

---

---

## IN MEMORIAM ALFRED GRAY

---

---

*El Prof. Alfred Gray falleció en Bilbao el 27 de octubre de 1998. Alfred Gray, uno de los geómetras diferenciales más destacados de los últimos años, estaba vinculado de una manera especial con España y, en particular, con esta revista, con la cuál había generosamente iniciado una colaboración. La Gaceta de la RSME quiere rendirle un homenaje (entre los muchos que se le están brindando en todo el mundo) a través del recuerdo de sus colaboradores españoles más próximos, los Profesores Marisa Fernández, Luis A. Cordero, Luis Ugarte y Antonio Martínez-Naveira. A este tributo se han unido Jerry Glynn, quien colaboraba con Alfred Gray en sus programas informáticos para Mathematica® y el Prof. Joseph A. Wolf quién rememora los años de Alfred en Berkeley. Reproducimos una lista de sus publicaciones en colaboración con geómetras españoles, que da cuenta de su influencia en la Geometría Diferencial española.*

### Alfred Gray y su influencia en la Universidad Española

por

Luis A. Cordero, Marisa Fernández y Luis Ugarte

Alfred Gray disfrutaba de un Programa Sabático, subvencionado por la Dirección General de Enseñanza Media y Superior del Ministerio de Educación y Cultura de España, para visitar el Departamento de Matemáticas de la Universidad del País Vasco por un período de seis meses: desde julio hasta diciembre de 1998. En la madrugada del martes 27 de octubre, Alfred se encontraba trabajando en la sala de ordenadores del Colegio Mayor Miguel de Unamuno, donde residía desde su llegada a Bilbao. Un par de estudiantes, que también se hallaban en la misma sala, le notaron incómodo e inquieto. Alfred no hizo comentario alguno a ninguno de los allí presentes, ni éstos se atrevieron a preguntarle qué le sucedía. Esa actitud de Alfred nos recuerda algún aspecto de su personalidad: reservado, introvertido y muy respetuoso con el tiempo de los demás. A los pocos minutos, los dos estudiantes bajaron a recepción para advertir al conserje de esa situación anómala.

De repente, apareció Alfred en la puerta del ascensor de recepción diciendo que sufría un infarto y solicitando ayuda. Inmediatamente, un médico que vive en el Colegio Mayor le acompañó en una ambulancia hasta el Hospital de Basurto, uno de los hospitales de Bilbao. A Marisa Fernández,

profesora responsable de su estancia en la Universidad del País Vasco, se le informó telefónicamente de lo que estaba sucediendo; se dirigió inmediatamente al hospital y cuando entró en urgencias el médico de guardia le comunicó que humanamente ya no se podía hacer más. Alfred Gray había sufrido un aneurisma disecante de la aorta que produjo su fallecimiento.

La tarde del día anterior, Alfred Gray y Marisa Fernández habían pasado una agradable velada en compañía del Profesor Rolf Sulanke (profesor jubilado de la Universidad Humboldt de Berlín), quien también se encontraba de visita en Bilbao. Marisa les dejó a las 20:30 h. en el Colegio Mayor donde ambos residían, se despidió de ellos y quedó en recoger a Alfred a la mañana siguiente. Aparentemente, nada hacía presagiar ese fulminante e inesperado desenlace.



La triste noticia del fallecimiento de Alfred Gray se extendió con enorme rapidez. El estado de conmoción vivido, tanto en la Universidad del País Vasco como en la Universidad de Maryland (EE.UU), a la que Alfred pertenecía, en la American University (Washington, EE.UU), donde su esposa Mary W. Gray es "Professor" del Departamento de Matemáticas y Estadística, y en muchas otras universidades españolas y extranjeras, reflejó el aprecio y la consideración que despertaba nuestro amigo y compañero Alfred.

Mary Gray llegó al aeropuerto de Sondika, en Bilbao, al mediodía del día siguiente, 28 de octubre. Allí fue recibida por el Vicerrector de Investigación de la Universidad del País Vasco, el Decano de la Facultad de Ciencias, M. Fernández y R. Sulanke. En la mañana del día 30 de octubre, en un Salón de la Facultad de Ciencias habilitado al efecto, se celebró una Liturgia de la Palabra en memoria de Alfred Gray. Amigos, compañeros y colaboradores de diversas universidades españolas y europeas estuvieron presentes en el acto, acompañando a Mary en tan dolorosos momentos. Muchos otros amigos y compañeros de todo el mundo expresaron su apoyo y condolencia a través del teléfono, cartas, telegramas y correo electrónico. Al final del acto Mary Gray, muy emocionada, pronunció unas palabras de agradecimiento para con todos por la amistad y el afecto que habíamos dispensado a su esposo.

Alfred Gray había nacido en Dallas (Texas) el día 22 de octubre de 1939. Cursó los estudios de la licenciatura (BA) en la Universidad de Kansas, finalizándolos en 1960. Obtuvo su graduación (MA) por esa misma Universidad en 1961, con un trabajo dirigido por el Profesor S.N. Shah. Realizó su Tesis Doctoral en la Universidad de California en Los Angeles (UCLA), bajo la dirección del Profesor Barret O'Neill, defendiéndola en 1964; año en el que se incorpora a la Universidad de California en Berkeley, donde permaneció hasta 1968. A lo largo de esos cuatro años fue *Instructor* (Ayudante de clases prácticas) du-

rante el curso 1964 – 65, y *Assistant Professor* (Profesor Asociado) desde 1965 hasta 1968; además, en el curso 1965 – 66 disfrutó de una beca postdoctoral otorgada por la National Science Foundation (NSF). En 1968 contrajo matrimonio con Mary, quien había realizado su Tesis Doctoral en la Universidad de Kansas, y se trasladó al Departamento de Matemáticas de la Universidad de Maryland. Allí ocupó el puesto de *Associate Professor* (Profesor Agregado de Universidad) los dos primeros años; y en 1970, cuando todavía no había cumplido los 31 años, fue nombrado *Professor* (Catedrático de Universidad) de la Universidad de Maryland, a la que perteneció hasta su muerte.

Era miembro correspondiente (*foreign member*) de la Academia de Ciencias de Bélgica y de la Real Academia Gallega de Ciencias; pertenecía a diversas sociedades matemáticas americanas (AMS, AWM, MAA, SIAM), y desde el pasado mes de septiembre de 1998 era socio de la Real Sociedad Matemática Española. Formaba parte del Comité Editorial de varias revistas. En los últimos años participó en la elaboración del *Mathematical Dictionary* que será publicado por CRC Press. Además, era miembro de la *Human Rights Committee of the American Mathematical Society*.

