

---

---

## HISTORIA

Sección a cargo de

Antonio J. Durán<sup>1</sup>

---

---

### ENIAC, matemáticas y computación científica

por

Manuel Perera Domínguez

#### Resumen

Con este artículo se pretende poner de manifiesto la vital importancia que para la invención del moderno ordenador tuvo la necesidad de realizar complejos y largos cálculos matemáticos. Se examina la situación tecnológica del cálculo científico en la década anterior a la Segunda Guerra Mundial. Fueron las necesidades militares de cálculo surgidas durante esta guerra las que llevaron directamente al ENIAC, la primera máquina que merece la denominación de "ordenador" y que fue construido para la resolución numérica de problemas balísticos. Se trata el desarrollo de este ordenador electrónico, sus características relevantes y sus fundamentales diferencias con los ordenadores actuales. Por último se comenta la utilización real de ENIAC en la resolución de problemas matemáticos y científicos y su importancia como instrumento experimental para la matemática aplicada.

#### Mecanización del cálculo científico en los años 30

Durante la década de los años 30 de este siglo, la comunidad científica disponía, para la realización de cálculos matemáticos, de una diversa gama de maquinaria: los artefactos analógicos, las calculadoras de mesa y las máquinas tabuladoras [9, 26, 47].

El fundamento de las máquinas de cálculo analógicas se basa en establecer una analogía entre un mecanismo o dispositivo físico y un problema matemático, de manera que las ecuaciones que rigen el comportamiento del mecanismo sean análogas a las del problema a resolver. El ejemplo más sencillo es la regla de cálculo. Estas máquinas trabajan con magnitudes continuas y alcanzaron un

---

<sup>1</sup>Los interesados en colaborar con esta sección pueden dirigir sus contribuciones a la siguiente dirección: Antonio J. Durán; Sección Historia Gaceta RSME; Departamento de Análisis Matemático; Facultad de Matemáticas; Universidad de Sevilla; Apto. 1160; 41080-Sevilla; [duaran@cica.es](mailto:duaran@cica.es)

nivel de madurez en cuanto a su utilización científica a raíz de los trabajos del inglés Lord Kelvin y del físico norteamericano A.A. Michelson a finales del siglo XIX. Es importante el trabajo del ingeniero español Leonardo Torres Quevedo con su "máquina algebraica" [16, 24, 54] que si bien no tuvo importancia práctica real sí estaba rigurosamente fundamentada en la teoría. Las máquinas analógicas eran de construcción completamente mecánica si bien adoptaron rápidamente la nueva tecnología de la electrónica en la década de los años 30 y 40 del siglo XX, con lo que las analogías abandonaron su fundamento físico de la mecánica clásica para establecerse en las ecuaciones diferenciales de los circuitos electrónicos.

El mayor desarrollo alcanzado en el campo de la maquinaria analógica mecánica corresponde al analizador diferencial inventado por Vannevar Bush [7] a principios de los años 30 en el Instituto de Tecnología de Massachusetts (MIT) que mediante un complejo mecanismo permitía la resolución numérica de un amplio tipo de ecuaciones diferenciales. Esta máquina es uno de los mayores logros de la ingeniería mecánica de su tiempo y su impacto fue considerable si bien su complejidad, gran tamaño y dificultad de construcción limitaron su utilización general por la comunidad científica. Un estudio de Claude E. Shannon<sup>2</sup> sobre el fundamento matemático del analizador diferencial se encuentra en [57] mientras que [28] es una buena descripción de los aspectos estructurales y de construcción.

Por el contrario las máquinas digitales consideran únicamente cantidades numéricas discretas con las que se operaba algorítmicamente. Éste es el caso de las calculadoras manuales que surgieron comercialmente en el siglo XIX y que a principios del XX habían alcanzado un alto nivel de utilización comercial y administrativa con conocidos fabricantes como Brunsviga, Madas, Marchant, etc. Estas máquinas eran de construcción mecánica e inicialmente su fuente de energía era el brazo humano si bien posteriormente utilizaron la corriente eléctrica. Eran de utilización común en universidades y laboratorios y hasta la popularización de los ordenadores supusieron el único medio de cálculo económicamente absequible y ampliamente utilizado por la comunidad científica en general, exceptuando la regla de cálculo y las tablas de logaritmos. Es esta tecnología la utilizada por E.T. Whittaker, uno de los pioneros del moderno análisis numérico, en su extensa y prolongada obra en el Laboratorio Matemático de la Universidad de Edimburgo. En España Torres Quevedo desarrolló un importante trabajo teórico y práctico en la vanguardia de esta tecnología con su "aritmómetro".

Las máquinas tabuladoras se inventaron por el norteamericano Herman Hollerith en la última década del siglo XIX para el tratamiento automático de grandes volúmenes de datos censales almacenados en tarjetas perforadas. Alcanzaron un rápido desarrollo comercial en las administraciones públicas y grandes empresas. No cabe duda de que supusieron un importante impulso

<sup>2</sup>El luego fundador de la teoría de la información trabajó durante esos años en el MIT con los analizadores diferenciales y colaboró en su utilización posterior para cálculos balísticos.

para el desarrollo práctico de la estadística [9, 37]. Una instalación típica de tratamiento de datos repartía la tarea a realizar entre un conjunto de máquinas de propósito muy específico (perforadoras, clasificadoras, etc). Alrededor de 1930 se empezaron a utilizar también para labores de cálculo científico a partir de los trabajos de L.J. Comrie en Inglaterra y W.J. Eckert en los Estados Unidos que escribió un importante libro sobre la utilización matemática de esta tecnología [15] y dirigió el *Astronomical Computing Laboratory* fundado en la Universidad de Columbia y patrocinado por IBM. Otro gran impulsor de la utilización científica de las máquinas tabuladoras fue el *National Bureau of Standards (NBS)* estadounidense que impulsó un ambicioso proyecto de cálculo y verificación de tablas matemáticas utilizando métodos de diferencias finitas (algo que ya había sido propuesto nada menos que en 1823 por Charles Babbage para su proyecto de "máquina de diferencias").

## La Segunda Guerra Mundial

Con la Segunda Guerra Mundial la mecanización y automatización de los cálculos matemáticos experimentó un desarrollo vertiginoso, usualmente considerándose como una ayuda práctica de la matemática aplicada para resolver ecuaciones diferenciales en problemas de balística, aerodinámica, explosiones, etc. Aunque en 1940 los Estados Unidos no habían entrado aún en la guerra, el Gobierno empezó a preparar planes para la preparación militar del país con vistas a una futura participación. En particular se dirigió a las diversas sociedades científicas para que iniciasen tareas preparatorias para la investigación militar. La comunidad matemática estadounidense estableció en 1940 un plan de preparación para la guerra [51] en el que se destacaba la necesidad de complementar la formación de los matemáticos, tanto estudiantes como graduados, en materias de directa aplicación militar como balística, aeronáutica, computación (haciéndose referencia a la "numérica, mecánica y eléctrica"), criptografía, probabilidad y estadística. Se constituyó un comité para los preparativos bélicos del cual formaban parte John von Neumann (Instituto de Estudios Avanzados, Princeton) como consultor en balística y Norbert Wiener (Instituto de Tecnología de Massachusetts) como consultor en "computación".

Durante la guerra las principales potencias implicadas desarrollaron diversa maquinaria de cómputo. En Alemania el ingeniero Konrad Zuse [53] elaboró una serie de calculadores electromecánicos y desarrolló un considerable trabajo teórico que evidentemente no fue conocido hasta la finalización de la guerra. El Almirantazgo inglés también llevó a cabo un plan de mecanización de cálculos matemáticos pero sin duda el esfuerzo británico más destacado en la materia son las máquinas criptográficas electrónicas desarrolladas por un equipo que incluía al lógico matemático Alan Turing. Los Estados Unidos llevaron a la práctica el plan más ambicioso con varios proyectos perfectamente financiados y establecidos en la Oficina de Investigación y Desarrollo Científico (OSDR) que dirigida por Vannevar Bush (inventor del analizador diferencial) se convirtió en la primera gran organización gubernamental científica de nues-

tro tiempo. La investigación fue llevada a cabo por equipos multidisciplinarios (matemáticos, físicos e ingenieros eléctricos) con gran proporción de profesorado universitario. Los dos proyectos principales fueron los liderados por el matemático George Stibitz en los laboratorios Bell (en esa época, al igual que hoy día, uno de los principales centros mundiales de investigación tecnológica) y Howard Aiken<sup>3</sup> en la Universidad de Harvard (máquina Mark I en 1944). Ambos consistían en la elaboración de complejos y sofisticados calculadores basados en relés telefónicos: electroimanes que abren o cierran conexiones en función de que circule o no corriente eléctrica por ellos. Se trata de una tecnología muy probada industrialmente y con un alto nivel de madurez. Antes de la guerra Stibitz había desarrollado una modesta máquina que permitía realizar operaciones con números complejos de manera remota a través de comunicación telegráfica y que había presentado en una reunión<sup>4</sup> de la Sociedad Matemática Americana (AMS).

