
IN MEMORIAM

PROF. ALBERTO CALDERÓN

El Profesor Alberto Calderón, una de las figuras estelares del análisis matemático del siglo XX, falleció en Chicago el 16 de Abril. La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española quiere rendir tributo a su memoria a través del recuerdo de dos matemáticos que lo conocieron bien tanto profesional como personalmente: los Profesores Miguel de Guzmán y José García-Cuerva. También reproducimos el discurso de aceptación del doctorado Honoris Causa que recibió el 6 de Junio de 1997 en la Universidad Autónoma de Madrid. En el número 1 de este primer volumen de La Gaceta aparece un artículo del Profesor A. Calderón titulado "Reflexiones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática".



Alberto P. Calderón (1920-1908)**Algunos recuerdos de Chicago**

por

Miguel de Guzmán

Alberto P. Calderón ha sido sin lugar a dudas uno de los matemáticos más originales e importantes del siglo XX. Para todos nosotros los que pertenecemos a la comunidad matemática iberoamericana ha constituido un legítimo motivo de orgullo, pero sobre todo para una buena parte de la comunidad matemática argentina y española ocupada en el Análisis Matemático, él ha sido nuestro puente para integrarnos con fuerza en las corrientes de la matemática creativa de nuestro siglo.

Los valores científicos de Calderón, la valía de sus trabajos, los reconocimientos de su obra que ha recibido a través de una multitud de honores, premios, pertenencias a diferentes instituciones científicas de todo el mundo, ... se pueden apreciar en la magnífica *laudatio* de presentación que con motivo de la concesión del Doctorado *Honoris Causa* por la Universidad Autónoma de Madrid pronunció el Profesor José García-Cuerva en Junio de 1997 y que aparece reproducida en otro lugar de este número de La Gaceta de la RSME.

Otros aspectos de su vida más personales, narrados por el mismo Calderón, se pueden ver también en su discurso de investidura titulado "Reminiscencias de mi vida matemática" que pronunció en esta misma ocasión y que también aparece reproducido en este número de La Gaceta.

En estas líneas yo quisiera restringirme a compartir algunos de mis recuerdos de la etapa en la que más contacto pude tener con quien fue mi tutor y director de tesis en la Universidad de Chicago de 1965 a 1968, complementando con ello algunos aspectos del Calderón que pude conocer de cerca.

El curso 1963-1964 fue el de mi cuarto curso de Licenciatura en la Facultad de Ciencias de la que entonces era la Universidad de Madrid, ahora Universidad Complutense de Madrid. En el Instituto Jorge Juan del CSIC era Pedro Abellanas director y Alberto Dou subdirector. En la primavera de 1964 apareció Calderón en Madrid, invitado a dar un curso en el Instituto sobre Análisis de Fourier. Asistimos unos cuantos estudiantes que tuvimos ocasión de oírle explicar los entresijos de la transformada de Hilbert, su papel en conexión con las series de Fourier, su extensión en los operadores integrales singulares, que ya entonces se llamaban de Calderón-Zygmund, su importancia para entender aspectos recónditos de la teoría de ecuaciones en derivadas parciales, ...

Calderón sugirió a Pedro Abellanas que algún estudiante español se trasladara a Chicago y que él mismo se brindaba para dirigirle allí sus estudios. Se me ofreció a mí esta oportunidad y una vez que terminé la Licenciatura, en verano de 1965, comencé mis estudios en Eckhart Hall, el Departamento de Matemáticas.

En el discurso de Calderón sobre sus reminiscencias matemáticas se puede leer una magnífica loa de lo que, medio en serio medio en broma, se vino a llamar la "Stone Age" de Eckhart Hall, un período en el que llegó a darse allí, gracias al esfuerzo de Marshall Stone, director del Departamento, una totalmente antinatural concentración de primeras figuras en la matemática de la época. Albert, Chern, Graves, Mac Lane, André Weil, Zygmund, Halmos, Kaplansky, Segal, ... que en todo el mundo matemático eran nombres de teoremas, teorías y tratados muy influyentes e importantes, resultaban ser personas de carne y hueso en Eckhart Hall.

Cuando yo llegué en 1965 algunos de estos matemáticos ya no estaban allí, pero se habían incorporado otros como Beals, Billingsley, Felix Browder, Halperin, Herstein, Sally, Thompson, ... Entre los estudiantes de Zygmund y de Calderón acababan de terminar o estaban todavía allí Mary Weiss, Guido Weiss, Stein, Vagi, Fabes, Riviére, Sagher, Polking, Segovia, ... Estos pocos nombres pueden dar una ligera idea de lo que era Eckhart Hall en aquella época. Más tarde aparecerían Torchinsky, Kenig, ...

