
LA OLIMPIADA MATEMÁTICA

Sección a cargo de

María Gaspar

XL Olimpiada Matemática Española

por

María Gaspar

Un año más de Olimpiada. La 40-04. La XL, *extra large*, como dijo Carlos Andradás en la entrega de premios. Y sí, lo ha sido, batiendo un record de participantes: 117 de los 120 seleccionados en la fase local. Entre ellos, 22 de primero de Bachillerato y 5 de cuarto de secundaria, que pueden participar contando con el aval de algún profesor. Como de costumbre, poca –pero excelente– representación femenina: 22 mujeres.

Mercedes Fernández, Delegada de la Olimpiada en Castilla-La Mancha y organizadora local, con su buen hacer y la ayuda de su equipo, ha sabido conseguir que esta Olimpiada sea un éxito. A todos ellos, a la Universidad, a los Ayuntamientos de Ciudad Real y de Almagro y a la Consejería de Educación, nuestro agradecimiento.

Las pruebas se realizaron el viernes 26 y el sábado 27 de marzo. Como de costumbre, tres problemas cada día, en un tiempo máximo de tres horas y media. Cada problema se califica sobre siete puntos:

Primer día, viernes 26 de marzo

Problema 1

Tenemos un conjunto de 221 números reales cuya suma es 110721. Los disponemos formando un rectángulo de modo que todas las filas y la primera y última columna son progresiones aritméticas de más de un elemento. Probar que la suma de los números de las cuatro esquinas vale 2004.

Problema 2

$ABCD$ es un cuadrilátero cualquiera, P y Q los puntos medios de las diagonales BD y AC respectivamente. Las paralelas por P y Q a la otra diagonal se cortan en O . Sean X, Y, Z y T los puntos medios de los lados AB, BC, CD y DA respectivamente. Si unimos O con X, Y, Z y T se forman cuatro cuadriláteros, $OXBY, OYCZ, OZDT$ y $OTAX$. Probar que los cuatro cuadriláteros tienen la misma área.

Problema 3

Se representa por $\mathbb{Z}$ el conjunto de todos los enteros. Hallar todas las funciones $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tales que, para cualesquiera x, y enteros se verifica

$$f(x + f(y)) = f(x) - y$$

Segundo día, sábado 27 de marzo**Problema 4**

¿Existe alguna potencia de 2 que al escribirla en el sistema decimal tenga todos sus dígitos distintos de cero, y sea posible reordenar los mismos para formar con ellos otra potencia de 2? Justificar la respuesta.

Problema 5

Demostrar que la condición necesaria y suficiente para que, en el triángulo ABC , la mediana desde B sea dividida en tres partes iguales por la circunferencia inscrita en el triángulo es

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{10} = \frac{c}{13}$$

Problema 6

Colocamos, formando una circunferencia, 2004 fichas bicolores: blancas por una cara y negras por la otra. Un movimiento consiste en elegir una ficha negra, y dar la vuelta a tres fichas: la elegida, la de su derecha y la de su izquierda. Supongamos que inicialmente hay una sola ficha con la cara negra hacia arriba. ¿Será posible, repitiendo el movimiento descrito, conseguir que todas las fichas tengan la cara blanca hacia arriba? ¿Y si tuviéramos 2003 fichas, entre las cuales exactamente una tiene al comienzo la cara negra hacia arriba?

Ningún participante obtuvo la calificación máxima de siete puntos en los problemas 3, 4 y 6, como se observa en la tabla siguiente, que recoge las frecuencias de puntuaciones por problema:

	P1	P2	P3	P4	P5	P6
0 ptos	23	73	104	51	102	81
1 pto	32	31	6	23	13	9
2 ptos	20	1	4	24	1	25
3 ptos	11	2	0	6	0	2
4 ptos	5	1	1	2	1	0
5 ptos	6	1	1	0	0	0
6 ptos	9	1	1	2	0	0
7 ptos	11	7	0	9	0	0

Y las medias:

media oros	5,17	5,67	3	6,67	1	1,83
media premiados	5,19	2,06	0,72	3,11	0,28	0,81
media todos	2,44	0,88	0,25	1,47	0,16	0,56
desviación	2,27	1,81	0,89	1,99	0,51	0,88

El Tribunal corrector seleccionó una solución al problema 2 y otra al problema 4 realizadas por concursantes, ambos de primero de Bachillerato, que presentamos a continuación.

