
LA OLIMPIADA MATEMÁTICA

Sección a cargo de

María Gaspar

42 Olimpiada Internacional de Matemáticas

por

María Gaspar y Mercedes Sánchez

La primera Olimpiada Internacional del siglo XXI se ha celebrado en Washington DC entre los días 1 y 14 de julio. Esta es la segunda vez que esta ciudad acoge una Olimpiada; ya fue sede hace exactamente veinte años, la primera vez que la IMO salió de la vieja Europa. Esa fue la ocasión para que se incorporaran países americanos, como Canadá, México, Colombia y Venezuela. En 2001 han participado 473 estudiantes - no más de cuarenta chicas - de 83 países: un nuevo record, que deberíamos batir cada año, porque todavía es muy escasa la presencia de países de América Central, y sobre todo, de África.

Antes del viaje, Ignacio Cascudo Pueyo, Joaquim Cevallos Morales, Luis Hernández Corbato, Sergio Millán López, Miquel Oliu Barton y Martí Prats Soler, que formaban el equipo español, se reunieron en Córdoba y en Barcelona donde se llevaron a cabo intensas sesiones de preparación. También estuvieron invitados los estudiantes que resultaron premiados en Murcia y que, por razones de edad y escolarización, pueden seguir participando en la Olimpiada. Hay que agradecer el interés y soporte económico de las Universidades de Córdoba y Politécnica de Cataluña, pero sobre todo, la labor desinteresada de los profesores que dedican muchas horas a la preparación de los alumnos.

Los chicos, acompañados por Mercedes Sánchez Benito, viajaron a Washington el día 3 de julio. Como es habitual, un par de días antes lo había hecho, al igual que el resto de los Jefes de Delegación, María Gaspar.

Presidido por Ronald Graham, el Jurado Internacional comenzó inmediatamente a trabajar sobre una lista de 28 problemas: ocho de geometría, ocho de combinatoria, y seis tanto de álgebra como de teoría de números. En esta primera etapa - selección, redacción, traducción a los idiomas oficiales y supervisión de las más de 50 versiones en los distintos idiomas maternos de los estudiantes - dispusimos de más tiempo que en otras ocasiones, e incluso pudimos permitirnos el lujo de no trabajar el día 4 de julio para asistir a la ceremonia de apertura y presenciar, con los estudiantes y profesores acompañantes, los fuegos artificiales desde el río Potomac.

Mientras tanto, los chicos, alojados en la Universidad Georges Mason, también dispusieron de más tiempo: para conocer Washington y pasar buenos

ratos divirtiéndose, haciendo problemas y aprendiendo de las aparentemente fáciles soluciones de otros compañeros.



Las pruebas tuvieron lugar el domingo 8 y el lunes 9 de julio, con los problemas siguientes, propuestos por Corea (P1 y P2); Alemania (P3); Canadá (P4); Israel (P5) y Bulgaria (P6):

Primer día

Washington DC, 8 de julio de 2001

1. Sea ABC un triángulo acutángulo, y sea O el centro de su circunferencia circunscrita. El punto P del lado BC es el pie de la altura desde A .

Supongamos que $\widehat{BCA} \geq \widehat{ABC} + 30^\circ$.

Demostrar que $\widehat{CAB} + \widehat{COP} < 90^\circ$.

2. Demostrar que

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + 8bc}} + \frac{b}{\sqrt{b^2 + 8ca}} + \frac{c}{\sqrt{c^2 + 8ab}} \geq 1$$

para todos los números reales positivos a, b y c .

3. En un concurso de matemáticas participaron 21 mujeres y 21 hombres.

- Cada concursante resolvió como máximo 6 problemas.
- Para cada mujer y cada hombre, hay al menos un problema que fue resuelto por ambos.

Demostrar que hay al menos un problema que fue resuelto por al menos tres hombres y tres mujeres.

Segundo día

Washington DC, 9 de julio de 2001

4. Sea n un entero positivo impar mayor que 1, y sean $k_1, k_2, \dots, k_n$ números enteros dados. Para cada una de las $n!$ permutaciones $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ del conjunto $\{1, 2, \dots, n\}$, sea

$$S(a) = \sum_{i=1}^n k_i a_i$$

Demostrar que existen dos permutaciones b y c , con $b \neq c$, tales que $n!$ es divisor de $S(a) - S(b)$.