La Universidad de Chicago era entonces una universidad un tanto extraña en muchos aspectos. De sus cerca de 7.000 estudiantes más de 5.000 eran estudiantes que preparaban ya su trabajo para el doctorado. Los estudiantes se encontraban plenamente satisfechos, fenómeno bastante singular entre las universidades de Estados Unidos, sin equipo de football que compitiera con los famosos de otras universidades. La estructura misma de la universidad, con muchos departamentos interdisciplinarios, estaba muy orientada hacia la investigación. En los paseos del campus se podía topa uno con unos cuantos premios Nobel en las más diversas áreas.

Entre las instituciones interesantes de Eckhart Hall se encontraba el té de las 3 de la tarde, que congregaba a todos los profesores y alumnos graduados y que más bien parecía algo así como una hora de consulta colectiva y abierta sobre los problemas que a cada uno le ocupaban. Seguro que gracias al té de Eckhart Hall más de una docena de estudiantes, y hablo por experiencia propia, se habrán ahorrado semanas de trabajo a lo largo de líneas equivocadas. Pero también se formaban corros intensamente interesados en torno a las mesas de ajedrez que en la sala se encontraban. El seminario semanal de Calderón-Zygmund tenía lugar tras la hora del té y era para los analistas de la zona un especial punto de encuentro. Por él iban desfilando semana a semana muchos de los principales analistas del mundo.

La liberalidad e informalidad de la Universidad de Chicago que comenta Calderón en su discurso antes mencionado también me benefició a mí. Sin otro preámbulo que el de pasar unas pruebas muy razonables consistentes en preparar un examen en cada una de dos materias suficientemente amplias elegidas por el mismo estudiante (en mi caso el libro de Yosida en *Análisis Funcional* que acababa de aparecer y el texto de Kaplansky sobre *Álgebra Diferencial*), pude comenzar el trabajo de investigación hacia la tesis doctoral. Calderón tenía fama de proporcionar temas de trabajo bastante difíciles: "Mire –me dijo–, yo creo que esto de los operadores integrales singulares tiene que tener mucho que ver con las formas con que los físicos tratan de entender actualmente algunos problemas relativos a la mecánica cuántica... Sería bueno que usted explorara este camino...". Menos mal que estaban en el Departamento amigos como Carlos Segovia y Néstor Riviere que me aconsejaron bien: "Mira, tú le dices: Doctor Calderón, creo que lo mejor sería que primero usted lo hiciera y luego yo lo generalizo...". Probablemente podría encontrarme todavía haciendo la tesis si no hubiera seguido el consejo de los ya experimentados. Mi tema, relacionado mucho más directamente con las integrales singulares ya estudiadas, operadores integrales singulares con homogeneidad generalizada, resultó mucho más fácil.

Trabajar por tres años en la Universidad de Chicago bajo la tutela de Calderón ha sido la experiencia profesional más enriquecedora que he vivido. En los momentos de atascamiento ante un punto para mí verdaderamente intrincado bastaba que le pidiera a él que lo examinara y en un par de horas de trabajo conjunto solía quedar resuelto. El talento matemático de Calderón tenía la peculiaridad de aunar dos cualidades complementarias para el especialista en análisis matemático que raramente se dan juntas en tal grado en una misma persona. Por una parte poseía una intuición geométrica extraordinaria que le permitía interpretar un problema de análisis en términos espaciales y colocarse así en el núcleo de la situación. Junto con esto, las mismas fórmulas complicadas de la teoría parecían cobrar vida para él, que las veía evolucionar desde el principio hasta el fin como en una visión unitaria.

Las clases de Calderón solían a menudo tener el carácter de improvisaciones sobre los problemas, fundamentalmente en torno al análisis armónico y sus relaciones con los operadores diferenciales, que conocía muy bien. Le bastaban unos momentos de reflexión, posiblemente cuando caminaba desde su casa, en el campus, a Eckhart Hall, para preparar las variaciones del tema que iba a contar. Sus exposiciones eran generalmente buenas, pausadas, profundas,... pero era inevitable que de vez en cuando (tal vez por haberse encontrado con algún amigo en el camino hacia clase que le había privado de ese rato de reflexión) también a Calderón le ocurriese lo que a todos los demás nos ocurre, que se quedaba ante el tablero sin encontrar su

camino. Cuando esto ocurría valía la pena hacerse el viaje desde Minneapolis para tener la ocasión de asistir a la clase siguiente. Seguro que pasaba del 0 al 10. Calderón se presentaba en clase con su chuleta y su exposición entonces no había quien la superase.

