La Olimpiada Matemática

Sección a cargo de

María Gaspar

XVI Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas

por

Ceferino Ruiz Garrido

La XVI Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas ha tenido lugar en Minas y Montevideo (República Oriental del Uruguay), del 22 al 30 de septiembre de 2001.

Para concurrir a esta competición, la Comisión de Olimpiadas ha decidido que la Delegación de España estuviese formada por los alumnos Luis Hernández Corbato, de Madrid; Miquel Oliu Barton y Joaquim Cevallos Morales, de Barcelona, y por Alberto Suárez Real, de Salinas (Asturias), acompañados por los profesores Ceferino Ruiz Garrido, como Jefe de Delegación y Juan Manuel Conde Calero, como Tutor.

Los tres primeros habían participado también en la precedente 42 Olimpiada Internacional, y para su selección se ha tenido muy en cuenta la opinión de los profesores que entonces les acompañaron, optándose por enviar a Uruguay a los alumnos que había obtenido mejor puntuación en Washington. Para el cuarto participante nos ceñimos a lo previsto en las bases de la convocatoria de la XXXVII Olimpiada Matemática Española sobre universitarios (Alberto ha terminado primero de Telecomunicaciones) que, habiendo obtenido Medalla de Oro en una edición anterior de la Olimpiada, reúnen los requisitos de participación - entre los que no se encuentra el nivel de estudios de los participantes- para la Iberoamericana.

El Jurado Internacional, compuesto por los Jefes de Delegación de los países participantes, se reunió durante once sesiones maratonianas en el Hotel Ibis de Montevideo, estudiando el banco de problemas, discutiendo sobre su dificultad, estableciendo las pruebas en versiones española y portuguesa, fijando los criterios de corrección y contrastando con los seis equipos de coordinación de problemas las pautas de calificación, decidiendo los niveles de corte para la concesión de medallas y premios, así como las menciones especiales

y acordando la concesión de la Copa Puerto Rico al país de mayor progreso relativo.

Los participantes, acompañados por los profesores tutores, residieron en la Ciudad de Vacaciones de Minas En este mismo complejo vacacional se desarrollaron las pruebas de esta Olimpiada, lo que evitó cansancio y molestias de desplazamiento a los alumnos, aunque el Jurado Internacional tuvo que realizar el trayecto Montevideo–Minas (unos 150 kilómetros) en seis ocasiones. En este recinto vacacional, que cuenta con numerosas instalaciones deportivas y recreativas, incluida piscina climatizada, los alumnos participantes pudieron disfrutar, en las horas de asueto, de una estancia agradable, divertida y educativa, en la que se estrecharon muchos lazos de amistad entre los jóvenes de los países iberoamericanos participantes. Este aspecto de la Olimpiada Iberoamericana, la posibilidad de entrar en contacto personal tantos jóvenes excelentes con las mismas inquietudes, es, sin duda, una de las facetas más importantes e interesantes de esta actividad.

Igualmente se realizó en la Ciudad de Vacaciones el acto de inauguración, presidido por una Directora General del Ministerio de Educación, a la que acompañaban el representante de la OEI y el Presidente del Comité Organizador. El Presidente de la República Oriental del Uruguay remitió un fax de adhesión dirigido a todas las Delegaciones.

La corrección y coordinación de las pruebas se llevó a cabo en Montevideo, lugar al que se desplazaron los Profesores Tutores una vez realizadas las dos sesiones de problemas. Los alumnos permanecieron, hasta el día de la entrega de premios, en Minas.

Este acto se realizó en la Sala de los Pasos Perdidos del Palacio Legislativo de Uruguay, bajo la presidencia del Ministro de Educación de Uruguay, acompañado de Diputados, Senadores, Ministros de Educación de algunos países Iberoamericanos y representantes diplomáticos de otros. Igualmente integraron la presidencia de esta entrega de premios un representante de la OEI y el Presidente del Comité Organizador de la XVI OIM. Es de destacar que no compareció ningún representante de la Embajada de España en Uruguay, la cual había sido expresamente invitada por la organización a este evento; tampoco asistió la Ministra de Educación, Cultura y Deporte que se encontraba en aquellos días en Punta del Este en una reunión de Ministros de Educación de la OEI, mientras que si lo hicieron los de otros países que estaban en la misma reunión.