Solución al problema 2, de Elisa Lorenzo García:

La fórmula de la superficie del cuadrilátero es

$$S = \frac{AC \cdot BD \cdot \operatorname{sen} \alpha}{2}.$$

Además $ZT = XY = \frac{AC}{2}$ al ser ZT la paralela media del triángulo ACD y XY la paralela media del triángulo ABC . Igualmente: $XT = ZY = \frac{BD}{2}$

Para probar el enunciado bastará probar que

$$\frac{AC \cdot BD}{2} \operatorname{sen} \alpha = 4 \frac{XT \cdot AO}{2} \operatorname{sen} \beta$$

$$AC \cdot BD \cdot \operatorname{sen} \alpha = 4XT \cdot AO \cdot \operatorname{sen} \beta$$

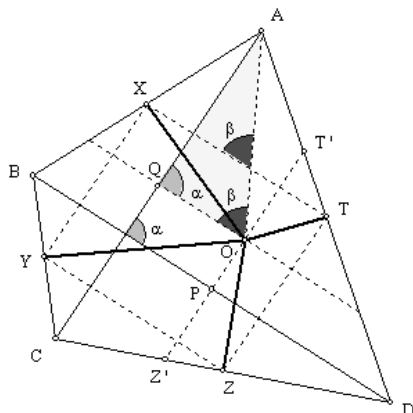
$$AC \cdot \operatorname{sen} \alpha = 2AO \cdot \operatorname{sen} \beta$$

$$AQ \cdot \operatorname{sen} \alpha = AO \cdot \operatorname{sen} \beta$$

$$\frac{AQ}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{AO}{\operatorname{sen} \alpha}$$

que es el teorema del seno en el triángulo AQO .

Queda probado el enunciado por extensión de la demostración a los cuatro cuadriláteros pequeños que resultan ser una cuarta parte del grande.



Solución al problema 4, de Lander Ramos Garrido:

No existe ningún número que cumpla las condiciones del enunciado. En primer lugar, ambos deben tener las mismas cifras, lo que implica que el número de cifras sea el mismo, así que el cociente entre ambos no debe ser mayor que 8, porque si fuera 16 se alteraría el número de cifras.

Otra condición que han de cumplir es, obviamente, que la suma de sus cifras sea la misma. Como duplicar un número implica que la nueva suma de sus cifras sea el doble de la antigua menos $9x$, donde x es el número de llevadas, ya que a cada llevada restas 10 a un número y sumas 1 al siguiente, para que la suma fuera igual tiene que cumplirse $2y - 9x = 0$, siendo y la suma de las cifras antiguas. Entonces y debe ser múltiplo de 9 para que se cumpla la ecuación anterior, ya que en caso contrario habría “medias llevadas”, absurdo.

Si y es múltiplo de 9, según el criterio de divisibilidad, el número también debería ser múltiplo de 9, pero como estamos tratando potencias de 2, no habrá ningún número que cumpla esas características.

La entrega de premios se celebró en el Salón de Actos de la Universidad de Castilla-La Mancha. En ella se proclamaron los ganadores de la Olimpiada de 2004, que son los siguientes:

Medallas de Oro

Joaquim Serra Montoli (2º Bto., IES La Sedeta de Barcelona)

Maite Penna Alcaraz (2º Bto., Colegio Portaceli de Sevilla)

Elisa Lorenzo García (1º Bto., IES Fortuny de Madrid)

Miguel Teixidó Román (1º Bto., Colegio Claver de Raimat, Lleida)

Francisco Javier Hernández Heras (2º Bto., IES Emilio Ferrari de Valladolid)