El estilo de trabajo matemático de Calderón era muy peculiar. El mismo lo cuenta entre los recuerdos de su vida matemática y era bastante patente para todos los que hacíamos nuestra vida en Eckhart Hall. Era muy fácil encontrarse con Zygmund, o con cualquiera de las muchas primeras figuras en matemáticas en las que la Universidad de Chicago de los años 60 tanto abundaba, en la biblioteca del Departamento, hurgando entre las publicaciones más recientes o consultando las obras más o menos clásicas. A Calderón apenas se le veía aparecer por allí. Ni lo necesitaba. Su forma de trabajar consistía en leerse o hacerse contar los teoremas solamente e inventarse a continuación su propia historia sobre ellos. Había sido su método desde muy joven y siempre le había dado muy buen resultado. Esta era una de las lecciones metodológicas que le gustaba comentar. Otra interesante que yo recuerdo haber oído de él y haber empleado a veces conscientemente consistía en lo siguiente: "Busca detrás de los resultados cualitativos que a veces se observan en diversas situaciones la razón cuantitativa de tales semejanzas".

Calderón se confesaba, y no era mera pose, bastante perezoso. Pero esta pereza no se refería al trabajo de pensar en matemáticas, sino más bien al trabajo de leer las matemáticas de otros y también al de escribir las suyas propias. Creo que el siguiente incidente puede poner esto en claro. El año 1965 Calderón fue invitado por la American Mathematical Society para impartir una importante serie de Conferencias, las Colloquium Lectures. Me imagino que la intención de la AMS con estas series de conferencias era estimular la producción, por parte de los mejores matemáticos del momento, de obras extensas y sistemáticas sobre la especialidad de cada uno de sus invitados. Calderón dio sus conferencias con gran éxito, pero fueron pasando los años y el texto de la obra que se pensaba que había de escribir no llegaba. En 1970 apareció Calderón en Madrid para una de sus muchas visitas y me mostró con expresión de enorme sufrimiento y me invitó a que leyera las 44 primeras páginas del texto. Aún conservo una fotocopia de aquél manuscrito que nunca llegó a terminar. Pienso que era claro que él no se encontraba nada a gusto ante la tarea de escribir una obra de exposición sistemática. Lo suyo era ir abriendo caminos por las regiones aún no exploradas.

A Calderón le gustaba extraordinariamente estar en España, lo que tuvo oportunidad de hacer en muchas ocasiones, en temporadas largas unas veces y en visitas más breves otras. Gracias a él y a su iniciativa, la serie de congresos internacionales en torno al Análisis Armónico que se iniciaron en 1979 en El Escorial se consagraron como uno de los centros de referencia mundial más importantes del mundo y colocaron al grupo de

trabajo de nuestro país en torno a este campo a la cabeza de la investigación matemática. Calderón ha asistido a casi todas estas reuniones que se han venido celebrando cada cuatro años desde entonces y ha gozado intensamente en ellas.

Calderón era una persona entrañable y profundamente sensible y amistosa en su trato cotidiano. Se le veía feliz contando y oyendo contar chistes y chismes, de todas categorías y de todos los colores. Ésta es una de las muchas anécdotas que le gustaba comentar. Se celebraba una fiesta en el MIT a la que asistían todos los profesores. Calderón acababa de llegar al MIT como joven y aún desconocido matemático. Todo el mundo pudo observar como el gran Norbert Wiener dedicó las tres horas de la fiesta a aquél desconocido recién llegado. El más extrañado era Calderón mismo. Al día siguiente Calderón se tropezó con Wiener en un pasillo, le paró atento para saludarle y ... para darse cuenta inmediatamente de que Wiener ni siquiera le recordaba. La explicación se la dieron quienes conocían mejor a Wiener y su afición por ser tenido por los demás como gran conocedor de idiomas. ¡Calderón había sido durante la fiesta el instrumento para que todos pudieran observar la perfección con la que Wiener hablaba español!

Quienes tuvimos la ocasión de asistir al acto de investidura como Doctor *Honoris Causa* por la Universidad Autónoma de Madrid en junio de 1997, pudimos escucharle profundamente emocionado al contarnos los recuerdos de su vida como matemático y al proclamar su orgullo de haber contribuido al florecimiento actual de la matemática en España. Parece claro, a juzgar por el presente, que la estela de Calderón en nuestro país no va a ser un fenómeno pasajero.

Miguel de Guzmán. Departamento de Análisis. Universidad Complutense de Madrid.

* * *

Alberto P. Calderón (1920-1908)

Algunos recuerdos de Chicago

por

José García-Cueva Abengoza

Con la muerte de Alberto Calderón, acaecida el pasado 16 de abril, desaparece uno de los más grandes matemáticos de este siglo.