Hasta la presente década, su mayor interés en investigación se centró en las funciones de variable compleja, la geometría diferencial y las ecuaciones diferenciales. Su primer trabajo de investigación lleva por título *A note on entire functions and a conjecture of Erdős I*, publicado en el año 1963, en el *Bulletin of the American Mathematical Society* **69**; es un artículo en colaboración con S.N. Shah, con quien se inició en el estudio de las funciones de variable compleja. Sobre este mismo tema, A. Gray y S.N. Shah publicaron un total de nueve artículos en revistas como *Mathematische Annalen*, *Journal d'Analyse Mathématique* y *Mathematische Zeitschrift*.

Su primer artículo sobre geometría diferencial, titulado *Minimal varieties and almost Hermitian submanifolds*, fue publicado en 1965 en el *Michigan Mathematical Journal* **12**; en él se recoge una parte de su tesis doctoral. Fue durante la elaboración de su tesis doctoral, realizada bajo la dirección de Barret O'Neill como ya indicamos anteriormente, cuando Alfred se inició en el estudio de las variedades casi Hermíticas. Fueron tantas y tan relevantes sus contribuciones al conocimiento de las propiedades geométricas y topológicas de las variedades casi Hermíticas, especialmente en el estudio de las variedades Kähler, nearly Kähler, simplécticas y complejas, que sus artículos son referencia obligada en estudios sobre estos temas. Esas contribuciones están recogidas en artículos publicados en las más prestigiosas revistas, tales como *Duke Mathematical Journal*, *Journal of Differential Geometry*, *Illinois Journal of Mathematics*, *Michigan Mathematical Journal*, *Proceedings of the American Mathematical Society*, *Topology* o *Transactions of the American Mathematical Society*. En varios de esos trabajos han colaborado M. Gotay, J.W. Morgan y alguno de nosotros.

Alfred Gray se interesó también por otros temas de geometría diferencial, tales como los espacios simétricos, las geometrías excepcionales  $G_2$  y  $\text{Spin}(7)$ , y temas clásicos relativos a la fórmula de Weyl para el volumen de un tubo

en un espacio euclídeo. Los resultados que obtuvo, bien en solitario, bien en colaboración con otros matemáticos, entre los que se encuentran: E. Abbena, R.B. Brown, P. Carpenter, P. Green, L. Karp, S.Y. Lee, M. Pinsky, L. Vanhecke, T.J. Willmore o J. Wolf, fueron publicados en revistas del más alto prestigio: *Acta Mathematica*, *Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa*, *Commentarii Mathematici Helvetici*, *Journal of Differential Geometry*, *Proceedings of the London Mathematical Society*, *Topology* y *Transactions of the American Mathematical Society*.

En la presente década, y sin abandonar los estudios a los que nos acabamos de referir, Alfred Gray hizo un gran esfuerzo por recuperar y transmitir el estudio de curvas y superficies en un sentido clásico, aprovechando las nuevas tecnologías para su visualización. El uso de los ordenadores y de algunos paquetes informáticos, principalmente *Mathematica*<sup>®</sup>, fueron sus herramientas de trabajo. Desarrolló aplicaciones de dicho software que permiten y facilitan el estudio y la visualización de lo que se conoce como geometría diferencial clásica de curvas y superficies. Su ingente trabajo está recogido en su libro titulado *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces*, publicado en su primera edición por CRC Press en 1993; una segunda edición del mismo libro, corregida y muy ampliada, ha aparecido en 1997. De ese libro existen versiones en alemán, castellano, italiano y japonés. En reconocimiento a esa labor le fue concedido en 1993 el premio *Educom Distinguished Software Award*.

En 1994, Helaman Ferguson, matemático y escultor residente en el estado de Maryland, se dirigió a Alfred Gray para preguntarle por las ecuaciones que definen la superficie minimal de Costa, ya que no las encontraba en la literatura. Ferguson había recibido el encargo de realizar una escultura de esa superficie para el Maryland Science Museum, y necesitaba de esas ecuaciones para su realización. Alfred, gran admirador de la obra de Ferguson, determinó las ecuaciones en términos de la función zeta de Weierstrass, y obtuvo con *Mathematica*<sup>®</sup> una representación gráfica de dicha superficie. Fruto de esa colaboración, A. Gray y H. Ferguson, junto con S. Markvorsen, publicaron en 1996 el artículo titulado *Costa's minimal surface via Mathematica*<sup>®</sup>, aparecido en la revista *Mathematica*<sup>®</sup> *in Research and Education*. Un nuevo artículo, escrito por A. Gray, H. Ferguson y S. Ferguson, y titulado *Costa's minimal surface: sculpture by virtual image projection*, se encuentra pendiente de publicación. Esa colaboración con Alfred Gray permitió a H. Ferguson erigir en mármol la escultura de la superficie minimal de Costa.

A lo largo de su vida, Alfred Gray publicó más de 100 artículos de investigación y, además de la obra citada anteriormente, es autor igualmente de los libros siguientes: *Tubes*, Addison-Wesley, 1990, cuya traducción al ruso apareció en 1993, y cuya segunda edición ha dejado finalizada, pendiente tan sólo de ser revisada por V. Miquel de la Universidad de Valencia, y que aparecerá en un futuro próximo; *Introduction to Ordinary Differential Equations with Mathematica*<sup>®</sup>, con M. Mezzino y M. Pinsky, publicado por Springer-Verlag en 1997. Asimismo es autor del apéndice *Appendix: Using Mathematica*<sup>®</sup>, del li-

bro de M. Pinsky titulado *Partial Differential Equations and Boundary Value Problems with Applications*, McGraw-Hill, 1991.

Además, Alfred Gray ha dejado a la comunidad matemática una página web, en la dirección: <http://bianchi.umd.edu>, de extraordinaria belleza y gran interés pedagógico. En ella se pueden encontrar algunos de sus datos biográficos y profesionales, numerosos programas de aplicación de *Mathematica*<sup>®</sup> para la visualización de curvas y superficies, "notebooks" de demostración, etc.

Siendo todavía muy joven Alfred Gray fue ya reconocido como uno de los mejores geómetras diferenciales de la segunda mitad de este siglo, especialmente en el ámbito de la geometría de Riemann. Debido a su prestigio recibía numerosas invitaciones para visitar distintos centros de investigación y universidades, y para asistir a congresos y seminarios por todo el mundo. Alfred procuraba corresponder al mayor número de ellas; le gustaba viajar y charlar tranquilamente de matemáticas.

Participó en todos los congresos que sobre geometría diferencial se celebraban periódicamente en Santiago de Compostela y Peñíscola hace años. Se sentía orgulloso de su español, que hablaba con un acento inconfundible; socarronamente, siempre nos decía que su español era mucho mejor que el nuestro, ya que no sólo lo entendían los españoles sino que también las personas de habla inglesa. Era frecuente oírle preguntar a algún profesor extranjero, con el sarcasmo que le caracterizaba *¿Tú no puedes hablar español?* Alfred hablaba correctamente alemán, francés, italiano y portugués, y se defendía en árabe, japonés y ruso.

