

INDICADORES DE RENDIMIENTO ACADÉMICO EN MATEMÁTICAS

Humberto P. Gusmão/Antón Labraña
Departamento de Didáctica das Ciencias Experimentais
Universidade de Santiago de Compostela

Este artigo xurde dos resultados da aplicación dunha “Proba de Habilidades de Aprendizaxe (PHM) e dunha adaptación do método LSA (Análise de Semántica Latente), con estudantes da ESO, sendo tomado dun universo de 188 alumnos, unha mostra de 21 alumnos na que aplicaremos o produto escalar baixo a hipótese de que este sería un bon indicador, de que alumnos de igual rendemento en probas académicas, teñen dificultades e éxitos de natureza moi diferentes.

1 – INTRODUCCIÓN

A comprobación ou apreciación do progreso do alumno cara as metas educativas establecidas, é segundo Brueckner e Bond (1988), un dos problemas do diagnóstico pedagóxico, como tamén o é a identificación dos factores que podan interferir no “óptimo” desenvolvemento dos alumnos nunha situación de ensinanza-aprendizaxe. Así que sempre hai necesidade de apreciar con precisión a medida en que se logran os obxectivos educativos implicados e o uso dos procedementos adoptados, de forma que esta información poda proporcionar-lle ó profesor referencias válidas sobre cambios no comportamento dos seus alumnos.

A aplicación destes métodos a grandes masas de escolares, en orden a determinar os coñecementos medios por grupos de idade ou por niveis académicos, estimulou o desenvolvemento dos tests de instrucción estandarizados para as materias básicas. Por outra parte, os resultados confirman a existencia de grandes diferencias individuais nos niveis acadados en todas as materias do programa, en todos os niveis escolares, o que debe corresponder ó feito de que en tódalas clases maniféstanse diferentes graos no dominio e control de técnicas instrumentais básicas: comunicación oral, lectura escritura, cálculo alxébrico ou aritmético,...

Co obxectivo de tratar máis eficazmente os problemas derivados das diferencias de capacidade e rendemento entre os escolares, téñense introducido moitos cambios na organización nas escolas e nos programas. A pesar deses cambios, o diagnóstico e tratamento das dificultades discentes require dun modelo complexo, constituído por múltiples variables, capaz de representar, con exactitude a dimensión deste problema. Neste traballo estamos intentando desenvolver unha técnica que permita sintetizar as diferencias cualitativas observables nas respostas a cuestionarios amplos, por medio de un indicador cuantitativo.

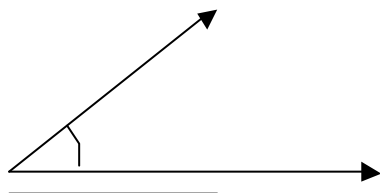
2. O PRODUCTO ESCALAR COMO INDICADOR DE PROXIMIDADE

Tradicionalmente, o produto escalar ten sido introducido, no bacharelato, por tratarse dunha ferramenta de cálculo esencial para resolución de problemas nas materias de Física e Matemáticas.

En xeral, defínese como o número que resulta de multiplicar entre si os módulos dos vectores polo coseo do ángulo comprendido entre eles:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos a$$

Como $B \cdot \cos a$ representa a proxección do vector B sobre a dirección de A, en ocasións o produto escalar de dos vectores defínese tamén como o produto do módulo de un cualquiera deles pola proxección do outro sobre del.

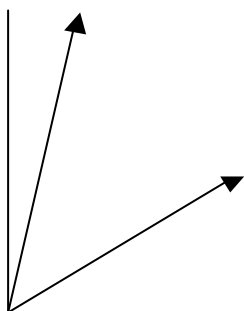


Esta suposta interpretación xeométrica do produto escalar (produto do módulo dun vector pola proxección do outro sobre el), ánda que poda dibuxarse, non semella ser menos caprichosa que a definición anterior. Os valores oscilan de -1 a 1 (no noso caso de 0 a 1, pois non poñeremos calificacións negativas, tendo nos extremos o máximo distanciamento e a maior proximidade, respectivamente).

A idea básica é estudar a relación e distribución dos coseos – en R^n , onde n é o nº de ítems utilizados nun estudio particular- como indicador que nos permite atribuír un grao de aproximación “cualitativa” entre as respostas. O principal obxectivo deste traballo céntrase en “medir” canto se aproximan as respostas dadas por un alumno nun determinado exame, ás de outro alumno neste mesmo exame, cando as notas de ámbolos-dous sexan semellantes.

