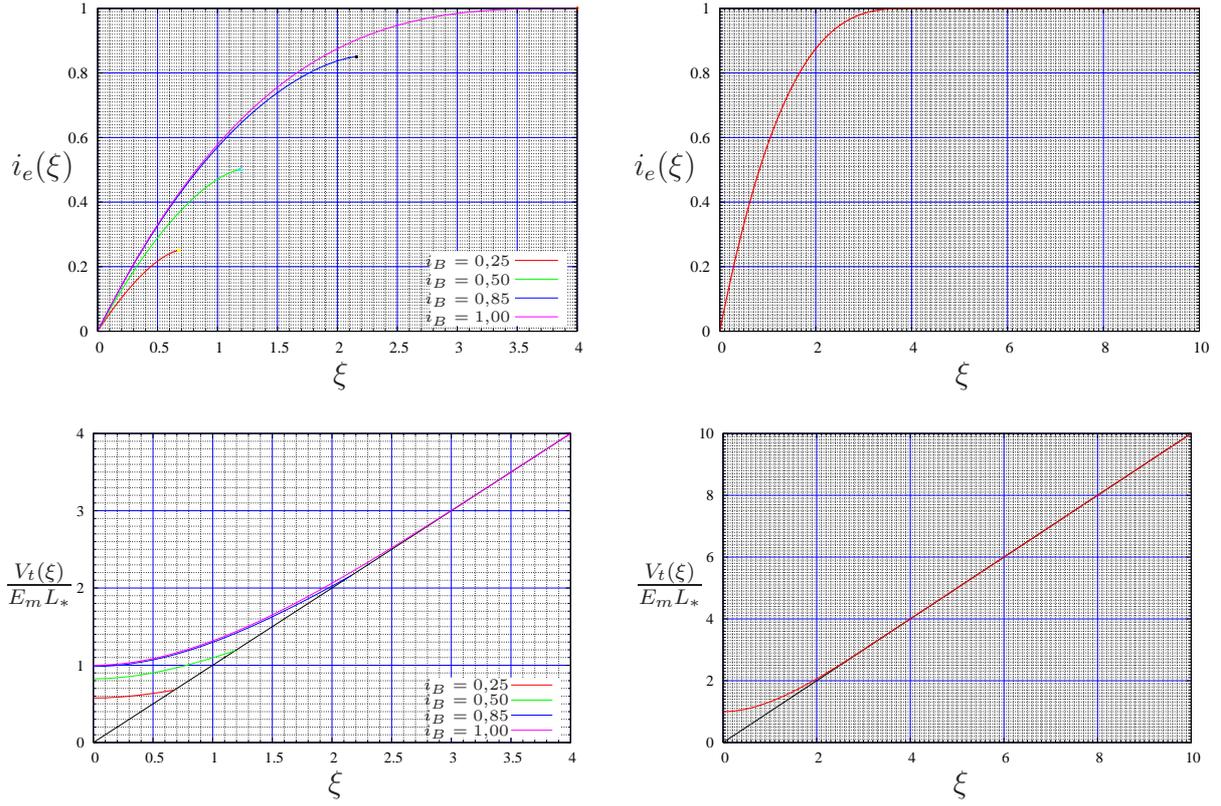


Figura 7: Perfiles de intensidad y potencial del tether. *Régimen de tether corto* a la izquierda, *régimen de tether largo* a la derecha

Las integrales U_1 y U_2 de (30) deben extenderse al intervalo $[0, \xi_B]$ y resultan ser

$$U_1(\ell_t, 0) = \ell_t - \varphi_A = \xi_B - [i_B(2 - i_B)]^{\frac{2}{3}}$$

$$U_2(\ell_t, 0) = \frac{1}{2}\xi_B^2 - \frac{4}{3}(1 - i_B)^{\frac{5}{3}} \int_0^{v_0} \sinh^{\frac{5}{3}} u \, du$$

donde v_0 se define por la relación $\cosh v_0 = (1 - i_B)^{-1}$. Ya que $\xi_B = \xi_B(i_B)$, ambos parámetros sólo dependen de i_B . Nótese que no hay emisión secundaria pues no existe segmento catódico en el tether. La potencia disipada por el sistema en este régimen es

$$\frac{\dot{W}_d}{E_m L I_{sc}} = -\left\{1 - \frac{[i_B(2 - i_B)]^{\frac{2}{3}}}{\xi_B}\right\}$$

y es también función de i_B . El extremo superior de este régimen ocurre para $\ell_t = \xi_B = 4$, $i_B = 1$ donde se produce la transición al régimen de tether largo.

