
EDUCACIÓN

Sección a cargo de

María Luz Callejo¹

Identificación y representación de sistemas de creencias sobre la resolución de problemas. Estudio de un caso

por

Antoni Vila y María Luz Callejo

INTRODUCCIÓN

Los marcos teóricos explicativos del proceso de resolución de problemas han ido integrando progresivamente las dimensiones cognitiva, afectiva y contextual, así como aspectos que tienen relación con todas ellas como las creencias. Las referencias sobre estas últimas que se encuentran en la bibliografía específica de investigación en didáctica de las matemáticas son ambiguas, vagas y generales, abundando más las referencias implícitas que las definiciones formales explícitas; en ocasiones este concepto aparece solapado o contrapuesto a otros semejantes como conocimiento, concepción o actitud, entre otros. Por otra parte diversos investigadores han hecho notar la dificultad de acceder a los significados de las mismas, así como la necesidad de recoger información desde múltiples fuentes. Por ello la tarea de contrastar, sintetizar y organizar dicha información es compleja. En este artículo presentamos el proceso seguido para representar los sistemas de creencias de sujetos o de grupos, en el marco de una investigación sobre la identificación de las creencias de alumnos que inician la etapa de Educación Secundaria.

¹La sección de Educación no apareció en el volumen anterior debido a reajustes editoriales causados por la publicación del Programa Nacional de Matemáticas.

UNA LÍNEA DE INVESTIGACIÓN

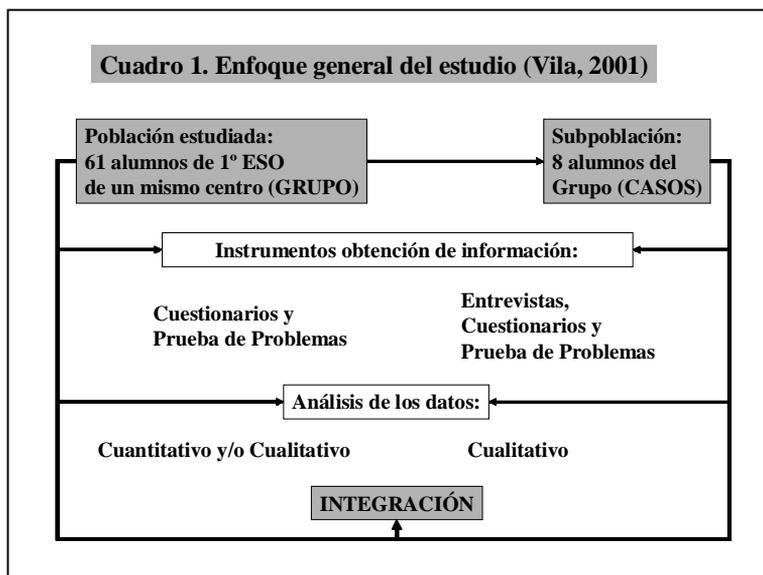
Una frase atribuida a Calvin Coolidge afirma que “la educación consiste en enseñar a las personas no aquello que tienen que pensar, sino a pensar”. Sin embargo, y quizás cada vez con más frecuencia, el día a día en el aula nos ofrece ejemplos que son un exponente de que no se está favoreciendo el desarrollo del pensamiento matemático de los alumnos, sino más bien el aprendizaje de mecanismos y de respuestas prefabricadas que les producen bloqueos y fijaciones de distintos tipos e inhiben su creatividad.

¿Quién no recuerda innumerables situaciones de clase en las que los alumnos dan respuestas “sin sentido”, incluso absolutamente descabelladas, a situaciones relacionadas con aspectos cotidianos; o las dificultades, los bloqueos y los errores que a menudo se producen en el proceso de resolución de *problemas no estereotipados* (PNE), propuestos en un contexto más o menos familiar, que no requieren complejas estrategias de resolución, o más aún, que admiten métodos, estrategias o procesos de ejecución informales? También nos preguntamos ¿por qué algunos “buenos alumnos” resuelven bien (excelentemente) algunos PNE y en cambio en otros se bloquean, dan respuestas rápidas o incoherentes o soluciones incompletas?

A partir de estas observaciones hemos buscado respuesta a dos interrogantes que han marcado una línea de investigación: ¿Desde qué perspectivas podemos analizar estos errores, bloqueos y dificultades, y por lo tanto en cierta manera preverlos? ¿Es posible algún tipo de intervención didáctica que pueda incidir en ellos? En este artículo nos centraremos sobre todo en la primera.

Nuestra hipótesis inicial de trabajo ha sido que el origen de las dificultades del alumnado antes mencionadas, en parte era externo a sus propias capacidades y potencialidades de aprendizaje, y podía buscarse en determinadas *creencias* de éstos; a su vez algunas de estas creencias podían tener su origen en el propio contexto escolar.