### Caracterización del ordenador

En qué medida pueden considerarse los desarrollos anteriores como un ordenador en el sentido actual depende de la caracterización que hagamos de este concepto. Con generalidad está aceptado que los atributos básicos y fundamentales de un ordenador son los siguientes:

**1. Automático.** El dispositivo debe ser capaz de llevar a cabo la tarea que tenga asignada sin requerir intervención humana para realizar una secuencia de operaciones ni supervisión constante para controlar el buen funcionamiento de éstas. No es éste el caso de las calculadoras de mesa ni de los sistemas basados en máquinas tabuladoras.

**2. Programable.** Debe existir un mecanismo que permita variar, dentro de unos límites, la tarea concreta que realiza el dispositivo en cuestión. Por ejemplo las máquinas tabuladoras de IBM disponían de un tablero de conexiones en el que se "enchufaban" cables lo que proporcionaba una cierta capacidad para variar la funcionalidad a realizar. Las máquinas de Stibitz y Aiken permitían leer una secuencia de instrucciones externamente almacenada en forma de una cinta perforada (este tipo de cinta ha sido muy utilizado en telegrafía hasta hace pocos años). Mediante una codificación oportuna en la cinta de las órdenes que puede realizar la máquina puede variarse la secuencia de cálculos a desarrollar. Las órdenes de la cinta se leen secuencialmente conforme termina la ejecución de la orden anterior. El programa nunca es almacenado en la propia máquina sino que ha de cargarse cada vez.

**3. Generalidad.** Para que el dispositivo pueda ser considerado un ordenador debe ser programable con generalidad en el sentido de no servir únicamente para un propósito específico sino que su diseño debe permitir la realización de tareas muy distintas. Hoy diríamos que el ordenador es

<sup>3</sup>No confundir con el matemático y prodigioso calculista Alexander Aitken conocido por sus métodos de aceleración de la convergencia de sucesiones.

<sup>4</sup>Breve reseña en Bull. Amer. Math. Soc. vol. 46, no. 11 (1940) p. 861.

una máquina universal de Turing. Fue el matemático inglés del siglo XIX Charles Babbage el primero en diseñar e (infructuosamente) intentar construir un mecanismo programable de esta naturaleza, al cual denominó "máquina analítica". Por su propia naturaleza y concepción todos los mecanismos analógicos son forzosamente de propósito específico.

**4. Comportamiento condicional.** Para que un dispositivo pueda satisfacer el requisito de generalidad es condición necesaria que permita cambiar la secuencia de órdenes a ejecutar en función de valores aparecidos anteriormente o de circunstancias externas a la máquina siempre que éstas hubieran sido tenidas en cuenta en su diseño. Es decir el flujo de ejecución de órdenes se "bifurca" hacia unas órdenes u otras dinámicamente durante el funcionamiento de la máquina al tener capacidad para modificar la secuencia de instrucciones basándose en resultados obtenidos durante el cálculo. La "máquina analítica" ya tenía contemplado en su diseño este tipo de comportamiento pero fue Leonardo Torres Quevedo el primero en estudiar teóricamente esta cuestión y su importancia vital en los automatismos modernos. La radical separación entre máquina y programa de las invenciones iniciales de Zuse, Stibitz y Aiken no permitía la flexibilidad suficiente para posibilitar las bifurcaciones condicionales en general por lo que realmente se veían reducidas a ejecutar todas sus instrucciones de manera inmutable y fija. Este hecho no tiene demasiada importancia en la realización de cálculos matemáticos masivos que estén perfectamente estructurados como es el caso de la preparación y verificación de numerosas tablas matemáticas (usualmente mediante un método de diferencias finitas).

Obsérvese que los cuatro requisitos anteriores con que se ha caracterizado al ordenador son puramente funcionales y que en ellos no aparece ninguna consideración tecnológica ni de funcionamiento interno (es decir, no se especifica que el ordenador ha de ser electrónico o representar los números en el sistema binario, por ejemplo). Considerando estos requisitos, ninguna de las máquinas finalizadas durante la Segunda Guerra Mundial puede considerarse un ordenador. Como veremos más adelante fue el ENIAC el primer dispositivo en merecer esta denominación.

## El problema de las tablas balísticas

Fueron los problemas de cálculo asociados a cuestiones balísticas durante la Segunda Guerra Mundial los que directamente llevaron a la aparición del primer ordenador. Históricamente el estudio del movimiento de los proyectiles ha gozado de una importante tradición matemática de la que forman parte personalidades tan destacadas como Galileo, Euler y Lagrange. El libro de Moulton [43] es el trabajo fundamental para informarse sobre el estado de la balística en los años previos a la Segunda Guerra Mundial. La investigación en balística experimentó un fuerte impulso en Alemania en las décadas anteriores a la Primera Guerra Mundial que posibilitó la superioridad que la artillería germana de largo alcance disfrutó durante esa contienda a raíz de la cual el ejército de los Estados Unidos fundó el Laboratorio de Investigación Balística

(BRL). Este centro se ubicó en el campo de pruebas de Aberdeen, en Maryland, donde se realizaban experimentos de tiro y prueba de cañones, explosivos y proyectiles.

La investigación matemática en balística en Estados Unidos durante la Primera Guerra Mundial corrió a cargo de Gilbert Bliss, Forest Ray Moulton y Oswald Veblen. Este último es sin duda de uno de los más importantes matemáticos norteamericanos de este siglo; su trabajo posterior fue determinante en establecer al Instituto de Estudios Avanzados de Princeton como un centro de investigación matemática de primera categoría. Durante la Segunda Guerra Mundial llevó al BRL a una importante cantidad de matemáticos y físicos de primera fila como el lógico Haskell Curry y los astrónomos Hubble y Schwarzschild. También fue el encargado de guiar la investigación del BRL si bien las restricciones presupuestarias durante los pacíficos años 20 y primeros 30 habían dejado esta faceta totalmente abandonada. Con el empeoramiento de la situación política en Europa el BRL volvió a retomar su condición investigadora y se formó un comité científico asesor del cual formaba parte John von Neumann.

La tarea principal del BRL consistía en la elaboración de tablas que posibilitaran el apuntar correctamente los cañones hacia los blancos previstos y en caso de errar el disparo poder efectuar las correcciones oportunas. En la práctica estas tablas se proporcionaban a los artilleros impresas o bien se incorporaban en sistemas de guía automático en el caso de los antiaéreos y grandes cañones. Con el desarrollo de la aviación de bombardeo el BRL también pasó a ocuparse de estudiar la manera de conseguir un bombardeo aéreo de precisión.

De manera idealizada puede considerarse que la trayectoria de vuelo de un proyectil disparado desde un cañón es parabólica por la influencia de la gravedad y que viene determinada por la velocidad inicial del proyectil y el ángulo de elevación del cañón respecto a la horizontal siguiendo un movimiento uniformemente acelerado. En la realidad influyen muchos factores que añaden desviaciones más o menos importantes a la trayectoria ideal pero que han de tenerse en cuenta a la hora de obtener un tiro de precisión sobre todo si los alcances deseados son grandes. Los factores que gobiernan la trayectoria de un proyectil son:

- El ángulo de elevación del cañón.
- La velocidad de salida.
- La densidad y temperatura del aire, que experimentan importantes variaciones con la altura y que han de considerarse si el proyectil alcanza una altura importante.
- La masa, tamaño y calibre (diámetro) del proyectil.
- La velocidad del viento que puede frenar o impulsar el movimiento del proyectil en la dirección deseada y también desviarlo del blanco previsto.
- La curvatura de la Tierra, para tiros de gran alcance (30 Kms. o más).

Éstos son factores de naturaleza física. En la práctica los artilleros han de considerar aspectos operativos reales de comprensión intuitiva como son la temperatura del propelente y la cantidad empleada que verdaderamente determinan la velocidad inicial del proyectil. Una descripción matemática simplificada que describe el vuelo de un proyectil en un plano consta de dos ecuaciones diferenciales [19, 46]:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -E \frac{dx}{dt} \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -E \frac{dy}{dt} - g \quad E = \frac{G(v)H(y)}{c}$$

en las que  $x$  es la distancia horizontal,  $y$  la altitud,  $t$  el tiempo y  $g$  la gravedad (se desprecia su variación respecto a la altitud).  $E$  es una función empírica y tabulada de cierta complejidad que depende de la resistencia  $G(v)$  que el aire ofrece al avance del proyectil y que es cuadrática respecto a la velocidad  $v$  y de la densidad del aire  $H(y)$  respecto a la densidad al nivel del mar. La constante  $c$  engloba los factores dependientes de la naturaleza física y geometría del proyectil y ha de estimarse empíricamente por expertos en balística.