La primera vez que Alfred Gray visitó España fue en el mes de mayo del año 1975, invitado a la Universidad de Santiago por el Prof. A.M. Naveira, actual Presidente de la Real Sociedad Matemática Española. Desde entonces, eran frecuentes sus visitas a las Universidades de Santiago, Valencia y País Vasco. Además, visitó las Universidades de Granada, La Laguna, Murcia, Salamanca, Sevilla y Zaragoza. Un número importante de matemáticos españoles visitamos su Universidad en diversas ocasiones.

La influencia y colaboración de Alfred Gray en el quehacer de alguno de los grupos españoles, que por aquel tiempo se dedicaban a la investigación en geometría diferencial, fue evidente y muy importante desde un principio. En 1980 aparecía publicado un primer artículo de A. Gray en colaboración con M. Barros, A.M. Naveira y L. Vanhecke; a este artículo le siguió un segundo, de A. Gray y L.M. Hervella, también aparecido en 1980 y, posteriormente, en 1982, un tercer artículo de A. Gray y M. Fernández. A partir de 1985 la colaboración de Gray con L.A. Cordero y M. Fernández fue ininterrumpida, llegando a consolidar un grupo de trabajo que, a partir de 1987, contó con la participación de otros compañeros de la Universidad del País Vasco: L. de Andrés y J. Mencía primero y, en los últimos cinco años, L. Ugarte y R. Ibáñez. Esa estrecha relación profesional con algunos matemáticos españoles queda claramente reflejada en el hecho de que una cuarta parte de los trabajos de investigación de Alfred Gray fueron realizados en colaboración con matemáticos de nuestro país.

Aunque estos hechos muestran nítidamente la influencia de Alfred Gray en el desarrollo de la investigación española en el ámbito de la geometría diferencial, no sería justo olvidar la estrecha relación profesional y de amistad que Alfred mantuvo con numerosos matemáticos de muchos otros países. A nivel europeo, es destacable su colaboración con Th. Friedrich, H. Simon y R. Sulanke en Alemania; M. Gromov y D. Tanré en Francia; K. Dodson y T.J. Willmore en Inglaterra; E. Abbena, R. Caddeo, G. Gentili y S. Marchiafava en Italia; O. Kowalski y D. Krupka en la República Checa; A. Fomenko y A. Malt'sev en Rusia. En este apartado, merecen una mención especial los Profesores Th. Banchoff, M.P. do Carmo, B. O'Neill, S. Salamon, L. Vanhecke y J. Wolf, por el afecto y consideración que Alfred Gray les demostraba y que era correspondida por su parte.

Alfred era un gran melómano, con una afición especial y exquisita por la ópera. Realizó la carrera de piano al tiempo que cursaba sus estudios de licenciatura en la Universidad de Kansas. Esa inclinación le venía de familia; su madre era profesora de piano, mientras que su padre era geólogo y trabajaba en una empresa petrolífera. En alguna ocasión Alfred comentó que decidió dedicarse a las matemáticas por considerar que era un modo más sencillo de ganarse la vida.

El viernes 23 de octubre Alfred regresó a Bilbao procedente de Murcia y Sevilla donde había sido invitado por A. Ferrández y J.L. Cabrerizo, respectivamente, para impartir unas conferencias en sus universidades. Por aquellos días, se había iniciado en Sevilla la temporada de ópera; la tarde del día 22, coincidiendo con su cumpleaños, Alfred asistió en el teatro de La Maestranza a la representación de la ópera *Alahor en Granada*, de Gaetano Donizetti. Retornó a Bilbao contento, había disfrutado de la ópera y estaba muy entusiasmado por llevar a cabo los diversos proyectos que sobre matemáticas tenía previsto con nosotros y con otros colegas. Eran varios los amigos con los que Alfred pensaba encontrarse a partir de enero de 1999, a su regreso a Estados Unidos: Ph. Tondeur, de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign; S. Wolfram, con ocasión del próximo congreso de *Mathematica*<sup>®</sup> y, también allí, con J. Glynn, con quien estaba iniciando un proyecto sobre la enseñanza de las matemáticas.

Cabe destacar que Alfred Gray falleció en una etapa sumamente fructífera de su carrera, en la que se encontraba abocado al descubrimiento y desarrollo de nuevas y diversas ideas, cuyo vestigio, lamentablemente, nos toca rastrear ahora.

De *Don Alfredo* –como le llamábamos cariñosamente– nos queda la imagen de un hombre bueno, sencillo, sensible, con gran sentido del humor, inquieto, muy ingenioso, trabajador, generoso con los que necesitaban de su ayuda y, sobre todo, de un gran amigo y maestro.

Los gratos momentos con él compartidos alivian nuestra pena. Su recuerdo permanecerá imborrable en nuestra memoria.

L. A. Cordero, Departamento de Geometría y Topología,  
Facultad de Matemáticas, Universidad de Santiago, 15705 Santiago de Compostela  
e-mail: [cordero@zmat.usc.es](mailto:cordero@zmat.usc.es)

M. Fernández, Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias,  
Universidad del País Vasco, Apartado 644, 48080 Bilbao  
e-mail: [mtpfero1@lg.ehu.es](mailto:mtpfero1@lg.ehu.es)

L. Ugarte, Departamento de Matemáticas (Geometría y Topología),  
Facultad de Ciencias, Universidad de Zaragoza, Campus Pl. San Francisco, 50009  
Zaragoza  
e-mail: [ugarte@posta.unizar.es](mailto:ugarte@posta.unizar.es)



## Carta a un amigo

por

**Antonio Martínez Naveira**

Querido amigo Alfred:

Quisiera aprovechar esta oportunidad para recordarte, aunque sólo sea muy brevemente, algunos aspectos de las Matemáticas que nos interesan a ambos y que han sido objeto de muchas tertulias durante este último cuarto de siglo, tiempo en que he tenido la oportunidad y la satisfacción de haberte conocido. Como siempre estábamos muy atareados, nunca hemos tenido la paciencia de recordar y analizar nuestra relación a lo largo de tantos años. Éste me parece el momento oportuno para hacerlo.

Te dije en alguna ocasión que me habían empezado a interesar tus artículos sobre las estructuras casi-hermíticas en los primeros años de la década de los setenta ya que durante el curso 69-70 había seguido en la Universidad de París un curso sobre dicha materia, en aquel momento de actualidad en varias universidades.