Nuestra línea de investigación comenzó con unas primeras aproximaciones intuitivas e informales tras las cuales se realizaron dos análisis exploratorios previos, con planteamientos inclusivos el uno en el otro, y ambos en el marco de un programa de doctorado (Vila, 1993, 1995). Se enfocaron sobre tres ámbitos de observación: el profesorado, el alumnado (tanto los individuos como el grupo clase) y el material didáctico trabajado en clase, los tres elementos básicos que componen el ambiente de aprendizaje en el aula, que se relacionan entre sí en un contexto social y escolar concreto. Los resultados de estos trabajos permitieron acotar la problemática, dar luz a muchas preguntas, dejar otras abiertas y formular muchas más. La investigación prosiguió con un planteamiento de Tesis doctoral (Vila, 2001) como continuación natural de aquellos análisis exploratorios, de los cuales retomó los propósitos generales, pero centrándose en el alumnado como objeto de estudio sin perder la visión general proporcionada por los otros ámbitos mencionados. Esto proporcionó mayor profundidad, precisión y riqueza. Se definieron tres grandes objetivos generales:



- OG1.- Identificar elementos significativos y caracterizadores del sistema de creencias en torno a la actividad de resolución de problemas
- OG2.- Analizar la relación entre el sistema de creencias identificado en el alumnado estudiado y las acciones desarrolladas durante el abordaje de la resolución de PNE.
- OG3.- Identificar aspectos relevantes que inciden en el origen y formación del sistema de creencias.

Centramos el estudio en el alumnado de 1º de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) de un Instituto de Educación Secundaria (IES) (que llamaremos Grupo), de edades comprendidas entre 11 y 13 años, procedentes de distintos centros donde habían cursado la educación Primaria. Fueron seleccionados 61 alumnos con una capacidad y voluntad de aprendizaje muy heterogénea pero como mínimo en la media. El estudio se centró simultáneamente en el Grupo y más profundamente en 8 alumnos (a los que nos referiremos como Casos).

El cuadro 1 describe los instrumentos de obtención de información utilizados y la naturaleza del análisis de los datos obtenidos.

En estas páginas, enfatizando su enmarque en el estudio global descrito, nos centraremos en el estudio de casos, y más concretamente en uno de ellos, con la pretensión no tan sólo de describirlo sino también de esbozar algunos aspectos metodológicos, en tanto en cuanto creemos que en sí mismos son aportaciones interesantes, pero en cualquier caso conectando nuevamente con la continuación natural de la mencionada línea de investigación, que en estos

momentos no es otra que la de estudiar posibles vías de intervención en el aula (Vila y Callejo 2004).

Las lógicas limitaciones de espacio hacen imposible presentar en estas páginas los antecedentes del Marco Teórico del estudio; sin embargo sí esbozaremos algunos aspectos especialmente relevantes que conectaremos con nuestras conclusiones.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS

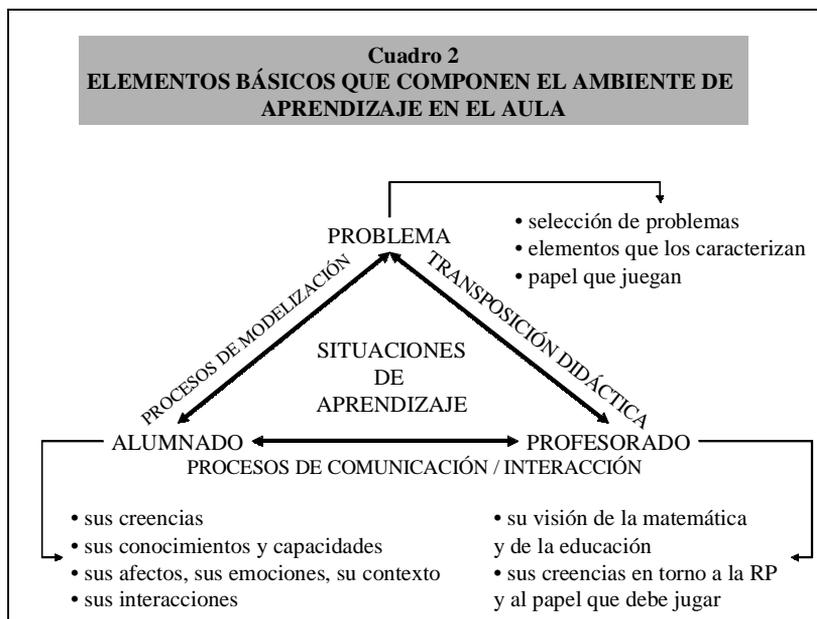
Reservaremos en nuestro trabajo el término *problema* para designar una situación, planteada con finalidad educativa, que propone una cuestión matemática cuyo método de solución no es inmediatamente accesible al alumno/resolutor o grupo de alumnos que intenta resolverla, porque no dispone de un algoritmo que relacione los datos y la incógnita o los datos con la conclusión, y por lo tanto deberá buscar, investigar, establecer relaciones, implicar sus afectos, etc. para afrontar una situación nueva.