5. En un triángulo ABC , la bisectriz del ángulo $\widehat{BAC}$ corta al lado BC en P , y la bisectriz del ángulo $\widehat{ABC}$ corta al lado CA en Q .

Se sabe que $\widehat{BAC} = 60^\circ$ y que $AB + BP = AQ + QB$.

Determinar las posibles medidas de los ángulos del triángulo ABC .

6. Sean a, b, c, d números enteros con $a > b > c > d > 0$. Supongamos que

$$ac + bd = (b + d + a - c)(b + d - a + c)$$

Demostrar que el número $ab + cd$ no es primo.

La media de la prueba ha sido de 12,79 puntos, la más baja de los últimos años. No había ningún problema tan duro como los difíciles problemas de los últimos años en Rumanía y Corea, pero tal vez en su conjunto haya resultado demasiado técnica. Los chicos españoles trabajaron con ilusión, enfrentándose sin miedo a los problemas; Luis resolvió dos, lo que le valió medalla de bronce, Miquel y Joaquim tuvieron mención de honor, por sus 7 puntos en el problema 4, y Martí, Nacho y Sergio, que fueron menos afortunados, se sintieron al principio un poco decepcionados, porque a pesar de que todos llegaron allí sin esperanzas de hacer nada, le vieron la cara a los problemas de una Olimpiada Internacional y los tuvieron a su alcance; ¡podían haberlos hecho! Lástima que sólo Sergio pueda repetir. Porque tener una plata, o un oro en Internacional, es muy difícil, y rara vez se consigue a la primera.

Tabla de frecuencias

	P1	P2	P3	P4	P5	P6
0	131	312	272	147	94	378
1	28	40	128	79	47	21
2	47	15	36	36	143	17
3	45	9	8	11	68	8
4	12	11	1	15	17	10
5	12	7	6	6	16	9
6	20	3	3	8	5	3
7	178	76	19	171	83	27
media todos	3.66	1.53	0.86	3.21	2.74	0.78
media premios	5.86	2.70	1.40	5.25	4.10	1.44
desviación	2.99	2.62	1.59	3.09	2.35	1.89

Terminadas las coordinaciones, que se realizaron en dos jornadas de trabajo muy intenso, el Jurado tuvo su última reunión en la noche del 11 de julio. Se aprobaron los resultados y los cortes para las medallas, que han estado en 11 puntos para el bronce, 20 para la plata y 30 para el oro, lo que se traduce en 39 estudiantes con oro, 81 con plata y 122 con bronce; en proporción aproximada a la 1:2:3:12 que se contempla para la distribución de premios. Cuatro estudiantes - dos de China y dos de Estados Unidos - tuvieron la puntuación máxima de 42. Además, 37 estudiantes tuvieron Mención de Honor.

La ceremonia de clausura y entrega de premios en el Kennedy Center, ha sido este año realmente única. La organizaba el Clay Mathematical Institute, que quiso hacerla coincidir con su reunión anual, y sirvió de punto de encuentro entre algunos de los grandes matemáticos de este siglo, y los que lo serán sin duda en un futuro no muy lejano. En primer lugar, se entregaron los Premios Clay de investigación de 2001 a Edward Witten (Medalla Fields de 1990) y Stanislav Smirnov. Este último, ex olímpico con la antigua Unión Soviética, pudo encontrarse con el que había sido su profesor en San Petersburgo, que estaba en Washington con el equipo de Kazhastán. Asistió Andrew Wiles, cuya aparición en el estrado fue saludada con una monumental ovación. Las palabras que dirigió a los estudiantes fueron un ejemplo de claridad, sabiduría y belleza. Les habló de las diferencias y similitudes entre las matemáticas que ellos habían hecho en la Olimpiada, y la labor del matemático profesional, la transición del sprint al marathon: en ambos casos la determinación de conseguir algo en cierto tiempo es esencial. “Debéis olvidar la idea de que lo que se necesita es el talento, y que con él vendrá la inspiración. Simplemente, no hay sustituto para el trabajo duro y la perseverancia”. Les habló de viejos y nuevos problemas de matemáticas, eligiendo como ejemplo uno, con más de 100 años de historia y que forma parte del séptimo problema Clay del milenio (la conjetura de Birch

y Swinnerton-Dyer), cuyo enunciado se expresa en términos elementales: dado un entero positivo n , ¿existe un triángulo rectángulo con lados racionales y de área n ? Merece la pena escuchar la charla completa, que se encuentra en vídeo en la dirección del CMI, www.claymath.org