Para calcular la trayectoria del proyectil es necesario resolver numéricamente esta ecuación para lo cual se discretiza con un método iterado de integración numérica (por ejemplo el método de Heun de segundo orden). Interesa realizar el menor número posible de multiplicaciones y divisiones pues al contrario que las sumas y restas su cálculo es más complejo y lento en una calculadora manual. Un tiempo de vuelo del proyectil de 30 segundos puede considerarse como una trayectoria de larga duración. La única variable independiente en la integración es el tiempo; un  $\Delta t$  típico es una o dos décimas de segundo. Mediante interpolación se obtiene el punto de altura y alcance máximos de la trayectoria. Cada paso del método requiere un cierto número de sumas y otro de costosas multiplicaciones y la consulta visual de los datos tabulados de la función empírica. Para cada cañón ha de calcularse tantas tablas como tipos de proyectiles se piense disparar con él utilizando varios tipos de munición. La elaboración de una tabla requiere del cálculo de entre 2.000 y 4.000 trayectorias además de otros cálculos auxiliares y de verificación.

Para efectuar los cálculos el BRL disponía al inicio de la guerra de un grupo de empleados entrenados que utilizaban calculadoras de mesa como los modelos de las casas Friden, Marchant o Monroe (durante la guerra estas máquinas fueron muy demandadas y solo podían adquirirse con autorización). Se estimaba que el cálculo de una trayectoria consumía unas 20 horas de cálculo manual. Lo tedioso del trabajo y la necesidad de apuntar por escrito diversos resultados auxiliares para posteriormente ser reintroducidos en la calculadora eran fuente constante de errores. Al poco tiempo el BRL se quedó corto de personal por lo que empezó a reclutar personal femenino (más de un centenar incluyendo muchas recién graduadas en matemáticas) para realizar este tipo de cálculos tras un periodo intensivo de formación llevado a cabo en la cercana Escuela Moore de Ingeniería Eléctrica, localizada en Philadelphia y adscrita a la Universidad de Pennsylvania.



HOW MUCH IS  $\sqrt[3]{2589^{16}}$ ?

**The Army's ENIAC can give you the answer in a fraction of a second!**

Think that's a stumper? You should see *some* of the ENIAC's problems! Brain twisters that if put to paper would run off this page and feet beyond . . . addition, subtraction, multiplication, division — square root, cube root, any root. Solved by an incredibly complex system of circuits operating 18,000 electronic tubes and tipping the scales at 30 tons!

The ENIAC is symbolic of many amazing Army devices with a brilliant future for you! The new Regular Army needs men with aptitude for scientific work, and as one of the first trained in the post-war era, you stand to get in on the ground floor of important jobs

**YOUR REGULAR ARMY SERVES THE NATION  
AND MANKIND IN WAR AND PEACE**

which have never before existed. You'll find that an Army career pays off.

The most attractive fields are filling quickly. Get into the swim while the getting's good! 1½, 2 and 3 year enlistments are open in the Regular Army to ambitious young men 18 to 34 (17 with parents' consent) who are otherwise qualified. If you enlist for 3 years, you may choose your own branch of the service, of those still open. Get full details at your nearest Army Recruiting Station.



El BRL también se servía de un modesto analizador diferencial construido unos años antes por personal de la Escuela Moore quien en paralelo también se equipó con uno de estos equipos. Durante toda la guerra los analizadores diferenciales de Aberdeen y Philadelphia se utilizaron intensivamente para calcular trayectorias balísticas. En Inglaterra existían dos analizadores diferenciales, ambos muy inspirados en el del MIT: uno en la Universidad de Manchester y otro en el Laboratorio Matemático de la Universidad de Cambridge que también fueron utilizados para cálculos balísticos. Se cree que en Alemania también se utilizó un dispositivo de este tipo con igual propósito. El cálculo de una trayectoria en el analizador diferencial requería un tiempo estimado entre 15 y 30 minutos, pero las soluciones eran de menor precisión que las obtenidas utilizando calculadoras manuales. Además el analizador diferencial necesita un largo y complejo proceso mecánico para cambiar de un tipo de trayectoria a otra y de la intervención de un experto durante todo el proceso de cálculo.

Existía una gran presión sobre el BRL para que elaborara las tablas balísticas y de bombardeo aéreo con rapidez pues eran indispensables para que las armas desarrolladas y fabricadas en grandes cantidades pudieran ser realmente utilizadas en los frentes de batalla. Como ejemplo de las demandas de cálculo exigidas al BRL considérese que durante una semana de agosto de 1944 se había finalizado el cálculo manual de 15 tablas y se trabajaba en

otras 74 mientras que llegaron 40 nuevas solicitudes. Durante y después de la guerra estas tablas fueron criticadas por sus usuarios finales, los artilleros, por su algunas veces escasa adecuación a las circunstancias reales en que estos desarrollaban su trabajo aunque en general se consideró que la información contenida en ellas era razonablemente precisa y útil.

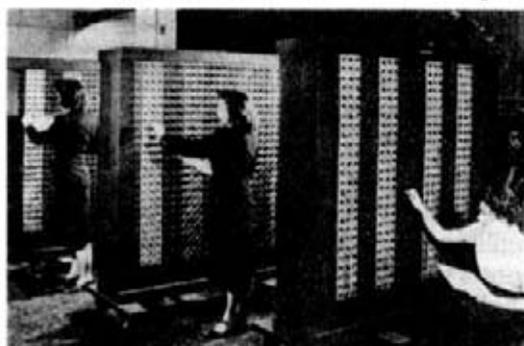
## Génesis y desarrollo de ENIAC

El “cuello de botella” que para la elaboración de las tablas balísticas suponía la utilización de medios de cálculo mecánicos fue rápidamente percibido por el físico John Mauchly que antes de la guerra se había interesado en la posibilidad de aplicar medios automáticos de cálculo a la resolución de modelos matemáticos del clima para lo que consideró (infructuosamente) la posibilidad de unir en un solo mecanismo un gran número de calculadoras de mesa. Los graves problemas mecánicos de esta idea le hicieron interesarse en los aparatos de relés de Stibitz pero en 1941 su interés se había vuelto hacia la posible aplicación de la electrónica tras haber contactado en junio con John V. Atanasoff quien en la Universidad de Iowa había diseñado un pequeño computador parcialmente electrónico de propósito específico para resolver numéricamente grandes sistemas de ecuaciones lineales [30]. Este aparato no llegó a funcionar satisfactoriamente si bien incorporaba algunas ideas novedosas como la utilización del sistema binario para expresar los números y aritmética numérica basada en el álgebra de Boole.

Hacia mediados de 1942 Mauchly veía claro que la tecnología electrónica constituía la única solución realmente posible para la elaboración eficiente de los cálculos balísticos por lo que en agosto del mismo año redactó un pequeño memorando [33] que entregó a la consideración de sus superiores en la Escuela Moore y en el que discute las ventajas de un calculador electrónico digital especializado para resolver ecuaciones en diferencias. Básicamente el aparato propuesto es una analogía electrónica de las calculadoras de mesa incluida la utilización de la base decimal: “(el calculador electrónico) es en cada sentido el análogo de las máquinas que se fabrican en la actualidad.” Como principales diferencias señala que la operación del calculador sería plenamente automática por lo que no requeriría intervención manual, que posibilitaría la obtención de respuestas con la precisión que se desee (algo que diferencia radicalmente la computación digital de la analógica) y que su velocidad de funcionamiento sería muy superior gracias a la electrónica. Internamente la máquina en discusión se compone de una serie de dispositivos independientes de cálculo interconectados y controlados para realizar la tarea prevista. En un momento dado puede haber varias operaciones teniendo lugar en distintas partes de la máquina (en terminología moderna diríamos que se trata de un calculador electrónico paralelo). Para resolver un nuevo problema basta con interconectar propiamente los componentes de la máquina (análogamente al analizador diferencial).

Extrañamente Mauchly nunca recibió respuesta a este memorando (parece ser que se extravió) si bien comentó y discutió extensamente su contenido

con Herman H. Goldstine<sup>5</sup>, un joven matemático experto en balística que a petición de Oswald Veblen ingresó en julio de 1942 en el BRL y supervisaba la utilización del analizador diferencial de la Escuela Moore y el trabajo de las mujeres calculadoras. En estas discusiones participó muy activamente John Presper Eckert, un brillante ingeniero eléctrico de 24 años graduado en la propia Escuela Moore con gran experiencia en electrónica y en el analizador diferencial pues recientemente había reemplazado algunas de las transmisiones mecánicas del analizador diferencial por servomecanismos lo que había mejorado sustancialmente la rapidez y precisión de cálculo. El retraso en



Introduciendo valores en las tablas de funciones

los cálculos balísticos era cada vez más grave por lo que estimaron oportuno realizar una propuesta formal en abril de 1943 proponiendo la construcción de la máquina ideada a grandes rasgos por Mauchly. Para hacer más inteligible la propuesta a los responsables del BRL se presentó a la máquina como funcionalmente análoga al analizador diferencial. El apoyo que Veblen otorgó a la propuesta y la gran urgencia del BRL hicieron que la propuesta se tramitara muy rápidamente. En junio de 1943 se firmó un contrato por el cual la Escuela Moore se comprometía a desarrollar el ENIAC (Electronic Numerical Integrator And Computer). El nombre de la máquina recoge la función para la que fue ideada. John G. Brainerd de la Escuela Moore fue el director del proyecto, Eckert el ingeniero jefe, Mauchly ejerció como diseñador y consultor principal y Goldstine como consultor y representante del BRL. Entre el resto del personal destacarán el ingeniero Kite Sharpless y el lógico matemático Arthur Burks. El presupuesto inicial se estimó en 150.000 dólares pero el coste definitivo se aproximó al medio millón.

