Revistas de Matemáticas

Revista Matemática Complutense

La *Revista Matemática Complutense* fue fundada en 1988, está patrocinada por la Universidad Complutense de Madrid y publica trabajos originales de investigación o recapitulativos cuidadosamente seleccionados de las siguientes áreas: Álgebra, Análisis Matemático, Astronomía y Geodesia, Ciencias de la Computación, Estadística e Investigación Operativa, Geometría y Topología y Matemática Aplicada.
El Equipo Editorial de RMC esta formado por:

Director
Fernando Cobos

Consejo de Redacción
José M. Arrieta (Matemática Aplicada)
Francisco L. Hernández (Análisis Matemático)
Narciso Martí-Oliet (Ciencias de la Computación)
Alejandro Melle-Hernández (Álgebra)
Jesús Otero (Astronomía y Geodesia)
Leandro Pardo (Estadística e Investigación Operativa)
José M. R. Sanjurjo (Geometría y Topología)

Editores asociados
Jacek Bochnak, Bernd Carl, P. Cassou-Noguès, Thierry Cazenave, C. M. Dafermos, Jerzy Dydak, David E. Edmunds, Laureano F. Escudero, Javier Esparza, W. Desmond Evans, W. Freeden, Gert-Martin Greuel, Arjun K. Gupta, Ilia Itenberg, Nigel J. Kalton, James Keesling, Yukio Matsumoto, José Meseguer, Peter W. Michor, K. Mischaikow, Gabriel Navarro, Jaak Peetre, Jean-Pierre Puel, M. Schreiner, I. Shparlinski, Shinichi Suzuki, Hans Triebel, S. Troyanski, Igor Vajda, J. L. Vázquez, J. A. Wiúniewski.

Editor técnico y diseñador de la página *web* de la RMC
José Luis Gámez

Los directores predecesores fueron Enrique Outerelo (1988–1995, fundador), José L. G. Llavona (1996–1999) y Enrique Arrondo (2000–2003).

Una de las particularidades de la Revista Matemática Complutense es la figura del **Conferenciante Santaló**, que fue creada en colaboración con la Facultad de Ciencias Matemáticas de la UCM en el año 2002. Tal título recae cada año en un matemático de gran prestigio que es invitado (a propuesta del Consejo de Redacción y ratificado por la Junta de Facultad) para que envíe a la Revista un trabajo y dé una conferencia general, tipo colloquium, sobre el mismo. Los Conferenciantes Santaló han sido:

C. T. C. Wall (University of Liverpool): *The geometry of abstract groups and their splittings* (2002), publicado en Rev. Mat. Complut. **16** (2003) 5–101.

Jack K. Hale (Georgia Institute of Technology): *Stability and gradient dynamical systems* (2003) publicado en Rev. Mat. Complut. **17** (2004) 7–57.

Hans Triebel (Friedrich-Schiller-Universität): *The recent theory of function spaces on Euclidian spaces, fractals, and quasi-metric spaces* (2004). Por aparecer en Rev. Mat. Complut. **18** (2005).

Los artículos recibidos para su posible publicación en la RMC se envían a un revisor científico para su examen y crítica. Los artículos han de estar escritos en inglés. Excepcionalmente el Consejo de Redacción podrá admitir trabajos escritos en otro idioma. Los artículos deberán estar elaborados en formato TEX, preferiblemente LATEX. Las figuras deberán estar en formato `EPS`, `JPG` o `PDF`. En la página *web*

`www.mat.ucm.es/serv/revista`

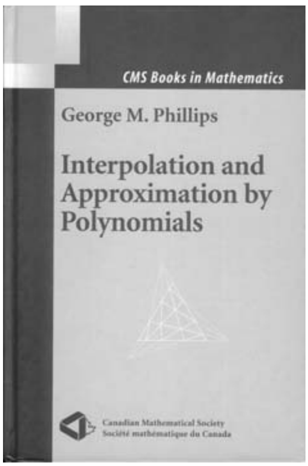
se encuentra un fichero de formato para los autores que deseen utilizarlo. Los artículos deberán ser enviados al Director, a cualquier miembro del Consejo de Redacción o a cualquier Editor Asociado de la RMC. Las direcciones se pueden encontrar en la página web citada anteriormente.

La revista publica un volumen por año, dividido en dos números. El precio de suscripción es de 63 euros por volumen. Los números sueltos se venden a 33 euros. Para suscripciones de fuera de la Unión Europea, el precio es de 100 euros y de 60 euros para los números sueltos. Los boletines para pedidos, suscripciones e intercambios se pueden encontrar en cualquier número de la RMC o en la página *web*.

Revista Matemática Complutense
Facultad de Ciencias Matemáticas
Universidad Complutense de Madrid
Plaza de Ciencias 3 — 28040 Madrid
Teléfono: 913 94 44 82 — Fax: 913 94 46 07
`Revista_Matematica@mat.ucm.es`
`www.mat.ucm.es/serv/revista`

Reseña de libros

Interpolation and Approximation by Polynomials



CMS Books in Mathematics Vol. 14
Autor: George M. Phillips
Editorial: Springer Verlag
Páginas: 312
Año de publicación: 2003
ISBN: 0-387-00215-4

La teoría de aproximación es una rama de las matemáticas que se nutre del análisis (funcional, real y complejo) y sirve con frecuencia al cálculo numérico. Por ello escribir un libro sobre aproximación significa repartir la atención entre aspectos "puramente" analíticos y las cuestiones algorítmicas o de implementación. Se nota, sin embargo, que en los gustos científicos del autor prevalece el análisis clásico (lo que en ocasiones se intenta corregir con la inclusión de algún listado en un seudo código de programación).