Esto nos lleva a una caracterización de la idea de problema entendida como *herramienta para pensar matemáticamente* (Schoenfeld, 1991), y en estos términos preferimos referirnos a la “creación de un ambiente de resolución de problemas en el aula” y a lo que Abrantes (1996) llama “Resolución de Problemas como ambiente y como naturaleza de actividades de aprendizaje”.

Así, los elementos básicos que componen en la práctica este ambiente de aprendizaje son *el profesor* con su visión de la matemática y de la educación, sus actitudes, sus creencias, etc; *los alumnos* con sus conocimientos, capacidades, creencias, emociones, interacciones de todo tipo, etc; por último *los problemas*² seleccionados con una determinada intencionalidad, como se refleja en el cuadro 2.

En cuanto a los aspectos que intervienen en el proceso de Resolución de problemas (RP), a pesar de manifestar nuestro convencimiento de su sesgado enfoque, es digno comenzar mencionando a Kilpatrick (1985) en cuanto que considera que para ser un buen resolutor de problemas es conveniente disponer de (1) un buen bagaje organizado de conocimientos en torno al contenido; (2) un buen bagaje de procedimientos para representar y transformar el problema y (3) un sistema que controle y guíe la selección de conocimientos y procedimientos; observamos que todos ellos son aspectos con una clara componente

²Un aspecto que nos preocupó desde un primer momento fue el de la transferencia al aula de los significados de los términos Problema y Resolución de Problemas; y es por ello que efectuamos un análisis bibliográfico crítico de estos significados y de sus repercusiones (Vila, 2001). Como instrumento básico para este análisis crítico utilizamos los niveles de análisis de Puig (1996), niveles que consideran de forma inclusiva los tres personajes a los que él da protagonismo en la RP: el problema, el alumno y el profesor. Esta distinción que sirve para organizar las definiciones de Problema, carece a nuestro parecer de un cuarto elemento, el contexto en que se propone (Callejo y Carrillo, 2001).

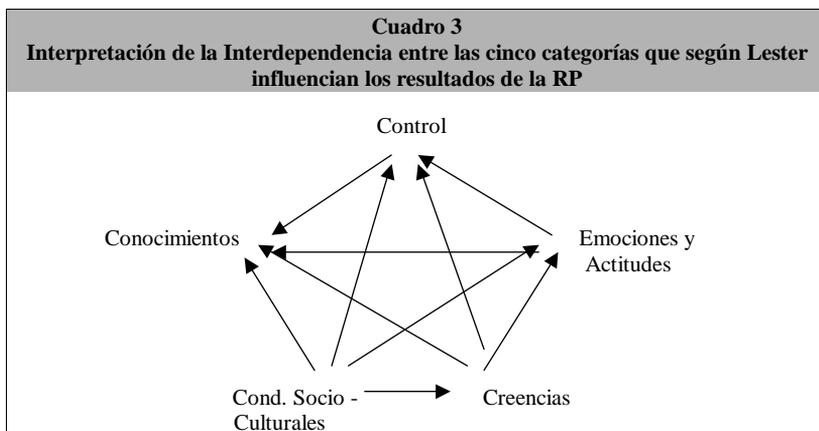


cognitiva. Sin embargo posteriores trabajos han puesto de manifiesto la importancia de factores no cognitivos, concretamente de tipo **afectivo** y **contextual** (McLeod, 1992; Mason, Burton, Stacey, 1988; Guzmán, 1995; Callejo, 1994; Gómez-Chacón, 2000). Discrepamos también de aquellos que atribuyen las dificultades en RP de forma casi exclusiva a los aspectos cognitivos.

Sin intentar encorsetarlas en alguno de los tres dominios mencionados (cognitivo, afectivo y contextual), Lester (1987) ha distinguido cinco categorías interdependientes: *los conocimientos, el control, las emociones y actitudes, las creencias y las condiciones socio-culturales*. En el esquema del cuadro 3 hemos interpretado las relaciones que Lester considera entre estas categorías.

Con una clara visión del papel capital que juegan las **creencias** en el conjunto del rendimiento en RP (observemos en el esquema que directamente y también indirectamente a través de otros aspectos, inciden sobre la utilización de los conocimientos), Lester está muy próximo a la idea de Schoenfeld (1992) en cuanto al “papel explicativo” de éstas: cuando un alumno dispone de un buen bagaje de conocimientos y estrategias, y tiene un buen control de lo que hace, su sistema de creencias puede explicar el fracaso reiterado en la resolución efectiva de problemas³.