El diseño de ENIAC, que se aproxima fielmente a las ideas iniciales del memorando de Mauchly, se realizó apresuradamente y no puede decirse que fuera elegante (posteriormente se tratará esta cuestión). El problema más preocupante era el tecnológico: la construcción de la máquina requerirá un elevado número de tubos de vacío (las "válvulas" de las antiguas radios) inicialmente estimado en 5.000 pero que las sucesivas ampliaciones del diseño elevaron hasta 18.000. Esta cantidad era superior en un orden de magnitud al máximo número de tubos que se habían utilizado en un mecanismo de investigación hasta el momento y en dos órdenes de magnitud respecto a aparatos comerciales. La vida media de un tubo se estimaba en 3.000 horas por lo que sería

<sup>5</sup>Goldstine es un estudioso de la historia del análisis matemático y la informática. Es autor de un libro clásico [21] que trata de manera extensa pero un tanto sesgada parte del material tratado en este trabajo, con una excelente introducción histórico-matemática.

de esperar que cada 10 minutos se estropeará un tubo. Además el localizar un tubo defectuoso en concreto entre todos los demás consumiría mucho tiempo y esfuerzo. Este problema de fiabilidad es el principal motivo de crítica y escepticismo que afrontó el proyecto desde sus inicios y que fue resuelto por Eckert aplicando un estricto control de calidad y fiabilidad a los componentes electrónicos, agrupando éstos físicamente en módulos funcionales que pueden separarse de la máquina como un todo para facilitar así la sustitución de tubos defectuosos y haciendo que los tubos no funcionasen nunca al máximo de sus tolerancias eléctricas de tensión e intensidad lo que alargaba extraordinariamente su vida media. ENIAC supuso todo un logro de la ingeniería eléctrica y cuando se finalizó fue por unos años el mecanismo más complejo y extenso que hubiera construido el hombre con más de 40.000 componentes individuales entre tubos, condensadores, resistencias, interruptores, etc. cuyo ensamblaje requirió medio millón de soldaduras. El trabajo realizado por Eckert fue extraordinario y su cuidadoso diseño eléctrico funcionó aceptablemente bien en la práctica, si bien ENIAC siempre padeció problemas ante cortes de fluido eléctrico y apagados y encendidos de la máquina (cada uno de estos fenómenos fundía unos cuantos tubos). La máquina nunca pudo funcionar en un contexto 7 días por 24 horas y era práctica común el ejecutar dos veces un mismo cómputo para comprobar los resultados y ejecutar periódicamente cálculos de prueba con respuesta conocida. El trabajo realizado con ENIAC marcó la pauta en cuanto a la utilización de componentes electrónicos en los ordenadores posteriores e inició el primer estudio estadísticos serios sobre su rendimiento [59]. El diseño estaba completado en lo esencial en el verano de 1944. La construcción definitiva se inició rápidamente en la Escuela Moore y finalizó a falta de ciertos detalles en el otoño de 1945, cuando ya la guerra había finalizado. ENIAC se presentó públicamente en febrero de 1946 y su recepción fue clamorosa recibiendo un tratamiento sensacionalista en la prensa con calificativos como "cerebro electrónico", "Einstein mecánico" y "Frankenstein matemático". Una trayectoria de prueba de 30 segundos de tiempo de vuelo de proyectil requirió poco menos de ese tiempo en ser calculada con ENIAC. El traslado de la máquina a su ubicación definitiva en el BRL se realizó a principios de 1947 y hubo de realizarse muy cuidadosamente pues la electrónica de esa época aún no era de estado sólido y los tubos de vacío son muy sensibles a los movimientos y vibraciones. Con continuas mejoras y ampliaciones ENIAC estuvo en funcionamiento hasta octubre de 1955, fecha en la que ya estaba muy superado por la nueva generación de ordenadores electrónicos.

## Características de ENIAC

Un examen detallado de la estructura del nuevo ordenador revela las limitaciones de la idea inicial de Mauchly. Para tener a punto lo más rápidamente posible la máquina los fundamentos básicos del diseño se fijaron con mucha antelación y no se investigó en posibilidades alternativas e innovadoras para no retrasar el proyecto. El resultado fue un ordenador único con una arquitectura

muy peculiar lastrada por la decisión inicial de construir un ingenio electrónico que calculara de manera similar a las calculadoras de mesa y que debía imitar en cierta medida la funcionalidad del analizador diferencial. La primera publicación científica sobre ENIAC es [20] mientras que [6] es un moderno estudio exhaustivo.

La máquina disponía de 20 dispositivos acumuladores (similares a los "registros" actuales). Cada uno de ellos almacena un número de 10 dígitos decimales (que no binarios) más un signo. Pueden unirse dos acumuladores para almacenar un número de 20 dígitos. El mayor valor que puede almacenar un acumulador es naturalmente  $10^{10} - 1$ . Cada acumulador puede sumar un número externo al contenido que tuviera almacenado y almacenar el resultado. Todos ellos pueden funcionar en paralelo. El contenido de un acumulador se visualiza externamente con unas pequeñas lámparas que producían un efecto visual muy explotado luego en las películas de ciencia ficción.

Como casi todos los primeros ordenadores ENIAC utilizaba un formato de punto fijo de manera que el punto decimal no se almacena como parte intrínseca de un número sino que su posición debe ser establecida, en principio en cualquier posición [29] si bien lo usual es fijarlo lo más a la izquierda del número de manera que considerando el signo todos los números almacenados en el ordenador se consideran en el intervalo  $-1$  a  $1$ . De esta forma en ENIAC el menor número posible es  $10^{-10} - 1$  y el mayor es  $1 - 10^{-10}$ . El programador ha de ser consciente en todo momento de la ubicación del punto decimal y para no perder precisión en los cálculos ha de conocer de antemano la magnitud de los números que van a intervenir en ellos de manera que utilizando factores de escala (multiplicaciones por potencias de 10, en este caso) se pueda retener el máximo número posible de dígitos significativos para no perder precisión. Un sistema de este tipo es el utilizado por von Neumann en un trabajo fundamental para el desarrollo del moderno análisis numérico [62].

Una lectora de tarjetas perforadas y una perforadora posibilitaban la entrada y salida, respectivamente, de grandes volúmenes de datos. Para conseguir que la integración numérica de las ecuaciones balísticas se realizara con rapidez era necesario que los datos tabulados propios de esas ecuaciones no se almacenaran en tarjetas perforadas pues la lectura mecánica de las tarjetas consume mucho tiempo en relación a un aparato electrónico. Este problema se solucionó almacenando estos datos en tres tablas de funciones construidas con matrices de resistencias eléctricas. Cada tabla podía almacenar 104 valores de 12 cifras de una variable tabulada que podían interpretarse también como 208 números de 6 cifras. Estos datos se introducían manualmente mediante unos interruptores. Los valores de la variable tabulada que no estuvieran directamente almacenados en las tablas de funciones se podían obtener mediante interpolación.

La suma de números se realiza en paralelo utilizando una técnica de generación anticipada del acarreo mientras que para la resta de un número  $n$  se suma el complemento  $10^{10} - n$ . Por ejemplo:  $801 - 527 \equiv 000000801 + 9999999473 = 0000000274$ . La tabla de la suma de dos números de 1 dígito está electrónicamente fijada en cada acumulador. La suma de dos números re-

quiere un tiempo de 0,2 ms. (5.000 sumas por segundo). Esta unidad de tiempo era el ciclo lógico básico de funcionamiento de la máquina. Como unidades adicionales de cálculo ENIAC disponía de una unidad multiplicadora y de una unidad divisora y extractora de raíces cuadradas. La multiplicación se realizaba mediante acumulación de productos parciales, tal y como se multiplica manualmente, para lo que se requiere almacenar la tabla de multiplicar de los números de 1 dígito. El tiempo requerido para multiplicar dos números de 10 dígitos, generando un resultado de 20 dígitos, es de 2,8 ms. La división se realiza mediante sumas y restas sucesivas; su duración temporal depende de los números implicados y es con mucho la operación más lenta requiriendo en media 24 ms.

De todo lo anterior se deduce que ENIAC no utilizaba aritmética basada en el álgebra de Boole pues de hecho ni tan siquiera utilizaba magnitudes binarias. La utilización del álgebra de Boole como medio adecuado para el tratamiento lógico y aritmético de información binaria y su posible aplicación al cálculo mecánico había sido ya estudiada algunos años antes por Shannon [26, 56] y sus ventajas eran generalmente reconocidas; sin embargo su utilización generalizada en los nuevos ordenadores hubo de esperar algunos años. Por tanto ENIAC, al contrario de lo usual hoy día, no necesitaba efectuar conversiones decimal-binario y viceversa para la entrada y salida de datos.