5.2 Régimen de tether largo

En el régimen de tether largo $i_B = 1$ ($\xi_B = 4$) y la solución para el segmento catódico, $\xi > \xi_B$, es trivial: $\varphi_e(\xi) \equiv 0$ es $i_e(\xi) \equiv 1$.

La figura 7 muestra, en su lado derecho, los perfiles de intensidad y potencial del tether para un valor dado de la longitud del tether: $\ell_t = 10$. Para valores distintos de $\ell_t > 4$ la representación es la misma con una única diferencia: la extensión del segmento catódico.

Las integrales U_1 y U_2 definidas en (30) se extienden ahora a todo el tether $[0, \ell_t]$ y pueden expresarse de la forma siguiente

$$U_1(\ell_t, 0) = \ell_t - 1, \quad U_2(\ell_t, 0) = \frac{36}{5} + \frac{1}{2}(\ell_t^2 - 16) = \frac{1}{2}(\ell_t^2 - \frac{8}{5})$$

La potencia disipada por el sistema en este régimen es función sólo de ℓ_t :

$$\frac{\dot{W}_d}{E_m L I_{sc}} = -\left\{1 - \frac{1}{\ell_t}\right\}$$

De nuevo, la emisión secundaria no tiene lugar aunque en este caso por diferente motivo: ahora en el segmento catódico la caída de potencial entre el tether y el plasma se anula ($\varphi_e \equiv 0$). Por lo tanto la hipótesis $\delta = 0$ está justificada cuando el tether se utiliza principalmente como deorbitador.

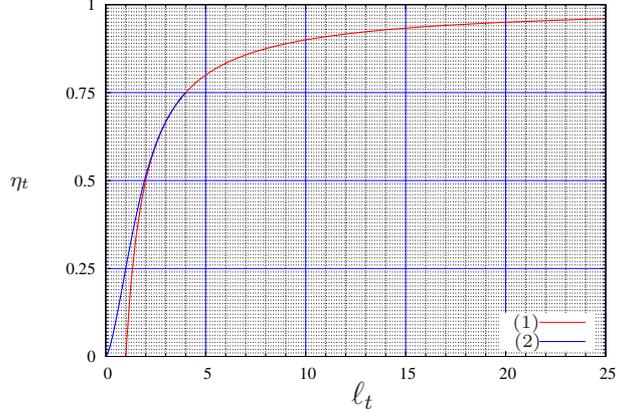


Figura 8: Potencia disipada vs. ℓ_t : (1) *régimen de tether largo*, (2) *régimen de tether corto*

5.3 Eficiencia de descenso del tether

El parámetro η_t definido en (32) es una buena medida de la eficiencia del tether como deorbitador. El análisis de los regímenes de tether corto y largo permite representar gráficamente este parámetro como función de la longitud del tether ℓ_t . La figura 8 muestra esta gráfica. Se observa que: *i*) la eficiencia del tether crece claramente con la longitud ℓ_t , y *ii*) el *régimen de tether largo* se extiende hasta $\ell_t \approx 2$, aproximadamente.

5.4 Condición de equilibrio

El valor crítico del ángulo másico ϕ dado por (31) es sólo función, en el caso ideal, de la longitud del tether ℓ_t . La figura 9 muestra el dibujo de esta función teniendo en cuenta los valores obtenidos para las funciones U_1 y U_2 .

La figura 8 muestra que las prestaciones del tether mejoran con la longitud adimensional ℓ_t . Pero $\ell_t \propto n_\infty^{\frac{2}{3}}$ cuando los demás parámetros permanecen fijos. La densidad de plasma iónico n_∞ sufre variaciones a lo largo de la órbita de un orden de magnitud, y por tanto, la relación entre los valores máximo