El título nos trae reminiscencias del famoso trabajo de P. J. Davis "Interpolation and Approximation" (y el autor reconoce que de hecho es un tributo al mismo), pero sin dudas el nivel es algo más bajo y el público objetivo se supone menos preparado. El texto se lee con facilidad, aunque en ocasiones a costa de omitir ciertas demostraciones tediosas. La inclusión de problemas propuestos será agradecida sobre todo por los profesores y los estudiantes autodidactas. También hay varios aspectos interesantes y novedosos que no se suelen incluir en textos de este nivel, tales como la interpolación multivariada, el análisis del núcleo de Peano, q-mallas (mencionadas en 5 de los 8 capítulos del libro) y otros.

Pero veamos brevemente el contenido por capítulos. La interpolación polinomial (univariada) es sin dudas uno de los pilares de la aproximación polinomial de una variable, y su escasa importancia numérica no lo logra desbancar del primer capítulo de la mayoría de los libros de aproximación. Menos frecuente es encontrar una discusión detallada de la construcción del polinomio de interpolación por medio de la solución de un sistema de ecuaciones lineales con matriz de Vandermonde usando la factorización LU. Éste es uno de los ejemplos de cuestiones teóricamente interesantes pero poco útiles para el cálculo (de hecho, solemos "prohibir" este camino a nuestros alumnos de numérico mostrando la desastrosa condición del problema). Menos comprensible es la decisión del autor de restringir el estudio de la interpolación de Hermite al caso del valor de la función y de la derivada dados en cada nodo, más que desde la fórmula de Newton el caso general está a la vista.

El capítulo 2, dedicado a la mejor aproximación (en mínimos cuadrados y uniforme), comienza con una exposición de las propiedades de los polinomios ortogonales de Legendre primero y de Chebyshev después. El valor metodológico de esta decisión es discutible, más cuando los polinomios de Chebyshev, como la aspirina, suelen ser efectivos para cualquier ejemplo. Sin embargo, entre los aciertos está una sencilla demostración de la suficiencia de la equioscilación para la extremalidad en la norma uniforme (aunque inexplicablemente este teorema no es atribuido explícitamente a Chebyshev), y una discusión escueta de los algoritmos de Remez (poco frecuente en los libros de este nivel). Al final del capítulo encontramos una elegante exposición de la función de Lebesgue que describe las propiedades aproximativas de los polinomios de interpolación, y una mención de dos páginas del módulo de continuidad y de los teoremas de Jacson (más bien para "cumplir" sin complicarse mucho).

Los capítulos 3 y 4 tratan sobre la integración numérica y el núcleo de Peano, respectivamente. Es altamente recomendable la demostración de la fórmula de suma de Euler-Maclaurin (cap. 3) y la deducción del núcleo de Peano y su aplicación en la obtención de fórmulas de error. Sin embargo, esta parte del libro revela con mayor fuerza el lado "analítico" (*vs.* "numérico") del enfoque escogido. Por ejemplo, se señala muy ciertamente que los nodos de las cuadraturas gaussianas son los ceros de los polinomios ortogonales correspondientes. Pero para aplicarlo a los cálculos reales esta información es incompleta: sería imprescindible mostrar la relación que existe entre los parámetros de la fórmula de cuadratura y los autovalores y autovectores de las matrices de Jacobi correspondientes.

Me ha sorprendido gratamente encontrar también un capítulo dedicado a la interpolación multivariada, tanto en mallas rectangulares (lo que se reduce prácticamente al caso univariado), como en mallas triangulares. Estas últimas requieren un aparato más sofisticado, como métodos de geometría proyectiva y coordenadas homogeneas. En el mismo capítulo 5 encontramos el célebre resultado de Chung y Yao sobre conjuntos de unisolvencia para la interpolación polinomial, la generalización del esquema de interpolación de Newton, la interpolación sobre q-mallas y elementos de cubaturas sobre triángulos. Todo esto es material nuevo y poco habitual.

No podían faltar en este libro (capítulo 6) los splines (funciones polinomiales a trozos con cierto grado de suavidad). A diferencia de la primera parte del libro, aquí el tratamiento es más constructivo. Además del material estándar encontramos la definición y principales propiedades de los B-splines; sin embargo se echan de menos algunos otros tópicos más habituales, como la identidad de Holladay y la minimización de la energía que permite la interpretación física de los splines (lo que motiva su nombre). Con cierto detalle se analizan los splines con nodos equiespaciados y en los q-enteros, junto con un método para su cálculo.

El capítulo 7, titulado "Polinomios de Bernstein", contiene algunas joyas relacionadas con los temas anteriores. Así, para la aproximación uniforme tenemos la convergencia de los polinomios mencionados a una función continua, y acto seguido, una demostración del teorema de Korovkin (confieso que yo habría intercambiado el orden), que se aplica a la interpolación Riesz-Fejer. La teoría de los splines se beneficia de la discusión de la positividad total y de sus aplicaciones al problema de aproximación conservativa. Como era de esperar, los polinomios de Bernstein se generalizan a q-mallas.

