
IN MEMORIAM ANDRÉ WEIL

André Weil

por

Capi Corrales Rodríguez

El 6 de agosto de 1998, a la edad de 92 años, murió en Princeton André Weil. La influencia de su obra ha sido enorme, y resulta difícil resumirla en un par de páginas. Nos limitaremos, pues, a hacer un pequeño boceto de su contribución en tres direcciones. La primera, en el desarrollo de la teoría de los números y la geometría algebraica de los últimos cincuenta años; la segunda, en su trabajo como miembro fundador del grupo Bourbaki; y por último, daremos un ejemplo no matemático del efecto que su manera de mirar ha tenido en el desarrollo de nuestra cultura.

LAS MATEMÁTICAS DE ANDRÉ WEIL

En su tesis, escrita entre 1927 y 1928, André Weil demuestra que el grupo de puntos racionales de la Jacobiana de cualquier curva sobre un cuerpo de números es finitamente generado (este resultado se conoce como el teorema de Mordell-Weil; la demostración de la conjetura completa de Mordell, que sugiere que el número de puntos racionales en curvas de género mayor que 1 es finito, la lleva a cabo más de cincuenta años después Faltings).



A partir de esta tesis, Weil comienza a investigar sobre variedades abelianas y geometría algebraica en general, obteniendo pronto uno de sus resultados más espectaculares. En 1924, E. Artin había enunciado su Hipótesis de Riemann para cuerpos finitos, demostrada por Hasse en 1933 para curvas elípticas (curvas de género 1). Entre 1940 y 1941 Weil (parte del trabajo lo realiza en prisión, como se comentará más adelante), consigue demostrarla para curvas de cualquier género. Este trabajo forma parte de su construcción de una teoría de variedades algebraicas *abstractas* sobre cuerpos arbitrarios, que recoge en su obra *Foundations of Algebraic Geometry* (1946), donde también sienta las

bases para una Teoría de Intersecciones. En 1949 enuncia sus conjeturas (conocidas como las *Conjeturas de Weil*) sobre la función zeta de las variedades algebraicas sobre cuerpos finitos (en concreto, racionalidad, ecuación funcional, interpretación cohomológica y generalización de la Hipótesis de Riemann para

curvas sobre cuerpos finitos). Desde que fuesen enunciadas, y durante casi veinticinco años, las Conjeturas de Weil marcaron el camino a seguir de la investigación en geometría algebraica y fueron, de hecho, una de las razones que llevaron a Grothendieck a construir la cohomología étalé en los años sesenta. La racionalidad la estableció Dwork en 1960 utilizando métodos p-ádicos; en 1965, Grothendieck, haciendo uso de la cohomología étalé, da la ecuación funcional e interpretación cohomológica vaticinadas por Weil; y finalmente Deligne, en 1973, demuestra la generalización de la Hipótesis de Riemann para curvas sobre cuerpos finitos, relacionada con los valores propios de los endomorfismos de Frobenius.

Los trabajos de Weil sobre variedades abelianas son extensísimos, y merece la pena destacar sus estudios de las propiedades aritmético-geométricas de éstas. En esta dirección se encuentran, por ejemplo, sus trabajos sobre los caracteres de Hecke asociados a variedades monomiales y a las sumas de Jacobi, sobre los cuerpos de clase y sobre las funciones zeta asociadas a ciertas variedades abelianas con multiplicación compleja (más tarde generalizados por Taniyama y Shimura). Estos trabajos aparecen recogidos en su memoria para Bourbaki *La cyclotomie jadis et naguère* (1974) y en su libro *Elliptic Functions according to Eisenstein and Kronecker* (1976).



El general N. Bourbaki

Los resultados obtenidos por Weil sobre los grupos aritméticos han sido también profundos e innovadores: por ejemplo, su estudio del módulo de deformaciones de un subgrupo discreto de un grupo de Lie semi-simple, resolviendo completamente el problema en el caso cocompacto, o su análisis y tratamiento sistemático de los volúmenes de los dominios fundamentales para grupos aritméticos, recogidos en *Adèles and Algebraic Groups* (1961) y más adelante en *Sur certains groupes d'opérateurs unitaires* (1964).