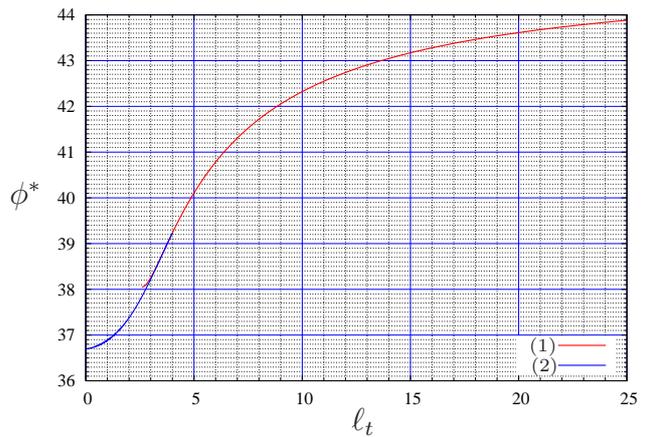


Figura 9: Valor crítico del ángulo másico ϕ^* vs. ℓ_t en el régimen: (1) *de tether largo*, (2) *de tether corto*

y mínimo de ℓ_t es alrededor de $10^{2/3} \approx 5$. Desde el punto de vista de la efectividad el tether debe ser diseñado para operar, aproximadamente, en el rango $\ell_t \in [3, 15]$; los valores de η_t se encontrarían en el intervalo $\approx [0,7, 0,95]$. La figura 9 muestra que el ángulo másico crítico que mantiene el tether equilibrado toma valores entre $[38,2^\circ, 43,2^\circ]$, es decir, hay una variación de 5° entre los extremos del intervalo.

Si para el equilibrado del tether se escoge un valor concreto, por ejemplo $\ell_t \approx 6$, esto es, $\phi \approx 40,7^\circ$ en el centro del intervalo, el tether estará desequilibrado durante la mayor parte de la órbita. No obstante, la importancia de ese desequilibrio puede evaluarse mediante el parámetro \hat{f} definido en (28), tomando $\cos \phi = \cos \phi^* \approx 0,758$. La figura 10 muestra la variación de \hat{f} con ℓ_t . Para el caso analizado aquí $\hat{f} \in [-0,03, 0,04]$, y aproximando $\varepsilon_0 \approx 1$ (ε_0 de orden unidad), se observa que ε oscila dentro del mismo intervalo $[-0,03, 0,04]$, y el factor de crecimiento f_g , ver (8), es $f_g \approx 8 \cdot 10^{-6}$ (se toma $i = 45^\circ$). El análisis asociado a f_g exige que ε sea constante, lo que no es cierto, en general; sin embargo, la hipótesis ε constante nos sitúa del lado de la seguridad. En el peor de los casos $\hat{f} = 0,04$, cualquier desviación inicial de la solución periódica invertirá un tiempo enorme en doblar su valor (≈ 10 años en LEO).

De este modo, durante la misión del tether, el par de Lorenz permanecerá próximo a cero y los efectos de la inestabilidad dinámica se verán drásticamente reducidos. Simultáneamente, la eficiencia del descenso orbital se mantendrá en valores elevados aunque inferiores, obviamente, a los recogidos en la figura 8 (debido a la libración del tether excitada por el par de Lorenz). No obstante, el tether puede equilibrarse con mayor precisión si se sacrifica parte de la eficiencia, como se expondrá en el siguiente apartado. Se observa que la estrategia para elegir el ángulo de masa crítico ϕ^* podría optimizarse de diferentes maneras. Por ejemplo, ajustando su valor a los esperados de ℓ_t a lo largo de la órbita.

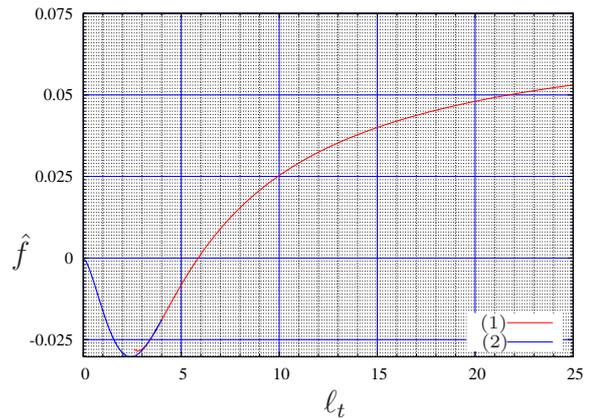


Figura 10: Valores de \hat{f} frente ℓ_t : (1) *régimen de tether largo*, (2) *régimen de tether corto*

6 Descenso en el caso general

Algunos autores distinguen entre el modo deorbitador, $\Omega = 0$ o muy pequeña, y el modo generador $\Omega \approx \mathcal{O}(1)$. En el primer caso el tether se ajusta para maximizar el descenso orbital; en el segundo, para maximizar la potencia generada en la carga interpuesta. En

este apartado se supondrá $\Omega \neq 0$ pero suficientemente pequeño para trabajar en las cercanías del régimen deorbitador. Como antes, se tomará $\delta = 0$, $\mu = 1/172$ y $\tilde{V}_{cc} = 0$ en el análisis que sigue.