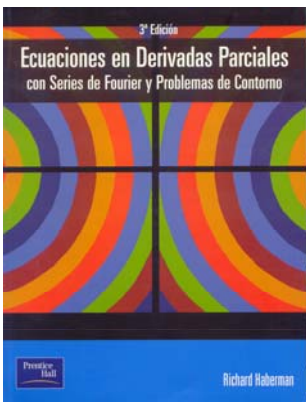
Y finalmente llegamos al capítulo 8 que se titula..., efectivamente, "propiedades de los q-enteros". Se trata de temas más específicos dedicados a mallas no uniformes y a sus aplicaciones a la interpolación multivariada. Es un claro tributo (explícitamente advertido en la introducción) a los intereses científicos del autor.

La bibliografía, que consta de 55 títulos, no es en absoluto exhaustiva, pero suficiente para un texto de carácter docente. La edición es extremadamente cuidadosa y de alta calidad, característica de Springer Verlag.

En resumen, se trata de un libro de nivel medio recomendado para todos los interesados en los aspectos constructivos fundamentales de la teoría de aproximación en una o varias variables reales, en especial, por medio de polinomios (y splines), tal y como anuncia su título, y escrito por un (re)conocido especialista en la materia.

Andrei Martínez Finkelshtein

Ecuaciones en Derivadas Parciales



Autor: Richard Habermann
Editorial: Prentice Hall
Fecha de publicación: 2003
ISSN: 8420535346

La literatura en castellano de ecuaciones en derivadas parciales es bastante exigua. Mis textos preferidos son *Ecuaciones de la Física Matemática* de A. Tijonov y A. Samarsky (Editorial Mir, Moscú, 2ª edición, 1980) y *Curso de Ecuaciones en Derivadas Parciales (con métodos de variable compleja y transformaciones integrales)* por H. F. Weinberger (Editorial Reverté, Barcelona, 1970) pensando en un primer curso de introducción a la materia en las licenciaturas de física o matemáticas. Para un curso más avanzado, como es el escenario del tercer ciclo tras una carrera ahora más breve de cuatro años, el *Ecuaciones en Derivadas Parciales* de V. Mijailov (Editorial Mir, Moscú, 1978) es uno de los textos más rigurosos y solventes que conozco (aunque la traducción resulta por momentos penosa). Desarrolla con exquisito detalle los fundamentos de las ecuaciones elípticas y problemas de autovalores asociados, ecuaciones parabólicas e hiperbólicas, en el ambiente de los espacios de Sobolev a los que consagra una parte sustancial del texto. Por otra parte, los capítulos dedicados a parciales del libro de H. Brezis, *Análisis Funcional* (Alianza, Madrid, 1984) se complementan bien con el Mijailov y la materia (teoría débil de ecuaciones elípticas, semigrupos) está seleccionada con sobriedad y presentada con demostraciones elegantes.

En referencia al libro de R. Haberman que nos ocupa –traducción de la 3ª edición en inglés de Prentice Hall– he de mencionar que disfruté enormemente de su libro *“Mathematical models: Mechanical vibrations, population dynamics, and traffic flow. An introduction to applied mathematics”* (SIAM, 1998), cuando lo usé para un curso de modelos matemáticos (no me atrevo a traducir lo de “modelling”). Tanta confianza deposité en su autor que nada más aparecer la versión española del libro de parciales ordené su compra por parte de la biblioteca, seguro de su calidad como texto de consulta para los estudiantes. En base a las líneas que siguen no decepcionó mis expectativas. Me ofrecí además gustosamente para la presente recensión.

El libro constituye un curso de introducción al tema dirigido preferentemente a estudiantes de física e ingeniería pues no se plantea grandes ambiciones teóricas. En palabras del propio autor: “Las demostraciones de los teoremas (aquellas que se incluyen) se presentan después de las explicaciones basadas en los ejemplos”, y ciertamente dentro del libro impera un cierto espíritu práctico incluso cuando se aborda la prueba de algún resultado. Esta impresión “light” queda largamente compensada por la excelente colección de ejercicios propuestos que puede resultar un complemento idóneo para un curso de parciales más teórico, impartido quizás a estudiantes de matemáticas.

La materia se distribuye en 14 capítulos (751 páginas, sin contar referencias, soluciones de ejercicios, un apéndice e índice alfabético). El capítulo 1 se ocupa de la deducción física de la ecuación del calor, dedicándose el segundo al método de separación de variables donde se tratan los diversos problemas de conducción del calor en una varilla, la ecuación del calor en un rectángulo y en el círculo. Las series de Fourier se presentan de forma muy asequible (sin demostraciones de convergencia puntual) en el capítulo 3, mientras la ecuación de la cuerda vibrante y su contrapartida bidimensional se presentan junto con una discusión de la reflexión y refracción de ondas en el capítulo 4. Los problemas de autovalores unidimensionales y la teoría de Sturm-Liouville se introducen en el capítulo 5, donde a través de las nociones de operador autoadjunto, las identidades de Green y el cociente de Rayleigh (caracterización variacional de los autovalores) se prepara el terreno para el estudio posterior de los problemas de autovalores en dimensiones 2 y 3. El capítulo 6 ofrece una excelente introducción a los métodos numéricos en diferencias para las ecuaciones del calor, de la cuerda vibrante y de Laplace, que comprende el análisis de la estabilidad de Fourier-von Neumann y la condición de estabilidad de Courant para la ecuación de ondas. Se incluye también una introducción al método de elementos finitos usando como caso de estudio la ecuación de Poisson bidimensional.