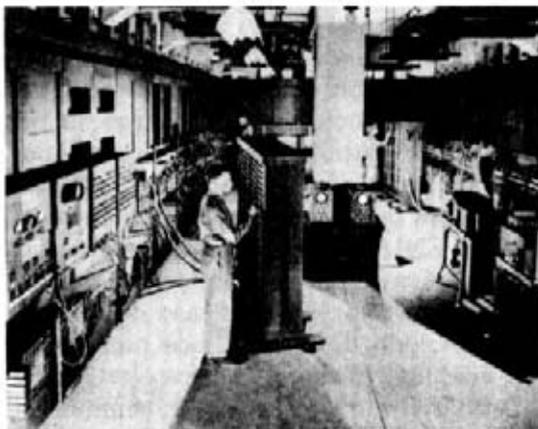
Al igual que los ordenadores actuales ENIAC era una máquina síncrona en el sentido de que las operaciones electrónicas de funcionamiento están sincronizadas con un temporizador electrónico o reloj, en este caso de una frecuencia de 100.000 Hz. (pulsos con un periodo de 10  $\mu$ s). Los números se transmiten de una parte a otra de la máquina mediante pulsos electrónicos por cada dígito. Por ejemplo para almacenar el número 126 en un acumulador se transmitiría un pulso en el lugar de las centenas, 2 pulsos en las decenas y 6 pulsos en las unidades. No se utilizó una codificación según valores de tensión eléctrica por problemas de tolerancia con los componentes electrónicos. Realmente la electrónica de la máquina no hace más que contar pulsos; este principio de "cuenta electrónica" ya se había utilizado exitosamente en el campo de la instrumentación científica durante los años 30 para elaborar contadores de precisión en la física de partículas. El ingeniero jefe Eckert conocía perfectamente estos aparatos y se basó en ellos para el diseño interno de ENIAC.

Físicamente el ordenador constaba de unos 40 paneles de tres metros de altura, 60 cm. de ancho y 30 cm. de fondo. Todo el conjunto pesaba unos 30.000 kgs. y su consumo eléctrico variaba en función del número de tubos activos en cada momento pero en media era de unos 150 Kw. Se ha estimado que en media ENIAC era 1.000 veces más rápido que el calculador electromecánico de Aiken.

## Programación de ENIAC

Desde un punto de vista teórico la programación de un ordenador puede interpretarse como el establecimiento de una secuencia de operaciones entre sus unidades funcionales. Esta visión es literalmente cierta en el caso de ENI-

AC cuyas unidades (acumuladores, tablas de función, etc.) pueden funcionar simultáneamente por lo que es necesario además establecer el sincronismo entre ellas. El control del cálculo no se realiza en una unidad central de proceso como en los ordenadores actuales sino que está distribuido a lo largo de toda la máquina. La programación requiere un perfecto conocimiento de las interioridades de ENIAC y de cómo unir y coordinar las diferentes unidades. El principio básico es que una unidad empieza a funcionar al recibir un pulso electrónico de inicio procedente de otra unidad y que emite otro pulso al finalizar su tarea. Una unidad de control maestro se encarga entre otras cosas de emitir un pulso de inicio para dar comienzo al proceso de cómputo. Existe pues un flujo de información entre los distintos componentes del ordenador. Este flujo es de dos tipos: de datos numéricos (los números que se transmiten de un acumulador a otro) y de programación o control (pulsos de activación o fin).



Vista general

establecer una topología lógica y física entre sus partes mediante cables e interruptores. No existe pues una separación clara entre la estructura lógica y física de la máquina sino que ambas están imbricadas y son diferentes para cada "programa". Los sistemas operativos y los lenguajes de programación estaban muy lejanos en el tiempo.

El trasladar un problema matemáticamente formulado a una disposición de cableado e interruptores para establecer las conexiones de transferencia de datos y las órdenes de control y cálculo en las unidades internas de la máquina no es en absoluto trivial. La naturaleza paralela de ENIAC, la no existencia de un control centralizado y la necesidad de contemplar la computación como un proceso de cooperación entre varias unidades funcionales del ordenador, complica aún más la programación. Como ayuda se dispone en la unidad de control maestro de una serie de contadores electrónicos que posibilitan realizar un bucle un número fijado de veces.

Este procedimiento de programación presenta el grave inconveniente de necesitar mucho tiempo. El cambio de "programa" de ENIAC requería uno o dos días por lo habitual para colocar manualmente todos los cables e interruptores en su sitio, todo lo cual era además muy propenso a errores. Esto no

La programación consiste principalmente en establecer físicamente esos circuitos de comunicación utilizando cables que van de una unidad a otra de la máquina de manera similar a los tableros de conexiones de las máquinas tabuladoras que ya se han comentado. Además la función concreta de cada unidad dentro de unas posibles variaciones se fijaba manualmente mediante interruptores. Es decir la programación de ENIAC para ejecutar un cálculo requería

se estimó (equivocadamente) en un principio como una limitación importante pues no se pensaba cambiar frecuentemente de programa.

Las limitaciones de almacenamiento añaden una importante dificultad a la programación. Realmente la única memoria de que se puede disponer durante la computación para leer y escribir datos son los 20 acumuladores pues las tablas de funciones electrónicamente son memorias de solo lectura. Por consiguiente el proceso de cómputo en ningún momento debe requerir más de 20 valores simultáneos para proseguir pues no hay posibilidad de almacenarlos en los acumuladores. La solución obvia consiste en escribir los resultados intermedios de un cálculo en tarjetas perforadas que serán luego reintroducidas cuando sea necesario. Esto desde luego ralentiza el proceso de cálculo y además requiere la intervención de un operador humano.

La capacidad de bifurcación condicional es fundamental para poder caracterizar a ENIAC como una máquina de propósito general. El hecho sorprendente es que al parecer inicialmente no se contempló esta posibilidad sino que se añadió después. Esto es importante pues revela si el plan original de Mauchly era construir un ordenador o bien un calculador electrónico especializado. Muy posteriormente Mauchly declaró que su intención había sido desde el principio la elaboración de un dispositivo de propósito general pero que al principio no se hizo hincapié en esta cualidad para no incluir en el proyecto aspectos novedosos que hicieran recelar a sus patrocinadores. ENIAC podía activar una u otra unidad condicionalmente según el signo de un número. Sin embargo un examen de la forma en que se lleva a cabo esta bifurcación hace pensar más bien que esta característica fue un añadido posterior ya que no existe en la máquina ningún mecanismo físico que lleve a cabo la lógica asociada a una sentencia de programación *if-then-else* sino que la condicionalidad requiere utilizar un flujo numérico de datos como si fuera de control de una manera un tanto artificiosa. Según parece la generalidad de ENIAC satisfizo a los superiores del BRL pues rápidamente se dieron cuenta de que una máquina así sería de gran utilidad para continuar un programa de investigación propio después de la guerra y consolidar la investigación realizada durante la misma, en lo que acertaron plenamente.

La literatura sobre la estructura y programación de ENIAC es abundante [2, 3, 4, 31] y es rica en resúmenes personales y visiones subjetivas de los participantes en el proyecto [5, 14, 34, 35, 36] que difieren en aspectos importantes.

## Algunos usos de ENIAC

Lógicamente el principal usuario de ENIAC fue el personal del BRL para cuestiones militares. La elaboración de tablas balísticas perdió gran parte de su importancia después de la guerra y pronto ENIAC se utilizó para cálculos relativos a efectos de explosiones nucleares y las nuevas armas tácticas y de bombardeo. Este trabajo es de carácter secreto y no está documentado en la literatura científica. Sin embargo el ordenador fue ya en 1946 parcialmente puesto a disposición de la comunidad científica, usualmente matemáticos y físicos. Ya hemos comentado que la programación era una tarea muy compleja

por lo que los investigadores que deseaban utilizar la máquina necesitaban el apoyo y supervisión del personal del BRL, el cual era convenientemente agradecido en las publicaciones científicas posteriores. En el periodo 1946-1949 ENIAC fue el único computador electrónico disponible en los Estados Unidos lo que motivó una gran demanda de utilización que no siempre pudo verse satisfecha. Un grave inconveniente lo constituía el elevado tiempo necesario para la programación si bien ciertas modificaciones realizadas en 1947-8 facilitaron en gran medida el que los investigadores no necesitaran tener un conocimiento completo de la máquina por lo que podían desarrollar sus programas fuera del BRL y utilizar luego ENIAC para ejecutarlos. Una lista de los problemas científicos y matemáticos en los que se utilizó ENIAC se encuentra en [18]. En este apartado comentaremos brevemente algunos de los más importantes.