El problema (18-24), que en general ha de resolverse numéricamente, proporciona los perfiles de intensidad y potencial a lo largo del tether

$$\begin{aligned} i_e &= i_e(\xi; \ell_t, \Omega) \\ \varphi_e &= \varphi_e(\xi; \ell_t, \Omega) \end{aligned}$$

Como parte de la solución, el análisis proporciona las relaciones complementarias

$$i_B = i_B(\ell_t, \Omega), \quad i_C = i_C(\ell_t, \Omega) \quad (34)$$

$$\xi_B = \xi_B(\ell_t, \Omega), \quad \eta_t = \eta_t(\ell_t, \Omega) \quad (35)$$

La figura 11 muestra los perfiles de intensidad $i_e(\xi)$ y potencial $V_t(\xi) = (\varphi_e(\xi) + \xi) \cdot E_m L_*$ a lo largo del tether, para el valor $\ell_t = 6$, seleccionado arbitrariamente, y para tres valores de $\Omega = 0, 0, 0,05$ y $0,1$. Como era de esperar, $i_B - i_C \ll 1$, porque la

recolección de iones tiene efectos muy pequeños en la vecindad del caso ideal de descenso orbital. Además, en el perfil de corriente del tether se observa la gran sensibilidad de la longitud del segmento anódico con Ω (pasa de 4 a 2.5 cuando Ω cambia de 0 a 0.05).

El gráfico del perfil del potencial ayuda a entender por qué la longitud ξ_B del segmento anódico es tan sensible a las variaciones de Ω . Nótese que, para el caso ideal $\Omega = 0$, el perfil del potencial del tether es tangente a la recta del potencial de plasma en $\xi = \xi_B$ ($\xi_B = 4$ en la figura) y coincide con ella para $\xi_B \leq \xi \leq \ell_t$. Cuando $\Omega \neq 0$, el potencial del tether *cruza* la recta potencial del plasma en $\xi = \xi_B$; el valor de ξ_B disminuye drásticamente. No obstante, la eficiencia de descenso del tether tal y como se define en (32), apenas se ve afectada por este comportamiento, como se muestra a continuación.

La figura 12 muestra las relaciones complementarias (34-35) como funciones de ℓ_t tomando Ω como parámetro; se consideran los valores $\Omega = 0,01, 0,02, \dots, 0,1$ y $\Omega = 0,2$, aparte del caso ideal ($\Omega = 0$). En ella se observa cómo la solución se separa del caso ideal cuando $\Omega \neq 0$. Esta discrepancia es, sin embargo, pequeña para valores pequeños de Ω ,

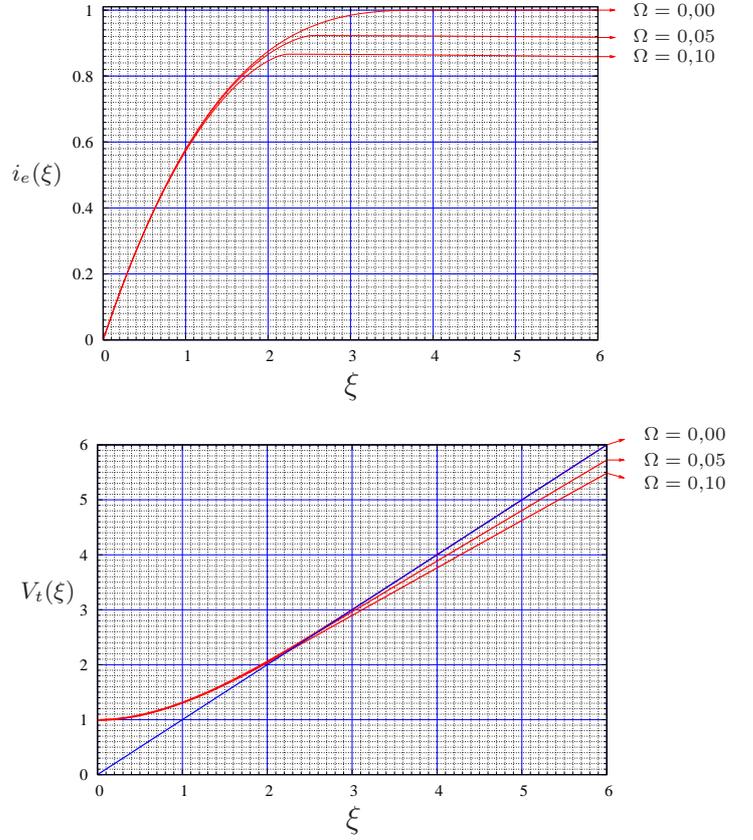


Figura 11: Perfiles de intensidad y potencial para $\ell_t = 6$ y $\Omega = 0, 0,05$ y $0,10$