Argentino de Mendoza, donde nació el 14 de septiembre de 1920, estudió Ingeniería Civil en la Universidad de Buenos Aires, obteniendo su título en 1947.

Siempre había mostrado gusto y habilidad para las Matemáticas; pero no pensó en su juventud que pudiera dedicarse a ellas profesionalmente. Su primer empleo fue en una oficina de investigación perteneciente a Yacimientos Petrolíferos Fiscales, empresa pública argentina.

Sólo después de que Antoni Zygmund, el gran matemático polaco afincado en Chicago, visitara la Argentina al final de los años cuarenta y animara a Calderón a marchar a Chicago, emprendió éste una carrera como matemático, realizando su tesis con Zygmund y obteniendo el título de Doctor en 1950.

Hay dos atributos que destacan notablemente en toda la obra matemática de Alberto Calderón: su elegancia y el carácter profundamente innovador de sus ideas.

Quizá por su formación de ingeniero o por una inclinación previa de su carácter, a Calderón le gustaba abordar problemas bien concretos y difíciles, a veces sin tener la menor experiencia previa. Sin embargo sus soluciones, sorprendentemente simples y directas, contenían siempre el germen de teorías muy originales y revolucionarias, que abrían avenidas radicalmente nuevas a la investigación.

Calderón ha sido un verdadero líder del Análisis Matemático, fundamentalmente en Análisis de Fourier y Ecuaciones en Derivadas Parciales. Ha marcado el camino y ha iluminado la investigación de varias generaciones de matemáticos, creando paradigmas que continúan siendo hoy en día referentes básicos que nutren y empujan el desarrollo de estas áreas de las Matemáticas.

Para hacer un recorrido, forzosamente breve, por su dilatada obra, hay que comenzar por la Teoría de Operadores Integrales Singulares, también llamados Operadores de Calderón-Zygmund. Dicha teoría, elaborada a partir de los años 50 por ese dúo matemático formidable, en torno al cual floreció lo que los matemáticos conocemos como Escuela de Chicago, continúa siendo un modelo básico que ilumina desde su creación una parcela importantísima del Análisis de Fourier.

Mención especial merece la joya que es el Teorema de Unicidad de Calderón para el problema de Cauchy, válido para una clase muy amplia de Ecuaciones en Derivadas Parciales. Este teorema, que se publicó en 1958 en el *American Journal of Mathematics*, consagró a Alberto Calderón como uno de los primeros analistas por la originalidad de sus métodos y demostró de forma contundente, la potencia y aplicabilidad de los Operadores Integrales Singulares.

La investigación en Espacios de Funciones inicia su época de plena madurez con la llamada Fórmula de Calderón, que está en la base de las representaciones atómicas y los desarrollos en series ortogonales, con ondículas, etc.

La Teoría de Interpolación de operadores debe a Calderón la exploración y conquista definitiva de uno de sus hemisferios o continentes, la Interpolación Compleja, a la que proporcionó una base sólida con su extenso trabajo fundamental publicado en *Studia Mathematica* en 1964. Después, en las manos hábiles de muchos matemáticos de generaciones sucesivas, incluyendo al propio Profesor Calderón, el método de interpolación compleja se ha convertido en un instrumento fino, poderoso y versátil, que ha contribuido decisivamente al avance del Análisis Matemático.

Aunque la teoría de las Álgebras de Banach no ha ocupado sistemáticamente su atención, Calderón ha dejado aportaciones decisivas, que ahora son instrumentos imprescindibles de esta disciplina. El trabajo principal en este terreno es su colaboración con Arens, publicada en 1955 en *Annals of Mathematics*.

Lo mismo puede decirse de la moderna Teoría de Transferencia, cuya semilla original se encuentra en el trabajo que publicó Calderón sobre Teoría Ergódica en los *Proceedings of the National Academy of Sciences* en 1968.

Para finalizar esta breve relación hay que referirse a dos trabajos de importancia extraordinaria, aparecidos también en los *Proceedings of the National Academy of Sciences* en 1965 y 1977, dedicados a los Conmutadores de Integrales Singulares y a la Integral de Cauchy. Estos trabajos son hitos fundamentales de lo que se ha bautizado después como el Programa de Calderón, que se centra en el estudio del Operador Integral de Cauchy, con la idea de extender el ámbito de los Operadores Integrales Singulares y abordar con ellos problemas de Ecuaciones en Derivadas Parciales para coeficientes o dominios con poca suavidad, por ejemplo, problemas de valores en la frontera para dominios de Lipschitz.