El método de separación de variables y los problemas de autovalores en dimensiones superiores se abordan en el capítulo 7 donde, en el contexto de las ecuaciones del calor y de las ondas se estudia el problema de autovalores para el operador Laplaciano en rectángulos, círculos, cilindros y esferas bajo la condición de Dirichlet homogénea. Esto conlleva una introducción –también razonablemente asequible– a las ecuaciones de Bessel y Legendre, por tanto a las funciones especiales del mismo nombre. En su análisis de los problemas de evolución el texto hace uso extenso de la función de Green. Como preámbulo a ésta, los problemas de contorno no homogéneos se introducen para el caso unidimensional, junto con el fenómeno de la resonancia, en el capítulo 8. La función de Green para problemas estacionarios (“alias” el operador Laplaciano) se estudia junto con el clásico método de las imágenes en el capítulo 9, mientras que en el caso de problemas de evolución (es decir, ecuaciones del calor y de las ondas) la función de Green se estudia con detalle en el capítulo 11. El desarrollo de ambos capítulos se apoya fuertemente en la introducción y tratamiento formal de la δ de Dirac. La transformada de Fourier y su uso para estudiar las ecuaciones del calor y de Laplace en diversos dominios no acotados (la recta, la semirrecta, una semibanda rectangular, un cuadrante, etc) es el objetivo del capítulo 10. Por otro lado, todo texto orientado a ingenieros que se precie ha de incluir necesariamente la transformada de Laplace, aunque como el propio autor confiesa en la introducción al tema, no se añada nada esencialmente nuevo a lo ya tratado en el texto. Pues bien, cumpliendo con la ortodoxia, el capítulo 13 se ocupa del estudio y aplicaciones de la transformada de Laplace. Lo que podríamos llamar “materia estándar” en un curso de introducción a las ecuaciones en derivadas parciales se completa en el capítulo 12 con un breve estudio del método de las características, incluyendo una entretenida descripción de las ondas de choque para ecuaciones cuasilineales de primer orden. La ecuación eikonal (de la óptica geométrica) también se discute en dicho capítulo.

En el aspecto de las aplicaciones el libro me ha causado cierta impresión de falta de equilibrio. El grueso más significativo está concentrado –junto con materia de un nivel más avanzado– en el último capítulo –el 14– bajo el título: "Temas de extensión: ondas dispersivas, estabilidad, no linealidad y métodos perturbativos". Lo describiremos un poco más abajo. Por otra parte, las aplicaciones tratadas con anterioridad a dicho capítulo son esencialmente: conducción del calor (caps. 1 y 2), flujo de un fluido alrededor de un cilindro y sustentación (cap. 2), vibraciones en la cuerda y en la membrana, reflexión y refracción de ondas (cap. 4), scattering y scattering inverso (cap. 10, en este caso sólo se presenta la fenomenología matemática sin aclarar el significado físico), el principio de Huygens (cap. 11), ecuaciones del tráfico y ecuación eikonal (cap. 13). En definitiva, una selección un tanto escasa, máxime si se compara con toda la materia desarrollada hasta el momento en la obra (13 capítulos, 648 páginas). En mi opinión un curso clásico de parciales debería desarrollarse en paralelo con las aplicaciones. El mejor ejemplo –aunque en el ámbito de los modelos– el excelente libro del propio Haberman en SIAM donde en tres escenarios distintos se van introduciendo la dinámica de sistemas de partículas (vibraciones), la teoría cualitativa de ecuaciones diferenciales (dinámica de poblaciones) y las ecuaciones en derivadas parciales de primer orden (flujo de tráfico). Otro, el de Tijonov y Samarski donde la exposición de las ecuaciones de Laplace, del calor y de las ondas viene acompañada –al final del correspondiente capítulo– de una lúcida selección de aplicaciones. Un tercer ejemplo, la excelente deducción física de la ecuación de la cuerda vibrante con la que comienza el libro de Weinberger[1]. Quiero finalmente apuntar que corren nuevos aires y la biología matemática ofrece también un banco alternativo de modelos con los que adornar los textos de parciales.

Volviendo al capítulo 14, su contenido es considerablemente más especializado. Se plantea en un tono ameno y descriptivo. Los temas comprenden: propagación de ondas dispersivas y velocidad de grupo; ondas guiadas y fibra óptica, el método de la fase estacionaria para el estudio de la velocidad de grupo, formación de cáusticas; ondas envolventes, ecuaciones de Schrödinger, de Korteweg-deVries, solitones y *scattering* inverso; introducción a la teoría de la estabilidad y bifurcación, la ecuación de Ginzburg-Landau; métodos de escalas múltiples y una introducción a la teoría de la capa límite. El propio autor aclara la evidente "discontinuidad" entre este capítulo y el resto de la obra: "...se ha pretendido mostrar la vitalidad de la investigación actual de las ecuaciones en derivadas parciales en el contexto de los problemas físicos".