O noso indicador será o coseo no intervalo $[0, 1[$ que formen os vectores que teñen pors compoñentes as correspondentes calificacións en cada ítem da proba, valor que obteremos mediante o produto escalar.

Alternativamente podemos utilizar o propio ángulo, no intervalo $[0^\circ, 90^\circ[$, se a imaxe gráfica nos facilita a comprensión.



La media ou a nota final obtida mediante unha simple suma, efectivamente, sintetizan nun só número o rendemento xeral, pero non informan das diferencias en canto a tipos de competencia. Se cada ítem pretende rexistrar un determinado tipo de habilidade ou competencia, a media non pode informarnos diso, pois non depende das diferencias ítem a ítem, senón do “montante” global.

3. ANÁLISE A TRAVÉS DE LOS VECTORES

A seguinte táboa recolle as cualificacións, ítem a ítem, dos 21 alumnos da mostra. Cada fila indica as nove compoñentes do vector do alumno (notas en cada unha das nove cuestións), a súa nota media e o módulo (nótese como, por exemplo os alumnos 1 e 2, non sempre a maior media corresponde maior módulo).

Cuestiones \ Alumno	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Media	$ A $
A ₁	0	1	0	0	4	1	7	0	8	2,34	11,44
A ₂	6	3	1	0	4	1	6	4	2	3,00	10,91
A ₃	2	3	1	0	6	1	7	8	1	3,23	12,84
A ₄	3	1	1	7	4	1	5	8	0	3,33	12,88
A ₅	2	3	2	3	6	1	7	0	8	3,55	13,26
A ₆	7	2	1	2	4	1	7	1	8	3,66	13,74
A ₇	6	1	1	8	3	1	5	1	8	3,77	14,21
A ₈	1	1	2	8	6	1	8	1	8	4,00	15,36
A ₉	3	5	3	9	1	1	7	1	8	4,22	15,49
A ₁₀	2	5	0	2	4	5	8	4	8	4,22	14,76
A ₁₁	2	9	3	0	1	1	8	9	8	4,55	17,46
A ₁₂	6	1	1	6	6	1	5	8	8	4,67	16,24
A ₁₃	7	1	2	2	3	3	7	9	8	4,67	16,43
A ₁₄	7	5	5	3	3	3	5	3	8	4,67	14,96
A ₁₅	2	5	1	0	6	4	7	9	8	4,67	16,61
A ₁₆	8	4	9	0	6	1	7	1	8	4,89	17,66
A ₁₇	0	4	8	0	6	1	8	9	9	5,00	18,52
A ₁₈	7	6	4	0	6	1	6	9	8	5,23	17,86
A ₁₉	2	5	8	0	6	5	5	9	7	5,23	17,57
A ₂₀	7	3	9	2	6	1	7	9	8	5,78	19,33
A ₂₁	6	5	9	3	3	6	8	6	7	5,89	18,57

Unha vez obtida a puntuación polo alumno en cada cuestión (PHM citada), cada estudante terá un vector $A_n = [X_1, X_2, \dots, X_9]$, onde: n é o nº do alumno; e os X_i son cada unha das notas relativas ás (9) nove cuestións, valoradas de 0 a 10.

Realizamos os cálculos comparando cada alumno co que lle sigue en nota media (8 consecutivos na táboa anterior):

Alumnos	Prod. escalar	Diferencia ¹	Cos α	Ángulo α
(A ₁ . A ₂)	78	0,28	0.6248	51.33
(A ₂ . A ₃)	123	0,07	0,8778	28.62
(A ₃ . A ₄)	134	0,03	0,8097	35.93
(A ₄ . A ₅)	92	0,06	0,5383	57.43
(A ₅ . A ₆)	166	0,03	0,9101	24.47
(A ₆ . A ₇)	174	0,03	0,8905	27.06
(A ₇ . A ₈)	197	0,06	0,9023	25.54
(A ₈ . A ₉)	214	0,05	0,8992	25.94
(A ₉ . A ₁₀)	182	0,00	0,7956	37.28
(A ₁₀ . A ₁₁)	222	0,07	0,8610	30.57
(A ₁₁ . A ₁₂)	207	0,04	0,7295	43.15
(A ₁₂ . A ₁₃)	249	0,00	0,9327	21.14
(A ₁₃ . A ₁₄)	214	0,00	0.8701	29.52
(A ₁₄ . A ₁₅)	200	0,00	0.8043	36.45
(A ₁₅ . A ₁₆)	207	0,04	0,7055	45.13
(A ₁₆ . A ₁₇)	262	0,04	0,8009	36.78
(A ₁₇ . A ₁₈)	294	0,04	0,8888	27.27
(A ₁₈ . A ₁₉)	284	0,00	0,9046	25.23
(A ₁₉ . A ₂₀)	314	0,10	0,9236	22.53
(A ₂₀ . A ₂₁)	334	0,02	0,9298	21.59

A continuación comparamos cada un dos alumnos coa resposta patrón (un 10 en cada ítem), que ocuparía a diagonal do n-espacio.