³El éxito y el fracaso en la resolución de problemas no se puede entender de la misma manera que en la resolución de tareas rutinarias o de ejercicios algoritmos, pues la resolución de un verdadero problema es un acto creativo donde intervienen fenómenos como la incubación y la inspiración, y se ponen en juego aspectos cognitivos y afectivos, así como



LAS CREENCIAS Y LOS SISTEMAS DE CREENCIAS

Identificada y asumida la relevancia del papel que juegan los sistemas de creencias en el éxito y fracaso en la RP, debemos inevitablemente abordar la necesidad de enmarcarlos teóricamente: su naturaleza, su origen, cómo se relacionan entre sí y su conexión con las prácticas.

Una revisión bibliográfica nos llevó a constatar que se han desarrollado distintas aproximaciones a los términos *creencia* y *sistema de creencias*, aproximaciones que han llevado a marcos teóricos no necesariamente convergentes. En cuanto a la problemática de la terminología en sí misma, apoyándonos en Pehkonen y Törner (1996), podemos hacer referencia a la existencia de numerosas maneras de hablar de la misma idea y a su vez la misma idea con significados no siempre coincidentes. En particular, esto nos lleva a constatar un solapamiento de significados entre distintos términos semánticamente próximos, a la clarificación del cual dedicamos en su momento una parte de nuestros esfuerzos⁴: creencia versus conocimiento, concepción, actitud, estereotipo, opinión, intención, visión,...

Teniendo en cuenta estas dificultades, pretendíamos describir las creencias, acogiendo los distintos rasgos y matices que se subrayan en la abundante literatura sobre el tema: su carácter subjetivo, su contenido, su relación con la afectividad y con el contexto y su naturaleza (Vila y Callejo, 2004). En síntesis podemos decir que *las creencias son un tipo de conocimiento subjetivo referido a un contenido concreto sobre el cual versan; tienen un fuerte componente cognitivo, que predomina sobre el afectivo y están ligadas a situaciones.*

otros relacionados con el contexto en que se propone la tarea. El progreso en la resolución de problemas significa resolver más problemas y resolverlos mejor; un fracaso aislado no es significativo.

⁴Nos remitimos a Vila y Callejo (2004) y Vila (2001).

Aunque tienen un alto grado de estabilidad, pueden evolucionar gracias a la confrontación con experiencias que las pueden desestabilizar: las creencias se van construyendo y transformando a lo largo de toda la vida.

Utilizaremos la expresión **sistema de creencias** como la entiende Rokeach en un trabajo ya histórico de 1968, como una forma organizada psicológicamente, de todas y cada una de las incontables creencias personales; llamaremos **estructura del sistema de creencias** a la forma como están organizadas las creencias de un individuo (Green, 1971). Esta idea la hemos introducido en nuestro marco teórico precisamente como consideración de las interrelaciones a tener en cuenta cuando se pretende cambiar las creencias y con el convencimiento de que la capacidad de un individuo para reestructurar su contexto tiene mucho que ver con la estructura con la cual mantiene las creencias. Queremos simplificar en una frase una tremenda complejidad: dos personas pueden tener las mismas creencias y sin embargo distintos sistemas de creencias y por tanto abordarán y desarrollarán de manera diferente la actividad matemática.

Green (1971) identificó tres dimensiones de los sistemas de creencias, que tienen que ver con el modo en que están relacionadas entre sí:

- a. Algunas creencias se relacionan entre sí al modo de premisas y conclusión, por lo que puede hablarse de *creencias primarias y derivadas*. Su relación es *cuasilógica*, distinta de la de los sistemas de conocimientos donde la relación es de tipo lógico.
- b. Las creencias se mantienen con diferente grado de convicción y distinta fuerza. En este sentido cabe hablar de su *centralidad psicológica*: las que se sostienen con mayor fuerza son *centrales* y las demás son *periféricas*.
- c. Las creencias suelen mantenerse “enclaustradas”, sin someterse al contraste con el exterior. El contraste tiene más de confrontación defensiva que de apertura para su enriquecimiento o para su modificación.

Una creencia puede ser a la vez primaria y periférica o también derivada y central, ya que los conceptos de centralidad psicológica y de relación cuasilógica son independientes el uno del otro.

En cuanto a la *coherencia interna*, por una parte es importante destacar que la estructura en racimos (*clusters*) más o menos aislados e interrelacionados los unos con los otros, puede explicar algunas de las inconsistencias del sistema de creencias: es posible mantener simultáneamente creencias opuestas, protegidas en sus respectivos clusters, sin que ello suponga ningún conflicto; más aún, el propio “escudo protector” puede llegar a convertirse en una nueva creencia (Llinares, 1992). Por otra parte es importante destacar también que la estructura del sistema favorece que puedan ser mantenidas creencias “a pesar de” evidencias contrarias; más aún, estas creencias no pueden ser modificadas simplemente introduciendo las “razones evidentes”.