En un precioso artículo que publicaste en el *J. of Diff. Geometry* planteas algunos problemas abiertos. En particular, uno relativo al Lema de Schur para las nearly-kählerianas, que son más generales que las kählerianas. Con mi entonces colaborador L. M. Hervella abordamos esta cuestión en la Universidad

de Santiago. Cuando creímos haberla resuelto, preparamos una nota y la enviamos al Comité editorial de los *Proc. de la A. M. S.* para su publicación y, con un gran respeto, te enviamos a ti una copia. Unas semanas más tarde, recibimos una carta de dicho Comité Editorial en la que se nos indicaba que nuestro artículo se aceptaba para su publicación siempre que resolviésemos una duda que había planteado el árbitro. Después de algún trabajo, rehicimos nuestro artículo y lo reenviamos. Recuerdo que te enviamos una carta con la nueva versión indicándote que en la primera se nos había deslizado un error. Imagínate cuál sería nuestra sorpresa cuando unos días más tarde recibimos una carta tuya en la que nos indicabas que el árbitro habías sido tú y que nuestro artículo estaba aceptado. Nos invitabas a asistir a un interesante Seminario sobre Geometría Diferencial que tendría lugar en la universidad de Durham unos meses más tarde, concretamente en mayo de 1973. Con gran ilusión asistimos a este seminario y tuvimos la oportunidad de conocerte personalmente, así como a tu esposa Mary. Recuerdo que teníamos grandes dificultades de comunicación a causa del idioma; sin embargo, este problema desaparecería completamente ya que algunos años más tarde ya te expresabas correctamente en castellano. Recuerdo también que aquellos días tuve la oportunidad de encontrarme por primera vez con nuestro querido amigo y compañero L. Vanhecke de la Universidad Católica de Lovaina.

En aquellos momentos fue para Hervella y para mí muy interesante desde el punto de vista científico, ver cómo nuestra pequeña nota en los *Proc. de la A. M. S.* te había servido para dar una clasificación completa de las variedades nearly-kählerianas con curvatura seccional holomorfa constante.

Era bien conocido en la bibliografía matemática el Lema de Schur para las variedades riemannianas con curvatura seccional puntualmente constante. Thorpe había probado el lema de Schur para las variedades riemannianas con curvaturas seccionales generalizadas puntualmente constantes. Analizando con un poco de cuidado las propiedades algebraicas del tensor curvatura generalizado de las variedades kählerianas, no es difícil ver que entre los diferentes posibles Lemas de tipo Schur faltaba el referente a la curvatura seccional holomorfa generalizada. A mi regreso a Santiago desde París en 1972, me propuse este problema. Cuando creí haber obtenido algunos resultados significativos hice un nuevo viaje a París y los comenté con los que habían sido mis profesores A. Lichnerowicz del Collège de France y M. Berger de la Universidad París VII, quien me indicó que esta cuestión había sido propuesta por ti. Los resultados que obtuve en esta dirección, y que resolvían tu conjetura, han sido publicados en el *J. of Diff. Geometry*.

Como es bien sabido, las variedades kählerianas fueron definidas por Kähler en la década de los años treinta. En las décadas de los cuarenta y los cincuenta muchos matemáticos se preocupan por estudiar las generalizaciones de las variedades kählerianas. Tú habías probado en colaboración con J. Wolff que existían espacios homogéneos con estructuras casi-hermíticas invariantes que eran nearly-kählerianas y no kählerianas. Tu artículo sobre esta familia de variedades, citado anteriormente, era una joya bibliográfica en aquel momento

y todavía sigue siendo de un gran interés. En Santiago, el Profesor Enrique Vidal y L. M. Hervella se propusieron encontrar nuevos tipos de variedades casi-hermíticas, analizando para ello las propiedades del tensor derivada covariante del tensor que define la estructura. Aparecieron así las geometrías "gallegas". Posteriormente probaríais Hervella y tú que se podían obtener mediante transformaciones conformes de otras familias ya conocidas. Tú puedes imaginar lo importante que resultaba para nosotros poder contar con tu consejo y ayuda en aquellos momentos. Así, por indicación de Don Enrique (como llamábamos cariñosamente al Profesor Vidal a quien tú tanto admirabas) te invité a que visitases nuestro Departamento en la Universidad de Santiago. Recordarás que esta visita la realizaste durante los primeros días del mes de mayo de 1975. Tuviste la oportunidad de conocer a gente que en años sucesivos serían directos colaboradores tuyos, tales como L. M. Hervella, L. A. Cordero y M. Fernández entre otros. Tú habías publicado un artículo en el que determinabas los números de Chern de las variedades kählerianas compactas. En aquel momento yo acababa de obtener la plaza de profesor en la Universidad de Granada donde había un joven que estaba dispuesto a trabajar conmigo. Era M. Barros y recuerdo que me propusiste como problema la determinación de los números de Chern de las variedades nearly-kählerianas. Este problema ha constituido el núcleo fundamental de la tesis de M. Barros y el embrión que ha permitido posteriormente el desarrollo de la floreciente escuela que en Geometría Diferencial existe en este momento en Granada. Recuerdo también cómo te transmití ya una invitación para que nos visitases allí.

Tú aceptaste esta invitación y nos acompañasteis Mary y tú en Granada durante una semana. Tuvimos oportunidad de hablar mucho de Matemáticas y también de hacer algo de turismo. También nos acompañó en aquella ocasión, como en muchas otras posteriores, nuestra amiga Marisa Fernández. El primer día de trabajo nos indicaste que, como ejemplo de variedad nearly-kählerianas y no kählerianas, deberíamos de analizar un ejemplo del espacio homogéneo naturalmente reductivo y no simétrico. Barros y yo te dijimos que lo haríamos. Recuerdo que hicimos dos excursiones una a Sierra Nevada y otra por la Sierra de Cázulas. En el transcurso de esta última nos dijiste una frase que me ha quedado grabada desde entonces: "no es mejor matemático aquel que resuelve los problemas que el que es capaz de proponer nuevas cuestiones que interesen a sus colegas". Casi en la despedida, el día anterior a tu marcha, me volviste a preguntar si habíamos analizado el ejemplo. Te pusimos excusas y comprendiste inmediatamente que no entendíamos la técnica de los espacios homogéneos. Cuando al día siguiente te fui a llevar al aeropuerto, me diste unos folios que habías escrito durante la noche explicándonos lo más fundamental del ejemplo. Barros y yo necesitamos varios días para descifrar aquellas notas que nos permitieron conocer una nueva técnica. Posteriormente, con esa ayuda, otros compañeros pudieron elaborar varios artículos sobre este tema en las universidades de Granada y Valencia.