M. Isabel Cordero Marcos (2º Bto., IES Rodríguez Fabrés de Salamanca)

Medallas de Plata

Mohamed Blanca Ruiz (2º Bto., IES Ausias March de Manises, Valencia)
Emilio Alba Linero (2º Bto., Colegio Hermanos Maristas de Málaga)
Ricardo Martín Brualla (1º Bto., Colegio Alemán de Madrid)
Guillermo Vilaplana Muller (2º Bto., Liceo Francés de Barcelona)
Javier de la Nuez González (4º ESO, Liceo Italiano de Madrid)
Roberto Sanchís Ojeda (2º Bto., IES Sos Baynat de Castellón)
Alejandro Pozo Pazos (2º Bto., Colegio la Salle de Bilbao)
Lander Ramos Garrido (1 Bto., Colegio San Felipe Neri, Cádiz)
Carlos Abad Reigadas (2º Bto., IES La Albericia de Santander)
Roberto Jiménez Sánchez (2º Bto., IES Isabel de Castilla de Avila)
Lucas Rey Ramos (2º Bto., IES Rosalía de Castro)
María Ibáñez Alonso (2º Bto., Aula Escola Europea de Barcelona)

Medallas de Bronce

Ignacio Medina Castillo (2º Bto., IES Angel Ganivet de Granada)
Fredrik Kang Kim (2º Bto., IES Isabel de Castilla de Avila)
Irene Pérez Encinar (2º Bto., IES San José)
Diego Gimeno Sanz (4º ESO, Colegio San José de Valladolid)
Víctor Díez Corral (2º Bto., IES Cardenal López de Mendoza de Burgos)
Ainhoa Manterola Solans (2º Bto., Aula Escola Europea de Barcelona)
Iñigo Idareta Erro (2º Bto., IES Julio Caro Baroja de Pamplona)
Enrique Jiménez Meronno (2º Bto., IES Politecnico de Castellón)
Víctor Martínez Martínez (1º Bto., Colegio Ntra. Sra. del Buen Consejo de León)
Marta Navaro Hernández (2º Bto., IES Tháder de Orihuela, Alicante)
Víctor Sánchez Belmar (2º Bto., Colegio La Salle de Palma de Mallorca)
Manuel Cruz Ramírez (2º Bto., Colegio San Francisco Javier de Málaga)
José Antonio Díaz López (2º Bto., IES Antonio Calvín de Almagro)
Miguel Angel de la Fuente Martín (2º Bto., IES Luis de Góngora de Córdoba)
Ana González González (2º Bto., Colegio Alameda de Osuna de Madrid)
José Luis Salinas Illarena (2º Bto., Colegio Alemán de Valencia)
David González González (2º Bto., Colegio Loyola de Oviedo)
Daniel Marín Cabellos (2º Bto., IES Pablo Ruiz Picasso de Chiclana, Cádiz)

Equipo paritario, con tres mujeres. Es la primera vez que esto ocurre, en 40 años de Olimpiada. Ojalá también, por primera vez, alguna de ellas obtenga medalla en la Olimpiada Internacional, que se celebrará en la primera quincena de julio en Grecia.

Ganadores de la fase local de la XL OME

Primer Premio

Aguadé Borrull, Albert	Cataluña
Alba Linero, Emilio	Málaga
Berenguer Verdú, Antonio	Alicante
Blanca Ruiz, Mohamed	Valencia
Carrero González, Carlos	La Rioja
Cordero Marcos, María Isabel	Salamanca
Corrales Cabello, Antonio	Córdoba
Fernández Bernárdez, Víctor	Galicia
Fornés Catalá, Eduard	Elche
Galbete Jiménez, Arkaitz	Navarra
Gañán de Andrés, Juan	Cantabria
García Marín, Juan Antonio	Murcia
Garrido Torres, Evangelino	Jaén
Hernández Aceituno, Javier	La Laguna
Hernández Heras, Francisco Javier	Valladolid
Ibáñez Alonso, María	Cataluña
Lorenzo García, Elisa	Madrid
Marín Cabellos, Daniel	Cádiz
Martín Brualla, Ricardo	Madrid
Medina Castillo, Ignacio	Granada
Mohamed Ahmed, Salim	Melilla
Montero Sela, Sergio	Murcia
Mori de Soignie, Pablo	Oviedo
Nuez González, Javier de la	Madrid
Pastor Pérez, Javier	Almería
Pena García, Manuel	Galicia
Peña Alcaraz, Maite	Sevilla
Pérez Encinar, Irene	Extremadura
Plumed Martín, Paloma	Zaragoza
Pozo Pazos, Alejandro	País Vasco
Rey Ramos, Lucas	Galicia
Rodríguez Suárez, Jonathan	Las Palmas
Roig Maimó, María Francisca	Baleares
Salinas Illarena, José Luis	Valencia
Sanchís Ojeda, Roberto	Castellón
Serra Montoli, Joaquim	Cataluña
Valverde Martínez, Fernando	León
Villalba Villar, Pablo	Castilla-La Mancha
Zarzosa Tartilán, Raúl	Burgos