También son importantes sus contribuciones a la geometría diferencial (demostración mediante fibrados del Teorema de de Rham, *métrica de Weil* para el espacio de módulos de curvas) y a la teoría analítica de los números (fórmulas explícitas para la suma de los valores de una función que tenga sus ceros en la banda crítica de la función zeta de un cuerpo de números).

El nombre de Weil aparece con frecuencia asociado a la conjetura de Taniyama y Shimura sobre la modularidad de las curvas elípticas con coeficientes racionales. En 1967, en un artículo dedicado a Hecke, Weil demuestra que ciertas series de Dirichlet son transformadas de Mellin de una forma modular. Al final de este artículo (cuyo espectacular resultado fue más tarde generalizado por el propio Weil y por Jacquet-Langlands), Weil observa que su teorema sugiere la posibilidad de que toda curva elíptica con coeficientes racionales sea modular. Aunque esta conjetura llevaba ya años siendo estudiada y enunciada

por Shimura (basándose en trabajos de Taniyama y él mismo), el trabajo de Weil le dió nuevo impulso y credibilidad, llegando a conocerse como la conjetura de Taniyama-Shimura-Weil. En 1995 Andrew Wiles logró demostrarla en el caso semi-estable, demostrando, con ello, el Último Teorema de Fermat.

EL GRUPO BOURBAKI

André Weil fundó, junto con Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Delsarte, Jean Dieudonné, Charles Ehresmann, Szjolem Mandelbrojt y René de Possel el grupo Bourbaki. La influencia de la obra y método de trabajo de este grupo en la investigación matemática contemporánea es enorme, y probablemente hayan de pasar muchos años hasta que seamos capaces de analizar la profundidad de su impacto en nuestra disciplina.



Hay dos aspectos del trabajo que Bourbaki llevó a cabo en su proyecto de recopilar y unificar los fundamentos de las matemáticas que nos afectan a todos los que nos dedicamos a su investigación: la unificación de notación y tipografía matemática, y la adopción de las nociones —estrechamente relacionadas— de estructura e isomorfismo.

Aunque el grupo Bourbaki comenzó sus reuniones en el invierno de 1934 (ver [3], p. 100), sus métodos de trabajo, sus reglas generales, su notación y su tipografía, comenzaron a tomar forma en su segundo congreso. Pese a que este segundo congreso tuvo lugar en septiembre de 1936 en la provincia francesa de Touraine, hasta el día de hoy se le conoce como el “Congreso de El Escorial”. Durante las vacaciones de Semana Santa de ese año, André Weil viajó con su novia por Andalucía. En su autobiografía (en [3], p. 112), el propio Weil escribe:

De regreso a Francia quedé subyugado por los edificios de El Escorial (esa escultura cóncava contra un cielo azul inmaculado) e hice todo lo que pude para arreglar que el encuentro de Bourbaki de ese verano tuviese lugar en una escuela cerca del monasterio en la que se daba alojamiento a invitados académicos en períodos de vacaciones. ¿Cómo podía yo haber previsto la inminente guerra civil? Muchos más astutos que yo no la esperaban tampoco, o al menos no tan pronto.

Según el propio Weil, en el congreso de El Escorial los miembros de Bourbaki decidieron cómo iban a trabajar —alguien se encargaría de escribir un borrador sobre un tema concreto que luego el grupo criticaría, dando lugar a un segundo borrador a su vez corregido en un tercero, y un cuarto,..., y así hasta que se llegase a un texto que todos aceptasen—; leyeron un primer borrador de Henri Cartan sobre teoría de conjuntos que en unos años habría

de convertirse en la primera publicación del grupo con el título *Fascicule de Résultats* en teoría de conjuntos; se adoptaron las nociones de estructura e isomorfismo, distinguiendo entre estructuras sencillas -grupo, espacio topológico- y estructuras más complicadas -de anillos a cuerpos-; y se fijaron, y publicaron en un folleto, las notaciones de la teoría de conjuntos, incluyendo la adopción del símbolo $\emptyset$ del alfabeto noruego para denotar el conjunto vacío, propuesta por el propio Weil.