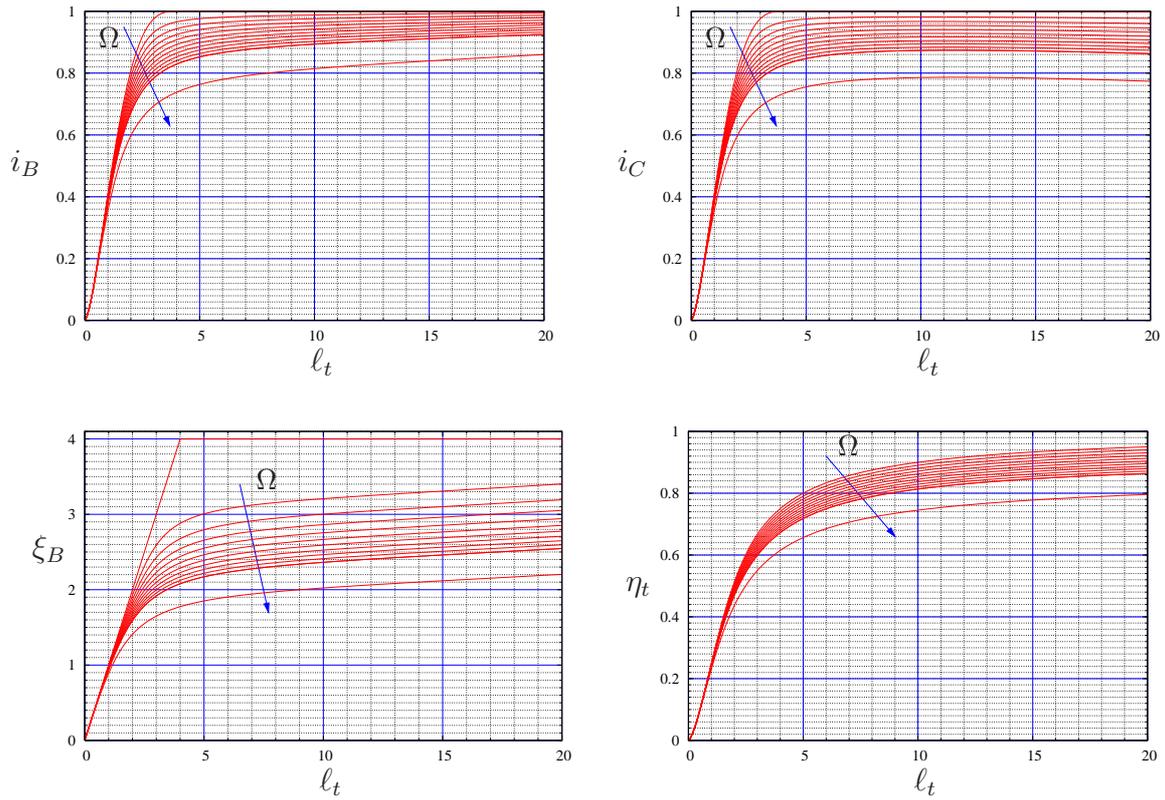


Figura 12: Funciones i_B y i_C (gráficas superiores), segmento anódico ξ_B y la eficiencia del tether como deorbitador η_t (gráficas inferiores) frente l_t para diferentes valores de $\Omega = 0, 0,01, 0,02, \dots, 0,1, 0,2$

como era de esperar. El parámetro más afectado es la longitud ξ_B del segmento anódico, que cambia drásticamente para pequeños valores de Ω , como ya se subrayó; el cambio se aprecia claramente en la gráfica de ξ_B . Se observa que la eficiencia de descenso del tether, decrece claramente con Ω ; para $\Omega \ll 1$ apenas se aleja del caso ideal.