A raíz de la finalidad descrita, obviamente nos interesa sobre todo entender el binomio creencias-prácticas, para diseñar y desarrollar el currículo de modo que favorezca aquellas experiencias y visiones que consideramos más genuinas y ricas de la matemática. En este sentido E. Pehkonen y G. Törner (1999) señalan que:

- las creencias tienen una gran influencia en cómo el alumnado aprende y utiliza las matemáticas y a veces son un obstáculo para el aprendizaje;
- las creencias del profesorado regulan sus decisiones y la planificación, desarrollo y evaluación de los procesos de enseñanza / aprendizaje⁵;

y por otra que las creencias y las prácticas forman un círculo difícil de romper:

- las experiencias de aprendizaje del alumnado influyen en sus creencias y, a su vez, éstas mediatizan su manera de abordar y realizar actividades matemáticas;
- las experiencias de enseñanza del profesorado influyen en sus creencias y estas creencias mediatizan su intervención educativa.

Estos mismos autores, añaden que la influencia de los sistemas de creencias en la manera de proceder en la actividad matemática se puede entender de distintos modos:

- a. como un *sistema regulador* de su estructura de conocimiento;
- b. como un *indicador* de aspectos que no son directamente observables;
- c. como una *fuerza inerte*, en su sentido negativo;
- d. como una consecuencia de los aspectos anteriores que llamaremos “carácter pronóstico”.

Bajo este marco teórico y con las reflexiones, precisiones y acotaciones descritas abordamos en su momento el planteamiento general del estudio en la línea descrita en apartados anteriores.

UN INSTRUMENTO PARA “VISUALIZAR” LOS SISTEMAS DE CREENCIAS

En cuanto a los instrumentos de investigación, seguimos fielmente la referencia de Carrillo (1998) que propone cuatro niveles:

- los llamados de primer orden, o instrumentos de recogida de datos,
- los de segundo orden, o criterios organizadores de la información,

⁵Ver también Carrillo (1998) y Contreras (1999).

- los de tercer orden, o instrumentos de síntesis de la información,
- y los de cuarto orden, o instrumentos de presentación de ésta.

En cuanto a los dos primeros, fruto de una compleja toma de decisiones y un larguísimo proceso paralelo, tan sólo queremos decir en estas páginas que fueron el fruto de una preocupación que ya anticipaba Llinares (1992): la gran dificultad de acceder a los significados. En estrecha relación con ello, queremos citar la defensa que hacen autores como McLeod (1992) en torno a la necesidad de un uso de múltiples y variados métodos de investigación, que se concreta parcialmente en la necesidad de una variedad de métodos de recogida de datos, como efectivamente se contempló (ver cuadro 1).

Sin embargo, en el presente trabajo queremos centrarnos en los instrumentos que nos permitieron sintetizar, interpretar y sobre todo presentar el gran volumen de información que recopilamos con relación al Grupo y a los Casos. Básicamente, la información recogida de naturaleza cualitativa fue sintetizada y organizada en *redes sistémicas* (Bliss y otros, 1983), la información cuantitativa lo fue en las que denominamos *potencias*⁶; y el conjunto de la información y su posterior interpretación fue sintetizado y presentado en lo que denominamos *mapas de creencias*.

La idea de diseñar un instrumento gráfico que permitiera ilustrar las conexiones entre las distintas creencias identificadas (en un alumno, o en un grupo) nace de una propuesta de Llinares (1992) y surge del hecho que una lista de creencias, sin más, no muestra la verdadera naturaleza de “la manera de pensar” de un alumno. Los mapas de creencias tienen su antecedente en los *mapas cognitivos* propuestos por Jones y desarrollados por Llinares y las redes causales propuestas por Miles y Huberman, y en ellos se representan las creencias identificadas como una red de proposiciones, y sus conexiones que pueden ser según los casos de tipo semántico, lógico, causal...

Así, nuestros *mapas de creencias* están constituidos por unas proposiciones (las creencias, algunas muy concretas, muy individualizadas; otras más genéricas, con el fin de homogeneizar; unas manifestadas explícitamente, otras inferidas de sus verbalizaciones o de sus decisiones), por unas conexiones entre ellas, que nos ilustran la relación casi-lógica de la que hablábamos en párrafos anteriores; también por una organización en *clusters*, que encierran (como relación y como protección entre ellas a la vez) distintas creencias estrechamente relacionadas; finalmente, también pueden contener códigos (re-

⁶Parámetro propio diseñado específicamente para evaluar la magnitud y la dirección de las creencias. Al igual que las redes sistémicas, pretenden “reducir” a formatos “manejables” el gran volumen de información cuantitativa que se preveía que se obtendría. Por una parte, en la medida que este valor de la potencia lo utilizemos como cualquier otra variable continua, disponemos de una distribución sobre el conjunto del alumnado que admite cualquier tipo de tratamiento estadístico. Por otra parte, es también un potente indicador de comparación entre Casos (Vila, 2001).

saltados especiales en negrita, cursiva o colores; datos numéricos,...) que indiquen las distintas fuerzas con que mantienen cada creencia distintos alumnos.