Durante diciembre de 1945 y enero de 1946, cuando la máquina aún no había sido oficialmente inaugurada, los físicos Stanley Frankel y Nicholas Metropolis, del laboratorio de Los Alamos en Nuevo Méjico, realizaron un muy secreto y ambicioso cálculo relacionado con la posibilidad teórica de la bomba de hidrógeno. Fue von Neumann quien animó a Frankel y Metropolis a utilizar el ordenador para obtener una solución previa que les permitiera avanzar en sus modelos matemáticos de las reacciones termonucleares. El problema consistió en la resolución numérica de un sistema de tres ecuaciones diferenciales parciales y el cálculo requirió un millón de tarjetas perforadas en buena parte por la limitación de memoria de almacenamiento de ENIAC que obligaba a perforar resultados de cálculos intermedios en las tarjetas para ser luego reintroducidos cuando fueran necesarios. La magnitud del cálculo ocasionó un considerable efecto psicológico en el personal de Los Alamos sobre todo en sus principales figuras como Fermi, Teller y Oppenheimer: "hubiera sido imposible alcanzar una solución sin la ayuda de ENIAC... Está claro que la física y otras ciencias se beneficiarán del desarrollo de tales máquinas". En lo sucesivo el laboratorio de Los Alamos lideró la utilización científica de los nuevos ordenadores electrónicos y contribuyó decisivamente a su progreso [42].

ENIAC fue utilizado en complejos problemas de física nuclear [17] y de la materia [40, 50]. Otros investigadores trabajaron en cuestiones de hidrodinámica y aerodinámica [60] con énfasis en los problemas asociados al vuelo supersónico [11] que los modernos aviones a reacción habían hecho posible. Hartree [23] señaló que los procesos iterativos para la resolución de ecuaciones son especialmente indicados para grandes máquinas automáticas de cálculo como ENIAC y conjeturó que el desarrollo de estas máquinas estimularían el desarrollo de estos métodos (no se equivocó). ENIAC también se utilizó para la elaboración de tablas matemáticas; un ejemplo puede verse en [55] donde hay una interesante comparación entre el tiempo requerido por ENIAC para los cálculos (2 semanas) y el estimado utilizando máquinas IBM no electrónicas (3 años/hombre) y calculadoras manuales (25 años/hombre). Una importante utilización fue el cálculo y análisis de trayectorias de los cohetes experimentales (muchos de ellos capturados en Alemania tras el fin de la guerra) del recién creado programa espacial; en [25] se muestra un análisis comparativo de la adecuación de las máquinas de cálculo disponibles hacia finales de los años 40

con este propósito que establece con claridad la superioridad del ENIAC.

Las investigaciones de física nuclear desarrolladas en Los Alamos están en la raíz del método de Monte Carlo que a grandes rasgos trata de estudiar problemas de naturaleza probabilística mediante simulación y muestreo y que tiene una gran importancia en física estadística e investigación operativa. Los cálculos del método suelen ser sencillos pero una buena exactitud de los resultados obtenidos requiere un largo tiempo de cálculo. Los matemáticos Stanislaw Ulam<sup>6</sup> y John von Neumann y el físico Nicholas Metropolis utilizaron una técnica de Monte Carlo en 1948-9 en el ordenador ENIAC para realizar investigaciones sobre la difusión de neutrones y su reacción en cadena, cuestiones que eran de vital importancia para la nueva bomba de hidrógeno y el diseño de reactores nucleares que en aquel momento se estaban empezado a considerar como posible fuente de producción energética. En la presentación del método a la comunidad científica [38] se reconoce que "las modernas máquinas de cómputo se adaptan muy bien" al método.

Una importante derivación del método de Monte Carlo fueron los primeros procedimientos deterministas de generación de números pseudoaleatorios [63] uniformemente distribuidos. Hasta el momento los números aleatorios eran por lo general obtenidos manualmente (cartas, dados, tomados de grandes estadísticas, etc). Estos números se presentaban en forma de grandes tablas disponibles a través de un gran número de tarjetas perforadas. La lentitud de las operaciones de lectura de las tarjetas perforadas en relación a la velocidad de trabajo de un ordenador electrónico hace inadecuado este tipo de almacenamiento mientras que la minúscula capacidad de memoria de los primeros ordenadores imposibilitaba el almacenar los números aleatorios directamente en el ordenador. Una solución sencilla hubiera sido el introducir dispositivos electrónicos especiales en la arquitectura del ordenador pero esto imposibilitaría el poder reproducir exactamente una secuencia de números aleatorios con posterioridad a su utilización. En 1946 von Neumann propuso la utilización de procedimientos deterministas sencillos, factibles de ser efectuados con eficiencia en un ordenador, de manera que los números generados, sin ser realmente aleatorios, sí verificasen los *tests* de aleatoriedad. El primer generador propuesto por von Neumann es el conocido como el "método del cuadrado medio" que es un procedimiento iterativo en el que se toma como valor inicial o "semilla" un número de por ejemplo 10 dígitos. El siguiente valor se calcula elevando al cuadrado el valor anterior y considerando únicamente los 10 dígitos intermedios. Es evidente que una función de este tipo tiene un dominio finito (todos los números de 10 dígitos) por lo que la secuencia se repetirá cíclicamente en algún momento. Las ventajas de este método en cuanto a rapidez son claras: mientras que se precisan 600 ms. para leer un número aleatorio desde una tarjeta perforada, tan sólo se necesitan menos de 4 ms. en el ENIAC para producirlo algorítmicamente. Metropolis estudió exhaustivamente este método y

---

<sup>6</sup>En años posteriores Stanislaw Ulam se convirtió en un importante divulgador de las posibilidades experimentales que el ordenador ofrece a las matemáticas modernas.

determinó que era de escasa calidad, pues es frecuente que la secuencia de números generados incurra rápidamente en ciclos de pequeña amplitud. En 1948 Derrick Henry Lehmer propuso el método de congruencia lineal que es el comúnmente utilizado hoy día en el que un número  $X_n$  de la secuencia genera un siguiente  $X_{n+1} = (aX_n + c) \bmod m$  siendo  $0 \leq X_0 < m$  y  $0 \leq a, c < m$ . Estos "números mágicos" deben escogerse cuidadosamente para lo cual Lehmer experimentó extensamente con ENIAC (al utilizar la base 10 para representar los números es conveniente tomar  $m = 10^k$  por razones de eficiencia).

Lehmer [32] fue uno de los creadores de la moderna teoría de números. El problema al que dedicó más atención a lo largo de su vida fue la descomposición de números en factores primos para lo que se ayudó de maquinaria de su propia invención para realizar procesos de criba de números. En una breve estancia en el BRL en 1945-6 tomó contacto con ENIAC y aprovechó la ocasión para factorizar grandes números de la forma  $2^{n\pm 1}$  [27] (si ENIAC hubiera sido una máquina binaria la representación de estos números resultaría inmediata). Rápidamente quedó convencido de las ventajas de la computación electrónica. Como fundador y editor de la revista *Mathematical Tables and other Aids to Computation*<sup>7</sup> (MTAC) en 1943, luego *Mathematics of Computation*, defendió la utilización experimental de los ordenadores en las matemáticas como medio para probar conjeturas, reducir el número de casos a investigar, etc.

Sin duda el desarrollo de la expansión decimal del número  $\pi$  es uno de los clásicos problemas de cálculo desde la antigüedad. Entre 1946 y 1948 el norteamericano J. Wrench y el inglés Ferguson por separado se valieron de calculadoras de mesa para calcular los primeros 808 dígitos en medio de un cruce de notas publicadas en la revista MTAC en las que cada uno señalaba errores en los tediosos cálculos del otro<sup>8</sup>. Ambos utilizaron la fórmula de Machin y la serie de Gregory:

$$\frac{\pi}{4} = 4 \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{5} \right) - \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{239} \right) \quad \operatorname{arctg}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$$

Con estas mismas fórmulas y a petición de von Neumann en 1949 se calcularon más de 2.000 dígitos en la expansión decimal de  $\pi$  y  $e$  [49]. El tiempo de cómputo fue de 70 horas repartidas en dos fines de semana veraniegos pues el BRL no daba al problema suficiente importancia como para interrumpir el trabajo ordinario de ENIAC. Esas 70 horas multiplicaron por 2,5 veces el número de dígitos conocidos hasta la fecha. Este cálculo puso de manifiesto las importantes limitaciones de ENIAC pues por falta de memoria fue necesario imprimir resultados parciales en tarjetas perforadas para ser leídas posteriormente por lo que el proceso requería intervención humana. Una investigación posterior [39] utilizando también ENIAC sobre el carácter aleatorio de los

<sup>7</sup>Esta revista es la principal referencia en lo relativo al cálculo mecánico y automático. Incluía la sección "Mechanical Aids to Computation" posteriormente "Automatic Computing Machinery".

<sup>8</sup>Véase MTAC vol. 2 (1946-7) pp. 69, 143-5, 245-8, 320 y vol. 3 (1948) págs. 18-9.

dígitos de  $\pi$  y  $e$  reveló la existencia de desviaciones significativas de la aleatoriedad en el número  $e$ .