Más tarde, también nos visita en Granada L. Vanhecke, quien estaba interesado en las mismas cuestiones. Recuerdo que, aprovechando un viaje por

Europa, nos propusiste a ambos que estudiásemos los números de Chern de todas las variedades casi-hermíticas compactas, ya que parecía que la técnica de trabajo funcionaba también en esa familia mucho más amplia. Así lo hicimos y el fruto fue una publicación conjunta de un artículo por parte de Gray, Barros, Naveira y Vanhecke en el *Journal de Crelle*.

Durante el curso 1975-76 se desplazó a Maryland para trabajar contigo L. M. Hervella y, conjuntamente, realizasteis la clasificación de las estructuras casi-hermíticas. Este artículo ha sido de estudio obligado en los años posteriores para toda aquella persona que estuviera interesada en el tema de las variedades casi-hermíticas.

Debido a razones profesionales, yo me había trasladado a la Universidad de Valencia a finales de 1976. A partir de 1977 nos visitaste en dicha universidad en varias ocasiones. Recuerdo que en tu primera visita a Valencia, con tu humor característico, me animaste a seguir cambiando de universidad cada año, para así poder continuar conociendo España. En muchas de tus visitas a Valencia nos había acompañado Marisa. Recuerdo que comenzabais ya un trabajo de colaboración que se mantendría hasta el momento que nos dijiste adiós el pasado 27 de octubre en Bilbao. También en ese momento Marisa estaba muy cerca de ti.

En tus primeros viajes a Valencia se repitieron tus ayudas. Acababas de escribir una versión de tu artículo con L. Vanhecke sobre volúmenes de bolas geodésicas. Nos dejaste unas notas que indicaban el camino para hacer los cálculos para el caso de conexiones con torsión. Le propuse este problema a V. Miquel como tema para su tesis doctoral. Cuando volviste a visitarnos unos años más tarde, te sorprendieron gratamente los resultados obtenidos y los analizabas una y otra vez para poder creerlos, ya que no te los esperabas. Después de largas discusiones durante dos días y después de construir un nuevo ejemplo, te convencimos finalmente de su veracidad. Se puso de manifiesto una vez más que la amistad o las ganas de ayudar no te impedían seguir valorando el rigor. Al cabo de unos meses, aceptaste formar parte del tribunal de tesis de V. Miquel. En este año (1979) pasaste un mes en nuestro Departamento como profesor invitado y nos impartiste cursos mediante los cuales nos hiciste accesibles teorías que entonces nos resultaban muy complicadas. También enseñaste a los jóvenes investigadores de nuestro Departamento F. J. Carreras, A. Ferrández, O. Gil-Medrano y V. Miquel a hacer interesantes cálculos (por ejemplo, cuatro métodos distintos de calcular curvaturas en variedades riemannianas). Según me comentabas con frecuencia, era muy importante que los jóvenes no se asustasen cuando debían trabajar con ejemplos concretos.

Tenías una gran visión global de las Matemáticas en general y de la Geometría Diferencial en particular. Cuando estábamos hablando contigo o escuchándote en las tertulias sobre estos temas, el tiempo se detenía y en esas conversaciones, de las que eras tan amigo, gozábamos con tus razonamientos matemáticos, tus historias y tus chistes. Recuerdo que, en alguna ocasión en esos primeros años de nuestra amistad, me habías manifestado también tu satisfacción por poder visitar muchas pequeñas universidades, tanto en España

como en otros países, ya que ello te había dado la posibilidad de conocer a otras gentes, otras culturas y otras formas de vivir.

Desde hacía muchos años yo estaba interesado en comprender mejor la casi dualidad que existe entre las variedades casi-hermíticas y las casi-producto. Aunque una gran parte de tu obra científica está dedicada a las variedades casi-hermíticas, tampoco olvidaste el estudio de las casi-producto. Parecía razonable pensar que, si Hervella y tú habíais clasificado las variedades casi-hermíticas atendiendo a la descomposición invariante de un espacio de tensores bajo la acción del grupo unitario, también se podría descomponer otro determinado espacio de tensores bajo la acción del grupo estructural de la estructura casi-producto. Resolver esta cuestión fue mi objetivo fundamental durante mi estancia en Maryland durante el otoño de 1978. Mary y tú nos recibisteis con los brazos abiertos y vuestro trato humano resultó fundamental para hacernos grata la estancia allí. En el aspecto científico te he de agradecer los interesantísimos seminarios que sobre el tema que me interesaba manteníamos constantemente. Recuerdo con especial cariño uno que mantuvimos tú, nuestro común amigo B. L. Reinhart y yo el cual me resultó básico para las conclusiones finales. Durante este viaje tuve la oportunidad de conocer a muchos otros matemáticos, tanto de Maryland como de otras universidades que en aquel momento estaban allí de invitados o visitantes. En este sentido me merece una mención especial S. Salamon, quien también me ha ayudado de una manera muy directa en la resolución de algunas cuestiones algebraicas, que eran fundamentales para la obtención de la clasificación irreducible. Este artículo fue publicado en el *Rendiconti di Roma* y ha permitido tanto en Valencia como en otras universidades la realización de un buen número de artículos científicos, la mayor parte publicados en prestigiosas revistas. Entre otros resultados, en esta dirección se realizaron las tesis doctorales de F. J. Carreras, O. Gil-Medrano, A. H. Rocamora y A. Tarrío.

Durante estos años ya fuiste ampliando tus visitas a otras universidades españolas, principalmente a Bilbao y a Santiago. Tu relación científica y humana con los miembros de estas universidades también ha sido puesta de manifiesto en este número de La Gaceta por otras personas. Sólo quiero decirte una cosa: me consta que tú te encontrabas muy a gusto en cualquiera de nuestras universidades. Aunque, debido a tus múltiples ocupaciones profesionales, no nos hayas visitado con tanta asiduidad, sí tuviste tiempo para acompañarnos en los Congresos Internacionales de Geometría Diferencial celebrados en Peñíscola los años 1982, 1985 y 1988 y al Workshop que sobre Geometría Diferencial se celebró en Valencia en el año 1985. Tus aportaciones humanas y científicas en todos estos eventos nos han sido de una gran utilidad. Muchas gracias, Alfred.

En una ocasión coincidimos en un congreso en Dubrownick. Te preocupaba la situación humana de los matemáticos de los países del Este de Europa allí presentes. Hiciste muchas gestiones encaminadas a hacerles más agradable su estancia, lo cual ponía de manifiesto tu infinita generosidad con los demás. Uno de los días de este congreso comimos juntos y teníamos bastante tiempo

libre. Estuvimos hablando de muchas cosas tanto de Matemáticas como de la vida cotidiana. Aquellas conversaciones no las podré olvidar nunca, ya que estaban llenas de sabiduría y cariño.