Una variante de estos mapas de creencias, es lo que denominaremos *mapa de la estructura del sistema de creencias*; este mapa fue el instrumento que nos permitió a la vez sintetizar e ilustrar la complejidad en su conjunto de las dimensiones analizadas en las estructuras de los sistemas de creencias, y en este caso las conexiones eran exclusivamente relaciones cuasi-lógicas. En el cuadro 4 podemos observar los mencionados instrumentos de investigación, restringidos al estudio de casos y a la identificación de los sistemas de creencias (OG1), ilustrando a su vez el proceso seguido para la confección de los mapas de creencias.

EL CASO DE “LAIA”

Como hemos dicho, el estudio incluía un análisis de ocho casos. El análisis efectuado se realizó tanto de forma “horizontal”, alumno a alumno, describiendo en profundidad todos los componentes del caso, como de forma “vertical”, cada uno de los objetos de creencia, dando mayor profundidad y riqueza a los aspectos estudiados en el Grupo, y permitiéndonos analizar con mucho detalle los rangos de éstas.

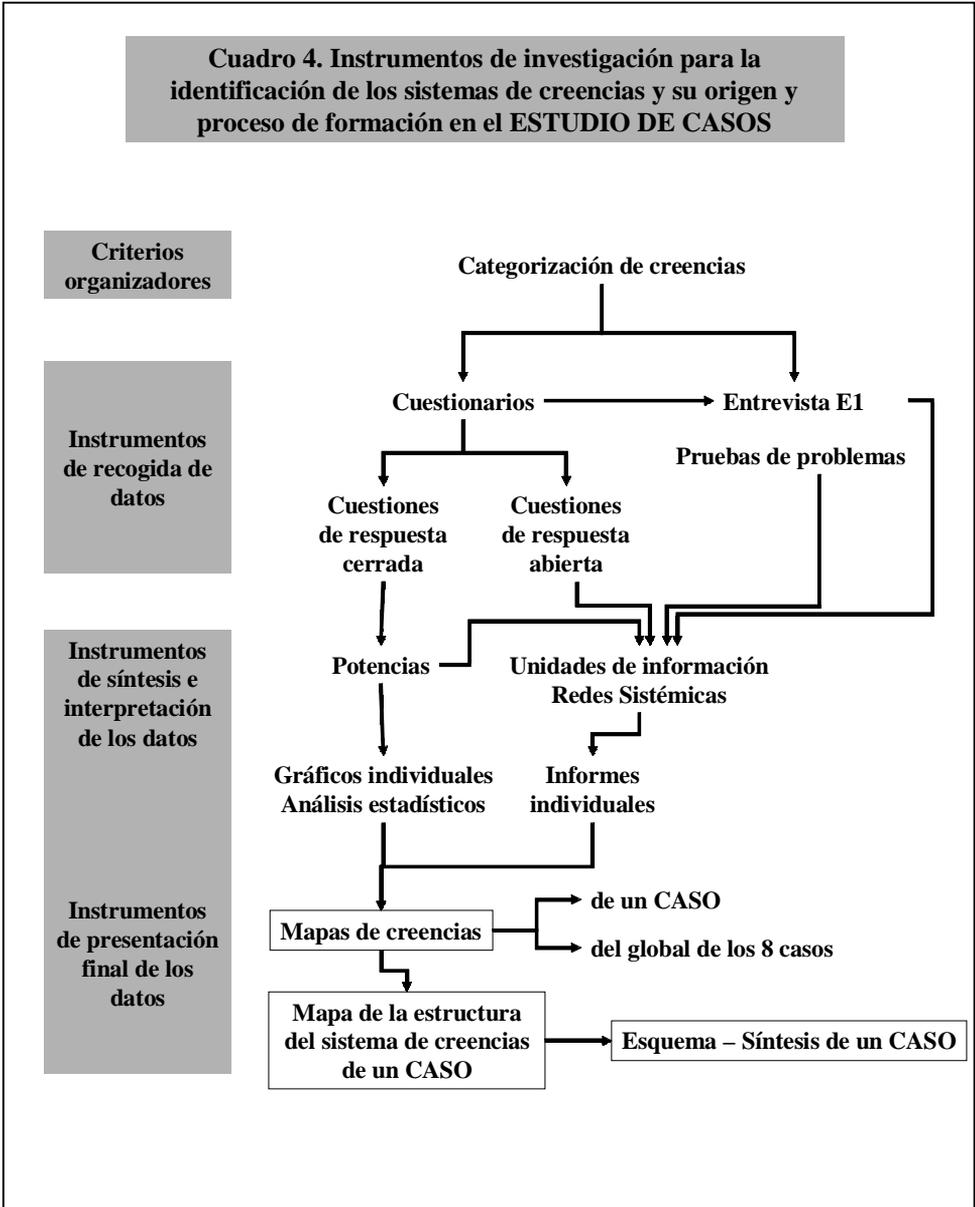
Así, la visión horizontal global de las creencias en torno a la naturaleza de la actividad de RP de los ocho casos, nos permitió identificar en esencia cinco perfiles de alumnado, en un rango que va desde el perfil de los casos JR y LL que en esencia entendían la RP como un *proceso de descifrar y ejecutar unas órdenes de los enunciados*, hasta el perfil descrito por MB que entendía que, según lo requiriese la situación o el profesorado, *el proceso de RP podía ser un proceso de aplicación / acreditación de los conocimientos aprendidos o bien un proceso de razonamiento y exploración*, incluyendo rangos intermedios como el de “Laia” que a continuación describiremos.