En conclusión me parece un acierto la edición en español del libro de Haberman. Resulta un libro muy recomendable para organizar un curso de introducción a las ecuaciones en derivadas parciales, dirigido a alumnos con una formación matemática similar a la que se recibe en el primer ciclo de las facultades de física, matemáticas y escuelas de ingeniería.

José Sabina de Lis
Universidad de La Laguna

---

[1]Recomiendo a los docentes en parciales la lectura del artículo de Stuart S. Antman, "The equations for large vibrations of strings", *Amer. Math. Monthly* **87** (1980), 359–370, trabajo que por otra parte se recoge en las referencias del libro de Haberman.

Polinomios Hipergeométricos y q-Polinomios

Autor: Renato Alvárez Nodarse
Editorial: Universidad de Zaragoza
Monografías del Seminario Matemático García de Galdeano. Número 26
Páginas: 343
Fecha de publicación: 2003
ISSN: 84-7733-637-7

El Seminario Matemático García de Galdeano, vinculado desde los inicios de su andadura a la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza, ha reiniciado en el año 2001 la publicación de su serie "Monografías" con un triple objetivo: La edición de tesis doctorales dirigidas o elaboradas por miembros del Seminario, actas de Congresos y reuniones científicas en cuya organización figure el Seminario y, finalmente, monografías en general. La participación de *referees* en la evaluación de las monografías sometidas constituye un reflejo del rigor científico de que se quiere dotar este histórico Seminario. Un Comité Científico constituido por investigadores tanto de la Universidad de Zaragoza como ajenos a la misma es una buena prueba del interés en superar las barreras locales presentes en muchas iniciativas similares.

El número 26 de esta serie está dedicado a una monografía sobre q-polinomios que tiene su origen en la tesis Doctoral de Renato Alvarez Nodarse, realizada en el Departamento de Matemáticas de la Universidad Carlos III de Madrid bajo mi dirección. El desarrollo posterior de las investigaciones del autor sobre el contenido central de la Memoria mostró la necesidad de disponer de un texto en castellano sobre el estado del arte en un subdominio de la teoría que ha conocido un desarrollo importante en la última década. Este ha estado motivado por sus numerosas repercusiones tanto en otras áreas de la Matemática (Teoría de Representacion de Grupos, Análisis Combinatorio y Matemática Discreta) como en Física Teórica.

¿Qué son los polinomios q-ortogonales? Básicamente, son polinomios asociados a un producto escalar definido por una medida cuyo soporte está formado por un conjunto de puntos que tiene una estructura de red. Por ejemplo, los polinomios clásicos discretos (Charlier, Kravchuk, Meixner, Hahn) están asociados a una red uniforme (puntos equiespaciados en la recta real). Si los puntos están distribuidos en una red geométrica aparecen modelos de q-polinomios que habían sido estudiados tradicionalmente de manera dispersa en la literatura. La clasificación de los q-polinomios siguiendo criterios de funciones hipergeométricas básicas (véase [2]) ha sido abordada por diferentes autores como W. Hahn y R. Askey ([1]). El trabajo de Renato Alvarez Nodarse parte de un presupuesto teórico distinto. Considérese un operador en diferencias de segundo orden con coeficientes polinómicos sobre una red general. La primera pregunta que surge de manera natural es bajo qué condiciones el operador admite autofunciones polinómicas. El factor de simetrización del citado operador satisface una ecuación distribucional de Pearson y a partir de esta idea se articulan diversas caracterizaciones de dichos polinomios y se realiza un análisis comparativo entre las clasificaciones de Hahn, Askey y Nikiforov-Uvarov, diferente pero complementario del ya clásico [3]. De la amplia contribución de A. F. Nikiforov y V.B. Uvarov (véase como muestra [4]) es deudora esta monografía.

Asimismo se estudian problemas relacionados con la distribución de los ceros de dichos polinomios, en particular las denominadas propiedades asintóticas y medias asintóticas vinculadas a la densidad no normalizada de los ceros, esto es, se obtiene información global y no individual de los mismos. Los resultados presentados en el capítulo 7 son completamente novedosos en la literatura. El capítulo 8 se centra en diversas aplicaciones de los q-polinomios que ponen de manifiesto la interacción teoría-práctica de este dominio de la Matemática que va más allá de su desarrollo específico. Una cuidada y actualizada selección bibliográfica (250 referencias) muestra el dinamismo del tema.

La presentación de la Monografía combina rigor y claridad, lo que el lector no especializado agradecerá vivamente, junto con una buena muestra de la pasión del investigador por su trabajo, como ponen de manifiesto, entre otros detalles, las notas históricas del capítulo 1.

Este monografía es referencia inexcusable e imprescindible para todos aquellos que quieran aproximarse a la teoría de polinomios ortogonales desde una visión que va mas allá de su consideración instrumental. Leánla y disfrutarán.

[1] G.E. Andrews, R. Askey, R. Roy, *Special Functions*. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Cambridge University Press, Cambridge, 1999.

[2] G. Gasper, M. Rahman, *Basic Hypergeometric Series*. Encyclopaedia of Mathematics and its Applications, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.