Vista parcial

la Fuerza Aérea de los Estados Unidos para lo cual utilizaba extensamente las calculadoras de mesa. Los cada vez más complejos problemas de planificación y gestión de recursos llevaron directamente al método simplex cuyos primeros resultados prácticos en problemas de gran escala se ensayaron en ENIAC, también a instancias de von Neumann. Previamente el método se había ensayado con problemas de prueba utilizando un equipo de calculadores humanos equipados con calculadoras de mesa. El interés militar en la programación lineal era tan intenso que constituyó un importante aliciente en el desarrollo de futuros ordenadores [12]. El propio Dantzig reconoce que “el ordenador es la herramienta que hizo posible la programación lineal” cuya utilidad real residió en la novedosa conjunción de buenos algoritmos (simplex) y máquinas rápidas (ordenadores electrónicos).

Por último destacaremos la utilización de ENIAC para los primeros cálculos importantes de meteorología numérica. El estudio de los fenómenos climáticos y atmosféricos y en particular el pronóstico numérico del tiempo se inició a principios de siglo pero incluso los modelos matemáticos más simples requerían unos cálculos excesivos para la época [1]. En el Instituto de Estudios Avanzados von Neumann estableció un plan de investigación en esta materia considerando la utilización de las nuevas máquinas de cómputo a la resolución de los modelos propuestos. En 1949 utilizó ENIAC [10] para predecir a gran escala el tiempo en Norteamérica con un sencillo modelo barotrópico bidimensional (a una sola altitud) para cuya resolución se “troceó” discretamente el espacio cuadrados de 736 kms. de lado en una malla de 15 por 18. Se elaboraron cuatro pronósticos a 24 horas con un intervalo de tiempo de integración de 2 horas. Cada pronóstico de 24 horas requería aproximadamente el mismo tiempo para su cálculo, la mayor parte invertido en la lectura de datos almacenados en tarjetas perforadas por las consabidas limitaciones de almacenamiento de ENIAC (en pocos años este tiempo se redujo a 6 minutos en un nuevo ordenador electrónico). La comparación de los pronósticos así generados con los datos reales observados para los días en cuestión (cuatro días de enero y febrero de 1949) arrojó resultados dispares si bien los autores estimaron que sus resultados eran tan buenos como los producidos por un meteorólogo exper-

También participó ENIAC en el nacimiento de la moderna programación matemática. Fue el matemático George Dantzig el inventor del algoritmo simplex de la programación lineal [13]. Dantzig había trabajado durante la segunda guerra mundial resolviendo cuestiones de planificación y logística en

to. Este cálculo puso a la máquina al límite de sus posibilidades técnicas y su fundamental aportación a la meteorología numérica es hoy día bien reconocida y apreciada [45].

### Méritos e influencia de ENIAC

La influencia ejercida por ENIAC en la comunidad científica y matemática de su tiempo fue desproporcionada en relación con los méritos objetivos del diseño de la máquina. Las deficiencias estructurales y las grandes dificultades de programación eran ya en 1944 bien conocidas. En paralelo a la fase de construcción del ordenador Eckert y Mauchly concibieron la idea del “ordenador de programa almacenado”. A partir de septiembre de 1944 von Neumann empezó a colaborar activamente con ellos en los nuevos conceptos que en breve plazo darían lugar a la estructura lógica que caracteriza a los ordenadores actuales. La atribución de los méritos personales en cuanto al desarrollo del concepto de programa almacenado ha sido causa de una gran polémica [5, 35] que aún persiste en la actualidad y que más bien se ha agravado con el tiempo, haciéndose más compleja y con preocupantes aspectos de un enfrentamiento corporativo entre matemática e ingeniería que merece ser estudiado en profundidad.

A la hora de evaluar el trabajo de Eckert y Mauchly hay que tener en cuenta que fue realizado bajo una gran presión: debían avanzar rápidamente en un proyecto caracterizado por la utilización de avanzada tecnología y superar las críticas procedentes de sectores académicos y militares. Es comprensible que optaran por emplear sus conocimientos previos y la experiencia adquirida en el cálculo mecánico digital y analógico para realizar un diseño rápido de la máquina. El trabajo teórico realizado no cabe calificarse más que de rudimentario y estuvo siempre por detrás de las realizaciones prácticas. Alan Turing siempre consideró al ENIAC un buen ejemplo de cómo, a su entender, los estadounidenses resolvían los problemas: “con mucho material en vez de pensar”.

Una contribución fundamental de ENIAC fue variar la naturaleza física del cálculo mecánico hacia la tecnología electrónica, que con sucesivos perfeccionamientos es la utilizada en los ordenadores actuales. La gran velocidad de proceso se debió a la utilización masiva de este tipo de tecnología. La importancia de la velocidad ha de ser correctamente valorada: no solo ENIAC permitió acelerar cálculos que ya se efectuaban aunque mucho más lentamente (caso de las tablas balísticas o el cálculo de los dígitos de  $\pi$ ) sino que permitió el afrontar nuevos problemas cuyo estudio cuantitativo era hasta entonces imposible (caso de la meteorología numérica) o muy poco práctico (caso del método de Monte Carlo). El ordenador electrónico permitió por vez primera la realización automática y a gran velocidad de largos cálculos; la cuestión de la acumulación de los errores intrínsecos a la naturaleza finita de la computación digital tomó una gran importancia y supuso el estímulo definitivo para la consolidación del moderno análisis numérico. Fue posible el tratar problemas ya conocidos pero en unas dimensiones hasta entonces imposibles por los grandes cálculos necesarios lo que dio lugar al desarrollo de nuevos procedimientos y al-

goritmos y a desechar muchas de las técnicas anteriores al revelarse adecuadas únicamente para problemas de pequeño tamaño. ENIAC también inauguró la utilización del ordenador como una herramienta matemática experimental y es indudable que facilitó la introducción de algunos aspectos del empirismo científico en las matemáticas.

Durante sus primeros años ENIAC se convirtió en toda una atracción científica y eran muy comunes las visitas de personas que deseaban informarse sobre las nuevas posibilidades del cálculo electrónico. De ese aluvión de visitantes salió buena parte de la investigación posterior en informática y análisis numérico. La primera publicación sobre un ordenador en una revista de divulgación científica [22] fue realizada por el inglés Hartree, un experto en los viejos métodos de cálculo mecánico que rápidamente se puso al día apoyando los nuevos desarrollos electrónicos.

Se ha estimado que durante su vida operativa, unos diez años, ENIAC realizó más cálculos matemáticos que toda la humanidad anteriormente. No hay que olvidar la fundamental aportación militar proporcionando un problema muy concreto y sencillo y la financiación que permitió el asentar las nuevas ideas en una materia, el cálculo mecánico, que no fue capaz de asimilar adecuadamente los grandes avances tecnológicos de la primera mitad de este siglo. En palabras de Eckert: "no hay ninguna razón para que ENIAC no pudiera haberse hecho 10 años antes".

## Bibliografía

- [1] W. ASPRAY. *John von Neumann and the origins of modern computing*. MIT Press, 1990. Edición española: John von Neumann y los orígenes de la computación moderna. Gedisa, 1993.
- [2] J.G. BRAINERD y T.K. SHARPLESS (1948) *The ENIAC*. *Electrical Engineering*, vol. 67, no. 2, 163-72. Reimpreso en: *Proc. IEEE*, vol. 72, no. 9 (1984) 1202-12.
- [3] A.W. BURKS (1946) *Super electronic computing machine*. *Electronics Industry*, 62-67 y 96.
- [4] A.W. BURKS (1947) *Electronic computing circuits of the ENIAC*. *Proceedings of the IRE*, vol. 35, 756-67.
- [5] A.W. BURKS. *From ENIAC to the stored program computer: two revolutions in computers*. En [41] 311-44.
- [6] A.W. BURKS y A.R. BURKS (1981) *The ENIAC: first general purpose electronic computer*. *IEEE Annals of the History of Computing*, vol. 3, no. 4, 310-99.
- [7] V. BUSH (1931) *The differential analyzer: A new machine for solving equations*. *J. Franklin Institute*, vol. 212, 447-88.
- [8] V. BUSH (1936) *Instrumental analysis*. *Bull. Amer. Math. Soc.* vol. 42, no. 10, 649-69.
- [9] H.C. CARVER (1934) *Punched card systems and statistics*. *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 5, no. 2, 153-60.