Los resultados obtenidos por los integrantes del equipo de España fueron los siguientes, sobre un total de 75 participantes procedentes de 19 países:

Luis Hernández Corbato: 24 puntos y Medalla de Oro

Alberto Suárez Real: 12 puntos y Medalla de Bronce

Joaquim Cevallos Morales: 8 puntos

Miquel Oliu Barton: 5 puntos

Aunque esta es una competición individual, cabe hacer un estudio comparativo por países, el cual no corresponde a ninguna clasificación oficial. En total, el equipo de España obtuvo 49 puntos, cifra que nos sitúa en noveno lugar. Concretamente, la clasificación por países fue la siguiente: Brasil (101), Argentina (99), Méjico (95), Cuba (79), Venezuela (72), Perú (70), Colombia (63), Chile (52), España (49), Costa Rica (43), Uruguay (27), Portugal (23), Guatemala (22), Paraguay (22), República Dominicana (18), Puerto Rico (11), El Salvador (11), Bolivia (5) y Ecuador (0). En esta ocasión, no concurrieron a la convocatoria tres países: Honduras, Nicaragua y Panamá.

La Copa Puerto Rico, al país de mayor progreso en esta OIM fue otorgada a Venezuela, y recogida por el Presidente de la Olimpiada Venezolana que asistió en calidad de asesor de la OEI.

En la reunión consultiva de la Organización de Estados Iberoamericanos, se ratificó la candidatura de España para organizar la Olimpiada en 2004. Previamente se celebrarán la XVII OIM en El Salvador (2002) y la XVIII OIM en Argentina (2003).

Durante la celebración de la XVI OIM se realizó la presentación oficial de la próxima Olimpiada Iberoamericana, que se desarrollará, si no hay imponderables como los acaecidos el pasado curso, en San José (República de El Salvador), del 21 al 30 de septiembre de 2002. La presentación e invitación fue realizada por el jefe de la Delegación de El Salvador, en nombre de su Ministra de Educación, acompañado por dos observadores enviados por el Ministerio de Educación de su país, que habían participado en la Olimpiada de este año para hacer un seguimiento de la organización de este tipo de eventos.

Ceferino Ruiz
Departamento de Geometría y Topología
Facultad de Ciencias
Universidad de Granada
correo electrónico: ruiz@ugr.es

Problemas propuestos en la XVI Olimpiada Iberoamericana

Primer día

Problema 1

Decimos que un número natural n es *"charrúa"* si satisface simultáneamente las condiciones siguientes:

- Todos los dígitos de n son mayores que 1.
- Siempre que se multipliquen cuatro dígitos de n, se obtiene un divisor de n.

Demostrar que para cada número natural k existe un número *charrúa* con más de k dígitos.

Problema 2

La circunferencia inscrita en el triángulo ABC tiene centro O y es tangente a los lados BC, AC y AB en los puntos X, Y y Z respectivamente. Las rectas BO y CO intersectan a la recta YZ en los puntos P y Q respectivamente.

Demostrar que si los segmentos XP y XQ tienen la misma longitud, entonces el triángulo ABC es isósceles.

Problema 3

Sean S un conjunto de n elementos y $S_1, S_2, ..., S_k$ subconjuntos de S $(k > 2)$, tales que cada uno de ellos tiene por lo menos r elementos.

Demostrar que existen i y j con $1 < i < j < k$ tales que la cantidad de elementos comunes a S_i y S_j es mayor o igual que

$$r - \frac{nk}{4(k-1)}.$$

Segundo día

Problema 4

Determinar el número máximo de progresiones aritméticas crecientes de tres términos que puede tener una sucesión $a_1 < a_2 < ... < a_n$ de $n > 3$ números reales.