Parejas	Prod. escalar	Diferencia	Cos α	Ángulo α
(A ₀ . A ₁)	210	3,27	0,6116	52.29
(A ₀ . A ₂)	270	2,33	0,8251	34.40
(A ₀ . A ₃)	290	2,09	0,7526	41.18
(A ₀ . A ₄)	300	2,00	0,7761	39.09
(A ₀ . A ₅)	320	1,81	0,8040	36.48

¹ Diferencia relativa = $\frac{\text{diferencia max}}{\text{menorvalor}}$.

(A ₀ . A ₆)	330	1,73	0,8002	36.85
(A ₀ . A ₇)	340	1,65	0,7974	37.11
(A ₀ . A ₈)	360	1,50	0,7811	38.63
(A ₀ . A ₉)	380	1,36	0,8176	35.15
(A ₀ . A ₁₀)	380	1,36	0,8579	30.91
(A ₀ . A ₁₁)	410	1,20	0,7826	38.50
(A ₀ . A ₁₂)	420	1,14	0,8617	30.49
(A ₀ . A ₁₃)	420	1,14	0,8520	31.56
(A ₀ . A ₁₄)	420	1,14	0,9354	20.70
(A ₀ . A ₁₅)	420	1,14	0,8427	32.57
(A ₀ . A ₁₆)	440	1,04	0,8304	33.86
(A ₀ . A ₁₇)	450	1,00	0,8099	35.91
(A ₀ . A ₁₈)	470	0,91	0,8772	28.69
(A ₀ . A ₁₉)	470	0,91	0,8913	26.96
(A ₀ . A ₂₀)	520	0,73	0,8963	26.32
(A ₀ . A ₂₁)	530	0,69	0,9511	17.98

4.- CONCLUSIONES

Como fora que as estimacións realizadas polos profesores deses 188 alumnos acerca de cal sería, alumno a alumno, o rendemento na PHM teñen un índice de correlación linear superior ó 80% respecto das cualificacións finais en Matemáticas, podemos inclinarnos a pensar que os alumnos máis “competentes” en matemáticas son aqueles que teñen un perfil cualitativo acorde con ese modelo “patrón” de habilidades metacognitivas.

Sen embargo, aínda apreciándose unha tendencia “ó paralelismo” co vector patrón tanto maior canto maior é a nota media, as oscilacións son moi grandes en todos os intervalos de rendemento (recórdese que están ordenados de menor a maior), o que pon en dúbida a consideración anterior e nos abre novas interrogantes: se alumnos con rendementos semellantes tanto na PHM como na materia de Matemáticas nunha etapa formativa aínda básica, mostran grandes diferencias cualitativas na súas habilidades cognitivas, ¿poden manter expectativas de futuro semellantes para novas etapas? ou, pola contra, ¿a súa “posición” relativa respecto do modelo patrón presupón unha posición de vantaxe ou desvantaxe?.

5 - BIBLIOGRAFÍA:

BRUECKNER, L.J. e BOND, Guy (1988). *Diagnostico y Tratamiento de las Dificultades en el Aprendizaje*, Madrid, España: Ediciones RIALP, 12ª edición

- ESTÉVEZ, P. Q. (1997). *Introducción a MATLAB y sus aplicaciones*, Santiago de Compostela, España: Servicio de Publicacións e Intercambio Científico, Universidade de Santiago de Compostela.
- FIDALGO, J.A. e FERNÁNDEZ, M.R.(1986). *Física General*, León, España: Editorial Everest S.A., 8ª Edición.
- GUSMÃO, T.C ; CAJARAVILLE, J.A e LABRAÑA, P.A. (2003). Competencias Metacognitivas e Aprendizaxe das Matemáticas. *Boletín das Ciencias*, nº 53, XVI Congreso de ENCIGA, Cangas, España: ENCIGA.
- ROZA, Eusebio; OTERO, José e SANJOSÉ, Vicente (2003). Qué Entiende RUCIO, un Sistema Basado en el Análisis de la Semántica Latente, Después de Haber Leído un Libro de Física. *Boletín das Ciencias*, nº 53, XVI Congreso de ENCIGA, Cangas, España: ENCIGA.