El acto terminó con una cena de despedida, durante la cual el representante del Reino Unido felicitó, en nombre de todos, a los organizadores de la Olimpiada que terminaba, al tiempo que invitaba a la siguiente que se celebrará en Glasgow en 2002.

María Gaspar
Mercedes Sánchez
Facultad de Matemáticas, UCM
correo electrónico: maria_gaspar@mat.ucm.es
merche_sanchez@mat.ucm.es

Tabla de puntuación por países

País	ptos	o	p	b	mh	País	ptos	o	p	b	mh
Albania	20	0	0	0	1	Kazhastán	168	4	1	0	1
Alemania	131	1	3	1	0	Kuwait	3	0	0	0	0
Argentina	103	0	3	2	0	Kyrgistán	5	0	0	0	0
Armenia	44	0	0	2	0	Letonia	71	0	1	2	2
Australia	97	1	0	4	0	Lituania	39	0	0	1	0
Austria	44	0	0	1	1	Luxemburgo	4	0	0	0	0
Azerbaijan	19	0	0	1	0	Macao	32	0	0	1	0
Bélgica	25	0	0	0	0	Macedonia	59	0	0	2	0
Bielorrusia	135	1	2	3	0	Malasia	36	0	0	0	3
Bosnia-Herzeg	47	0	1	1	0	Marruecos	45	0	0	1	2
Brasil	116	0	4	2	0	Méjico	56	0	0	2	1
Bulgaria	185	3	3	0	0	Moldavia	70	0	2	1	1
Canadá	94	1	0	4	0	Mongolia	79	0	2	2	0
Colombia	64	0	0	4	0	Noruega	48	0	1	1	0
Corea	185	3	3	0	0	Nueva Zelanda	58	0	1	1	0
Croacia	76	0	1	2	2	Países Bajos	42	0	0	2	1
Cuba	92	1	1	3	0	Paraguay	2	0	0	0	0
China	225	6	0	0	0	Perú	67	0	0	4	1
Chipre	78	0	0	4	2	Polonia	107	0	3	1	1
Dinamarca	25	0	0	0	0	Portugal	6	0	0	0	0
Ecuador	0	0	0	0	0	Reino Unido	79	0	1	3	1
EEUU	196	4	2	0	0	Rep. Checa	57	0	0	2	2
Eslovaquia	54	0	0	2	0	Rumanía	129	1	2	2	1
Eslovenia	25	0	0	0	0	Rusia	196	5	1	0	0
España	37	0	0	1	2	Singapur	87	0	1	4	0
Estonia	72	0	1	3	0	Sri Lanka	21	0	0	1	0
Filipinas	16	0	0	0	0	Sudáfrica	75	0	1	3	0
Finlandia	32	0	0	1	0	Suecia	27	0	0	1	0
Francia	88	0	2	3	0	Suiza	38	0	0	2	0
Georgia	71	0	1	3	0	Tailandia	103	0	2	2	0
Grecia	86	0	1	3	1	Taiwán	141	1	5	0	0
Guatemala	12	0	0	0	1	Trinidad Tobago	36	0	0	2	0
Hong Kong	107	0	2	4	0	Túnez	36	0	0	1	0
Hungría	107	0	2	3	0	Turkmenistán	29	0	0	0	1
India	178	2	2	2	0	Turquía	136	1	3	2	0
Indonesia	36	0	1	0	1	Ucrania	143	1	5	0	0
Irán	111	2	4	0	0	Uruguay	8	0	0	0	0
Irlanda	32	0	0	1	0	Uzbekistán	91	0	1	3	2
Islandia	18	0	0	0	0	Venezuela	53	0	1	1	1
Israel	113	1	2	1	1	Vietnam	139	1	4	0	1
Italia	56	0	0	2	2	Yugoslavia	79	0	1	3	0
Japón	134	1	3	2	0						