Nota: tres términos a_i, a_j, a_k de una sucesión de números reales forman una progresión aritmética creciente si $a_i < a_j < a_k$ y $a_j - a_i = a_k - a_j$.

Problema 5

En un tablero de 2000×2001 las casillas tienen coordenadas (x, y) con x, y enteros, $0 < x < 1999$ y $0 < y < 2000$. Una nave en el tablero se mueve de la siguiente manera: antes de cada movimiento, la nave está en una posición (x, y) y tiene una velocidad (h, v) donde h, v son números enteros. La nave escoge una nueva velocidad (h', v') de forma que $h' - h$ sea igual a $-1, 0$ o 1 y $v' - v$ sea igual a $-1, 0$, o 1. La nueva posición de la nave será (x', y') donde x' es el resto de dividir $x + h'$ entre 2000 e y' es el resto de dividir $y + v'$ entre 2001.

Hay dos naves en el tablero: la marciana y la terrestre que quiere atrapar a la marciana. Inicialmente, cada nave está en una casilla del tablero y tiene velocidad (0,0). Primero se mueve la terrestre y continúan moviéndose alternadamente.

¿Existe una estrategia que siempre le permita a la nave terrestre atrapar a la marciana, cualesquiera que sean las posiciones iniciales?

Nota: la nave terrestre, que siempre ve a la marciana, atrapa a la marciana si después de un movimiento suyo cae en la misma posición de la marciana.

Problema 6

Demostrar que es imposible cubrir un cuadrado de lado 1 con cinco cuadrados iguales de lado menor que $\frac{1}{2}$.

Problemas propuestos en la IV Olimpiada Universitaria Iberoamericana de Matemáticas

Problema 1

Las raíces de un polinomio de grado 4 con coeficientes complejos están ubicadas en los vértices de un rectángulo con lados de longitud a y b en el plano complejo. Encontrar la distancia entre las raíces de la segunda derivada de este polinomio.

Problema 2

Una función derivable $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisface la desigualdad $|f(x)| \geq |f'(x)|$ para todo real x, y al menos para un real x_0 esta desigualdad es estricta. Demostrar que la ecuación $f(x) = 0$ no tiene raíces.

Problema 3

La suma (o diferencia simétrica) de dos conjuntos A y B se define como $A + B = A \cup B \backslash (A \cap B)$. Inicialmente, los 1024 subconjuntos de un

conjunto de 10 elementos están escritos cíclicamente en una circunferencia. Simultáneamente, entre dos subconjuntos vecinos se escribe su suma. Después, todos los conjuntos anteriores se borran. ¿Qué conjuntos estarán escritos en la circunferencia después de repetir la operación 2001 veces?

Problema 4

Sea $\alpha > 0$ un número real, y consideramos $x_1 < x_2 < .....$ las soluciones reales de la ecuación $x\text{sen}x^\alpha = \ln x$. Hallar los valores de α para los cuales la serie $\sum \frac{1}{x_n}$ converge.

Problema 5

Sea $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ tal que para cualesquiera $x, y \in [0,1]$ se cumplen las siguientes condiciones:

a) Si $x \leq y$ entonces $f(x) \leq f(y)$

b) $f(0) = 0$

c) $f(1-x) = 1 - f(x)$

d) $f(\frac{x}{3}) = \frac{f(x)}{2}$

Demostrar que si x es racional, entonces $f(x)$ es racional.