Calderón ha tenido un puñado de brillantes discípulos. A través de uno de ellos, Miguel de Guzmán, Calderón ha contribuido muy especialmente al extraordinario florecimiento del Análisis de Fourier en España. Es por eso y por sus altísimos méritos científicos, por lo que la Universidad Autónoma de Madrid, donde se concentra el contingente más nutrido de esta escuela española de Análisis de Fourier, otorgó el pasado 6 de junio de 1997 al Profesor Calderón, el título de Doctor Honoris Causa. Este ha sido el último de muchos viajes que Alberto Calderón realizó a Madrid, participando en casi todas las reuniones internacionales de Análisis de Fourier que nuestro Departamento organiza cada cuatro años en El Escorial desde 1979.

Quiero evocar, en relación con Calderón, la figura de Julio Rey Pastor, que tuvo el valor de ser un matemático entusiasta y pionero nacido en esta tierra nuestra, en La Rioja para ser exactos, en un momento en que las Matemáticas tenían en nuestro país muy poca importancia. Por razones históricas y personales, la influencia que Rey Pastor ejerció en su época, fue menor en España que en la Argentina, donde terminó reuniendo en torno a él a varios discípulos muy valiosos. Entre ellos estaba Alberto González

Domínguez, que fue el que primero descubrió a Alberto Calderón para las Matemáticas, convirtiéndose en su mentor. Luego Calderón, directamente y a través de Miguel de Guzmán, nos traería de vuelta a España, la semilla del entusiasmo de Julio Rey Pastor. Esta historia muestra el poder de las Matemáticas para cruzar fronteras y océanos y unir a pueblos y generaciones en una tarea que, como pocas, da un brillo y una significación muy especial a la condición humana.

La huella humana y matemática de Alberto Calderón será, entre nosotros y en la comunidad matemática mundial, absolutamente imperecedera.

José García-Cuerva Abengoza. Departamento de Matemáticas. Universidad Autónoma de Madrid

* * *

Reminiscencias de mi Vida Matemática

El Profesor Alberto Calderón fue investido Doctor Honoris Causa por la Universidad Autónoma de Madrid el día 6 de junio de 1997. Su discurso de investidura, que reproducimos íntegramente a continuación, nos hace vivir desde la perspectiva de su historia personal, la intensa dedicación y pasión que para él siempre ha supuesto la investigación en matemáticas. Sus opiniones sobre la enseñanza de la matemática quedaron reflejados en su artículo del número anterior de La Gaceta.

Magnífico y Excelentísimo Señor Rector.

Excelentísimos e Ilustrísimos Señores.

Compañeros y amigos.

Señoras y Señores.

Antes de comenzar esta charla deseo manifestar públicamente mi agradecimiento por esta distinción que tan generosamente me ha otorgado la Universidad Autónoma de Madrid. Me enorgullezco de mis raíces hispánicas, y por eso me siento especialmente halagado.

Para la mayoría de las gentes, y yo creo aún de las gentes cultas, las Matemáticas son un tema abstruso, esotérico. Y para mí y muchos de nosotros, los matemáticos, lo mismo vale para los temas distantes de las áreas que cultivamos. Por esta razón me pareció que sería mejor que esta charla fuese sobre aspectos humanos de la actividad y experiencia matemática, que, como las personas, son individuales y únicos. Les relataré entonces algunos episodios que he vivido y pido disculpas a quienes esto no les interese.

Siendo yo niño de seis o siete años de edad, mi padre, que era médico, durante las comidas, o me hacía hacer cálculos mentales, sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, o bien mi hermana y yo debíamos escuchar versiones fonográficas de música clásica que me impresionaron profundamente. Aún recuerdo cuáles eran algunas de esas piezas que escuchamos muchas veces, por ejemplo, la obertura de Tannhäuser, la Danza Macabra de Saint Saëns, la Toccata y Fuga en Re menor para órgano de Bach. Creo que esa experiencia creó en mi mente un vínculo entre la aritmética y esa música cuya belleza me emocionaba.