Laia era en esos momentos una alumna con muy alto nivel de rendimiento académico, tanto en matemáticas como en el resto de materias, a la vez que manifestaba sentir un considerable gusto por las matemáticas. En cuanto a su sistema de creencias, identificadas / inferidas en el proceso mencionado, y la estructura que lo mantiene (estructura que queda ilustrada en el mapa del anexo), podríamos destacar una serie de creencias *primarias* a su vez mantenidas con notable fuerza (*centrales*)⁷ que son el punto sobre el que se estructuran siete clusters de creencias: en cuanto a la idea de problema en sí misma, *es una tarea matemática* (enfaticando la estructura matemática, los cálculos) con un *enunciado verbal*⁸, sin embargo existe también una cate-

⁷Los redactados son nuestras interpretaciones; sus verbalizaciones se incluyen en algunos casos como nota al pie.

⁸ “...un mismo problema se puede decir de muchas maneras (...) que te hagan hacer la misma operación”.

Cuadro 4. Instrumentos de investigación para la identificación de los sistemas de creencias y su origen y proceso de formación en el ESTUDIO DE CASOS



goría de problemas aparte, los *de ingenio*, que también son considerados *de matemáticas*. En cuanto a su naturaleza, parece convencida que los problemas tienen sentido en la clase de matemáticas⁹, a pesar de que éstos vienen caracterizados por el hecho de que hacen referencia a contextos familiares cotidianos. En cuanto a las matemáticas, considera que tienen un importante componente de *razonamiento*¹⁰, pero también *instrumentalista*, de funcionalidad¹¹. Con relación a la RP, el aspecto clave es la obtención del resultado correcto, pero también lo es la explicación del proceso. Finalmente, a pesar de que considera que *aprendiendo matemáticas* es como se aprende a resolver problemas, está también convencida de que existen otros aspectos no menos importantes, como conocer estrategias, aplicar el *sentido común*, y controlar en la medida de lo posible algunos aspectos emocionales.

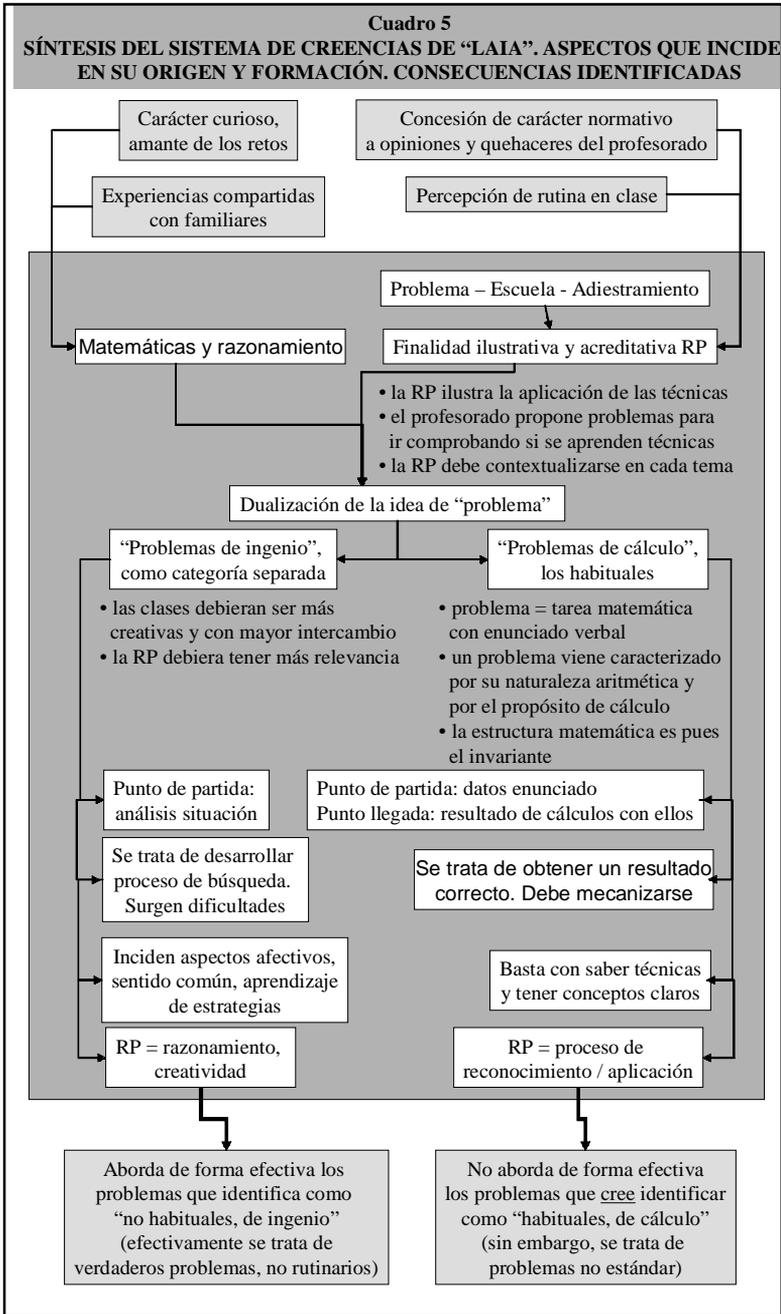
Invitamos al lector a observar con detalle el mapa de la estructura del sistema de creencias presentado en el anexo, el cual nos permite visualizar una compleja interrelación (una maraña) de creencias, algunas de ellas mantenidas con mucha fuerza (*centrales*, destacadas en negrita), otras que son el origen (*primarias*, resaltadas en fondo gris) de unas relaciones que vienen ilustradas por conectores de color negro (relaciones casi-lógicas) y por supuesto no se excluyen numerosas contradicciones e incoherencias identificadas o inferidas (resaltadas mediante conectores de color gris). Los clusters de creencias vienen enmarcados en recuadros; pero a pesar de su estructura “cerrada” mantienen conexiones los unos con los otros mediante relaciones que ilustramos en el propio mapa. Es el análisis detallado de esta estructura, de los múltiples componentes que la definen y a su vez, de forma no menos importante, de las fuentes de información que nos dan luz al proceso de este sistema de creencias, lo que nos permite emitir hipótesis explicativas sobre el conjunto del caso que hemos sintetizado en el cuadro 5.