También te hemos de agradecer que tanto tu universidad de Maryland como tu propia casa siempre estuvieron abiertas para nosotros. Por allí hemos pasado, durante períodos más o menos largos, Marisa, L. M. Hervella, A. Ferrández, V. Miquel y yo entre otros. A todos nos acogiste y ayudaste en todos los aspectos; sobre todo en aquellos pequeños detalles que muchas veces pueden parecer insignificantes, pero resultan fundamentales cuando te desplazas a otro lugar.

En 1988, o quizás en 1989, cuando ya estaba redactada la casi última versión de tu libro "Tubes" y antes de que apareciese publicado, S. Anderson le dijo a V. Miquel: ésta es la "opera magna" de Alfred Gray. Afortunadamente, sólo fue tu "primera opera magna". Según me ha comentado V. Miquel, las primeras noticias que tuvo del "Tubes" (así lo conocemos cariñosamente) se remontan a los primeros años de la década de los ochenta, cuando A. Ferrández estaba contigo en Maryland. La ocasión óptima para escribir el libro se te presentó, como indicas en el prólogo del Tubes, cuando en 1985 impartiste un curso en la Universidad de Santiago sobre esta materia. Revisando el archivo de nuestro Departamento, he encontrado una copia de las notas de ese curso que lleva fecha "Abril 6, 1985". Evidentemente, ahora tienen un valor histórico. Son 102 páginas frente a las 283 de la versión definitiva de la primera edición del libro. Espero que pronto veamos la segunda, que tenías casi finalizada antes de marcharte. Nos dejaste una copia de ella cuando estuviste en Valencia en el pasado mes de setiembre, acompañando esa generosidad con una petición que hacías siempre: "por favor, hacedme correcciones". Siempre las agradecías con tu frase favorita: "tus correcciones me han sido muy útiles". Así, has tenido la gentileza de agradecernos en el prólogo a V. Miquel y a mí, entre otros, unas humildes observaciones que te hicimos. Puedo asegurarte, sin temor a equivocarme, que tanto tu artículo relativo a teoremas de comparación para volúmenes de tubos, publicado en *Topology*, como los posteriores y fundamentalmente el "Tubes", que recoge lo más importante de todos ellos, han sido decisivos para muchas personas. Así me lo han manifestado en diversas ocasiones en conversaciones privadas. En particular, en el Departamento de Geometría y Topología de Valencia esta obra ha sido fundamental para la elaboración de varias tesis doctorales de personas que casi no te conocieron personalmente. Sin embargo ellos conocían muy bien tu obra. ¡Cuántos discípulos anónimos habrás tenido y todavía tendrás!

Uno de los aspectos más positivos que hemos apreciado en tu obra los que nos consideramos tus discípulos es la claridad de exposición que utilizas tanto en tus libros como en tus artículos. Tú escribes de una manera sencilla y clara lo que a veces nos resulta difícil y farragoso.

Alfred; en estos momentos en que estoy intentando recordar algunas de nuestras vivencias de los últimos años, tampoco me olvido de lo interesantes y agradables que resultaban nuestros encuentros en Santiago, aprovechando

alguno de mis viajes a tierras gallegas. Eran ocasiones para reunirnos y hablar de muchas cosas, sobre todo de matemáticas, y recordar anécdotas pasadas. Allí estábamos, entre otros, tú, L. A. Cordero, L. Hervella, Marisa y yo. A veces, Marisa y tú me acompañabais hasta La Coruña, donde acabábamos sentados delante de un buen plato de jamón, que tanto te gustaba.

En el pasado mes de septiembre se organizó en Valencia la VII Reunión de Otoño de Geometría Diferencial y sus Aplicaciones. Ahora supimos que fue tu última asistencia a un Congreso. Todos estábamos encantados con tu presencia. El contenido científico tan sumamente interesante y agradable de las tertulias que pudimos mantener contigo y el de tu conferencia (a la que seguiría otra en la Facultad unos días más tarde) no las podremos, ni queremos, olvidar fácilmente. Todavía te quedarías unos días entre nosotros durante los que mantuviste seminarios no sólo con los miembros del Departamento sino con otros jóvenes estudiosos. Todos los componentes del Departamento de Geometría y Topología de Valencia nos esforzamos en hacerte una estancia agradable.

El domingo 27 de setiembre lo pasamos juntos con mi familia y tuvimos mucho tiempo para hablar. Recuerdo cómo, paseando por la playa de la Malvarrosa, comentábamos el valor relativo del índice de impacto de las publicaciones periódicas en cualquier área. No podré olvidar, y así se lo transmitiré a mis compañeros de la RSME, los elogiosos comentarios que me hiciste de "La Gaceta" mostrándome tu interés tanto por el alto nivel alcanzado como por la forma de presentación ya que considerabas iba dirigida a un gran número de potenciales lectores. Tampoco te olvidaste de darme nombres de insignes matemáticos que podrían convertirse en miembros de la RSME, como así ha sucedido

Alfred, recuerda que, cuando lo he necesitado, recurrí en muchas ocasiones a tu consejo y a tu ayuda. Siempre me has acogido como en ti era normal, como un amigo sincero, y siempre me has ayudado en aquello que has podido.

Durante tu última conferencia en nuestra Facultad nos repartiste algunas láminas con superficies que tú habías dibujado. Yo me había guardado algunas. Dada la distancia a la que nos encontramos, posiblemente tardaremos algún tiempo en vernos. Te prometo que las cuidaré como si se tratase de un gran tesoro.

Como las despedidas son siempre muy tristes, este amigo sólo te dice: hasta luego, Alfred.

Antonio Martínez Naveira  
Departamento de Geometría y Topología. Facultad de Matemáticas  
Universidad de Valencia. 46100 Burjassot, Valencia

---

## Testimonio

por

Jerry Glynn

Conocía a Alfred Gray desde hacía unos diez años y solía encontrármelo de vez en cuando en reuniones científicas, pero no llegué a conocerlo de veras hasta Junio de 1998. Ambos asistimos al congreso conmemorativo del décimo aniversario de *Mathematica*<sup>®</sup> en Chicago, y allí tuvimos ocasión de entablar conversaciones más largas que en previos encuentros. Él estaba interesado en mi experiencia como coautor, con Theo Gray, de tres libros sobre *Mathematica*<sup>®</sup>, así como en mi propia compañía editora, *MathWare*, y el desarrollo de mis programas *Cyclone and Graphs*, *Graphs*, *Graphs*. Al creía que lo que le faltaba a *Mathematica*<sup>®</sup> eran cursores y, como mis programas los tenían, algo bueno debía haber en mí. Sugerí que deberíamos intentar escribir algo juntos como una manera de probar si podríamos colaborar. Sentados en el bar del hotel escribimos algo en dos ocasiones y decidimos continuar en Champaign a su regreso de su viaje a Bilbao en Julio.