La condición de equilibrado (31) proporciona el valor crítico $\phi^* = \phi^*(l_t, \Omega)$. La figura 13 muestra esta función cuando se toma l_t como variable independiente y Ω como parámetro. Para valores crecientes de Ω el ángulo másico crítico aumenta, pero las diferencias con el caso ideal son pequeñas si Ω es pequeño. La figura 13 muestra que el tether no se puede equilibrar manteniendo Ω constante. La variación de la densidad ionosférica de plasma n_∞ a lo largo de la órbita induce una variación de l_t y debido a ello el valor crítico ϕ^* cambiará con l_t . El mismo problema aparece en el caso ideal descrito previamente.

Sin embargo, se pueden mejorar los resultados obtenidos mediante una estrategia que se resume en los tres puntos siguientes:

1) se selecciona un valor crítico del ángulo másico, ϕ_0^* , a partir de un valor típico de l_t (por ejemplo, el valor medio de l_t a lo largo de la órbita del centro de masas, o el valor máximo esperado en la órbita),

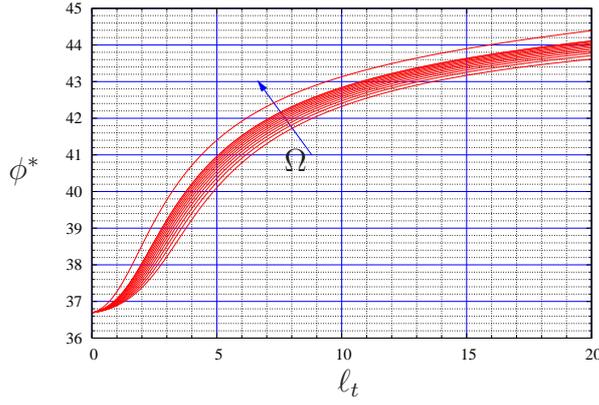


Figura 13: Condición de equilibrado para distintos valores de Ω

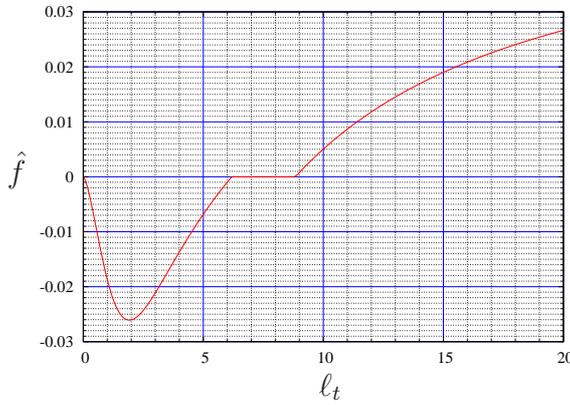


Figura 14: \hat{f} vs. l_t para el tether equilibrado

her permanecerá exactamente equilibrado en el segmento $l_t \in [a, b] = [6,18, 8,83]$; fuera del mismo, no está equilibrado.

$$\begin{aligned}
 l_t < 6,18 &\Rightarrow \Omega^* = 0,2 \\
 6,18 < l_t < 8,83 &\Rightarrow \Omega^* = 0,001222l_t^4 - 0,03845l_t^3 + 0,47l_t^2 - 2,69168l_t + 6,18134 \quad (37) \\
 l_t > 8,83 &\Rightarrow \Omega^* = 0,0
 \end{aligned}$$

Para tener una medida del desequilibrio puede representarse el parámetro \hat{f} frente a l_t usando la ley (37):

$$\hat{f} = \cos^2 \phi_0^* \frac{U_1(l_t, \Omega^*)}{l_t} - \frac{U_2(l_t, \Omega^*)}{l_t^2}$$

La figura 14 muestra el gráfico de \hat{f} frente a l_t en un tether equilibrado por medio de la ley (37). Comparando con la situación descrita en el caso ideal (figura 10) son evidentes dos ventajas: *i*) cuando l_t se encuentra en el intervalo $[3, 15]$, los valores extremos de \hat{f} ,

2) la ecuación (31) proporciona entonces la relación

$$\cos \phi_0^* - \sqrt{\frac{U_2(l_t, \Omega)}{l_t U_1(l_t, \Omega)}} = 0$$

que da, para cada valor de l_t , el valor de Ω que mantiene el tether equilibrado:

$$\Omega^* = \Omega^*(\phi_0^*, l_t) \quad (36)$$

y, **3)** la relación anterior puede extenderse a cualquier rango $[a, b]$ de valores de l_t con una selección conveniente de ϕ_0^* .