ANDRÉ WEIL Y LA CULTURA DEL SIGLO XX: UN EJEMPLO

Además de ser uno de los matemáticos más profundos y de mayor influencia en la matemática de este siglo, André Weil vivió en todo momento inmerso en la cultura que le rodeaba. Conocía bien el sánscrito y su poesía, y su curiosidad por la civilización india le llevó a trabajar en 1930 en la Universidad de Aligarh, cerca de Delhi. De la mano de su hermana, la filósofa Simone Weil, fue testigo privilegiado de los movimientos políticos de la Europa de entre guerras. Tomado por espía soviético, fue apresado en Helsinki por la policía finlandesa en 1939, y llevado a la cárcel francesa de Rouen acusado de insumisión (se le liberó en mayo de 1940; durante su estancia en prisión avanzó enormemente sus trabajos sobre las variedades abelianas descritos con anterioridad). Investigó y escribió sobre la historia de las matemáticas (*Number Theory: An Approach through History from Hammurabi to Legendre*, editado por Birkhauser en 1984), y contribuyó al desarrollo de la moderna antropología social. Una de las actividades que caracterizan las matemáticas y, en general, la actividad intelectual del siglo veinte, es la búsqueda de las estructuras que subyacen o sirven de andamio a los distintos fenómenos. En diciembre de 1977, el catedrático de antropología social del Collège de France, Claude Lévi-Strauss, dió una serie de conferencias radiofónicas en la cadena CBC Radio de la Universidad de Toronto bajo el título *Myth and Meaning*. En ellas, Lévi-Strauss explicaba con ejemplos concretos las estructuras subyacentes a varios de los mitos de los nativos canadienses. La posibilidad planteada por Lévi-Strauss de que el pensamiento sea estructural, supuso una manera nueva de colocarse ante los mitos, cuentos y leyendas, una manera que nos permite entender cómo la tradición oral ha contribuido y aún contribuye a estructurar nuestros razonamientos cotidianos, esos razonamientos que, pulidos, dan lugar a las matemáticas. No es sorprendente que en los orígenes de los trabajos de Lévi-Strauss en esta dirección, se encuentre su colaboración con André Weil. Lévi-Strauss llevaba tiempo analizando, sin llegar a entender, ciertas reglas con las que los aborígenes de una tribu en Australia decidían sus matrimonios, cuando en 1943 conoció a Weil en Nueva York. Este le resolvió el problema hallando, mediante el uso de reglas de combinatoria, la estructura subyacente a los enlaces matrimoniales.

El efecto de la obra y pensamiento de André Weil en la forja de la civilización contemporánea ha sido y es enorme. Y, como en el caso del grupo Bourbaki, habrán de pasar muchos años antes de que seamos plenamente conscientes

de ello. Pero no cabe duda de que para aquellos que elegimos la palabra como forma de comunicación, ya sea en forma de matemáticas o de relato, contar con un ejemplo como el de André Weil supone un regalo.

Bibliografía

- [1] LÉVI-STRAUSS, C.: "Myth and Meaning", *University of Toronto Press*, 1978,
- [2] WEIL, A.: "The Apprenticeship of a Mathematician", *Birkhäuser*, 1992.
- [3] WEIL, A.: "Oevres Scientifiques/Collected Papers", *Springer-Verlag*, 1980.

Capi Corrales Rodríguez. Departamento de Álgebra, Universidad Complutense de
Madrid 28040 Madrid.
email:capi@sun11.mat.ucm.es