Al llegó el 5 de agosto e inmediatamente comenzamos a trabajar sobre un libro escrito en *Mathematica*<sup>®</sup>. Nos reuníamos para trabajar casi todos los días durante un mes, y así surgió un producto llamado *Curves, Curves, Curves*, que se describe en nuestra página WEB [mathware.com](http://mathware.com). Éste, esperábamos, era sólo el comienzo de una larga serie de trabajos. Él volvió a Bilbao para seguir el proyecto allí, mientras que yo terminaba su desarrollo en Urbana.

En este corto, pero intenso período de colaboración me di cuenta de que Al era una persona extraordinaria. Había viajado a Bibao, Berlín, Turín, Cerdeña, Londres, y por los Estados Unidos dando conferencias en varias lenguas y reuniéndose con gente para llevar adelante una gran cantidad de proyectos en geometría. Era un firme partidario de las máquinas Next y, como tal, fue la única persona que he conocido que viajaba con un Next y con repuestos y partes de recambio en caso de que las necesitaran aquellas máquinas que llegase a utilizar. Amaba la ópera, tema sobre el cuál tenía firmes e interesantes opiniones, y creía que Berlín era era el mejor sitio hoy por hoy para esa forma de expresión artística. También amaba la geometría y trabajaba arduamente para conseguir su ideal de juntar buenos programas con buena geometría y buena gente.

Extraño muchísimo a Al Gray, y no creo que pueda encontrar pronto a nadie que lo iguale. Estoy agradecido de haber gozado al menos de un corto tiempo para conocerlo y trabajar juntos.

Jerry Glynn

604 E Mumford Dr, Urbana, IL 61801, Estados Unidos

e-mail: [jglynn@mathware.com](mailto:jglynn@mathware.com)

---

## Alfred Gray en Berkeley: 1964-1968

por

Joseph A. Wolf

Alfred y Mary Gray llegaron a Berkeley en el otoño de 1964, inmediatamente después de haber recibido sus respectivos doctorados en matemáticas, Alfred en geometría diferencial en la UCLA y Mary en teoría de anillos en la Universidad de Kansas. Alfred había venido a Berkeley como instructor y fue ascendido a Profesor Ayudante un año más tarde. También en 1965, recibió una beca postdoctoral de la NSF. Habiendo aceptado una plaza de Profesor Asociado en la Universidad de Maryland, partió de Berkeley en 1968. Fue allí *Professor* desde 1970 hasta su muerte a fines de 1998. Era un buen matemático dotado de un instinto especial para combinar los aspectos computacionales con la agudeza geométrica. Era un colega y un colaborador que siempre tenía algo interesante que decir. Era también un cálido amigo y un buen compañero, a quién extrañarán profundamente todos aquellos que lo conocieron.

A Alfred Gray le encantaba hacer cálculos. Una vez, en Berkeley, me dijo que las interpretaciones geométricas venían más tarde, pero, por supuesto, deben haber ido mano a mano con los cálculos, ya que éstos solían acertar exactamente. Esta facilidad de calcular le era extremadamente conveniente para comunicarse y colaborar con matemáticos de diferentes formaciones. Alfred se sirvió de este talento en sus viajes y éste fue probablemente un factor importante en su habilidad para el uso de *Mathematica*<sup>®</sup> en geometría diferencial.

Desde el comienzo de los años setenta hasta su muerte Alfred viajó intensamente. Bien como profesor visitante, bien como visitante por períodos más cortos, su trabajo en geometría diferencial lo llevó a muchas universidades e institutos en Italia, Francia, Bélgica, Inglaterra, España, Alemania, Checoslovaquia, Polonia, Egipto, Rusia, Brasil y Portugal. Fue miembro extranjero de las Academias de Ciencias de Galicia y de Bélgica. Por su trabajo en gráficos con ordenadores pasó temporadas en las universidades de Illinois y Brown, en el Geometry Center de Minneapolis, y en Wolfram Research. Por su facilidad para la comunicación matemática, los idiomas y la simple interacción humana amistosa, tenía muchos amigos y colegas por todo el mundo occidental.

A Alfred también le gustaban los juegos de palabras. Dos ejemplos: había escrito artículos con los matemáticos Brown y Green, y decía que esperaba la oportunidad de hacerlo también con los señores Black, Blue, White ... Una vez me envió un artículo que había escrito en gallego, desafiándome a reconocer el idioma en que estaba escrito.

En 1964, cuando Alfred y Mary Gray llegaron a Berkeley, el grupo de geometría diferencial de la UC en Berkeley estaba muy cohesionado, por lo cual Alfred y yo estuvimos inmediatamente en contacto científico, administrativo

y social. A mí me preocupaba mucho la simetría en geometría, de modo que me interesé en algunas de las condiciones (almost Kähler, cuasi Kähler, etc.) desarrolladas en la tesis de Alfred. Esta conexión matemática pronto floreció en una investigación conjunta y en una amistad entre las familias.

La culminación de nuestra colaboración fue un artículo sobre espacios homogéneos definidos por automorfismos de grupos de Lie, que apareció en el *Journal of Differential Geometry* en 1968. Alfred comprendió que uno podía dominar las clases de conjugación de automorfismos internos de un grupo de Lie compacto conexo investigando los bordes de la celda de Cartan, la celda en la parte real donde las raíces simples toman valores no negativos y la raíz maximal es menor o igual a 1, esencialmente como en el artículo de Borel y de Siebenthal en el volumen de 1949 de los *Comentarii Mathematici Helvetici*. Alfred y yo elaboramos los distintos casos, los relacionamos con las condiciones de simetría que me habían intrigado en su tesis, y completamos algunos resultados de Borel e Hirzebruch sobre el número de estructuras complejas invariantes, y otros temas. Trabajar con Alfred era divertido, interesante e instructivo.

Alfred y Mary tenían uno de los mejores sistemas de sonido, y seguramente la más amplia colección de música clásica que yo había visto jamás. Una vez Alfred y Mary adquirieron un *kit* para construir un clavecín. Éste tenía un sonido leve y encantador, pero debía ser afinado antes de cada ejecución. Si mal no recuerdo, aprovecharon bien la cercanía de la Ópera de San Francisco. Sus dos perros *dachshund* se llamaban Siegfried y Sieghinda, según los personajes de *El Anillo de los Nibelungos* de Wagner. La buena música era sin duda una parte de su vida.

Después de que Alfred y Mary dejaran Berkeley por Maryland, nuestra interacción fue necesariamente atenuada por el tiempo y la distancia, pero nuestra relación se revitalizaba en cada encuentro.