- [10] J.G. CHARNEY, R. FJÖRTOFT y J. VON NEUMANN (1950) *Numerical integration of the barotropic vorticity equation*. Tellus, vol. 2, 237-54. Incluido en [61] vol. 6, 413-30.
- [11] R.F. CLIPPINGER (1950) *Supersonic flow calculations*. Mathematical Tables and other Aids to Computation (MTAC) vol. 4, 122-3 y vol. 3 (1948) 206-7.
- [12] G.B. DANTZIG (1988) *Impact of linear programming on computer development*. OR/MS Today, vol. 14, 12-7.
- [13] G.B. DANTZIG. *Origins of the simplex method*. En [44] 141-51.
- [14] J.P. ECKERT. *The ENIAC*. En [41] 525-39.
- [15] W.J. ECKERT (1940) *Punched card methods in scientific computation*. The Thomas J. Watson Astronomical Computing Bureau, Columbia University. Reedición: MIT Press, 1984.
- [16] Especial Torres Quevedo. Boletín núm. 38 (Octubre 1994) de la Sociedad "Puig Adam" de profesores de matemáticas.
- [17] S. FRANKEL y N. METROPOLIS (1947) *Calculations in the liquid-drop model of fission*. Physical Review, vol. 72, no. 10, 914-25.
- [18] W.B. FRITZ (1994) *ENIAC. A problem solver*. IEEE Annals of the History of Computing, vol. 16, no. 1, 25-45.
- [19] C.W. GEAR y R.D. SKEEL. *The development of ODE methods: A symbiosis between hardware and numerical analysis*. En [44] 88-105.
- [20] H.H. GOLDSTINE y A. GOLDSTINE (1946) *The Electronic Numerical Integrator and Computer (ENIAC)*. MTAC vol. 2, 97-110. Reimpreso en [48] 359-73 y con correcciones en IEEE Annals of the History of Computing, vol. 18, no. 1, Spring 1996.
- [21] H.H. GOLDSTINE. *The Computer from Pascal to von Neumann*. Princeton University Press, 1972. Nueva edición en 1993.
- [22] D.R. HARTREE (1946) *The ENIAC, an electronic computing machine*. Nature, vol. 158, Oct. 12, 500-6. Véase también vol. 157, 20 April 1946, 527.
- [23] D.R. HARTREE (1949) *Notes on iterative processes*. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, vol. 45, 230-6.
- [24] A. HERNANDO GONZÁLEZ (1995) *Leonardo Torres Quevedo, precursor de la informática. Valoración pormenorizada y contextualizada de la singularidad histórica de su obra como creador de la automática*. Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Madrid.
- [25] D.A. HOFFLEIT (1949) *A comparison of various computing machines used in the reduction of Doppler observations*. MTAC vol. 3, no. 25, 373-7.
- [26] G. IFRAH (1997) *Historia universal de las cifras (2a ed.)* Espasa Calpe, 1997.
- [27] D.H. LEHMER (1947) *On the factors of  $2^{n\pm 1}$* . Bull. Amer. Math. Soc. vol. 53, no. 2, 164-7. Véase también MTAC vol. 5 (1951) 84-5.
- [28] J.E. LENNARD JONES, M.V. WILKES y J.B. BRATT (1939) *The design of a small differential analyzer*. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, vol. 35, 485-93. Véase también 494-511 sobre los mecanismos auxiliares del analizador.

- [29] S. LUBKIN (1948) *Decimal point location in computing machines*. MTAC vol. 3, 44-50.
- [30] A.R. MACKINTOSH (1998) *El computador del Dr. Atanasoff*. Investigación y Ciencia, no. 145, Octubre, 86-93. Incluido en *Temas de Investigación y Ciencia, No. 4: Máquinas de cómputo* (1996) 34-41.
- [31] M. MARCUS y A. AKERA (1996) *Exploring the architecture of an early machine: The historical relevance of the ENIAC machine architecture*. IEEE Annals of the History of Computing, vol. 18, no. 1, 17-24.
- [32] Mathematics of Computation, vol. 61, no. 203, July 1993. Número especial en honor de Derrick Henry Lehmer.
- [33] J.W. MAUCHLY (1942) *The Use of high speed vacuum devices for calculating*. Moore School of Electrical Engineering. Reimpreso en [48] 355-8.
- [34] J.W. MAUCHLY (1975) *On the trials of building the ENIAC*. IEEE Spectrum, vol. 12, no. 4, 70-6.
- [35] J.W. MAUCHLY (1979) *Amending the ENIAC story*. Datamation, vol. 25, no. 11, 217-20.
- [36] J.W. MAUCHLY. *The ENIAC*. En [41] 541-50.
- [37] J.C. MCPHERSON (1942) *Mathematical operations with punched cards*. Journal of the American Statistical Association, vol. 37, no. 218, 275-81.
- [38] N. METROPOLIS y S. ULAM (1949) *The Monte Carlo method*. Journal of the American Statistical Association, vol. 44, no. 247, 335-41.
- [39] N. METROPOLIS, G. REITWIESNER y J. VON NEUMANN (1950). *Statistical treatment of values of first 2,000 decimal digits of  $e$  and  $\pi$  calculated on the ENIAC*. MTAC vol. 4, 109-11. Incluido en [61] vol. 5.
- [40] N. METROPOLIS y J.R. REITZ (1951) *Solutions of the Fermi-Thomas-Dirac equation*. Journal of Chemical Physics, vol. 19, no. 5, 555-73.
- [41] N. METROPOLIS, J. HOWLETT y GIAN-CARLO ROTA (eds.) *A history of computing in the twentieth century*. Academic Press, 1980.
- [42] N. METROPOLIS. *The Los Alamos experience, 1943-54*. En [44] 237-50.
- [43] F.R. MOULTON. *New methods in exterior ballistics*. Univ. of Chicago Press, 1926.
- [44] S.G. NASH (ed.) *A history of scientific computing*. ACM Press, 1990.
- [45] G.W. PLATZMAN (1979) *ENIAC computations of 1950: Gateway to numerical weather prediction*. Bull. Amer. Met. Soc. vol. 60, no. 4, 302-12.
- [46] H. POLACHEK (1997) *Before the ENIAC*. IEEE Annals of the History of Computing, vol. 19, no. 2, 25-30.
- [47] D.S. PRICE (1984) *Calculating machines*. IEEE Micro, vol. 4, no. 1, 23-52.
- [48] B. RANDELL (ed.) *The origins of digital computers. Selected papers (3rd. ed.)* Springer-Verlag, 1982.
- [49] G.W. REITWIESNER (1950) *An ENIAC determination of  $\pi$  and  $e$  to more than 2,000 decimal places*. MTAC vol. 4, 11-5. Cálculos posteriores de  $\pi$  en otros antiguos ordenadores electrónicos se encuentran en MTAC vol. 9 (1955) 162-4 y Mathematics of Computation, vol. 16 (1962) 76-9 (cien mil dígitos).

- [50] J.R. REITZ (1950) *The effect of screening of beta-ray spectra and internal conversion*. Physical Review, vol. 77, 10-8.
- [51] *Report of the war preparedness committee of the American Mathematical Society and Mathematical Association of America at the Hanover meeting*. Bull. Amer. Math. Soc. vol. 46, no. 9, part 1, Sept. 1940, 711-4.
- [52] R.D. RICHTMYER y N. METROPOLIS (1949) *Modern computing*. Physics Today, vol. 2, 8-15.
- [53] R. ROJAS (1997) *Los ordenadores de Konrad Zuse*. Investigación y Ciencia, no. 255, Diciembre, 22-30.
- [54] J.G. SANTESMASES. *Obra e inventos de Torres Quevedo*. Instituto de España, 1980.
- [55] Sección "Recent Mathematical Tables", MTAC vol. 6, no.38 (1952) 95-7.
- [56] C.E. SHANNON (1938) *A symbolic analysis of relay and switching circuits*. Tran. of the Institute of Electrical Engineers, vol. 57, 713-23. Incluido en [58] 471-495.
- [57] C.E. SHANNON (1941) *Mathematical theory of the differential analyzer*. Journal of Mathematics and Physics, vol. 20, 337-54. Incluido en [58] 496-513.
- [58] N.J.A. SLOANE y A.D. WYNER (eds.) *Claude Elwood Shannon. Collected papers*. IEEE Press, 1993.
- [59] H.W. SPENCE (1951) *Systematization of tube surveillance in large scale computers*. Electrical Engineering, vol. 70, 605-8.
- [60] A.H. TAUB (1947) *Refraction of plane shock waves*. Physical Review, vol. 72, no. 1, 51-60. Véase también MTAC vol. 3, no.23 (1948) 208-9.
- [61] A.H. TAUB (ed.) *John von Neumann: Collected works*. 6 volúmenes. Pergamon, 1963. Los trabajos relacionados con la informática se recopilan en el volumen 5.
- [62] J. VON NEUMANN y H.H. GOLDSTINE (1947) *Numerical inverting of matrices of high order*. Bull. Amer. Math. Soc. vol. 53, no. 11, 1021-99. Incluido en [61] vol. 5, 479-572.
- [63] J. VON NEUMANN (1951) *Various techniques used in connection with random digits in Monte Carlo method*. En: A.S. Householder et al (eds.), Appl. Math. Series Vol. 12, U.S. National Bureau of Standards (1951) 36-8. Véase también 33-5. Incluido en [61] vol. 5, 768-70.

Manuel Perera Domínguez

Dpto. de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial

Universidad de Sevilla

e-mail: perer@cica.es