[3] R. Koekoek, R.F. Swarttouw, *The Askey scheme of hypergeometric orthogonal polynomials and its q-analog*. Reports of the faculty of Technical Mathematics and Informatics, No 98-17, Delft University of Technology, Delft, 1998.

[4] A.F. Nikiforov, S.K. Suslov, V.B. Uvarov, *Classical orthogonal Polynomials of a Discrete Variable*. Springer Series in Computational Physics, Springer Verlag, Berlin, 1991.

Francisco Marcellán
Universidad Carlos III de Madrid

DE LA ARITMÉTICA AL ANÁLISIS: HISTORIA Y DESARROLLO RECIENTES EN MATEMÁTICAS

Coordinadores: Roberto Rodríguez del Río y Enrique Zuazua
Editorial: Secretaría General Técnica Subdirección General de Información y Publicaciones
Ministerio de Educación y Ciencia
Año de publicación: 2004
ISBN: 84-369-3845-3

Este libro es una obra colectiva que reúne siete artículos firmados por distintos autores. Como dicen los coordinadores en la introducción, el objetivo de esta obra es el de proporcionar a los Profesores de Matemáticas de Enseñanza Secundaria la posibilidad de actualizar sus conocimientos científicos a través del contacto con algunas cuestiones relacionadas con los grandes bloques temáticos de los nuevos currícula de Matemáticas en la Enseñanza Secundaria.

Los siete artículos los podemos clasificar en tres grupos. En el primero irían los escritos por José M. Arrieta, Tomás Recio y Laureano González-Vega y Antonio Cuevas. Cada uno de ellos está centrado en una de las tres grandes áreas en que las se puede dividir las Matemáticas de Secundaria: Análisis, Álgebra y Geometría y Estadística. El segundo incluiría los trabajos de Agustín Muñoz y Roberto Rodríguez del Río, dedicados a dos herramientas informáticas: la *web* y MatLab. El último grupo lo constituiría los artículos de Juan Luis Vázquez y de Enrique Zuazua. El primero de éstos trata de las Matemáticas y su relación profunda con las otras ciencias y la tecnología, y el segundo de las Matemáticas del control, del reto de mejorar la realidad. Ni que decir tiene que, salvo los del segundo grupo por las características de su contenido, todos los trabajos siguen lo enunciado en el título: historia y desarrollos recientes.

A continuación vamos a comentar cada uno de los artículos en el orden en que los hemos citado.

El Cálculo y la modelización matemática. José M. Arrieta

En la Enseñanza Secundaria puede parecer que el Cálculo consiste en definir las funciones, y hacer todo lo que se pueda con ellas: derivar, integrar, hallar sus máximos, sus mínimos, dibujar su gráfica, etc. Luego se buscan aplicaciones a lo hecho. Algo similar puede ocurrir con los cursos de Ecuaciones Diferenciales en los estudios universitarios: se introducen distintas ecuaciones diferenciales, pero en este caso la cuestión es hallar su solución.

El objetivo de este artículo es presentar una visión más unificadora del Cálculo, las Ecuaciones Diferenciales y de la Modelización Matemática, entendida esta última como la obtención de modelos matemáticos de fenómenos del mundo real.

Para ello, José M. Arrieta esboza un recorrido con tres etapas. La primera son unas notas sobre los orígenes del Cálculo, con especial énfasis en los problemas que se estaban abordando en los siglos XVI y XVII. En la segunda desarrolla algunos modelos de la Mecánica (el péndulo, su relación con la construcción de relojes de precisión, movimiento planetario), que se encuentran íntimamente relacionados con la aparición del Cálculo. En la tercera se presenta una aplicación de la Matemáticas a la Biología, en concreto la dinámica de poblaciones (crecimiento exponencial, migraciones, modelo depredador-presa). Por último, en lo que respecta a desarrollos recientes, Arrieta dedica una sección a los Sistemas Dinámicos (soluciones estacionarias, órbitas periódicas, estabilidad, comportamiento asintótico).

Una introducción al Álgebra Computacional y a la Geometría Algorítmica y su incidencia en la Secundaria y el Bachillerato. Tomás Recio y Laureano González-Vega

El desarrollo de los ordenadores ha propiciado, en los últimos cuarenta años, el estudio de determinados problemas matemáticos ligados al cálculo (exacto) con cantidades masivas de objetos geométricos (puntos, rectas, triángulos, etc.) o algebraicos (matrices, polinomios, etc.) relativamente simples. Estos problemas aparecen en múltiples aplicaciones tecnológicas.

En este artículo, partiendo de un proyecto de investigación de la industria del automóvil en el que han participado los dos autores, y después de unas notas sobre los orígenes del Álgebra Computacional, se pretende mostrar la importancia práctica de las denominadas Álgebra y Geometría computacional.

El planteamiento que se sigue es estudiar computacionalmente de forma detallada dos problemas tipo, uno de Álgebra y otro de Geometría. En los dos casos se presentan sus dificultades y las *trampas* que pueden esconder. Además se muestra cómo la disponibilidad de los ordenadores conlleva formas distintas de las tradicionales de abordar la resolución de muchos problemas matemáticos. Esto sirve a los autores para defender que la incidencia del ordenador en la enseñanza de las matemáticos no sólo se tiene que limitar a un apoyo a los contenidos y métodos tradicionales, sino que hay que ir más lejos, hay que hacer un esfuerzo especial por captar lo que puede aportar esta potente herramienta. En cualquier caso, éste es un camino en el que queda muchísimo por recorrer.