Para fijar ideas, se desarrollará un ejemplo. Supóngase que $\phi_0^* = 42^\circ$. Además, se escogerá el intervalo $l_t \in [a, b] = [6,18, 8,83]$ para mantener el tether equilibrado. De este modo, la función $\Omega^* = \Omega^*(\phi_0^*, l_t)$ definida en (36) toma la forma recogida más adelante en (37). La expresión del segundo miembro de (37) es un ajuste, por mínimos cuadrados, obtenido de los resultados numéricos. Por tanto, el tether

$[-0,03, 0,04]$ en el caso ideal, decrecen substancialmente y pasan a ser, aproximadamente, $[-0,02, 0,02]$ y, *ii*) a lo largo del segmento $[a = 6,18, b = 8,83]$ el tether está *exactamente* equilibrado y el par de Lorenz es estrictamente nulo

No obstante, estabilizar la actitud del sistema implica perder algo de eficiencia en el descenso. En el ejemplo anterior (ley (37)), la figura 15 muestra la eficiencia η_t del tether, como función de ℓ_t . La línea superior corresponde al caso ideal (ver figura 8); la línea inferior corresponde al ejemplo. Ambas líneas coinciden para $\ell_t > b = 8,83$; para $\ell_t < b$ se pierde algo de eficiencia. Los valores ϕ_0^* y $[a, b]$ deben ajustarse, en cada misión, al nivel de estabilidad dinámica requerido (varía substancialmente de una misión a otra).

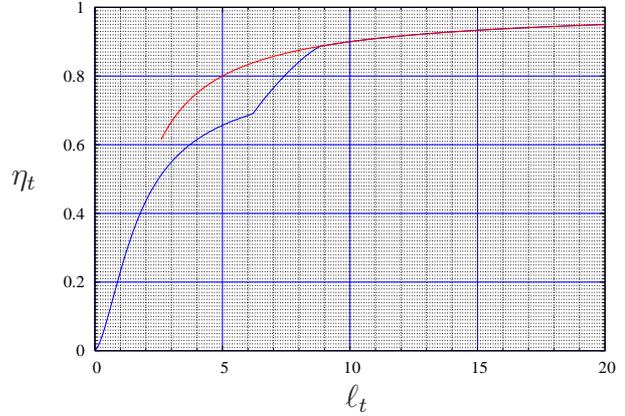


Figura 15: η_t vs. ℓ_t para el tether equilibrado

7 Conclusiones

Este artículo muestra cómo equilibrar un tether electrodinámico desnudo que opera en una órbita circular no ecuatorial trabajando en régimen generador. Para esta clase de tethers la condición de equilibrio depende de: 1) la geometría y las características materiales del tether, 2) los campos externos y características orbitales, 3) la distribución de masa del sistema y, 4) la carga interpuesta.

En un tether con buenas prestaciones como deorbitador, la resistencia interpuesta es cero y su eficiencia se maximiza de acuerdo con los requisitos de las misiones. En este régimen, equilibrar el tether implica elegir una distribución de masa que minimice el par de Lorenz. Sin embargo, las grandes variaciones en la densidad de plasma ionosférico a lo largo de la órbita impiden obtener un par de Lorenz nulo de manera sostenida. Si se desea, la distribución de masa puede ajustarse para obtener un par de Lorenz cuyo valor medio a lo largo de la órbita sea cero. Con este diseño, el sistema mejora su estabilidad dinámica de manera que para algunos requerimientos de misión resulta ser una excelente solución para conseguir controlar el movimiento en actitud. No obstante, existen más posibilidades que no han sido contempladas en este artículo; se abre un amplio abanico de soluciones que se estudiarán en el futuro.

Para misiones con requerimientos más estrictos en la estabilidad dinámica del movimiento en actitud se ofrece una solución más sofisticada. Haciendo uso de una pequeña carga interpuesta y sacrificando parte de la eficiencia del tether como deorbitador, es po-

sible introducir un sistema de control para anular estrictamente el par de Lorenz en un amplio intervalo de densidades electrónicas de plasma. Para cada misión ha de encontrarse una solución de compromiso entre la estabilidad dinámica conseguida y la eficiencia deorbitadora perdida para optimizar el procedimiento.

Por último, señalar que la implementación práctica del esquema de control propuesto en estas páginas es sencilla. Un potenciómetro apropiadamente incluido en el circuito eléctrico del tether, permite controlar el valor de la carga interpuesta. El control se puede implementar midiendo la densidad ionosférica de plasma (con una sonda de Langmuir).

8 Agradecimientos

Trabajo incluido en el proyecto **Dinámica del descenso/ascenso orbital de satélites por medio de amarras espaciales electrodinámicas** (ESP2004-04376) financiado por la *Dirección General de Investigación* del Ministerio español de Educación y Ciencia.