Yo me había interesado por cosas mecánicas desde niño y decía que quería ser ingeniero. Mi padre creyó que esa era efectivamente mi verdadera vocación y prometió enviarme a estudiar a la ETH (la Eidgenössische Technische Hochschule) de Zürich que entonces se consideraba ser la mejor escuela de ingeniería del mundo. Llegado el momento de comenzar mis estudios secundarios, a los doce años de edad, mi padre pensó que sería mejor que lo cursara en Suiza, para aprender el alemán y estar al ingresar en el ETH, al mismo nivel que los demás estudiantes. Entonces decidió enviarme a un internado allí, donde me encontré con un profesor de Matemáticas, el Doctor Save Bercovici, quien terminó siendo mi mentor y cuya influencia sobre mí fue decisiva. Nuestra relación comenzó cuando habiendo yo cometido una travesura en su presencia decidió castigarme, obligándome a quedarme en mi habitación tres días durante las horas en que los alumnos salíamos a esquiar. Pero tras vacilar un poco, me dijo: "Voy a darte un problema de geometría. Si lo resuelves te perdonaré". El problema era construir con regla y compás un triángulo isósceles del cual se conoce la altura y la suma de la base y de uno de los lados restantes. Tras no poco esfuerzo encontré una construcción que resolvía el problema a condición de que el lugar geométrico de los puntos de un plano, cuyas distancias a dos puntos fijos del mismo tienen un cociente dado, fuese una circunferencia. Esto me pareció verdadero pero no pude demostrarlo. Cuando expliqué esto al Profesor Bercovici, él confirmó que ese lugar geométrico es una circunferencia y me perdonó. El problema me interesó mucho y desde ese momento pedí al profesor Bercovici que me diera más y más problemas. Seguramente él vio en mi travesura una oportunidad para intentar atraerme a las Matemáticas, objetivo que logró ampliamente, pues estas desplazaron a la Mecánica del centro de mis preferencias. Desgraciadamente, no pude permanecer en Suiza y, dos años más tarde, tuve que volver a la Argentina. No volví a ver al Doctor Bercovici hasta treinta años después. Mi primera esposa y yo viajábamos entonces por Europa, y al pasar por Zürich se me ocurrió buscar su nombre en la guía telefónica. Efectivamente, su nombre aparecía allí, seguido, como era costumbre en la Suiza alemana en esa época, por una breve descripción de sus actividades profesionales. El Doctor Bercovici era un hombre pintoresco, en su caso la descripción era la siguiente: "Matemáticas, Física,

Filosofía y Psicoterapia". Nos encontramos en su casa. Me recordaba perfectamente. Salimos a tomar un café y a charlar. Las señoras conversaban en inglés, el Doctor Bercovici en alemán y yo en francés, pues él comprendía el francés pero no podía hablarlo, y yo comprendía el alemán pero ya tampoco podía hablarlo. Fue un encuentro muy emotivo. Pocos años después el Doctor Bercovici falleció.

Tras mi retorno a la Argentina, decidí completar mis estudios secundarios en Mendoza, mi ciudad natal. Terminados éstos me inscribí en la Universidad de Buenos Aires. Inicialmente deseaba estudiar Matemáticas, pero mi padre, por razón de las precarias posibilidades de ganarse la vida como matemático imperantes entonces, y dadas mis aficiones, me aconsejó estudiar, en cambio, ingeniería. Así pues, ingresé a la Escuela de Ingeniería de la Universidad y me gradué de ingeniero civil siete años más tarde, pero no abandoné las matemáticas. Inmediatamente tras ingresar me acerqué al Doctor Bernardo Baidaff, que publicaba el "Boletín Matemático Argentino" que yo había descubierto en la biblioteca de la escuela secundaria de Mendoza. El Doctor Baidaff me ofreció el uso de su biblioteca y toda la ayuda que pudiera darme y así nació un vínculo permanente de amistad. En el tercer año de estudios se dictaba el último curso de cálculo infinitesimal. El profesor de éste era don Julio Rey Pastor, quien además de las del curso, ofrecía clases especiales para quienes tuviesen interés en profundizar en temas tratados en aquél. Yo fui uno de los alumnos que concurrieron regularmente a éstas y así entré en contacto con algunos de los excelentes matemáticos españoles, Santaló, Balanzat, por ejemplo, que se habían radicado en la Argentina. Rey Pastor y estos matemáticos prestaron un muy importante servicio al país modernizando la matemática que se enseñaba en los niveles secundario y universitario. Rey Pastor me hizo conocer también a uno de sus discípulos argentinos, Alberto González Domínguez, que terminó siendo mi mentor, protector y amigo. González Domínguez era un hombre extraordinario. Poseía una vastísima cultura humanística, dominaba el latín y el griego y había estudiado filología con Amado Alonso hasta que contactos con Rey Pastor lo llevaron a descubrir su verdadera vocación, a saber, las matemáticas.