Segundo Premio

Abad Reigadas, Carlos	Cantabria
Abad Salom, Miguel	Las Palmas
Abdo Sánchez, María Elena	Málaga
Aledo Serrano, Angel	Murcia
Azancor Chocrón, David	Melilla
Barrera Mayoral, Daniel de la	Madrid
Cadarso Rebolledo, Andrea María	Galicia
Calvo Juano, Carlos	Extremadura
Díaz López, Juan Antonio	Castilla-La Mancha
Díez Corral, Víctor	Burgos
Fernández Riera, Jorge	Baleares
Fiallos Masó, Nelson Robert	Cataluña
García García, Beatriz	Madrid
Gil Ramos, David	Huelva
González González, David	Oviedo
Idareta Erro, Iñigo	Navarra
Iskra, Przemyslav Picik	Valencia
Jiménez Meraño, Enrique	Castellón
Jiménez Sánchez, Roberto	Salamanca
Jiménez Vicaria, José David	Jaén
López Morales, Victoria	Granada
Luzón Alonso, Elisa	Zaragoza
Manterola Solans, Ainhoa	Cataluña
Marañón Grandes, Miguel	La Rioja
Martínez Martínez, Víctor	León
Mera Chouza, Nuria	Cádiz
Mingorance López, Carlos	Alicante
Mompeán Esteban, Carmen María	Murcia
Moreno Yague, Raúl	Sevilla
Morillo-Velarde Rodríguez, Laura	Córdoba
Navarro Hernández, Marta	Elche
Pardo Martín, Carlos	Madrid
Pérez Debén, Silvia	La Laguna
Pérez Pinar, Manuel	Valencia
Rodríguez Calvo, Manoel	Galicia
Sabino Urbiet, Alexander	País Vasco
Sáez Muñoz, José Antonio	Almería
Santos Herrán, Miguel	Valladolid
Tsybanev, Alexander	Galicia
Vilaplana Muller, Guillermo	Cataluña

Tercer Premio

Arrufat Rebosos, Eduardo Francisco	La Laguna
Benzanquén Benhamú, Simón	Melilla
Camacho Martínez, Alberto	Cataluña
Castellano Liébana, Sergio	Jaén
Castelló Lurbe, David	Valencia
Coso Rodríguez, Adrián	Zaragoza
Cruz Ramírez, Manuel	Málaga
Díaz Alfaro, Manuel	La Rioja
El Hamidi, Zakaria	Huelva
Falcón Ganfornina, Oscar Jesús	Sevilla
Fernández Salvador, Andrea	Castilla-La Mancha
Fuente Martín, Miguel Angel de la	Córdoba
Fuente Martín, Alberto	Cantabria
Fueyo Pestaña, María Rosa	León
Garde Palacios, Javier	Navarra
Gascó Monsalve, Jorge	Valencia
Gil López, Francisco José	Galicia
Gimeno Sanz, Diego	Valladolid
González González, Ana	Madrid
Gortázar de la Rica, Lucas	País Vasco
Inclán Alonso, José Manuel	Madrid
Kang Kim, Fredrik	Salamanca
Lax Hernández, José Antonio	Murcia
López Estepa, Pedro	Granada
López Navarrete, Francisco	Elche
Martínez Sala, Enric	Cataluña
Martínez Teruel, Manuel	Almería
Medarde Santiago, Pablo	Galicia
Nogueiras Pérez-Santamarina	Galicia
Pardo Rodríguez, Jorge	Las Palmas
Ramos Garrido, Lander	Cádiz
Roces Suárez, Ricardo José	Oviedo
Rodríguez Pérez, Ignacio	Extremadura
Ru, Ding	Madrid
Sánchez Belmar, Víctor	Baleares
Serna Martínez, Pablo	Murcia
Teixidó Román, Miguel	Cataluña
Ubeda Sala, Raúl	Alicante
Ubierna Aparicio, María	Burgos
Vega Sánchez, Marta	Huelva