El análisis estadístico de grandes masas de datos: algunas tendencias recientes. Antonio Cuevas

La estadística es la ciencia de los datos, entendiendo como "datos" un conjunto de observaciones generalmente (pero no necesariamente) numéricas, obtenidas mediante la observación reiterada de un experimento de interés. La Estadística Matemática clásica, en especial la Inferencia Estadística, está basada en "muestras pequeñas", es decir, para situaciones en las que se dispone de pocos datos (típicamente, menos de 30). Sin embargo, hoy en día, tras el advenimiento de los ordenadores, de la mayoría de los procesos se dispone de enormes masas de datos, lo cual plantea nuevos problemas, tanto teóricos como prácticos, para su manejo útil.

En este artículo, Antonio Cuevas aborda dos de la metodologías que contribuyen a evitar que, como dice, nos sintamos "ahogados en los datos": la estimación paramétrica (en concreto de la densidad y de la regresión) y la metodología estadística para datos funcionales. Para ello previamente da un vistazo general a la Estadística Paramétrica Clásica.

En los dos casos estudiados se presentan las ideas básicas, motivándolas con ejemplos reales, y se muestran sus posibilidades para proporcionar orientaciones útiles en el manejo de grandes cantidades de datos. Así, por ejemplo, se describe una experiencia real en la que en el estimador no paramétrico aparecen muy claramente dos modas, lo cual en este caso resulta ser muy significativo, que de ninguna manera pueden aparecer en el modelo paramétrico.

Publicación de contenidos matemáticos en la web. Agustín Muñoz

Este artículo tiene dos objetivos: *mostrar* algunas posibilidades de los *applets* para enseñar matemáticas y *construir un applet* que, aunque sencillo, ayude a profundizar en ese tema.

El núcleo principal del trabajo consiste en describir con detalle la construcción de un *applet*, que puede ser, por ejemplo, un gráfico dinámico e interactivo, con el programa Descartes. Previamente, Agustín Muñoz realiza un breve recorrido por dos sitios *web*[2], de los muchos dedicados a los *applets* de matemáticas, que muestra qué son y qué se puede hacer con ellos.

Como afirma el autor, esta herramienta puede ayudar a los alumnos de determinados niveles de enseñanza secundaria a aprender matemáticas de un modo diferente.

Gráficas con MatLab. Roberto Rodríguez del Río

En este artículo el autor se centra en la capacidad de MatLab para generar gráficos, tanto en dos como en tres dimensiones. Para ello empieza haciendo un rápido resumen de los comandos básicos del programa, y luego construye paso a paso muchos ejemplos de distintos tipos (curva dadas por funciones, curvas en paramétricas, curvas en polares, superficies definidas por funciones, curvas de nivel, distintas formas de mostrar una superficie, etc.), para terminar con gráficas en movimiento. De todos los casos se propone muchos ejercicios.

Matemáticas, Ciencia y Tecnología: una relación profunda y duradera. Juan Luis Vázquez

En el propio título, Juan Luis Vázquez expresa muy bien el contenido de su artículo. El resumen del mismo es:

Los matemáticos suelen decir que la esencia del la Matemáticas reside en la belleza de los números, figuras y relaciones, y hay una gran verdad en ello. Pero la fuerza motriz de la inovación matemática en los siglos pasados ha sido el deseo de entender cómo funciona la Naturaleza. Este aspecto fundamental ha sido pocas veces mencionado.

La Matemática forma junto con el método experimental el esquema conceptual en que está basada la Ciencia moderna y en la que se apoya la Tecnología, existiendo estrechas relaciones entre ellas. Sobre estas bases nació la Sociedad Industrial hace varios siglos, y la nueva Sociedad de la Información se construye en el presente siguiendo las mismas pautas.

En el artículo damos un esbozo de esta relación con la ciencia y la tecnología, de cómo se puso en marcha y de los héroes que la han hecho realidad, seguido de una ojeada al futuro, en que la relación se extiende prácticamente a toda la sociedad. Se añade un corto comentario sobre la Matemática en España.

Me parece interesante reseñar que a lo largo de todo el artículo, explícita o implícitamente, Juan Luis Vázquez insiste en el paralelismo, las dos caras de la misma moneda, la complementariedad, entre la Matemática pura y la Matemática aplicada, resaltando la importancia de ésta última en toda la historia de las matemáticas, apoyándose en numerosas citas de ilustres matemáticos.

No me resisto a señalar que el artículo empieza con “Los matemáticos” y termina con “ordenadores”, lo cual me parece muy significativo.

Las Matemáticas del Control. Enrique Zuazua

El resumen recogido en el artículo es:

En estas notas abordamos algunos aspectos de la Teoría Matemática del Control, comenzando con algunas consideraciones históricas generales sobre sus orígenes y evolución. Más adelante, describimos algunos elementos matemáticos fundamentales y diversos avances recientes que se caracterizan tanto por su interés matemático como por su transcendencia desde el pun-

[2]`http://descartes.cnice.mecd.es/` y `http://www.ies.co.jp/math/java/samples/gaikaku.html`

to de vista social, tecnológico e industrial. Por último, mencionamos algunos problemas abiertos y los retos que se plantean en esta disciplina para un futuro inmediato.