En aquel entonces decidí dejar de ser una carga para mi padre y busqué y obtuve un empleo en el laboratorio de investigaciones, división geofísica, de la empresa petrolera del Estado, Yacimientos Petrolíferos Fiscales. Mi trabajo allí resultó ser sumamente interesante. Consistía en estudiar y resolver, si podía, ciertos problemas de matemáticas aplicadas que se presentaban en el diseño y uso de los instrumentos de exploración petrolera. Yo estaba de acuerdo con el dicho de que las matemáticas son la reina de las ciencias, y además creía que toda buena reina debe de servir a sus súbditos. Por esta razón me sentí muy cómodo con este tipo de trabajo. Uno de los problemas que me plantearon fue el siguiente: encontrar la forma de los dientes de

una rueda dentada de hierro que al girar con velocidad angular constante, haciendo pasar sus dientes frente a los polos de un electroimán, produzca una oscilación sinusoidal del flujo magnético a través de éste. El planteo matemático de este problema lleva a uno, muy curioso, que nunca he podido resolver ni he visto tratado en publicación matemática alguna. Pero con hipótesis adicionales se podía hacer algo. Por ejemplo, si se suponía que el campo magnético es radial en el entrehierro y que sobre cada radio es constante y de módulo inversamente proporcional a la longitud de la intersección del radio con el entrehierro se podía calcular la forma necesaria de los dientes. Por supuesto, esta hipótesis era un poco audaz, pero no descabellada, y se puso a prueba construyendo la rueda con dientes de la forma que la hipótesis implicaba y observando en un oscilógrafo la oscilación del flujo magnético. Esto resolvió el problema prácticamente, pues la oscilación parecía ser perfectamente sinusoidal.

Como dije, el trabajo era interesante, pero me trataron mal. Pero, como veremos, esto fue para mi bien. Si me hubiesen tratado de otro modo es casi seguro que me habría quedado allí el resto de mi vida activa. En cambio renuncié. González Domínguez se enteró de lo ocurrido e inmediatamente me hizo nombrar ayudante en su cátedra de la Facultad de Ciencias. En ese entonces Marshall Stone, que había visitado la Argentina un par de veces y había establecido contacto con los matemáticos de allí, sugirió que se invitara a Antoni Zygmund a dictar un curso. La organización de la Universidad era muy formal y había que asignar una cátedra a todo profesor visitante. Para facilitar las cosas, González Domínguez pidió licencia, y así su cátedra quedó disponible para la visita de Zygmund. Así, cuando vino éste, pasé automáticamente a ser su ayudante. Durante su visita Zygmund dictó un curso sobre la teoría de las series de Fourier al que concurrí asiduamente. Yo había leído parte de la primera edición de su libro y, entre otros, había estudiado el teorema de Marcel Riesz sobre la clase de las transformadas de Hilbert de funciones en L_p . Yo entendía que este teorema era considerado ser muy importante y por esta razón, como acostumbraba, intenté demostrarlo yo mismo para pulsar su dificultad y entenderlo mejor. Tras varios intentos infructuosos decidí estudiar la demostración del libro. Habiendo comenzado a leerla, me pareció saber cómo continuarla y, efectivamente, pude completarla. Cuando el Profesor Zygmund expuso el teorema de Riesz en su curso, la demostración que dio me pareció ser bastante más complicada que la de su libro. Al terminar la clase me acerqué y le pregunté por qué no había dado la demostración de su libro, que me parecía más sencilla. Esto le sorprendió y tras persuadirme de que efectivamente había dado la demostración del libro, me preguntó, a su vez, cómo era la que yo había creído ser esa demostración. Tras explicársela me instó a que la redactara y enviara a publicar en los *Proceedings* de la American Mathematical Society, prometiéndome apoyar su aceptación.

Este fue el segundo trabajo que publiqué. El primero había sido uno en colaboración con él y González Domínguez, que habíamos redactado poco tiempo antes. Al teminar el curso Zygmund me sugirió que solicitara una beca de la Fundación Rockefeller para ir a trabajar con él en la Universidad de Chicago, y nuevamente me prometió su apoyo. La beca me fue otorgada y así comenzó mi colaboración con él. Esta continuó mientras él estuvo activo en investigación, a saber, unas tres décadas. Zygmund me hizo beneficiario no sólo de su sabiduría y estímulo, sino también de su amistad y paternidad matemática. Por ejemplo, fue su insistencia en que pensara en los problemas pendientes de integrales singulares lo que me hizo trabajar en el tema. Yo no sospechaba la importancia y extensión de las futuras aplicaciones de estas integrales a otros capítulos centrales de las Matemáticas, como la teoría de las ecuaciones en derivadas parciales.