Problema 6

Calcular $\sum \cos\frac{\pi}{n}\cos\frac{2\pi}{n}\cos\frac{3\pi}{n}...\cos\frac{n\pi}{n}$

Problema 7

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función continua y periódica tal que la desigualdad $f(x) > 0$ tiene por lo menos una solución.

a) Demostrar que existe un entero $a \geq 2$ tal que el sistema infinito de desigualdades $f(a^k x) < 0, k = 0, 1, 2, ...$ tiene por lo menos una solución.

b) Demostrar que existe un entero $b \geq 2$ tal que la cardinalidad del conjunto de soluciones del sistema infinito de desigualdades $f(b^k x) > 0, k = 0, 1, 2, ...$ es igual al continuo, es decir, el cardinal del conjunto $[0, 1]$

Concurso de creación de un póster y un logotipo para la XIX Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas

Con motivo de la celebración de la XIX Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas en Castellón entre el 15 y el 26 de septiembre de 2004, la Comisión de olimpiadas de la Real Sociedad Matemática Española convoca un concurso nacional entre estudiantes de bachillerato y universitarios con la finalidad de dotar al mencionado evento internacional de un póster y de un logotipo que configuren la identidad visual de la Olimpiada, con arreglo a las siguientes

Bases

1.- Entidades organizadoras

Real Sociedad Matemática Española, Consellería de Cultura i Educació de la Generalitat Valenciana y la Universidad Jaume I de Castellón.

2.- Objetivo

La función del póster y del logotipo es aportar una identidad visual a la XIX Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas (O.I.M.).

La identidad visual surge de la necesidad de identificarse en el panorama iberoamericano a través de una serie de señales visuales constantes, que deberán identificarla e individualizarla de otras convocatorias, y a la vez deben recoger la aportación positiva de la acción matemática en el mundo educativo, social y cultural.

3.- Contenido

El cartel deberá recoger los siguientes textos o motivos:

a) Fecha de realización de la Olimpiada (15 al 26 de septiembre de 2004)

b) XIX Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas.

c) Castellón. España.

d) Motivos temáticos representativos de la Olimpiada.

El logotipo deberá contener los mismos textos o motivos que el cartel, pero los motivos deberán ser distintos a los del cartel.

4.- Participantes

Podrán participar en el concurso todos los estudiantes menores de 25 años matriculados en Bachillerato o en cualquier titulación universitaria del Estado español.

5.- Premios

Se establecen los siguientes premios:

En la categoría de póster, un premio de 600 euros y un accésit de 300 euros (que excepcionalmente podrá ser compartido)

En la categoría logotipo, un primer premio de 300 euros y un accésit de 150 euros (que excepcionalmente podrá ser compartido)

6.- Fecha límite para la recepción de los trabajos

Día 15 de mayo de 2002 hasta las 14 horas, debiendo presentarse en la secretaría del Departamento de Matemáticas de la Universidad Jaume I de Castellón.

7.- Jurado

El Jurado estará compuesto por miembros de la Real Sociedad Matemática Española y por profesores del Departamento de Matemáticas y de las áreas de Dibujo y Expresión Gráfica Arquitectónica del Departamento de Tecnología de la UJI.

El Jurado concederá los premios establecidos por unanimidad o mayoría de votos.

El fallo del Jurado tendrá carácter inapelable.

8.- Presentación

Los trabajos se presentarán montados sobre formato vertical 60×40 para el póster y en DIN A3 para el logotipo, con técnicas a todo color en cuatricomía.

Se debe presentar una breve memoria (una hoha DIN A4 por una cara) explicando teoría y concepto.

Cada trabajo irá acompañado de un sobre cerrado con un lema, en el interior del cual deberán constar los datos del concursante (nombre, dirección, teléfono, estudios, centro)

9.- Devolución de los trabajos

Aquellos trabajos que no se hayan preseleccionado se devolverán dentro del mes e junio de 2002 si es solicitado por el concursante, el resto pasará a formar parte de una exposición itinerante que culminará en septiembre de 2004, y a partir de esta fecha se devolverán a sus propietarios, siempre que así sea solicitado.

El póster y el logotipo premiados quedarán en propiedad de la Real Sociedad Matemática Española, para su correspondiente explotación.

La participación en este concurso supone la aceptación de las presentes bases.

Nota: para consultas o aclarar cualquier duda, enviar un correo a José Vicente Aymerich (`aymerich@vents.uji.es`) o a Toni Gil (`agil@mat.uji.es`).