REFERENCIAS

- [1] **J. Peláez and Y. N. Andrés.** Dynamic stability of electrodynamic tethers in inclined elliptical orbits. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 28(4):611–622, 2005.
- [2] **E. C. Lorenzini, R. D. Estes, M. L. Cosmo & J. Peláez.** Dynamic, Electrodynamic, and Thermal Coupling in a New Class of Electrodynamic Tethered Satellites. *Advances in the Astronautical Sciences*, 402:1633–1344, 1999.
- [3] **R. I. Samanta Roy, D. E. Hastings and E. Ahedo.** Systems analysis of electrodynamic tethers. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 29:415–424, 1992.
- [4] **J. R. Sanmartín, M. Martínez-Sánchez & E. Ahedo.** Bare Wire Anodes for Electrodynamic Tether. *Journal of Propulsion and Power*, 9(0):352–320, 1993.
- [5] **J.R. Sanmartín and R.D. Estes.** The orbital-motion-limited regime of cylindrical Langmuir probes. *Physics of Plasmas*, 6:395–405, 1999.
- [6] **E. Ahedo and J. R. Sanmartín.** Analysis of electrodynamic tethers as deorbiting systems. *Paper AIAA 2000-3763 36th Joint Propulsion Conference*, July 16-19 2000. Huntsville, AL.
- [7] **J. Peláez, E. C. Lorenzini, O. López-Rebollal & M. Ruiz.** A New Kind of Dynamic Instability in Electrodynamic Tethers. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 48(4):449–476, October-December 2000.
- [8] **J. Peláez, E. C. Lorenzini, O. López-Rebollal & M. Ruiz.** A New Kind of Dynamic Instability in Electrodynamic Tethers. *Advances in the Astronautical Sciences*, 105:1367–1386, 2000.

- [9] **J. Peláez, M. Ruiz, O. López-Rebollal, E. C. Lorenzini & M. L. Cosmo.** A Two Bar Model for the Dynamics and Stability of Electrodynamic Tethers. *Advances in the Astronautical Sciences*, 105:1327–1336, 2000.
- [10] **J. Corsi & L. Iess.** Stability and control of electrodynamic tethers for de-orbiting applications. *Acta Astronautica*, 48(5-12):491–501, 2001.
- [11] **J. Peláez & M. Lara.** Periodic solutions in rigid electrodynamic tethers on inclined orbits. *Advances in the Astronautical Sciences*, 108:1189–1208, 2001.
- [12] **J. Peláez, O. López-Rebollal, M. Ruiz & E. C. Lorenzini.** Damping in rigid electrodynamic tethers on inclined orbits. *Advances in the Astronautical Sciences*, 108:1203–1624, 2001.
- [13] **J. Peláez, M. Ruiz, O. López-Rebollal, E. C. Lorenzini & M. L. Cosmo.** A Two Bar Model for the Dynamics and Stability of Electrodynamic Tethers. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 25(6):1125–1135, November-December 2002.
- [14] **M. Dobrowolny.** Lateral oscillations of an electrodynamic tether. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 50(2):125–147, April-June 2002.
- [15] **J. Peláez & M. Lara.** Periodic solutions in electrodynamic tethers on inclined orbits. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 26(9):395–406, May-June 2003.
- [16] **L. Somenzi, L. Iess & J. Peláez.** Linear stability analysis of flexible electrodynamic tethers. *Advances in the Astronautical Sciences*, 116:615–634 2004.
- [17] **J. Peláez.** Self balanced electrodynamic tethers. *Proc. of The 2004 AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit*, Providence, RI, USA, 2004.
- [18] **J. Peláez and Y. N. Andrés.** Dynamic stability of electrodynamic tethers in inclined elliptical orbits. *Advances in the Astronautical Sciences*, 116:595–614, 2004.
- [19] **J. Peláez, M. Sanjurjo & J. Fontdecaba.** Satellite deorbiting using a self balanced electrodynamic tether. *Proceedings of The 55th International Astronautical Congress, Vancouver, Canada, (Paper IAC-04-A.5.08)*, 2004.
- [20] **J. R. Sanmartín, M. Charro, S. Elaskar, J. Peláez, I. Tinao & A. Hilgers.** Floating bare-tether as upper atmosphere probe. *ESA. ESTEC Contract No. 17384/03/NL/LvH/bj*, 2004.