Pasando al tema de la Universidad de Chicago, hay que reconocer que ésta es una institución extraordinaria. Cuenta, entre su personal actual y anterior, y ex alumnos, con sesenta y cuatro ganadores del premio Nobel. Como sabemos, este premio no se da en Matemáticas, pero yo diría que el Departamento de Matemáticas de la Universidad era, cuando yo era becario, tal vez aún más extraordinario que el resto, no sólo por su personal, sino también por el espíritu que siempre lo había animado. Casi todos sus profesores plenarios eran considerados cumbres, en las matemáticas en general, o en las especialidades que cultivaban. Ejemplos de esto eran Marshall Stone (jefe del Departamento), y, en orden alfabético, Adrian Albert, Shiing S. Chern, Lawrence Graves, Saunders Mac Lane, André Weil, Antoni Zygmund, y, entre los profesores asistentes, más jóvenes, Paul Halmos, Irving Kaplansky, Irving Segal, Edwin Spanier. En cuanto al espíritu que mencioné, les relataré dos problemas que el departamento afrontó, y sus resoluciones, que ponen ese espíritu claramente de manifiesto. El primero fue el de Mischa Cotlar, cuyo nombre seguramente todos Uds. conocen. Mischa Cotlar había emigrado de Ucrania, primero al Uruguay y luego a la Argentina. En ambos países se puso en contacto con las comunidades matemáticas locales, para las cuales se tornó evidente que Cotlar era muy buen matemático. Pero cuando se intentó incorporarlo a la universidad como docente se chocó con un obstáculo insuperable. Las autoridades exigían la presentación de títulos y diplomas. Cotlar era un autodidacta que carecía de certificados de estudios, aún los de la escuela primaria. Para las autoridades la única solución aceptable de este problema era que el interesado aprobara los exámenes, escritos y orales, de cada uno de los cursos o materias de las escuelas primaria, secundaria y universitaria, necesarios para la obtención del título pertinente. Cuando, en una de sus visitas a la Argentina, Marshall Stone se enteró de esta situación, pidió inmediatamente una beca de la Fundación Guggenheim para que Cotlar visitara la Universidad de Chicago y obtuviera allí el título necesario. La beca le fue otorgada y

seis meses después recibía el diploma de Doctor en Matemáticas de esa Universidad.

El otro de los problemas que mencioné y del cual yo fui protagonista, fue parecido al anterior. La beca Rockefeller que se me había dado era para trabajar con Zygmund, y no para obtener un título. Pero yo aproveché esa buenísima oportunidad para concurrir a clases y eliminar lagunas en mis conocimientos matemáticos. En cierta oportunidad el Profesor Stone me preguntó si yo concurría a clases y, al contestarle yo que sí, me dijo que debía inscribirme en los cursos correspondientes y que la Fundación Rockefeller debía pagar sus aranceles. Esto se hizo y al cabo de un tiempo se me acreditaron varios cursos. Como además yo había publicado algunos trabajos, se los mostré al Profesor Stone y le pregunté si esos trabajos serían suficientes para obtener el doctorado en Matemáticas. Tras estudiarlos el Profesor Stone me contestó que sí. Mi tesis, que materialmente consistió en un cierto número de separatas sujetadas con broches metálicos, fue aceptada y obtuve el diploma. Estoy seguro de que esa informalidad no habría sido tolerada en otra universidad. Esto fue muy importante para mí, pues sin título me hubiese sido muy difícil o imposible hacer de las Matemáticas mi profesión y medio de vida.

Por último les relataré un episodio más de mi carrera que puede ser de especial interés para la gente joven. Este ocurrió en la década de los años cincuenta cuando era profesor asociado del MIT, el Instituto Tecnológico de Massachusetts. Me había interesado en el problema de la unicidad de las soluciones del problema de Cauchy de las ecuaciones o sistemas de ecuaciones en derivadas parciales en el caso no analítico, que estaba pendiente y que se consideraba ser de importancia fundamental. En realidad, sabía muy poco del tema, pero como de costumbre, antes de leer nada intenté demostrar esta unicidad. No lo conseguí pero insistí y poco a poco el problema se transformó en una obsesión que me impedía pensar en toda otra cosa con la cual éste no estuviese directamente relacionado. Felizmente, al fin me di cuenta de que todo operador diferencial lineal es la composición de un operador integral singular, un poco más general que los considerados hasta entonces y una potencia del Laplaciano. Estos operadores integrales singulares, con la composición producto, forman álgebra y son un instrumento cuya flexibilidad me permitió obtener el resultado esperado.

No deseo dar por terminada esta charla sin manifestarles que me enorgullezco de haber contribuido al extraordinario florecimiento de las matemáticas españolas, aunque esto haya sido sólo a través de Miguel de Guzmán y en pequeña medida. Este florecimiento ha sido logrado en gran parte por la obra de éste y sus discípulos.

Muchas gracias.