Joseph A. Wolf, Berkeley, California, 22 de enero de 1999

Department of Mathematics University of California at Berkeley  
970 Evans Hall - Berkeley CA 94720-3840 Estados Unidos

---

## Publicaciones de Alfred Gray con matemáticos españoles

por

Marisa Fernández

### LIBROS

- [1995] "Geometría Diferencial de Curvas y Superficies con *Mathematica*<sup>®</sup>", *Addison-Wesley Iberoamericana* (con CORDERO, L.A. FERNÁNDEZ, M.)

### ARTÍCULOS

- [1980] "The Chern numbers of holomorphic vector bundles and formally holomorphic connections of complex vector bundles over almost complex manifolds", *Journal für die Reine and Angewandte Mathematik* **314**, p. 84-98, (con BARRÓS, M., NAVEIRA, A. M., VANHECKE, L.)
- [1980] "The sixteen classes of almost Hermitian manifolds and their linear invariants", *Annali di Matematica Pura ed Applicata IV* **123**, p. 35-58, (con HERVELLA, L. M.)
- [1982] "Riemannian manifolds with structure group  $G_2$ ", *Annali di Matematica Pura ed Applicata IV* **132**, p. 19-45 (con FERNÁNDEZ, M.)
- [1985] "Variétés symplectiques sans structures Kählériennes", *Comptes Rendus Hebdomadaires des Seances de l'Academie des Sciences* **301**, p. 217-218 (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M.)
- [1985] "Nilvariedades simplécticas compactas que no admiten estructuras Kählerianas", *Actas VII Reunion Grupo Matematica Expresion Latina, Coimbra* **1**, p. 384-387 (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M., DE LEÓN, M.)
- [1986] "Symplectic manifolds with no Kähler structure", *Topology* **25**, p. 375-380 (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M.)
- [1986] "The Iwasawa manifold", *Differential Geometry, Peñíscola, (1985), Lecture Notes in Mathematics, Springer-Verlag* **1209**, p. 157-159 (con FERNÁNDEZ, M.)
- [1987] "La suite spectrale de Frölicher et les nilvariétés complexes compactes", *Comptes Rendus Hebdomadaires des Seances de l'Academie des Sciences* **305**, p. 753-756 (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M.)
- [1987] "Compact symplectic manifolds not admitting positive definite Kähler metrics", *Proceedings of the International Topology Congress at Baku*, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M.)
- [1987] "Productos de Massey e Variedades Simplécticas non Kählerianas", *Boletín da Academia Galega de Ciencias* **6**, p. 137-164, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M., DE LEÓN, M.)

- [1988] "Compact parallelizable four dimensional symplectic and complex manifolds", *Proceedings of the American Mathematical Society* **103**, p. 1209–1212, (con FERNÁNDEZ, M., GOTAY, M.)
- [1988] "Compact manifolds with indefinite Kähler metrics", *Proceedings of the Sixth International Colloquium on Differential Geometry, Universidad de Santiago de Compostela, September*, p. 25–50, (con DE ANDRÉS L.C., FERNÁNDEZ, M., MENCÍA, J.J.)
- [1990] "Lie groups with no left invariant complex structures", *Portugaliae Mathematica*, **47**, p. 184–190, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M.)
- [1990] "Compact symplectic solvmanifolds not admitting complex structures", *Geometriae Dedicata*, **34**, p. 295–299, (con FERNÁNDEZ, M.)
- [1991] "The Frölicher spectral sequence for compact nilmanifolds", *Illinois Mathematics Journal*, **35**, p. 56–67, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M.)
- [1991] "Compact symplectic manifolds with free circle actions and Massey Products", *Michigan Math. J.*, **38**, p. 271–283, (con FERNÁNDEZ, M., MORGAN, J.)
- [1991] "Moduli spaces of complex structures on compact four dimensional nilmanifolds", *Boll. Un. Mat. Ital.*, **5-A**, p. 381–389, (con DE ANDRÉS, L.C., FERNÁNDEZ, M., MENCÍA, J. J.)
- [1991] "Modelos minimales en geometría diferencial", *Secret. Public. Univ. de La Laguna*, p. 31–42, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M.)
- [1991] "La estructura fibrada de una nilvariedad compacta", *Secret. Public. Univ. de La Laguna*, p. 43–64, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M.)
- [1993] "The failure of complex and symplectic manifolds to be Kählerian", *Differential Geometry, American Mathematical Society Proceedings of Symposia in Pure Mathematics*, **54**, Part 2, p. 107–123, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M.)
- [1993] "Some differential forms are more exact than others", *Aportaciones Matemáticas, Serie: Notas de Investigación*, **8**, p. 5–65, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M.)
- [1996] "Frölicher spectral sequence of compact nilmanifolds with nilpotent complex structure", *New Developments in Differential Geometry, Budapest*, Kluwer Academic Publishers, p. 77–102, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M., UGARTE, L.)
- [1997] "A general description of the terms in the Frölicher spectral sequence", *Differential Geometry and its Applications*, **7**, p. 75–84, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M., UGARTE, L.)
- [1997] "Nilpotent complex structures on compact nilmanifolds", *Proceedings Workshop on Differential Geometry and Topology, Palermo (Italy) 1996 (in memory of Franco Tricerri)*, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo serie II*, **49**, p. 83–100, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M., UGARTE, L.)
- [1997] "Dolbeault homotopy theory and compact nilmanifolds with nilpotent complex structure", *Homotopy and Geometry*, *Banach Center Publications, Volume*, **45**, p. 137–154, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M., UGARTE, L.)

- [1997] “Complex homotopy theory for compact nilmanifolds”, *Proceedings Workshop “Recent Topics in Differential Geometry”, University of Santiago de Compostela (Spain), July 1997, Publicaciones Departamento Geometría y Topología*, p. 71–84, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M., UGARTE, L.)
- [1998] “The holomorphic fiber bundle structure of some compact complex nilmanifolds”, *Proceedings 1st. International Meeting on Geometry and Topology, Braga (Portugal), University of Minho, September 1997, Public. Centro de Matemática da Universidade do Minho*, p. 207–221, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M., UGARTE, L.)
- [—] “Nilpotent complex structures”, aparecerá en *Proceedings “VI Encuentro de Otoño, Geometría y Física”, Universidad de Salamanca, Septiembre 1997*, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M., UGARTE, L.)
- [—] “Compact nilmanifolds with nilpotent complex structures: Dolbeault cohomology”, aparecerá en *Transactions of the American Mathematical Society*, (con CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M., UGARTE, L.)

M. Fernández, Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias,  
Universidad del País Vasco, Apartado 644, 48080 Bilbao  
e-mail: mtpfero1@lg.ehu.es