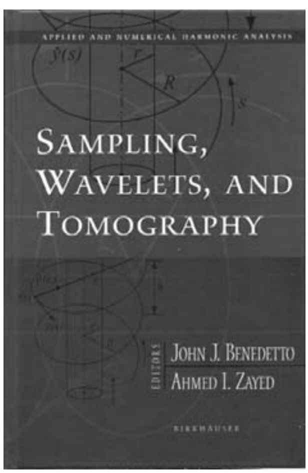
Conviene remarcar que el término “control” implica “actuación” y que detrás de él está el de “optimización”.

En este trabajo el autor busca un equilibrio entre las consideraciones generales (contrabilidad *versus* optimización, control y complejidad, optimización, programación lineal, convexidad y dualidad, perspectivas futuras), la presentación de algunos resultados y problemas matemáticos de la Teoría de Control (controlabilidad de un sistema lineal en dimensión finita y controlabilidad de sistemas no-lineales), y los ejemplos de aplicación (algunas aplicaciones comunes, control del péndulo, control molecular mediante tecnología láser: la relevancia de la separación espectral, la barrera del Támesis: un ejemplo de control ambiental).

Para finalizar, en mi opinión nos encontramos ante un libro muy interesante que cumple sus objetivos: proporciona a los Profesores de Matemáticas de Enseñanza Secundaria una referencia y una guía de avances recientes de las matemáticas, junto con su perspectiva histórica, presenta nuevas herramientas ligadas al desarrollo de la informática y esboza algunos problemas importantes directamente ligados con la enseñanza de la matemáticas.

Mikel Lezaun Iturralde
Univ. del País Vasco

Sampling, Wavelets, and Tomography



Editores: John J. Benedetto y Ahmed I. Zayed
Editorial: Birkhäuser, Boston
Fecha de publicación: 2004
ISBN: 0-8176-4304-4

SampTA (Sampling Theory and Applications) es el acrónimo mediante el cual se designa a una conferencia bianual que reune bajo su auspicio a matemáticos, físicos e ingenieros interesados en la teoría de muestreo de Shannon y en temas relacionados como wavelets, análisis de Gabor, tomografía e imagen médica, etc. La conferencia se vertebra en dos categorías generales: teoría y aplicaciones, poniendo de manifiesto que tanto la riqueza y relevancia de las aplicaciones como su implementación dependen, de una manera fundamental, de la estructura y profundidad de la teoría que las sostiene. De esta manera, la evolución simbiótica entre teoría y aplicaciones se ha convertido en axiomática (como sugiere el profesor Benedetto en el prefacio de la obra que nos ocupa). Hasta la fecha se han celebrado un total de seis conferencias: SampTA’95 (Riga, Letonia), SampTA’97 (Aveiro, Portugal), SampTA’99 (Loen, Noruega), SampTA’01 (Orlando, USA) y SampTA’03 (Strobl, Austria). Coincidiendo con los últimos SampTAs se publica un volumen dentro de la serie Applied and Numerical

Harmonic Analysis (ANHA) de la editorial Birkhäuser que pretende ser una actualización del estado del arte en algunos de los tópicos incluidos en SampTA. Una consecuencia de la conferencia celebrada en Orlando (USA) en 2001 es la obra aquí presentada (su precedente es “Modern Sampling Theory: Mathematics and Applications”, John J. Benedetto y Paulo J.S.G. Ferreira, Editores, Birkhäuser, 2001).

El libro, que incluye contribuciones de matemáticos e ingenieros, está dirigido a matemáticos, científicos e ingenieros cuyas áreas de interés son el procesado de señales y la imagen médica. Sus contenidos son accesibles para una audiencia con base matemática diversa.

De acuerdo con su título, el libro está dividido en tres partes. La parte I contiene las cuestiones relativas a la teoría de muestreo tanto teóricas como aplicadas. La parte II incluye los capítulos relativos a wavelets, análisis multirresolución, frames y análisis de Gabor, mientras que la parte III está dedicada a la tomografía y a la imagen médica. Concretamente, los temas específicos incluidos son:

- Robustness of Regular Sampling in Sobolev Algebras
- Irregular and Semi-Irregular Weyl-Heisenberg Frames
- Adaptive Irregular Sampling in Meshfree Flow Simulation
- Sampling Theorems for Non-Bandlimited Signals
- Polynomial Matrix Factorization, Multidimensional Filter Banks, and Wavelets
- Generalized Frame Multiresolution Analysis of Abstract Hilbert Spaces
- Sampling Theory and Parallel-Beam Tomography
- Thin-Plate Spline Interpolation in Medical Imaging
- Filtered Back-Projection Algorithms for Spiral Cone Computed Tomography

El profesor Zayed, uno de los editores de la obra, escribe un primer capítulo de carácter introductorio en el que pone de manifiesto la fuerte interdependencia entre las tres áreas abarcadas en la misma.

Antonio G. García
Universidad Carlos III de Madrid