Así, en particular, y en relación a los aspectos y agentes identificados como relevantes en el proceso de formación de sus creencias, queremos destacar cuatro, todos ellos remontándose a su época de Educación Primaria, y sin que este orden suponga necesariamente una priorización: en primer lugar, el papel jugado por el hermano y el padre de Laia, que consiste en “compartir” retos y experiencias con relación a las matemáticas; en segundo lugar, su carácter curioso y amante de los retos; también lo es el fuerte papel normativo que Laia ha otorgado al profesorado y los exámenes, ambos principalmente desde una perspectiva sancionadora; finalmente, también cabe considerar la naturaleza rutinaria y de poca dificultad que ha percibido en la mayoría de las tareas de clase.

⁹ “...en clase todo es ficticio”.

¹⁰ “...a pesar de que hace falta saber matemáticas para resolver un problema, también tienes que razonar”.

¹¹ “...es como si te estuvieses entrenando para lo que pudiese pasar”.



Esta doble naturaleza de aspectos y agentes, la llevan precisamente a una visión dualista de las matemáticas y de la RP: por una parte una visión moderadamente rígida de la naturaleza de los “problemas habituales” y de la manera de proceder en su resolución (mecanicista); por otra parte una visión rica en cuanto a la manera de proceder en los problemas que ella asume como retos (los que denomina “problemas de ingenio”), una visión creativa alternativa de las matemáticas. Sin embargo, la primera se antepone a la segunda: estamos hablando de las “matemáticas importantes”, las habituales, las de clase, y aparte están los “problemas de ingenio”, sin finalidad escolar clara, y por supuesto sin finalidad de “adiestramiento”, a los cuales concede suma importancia.

Y precisamente la consecuencia con relación a esta dualidad es la doble manera de proceder en tanto en cuanto distingue varias naturalezas de tarea, no siendo sin embargo lo suficientemente flexible como para proceder de forma creativa en todos los problemas no estandarizados. Así, por una parte en aquellos problemas no rutinarios que le fueron propuestos y que Laia fácilmente identificó como tales, desarrolló en el abordaje esquemas de actuación efectivos (y creativos), aunque limitados. Sin embargo, por otra parte, ante problemas que ella creyó identificar como “los habituales, de cálculo” (nos referimos a dos en particular de las Pruebas de Problemas, que sin embargo contenían elementos que los convertían en no estandarizados), aparece el componente normativo de su sistema de creencias: dedica sus esfuerzos a identificar la estructura matemática de estos problemas y toma los datos numéricos como punto de partida del proceso de resolución, convirtiendo ésta en un proceso mecánico, ciego, por supuesto ineficaz, que no responde al nivel de reflexión que Laia es capaz de mantener en otro tipo de tareas escolares.

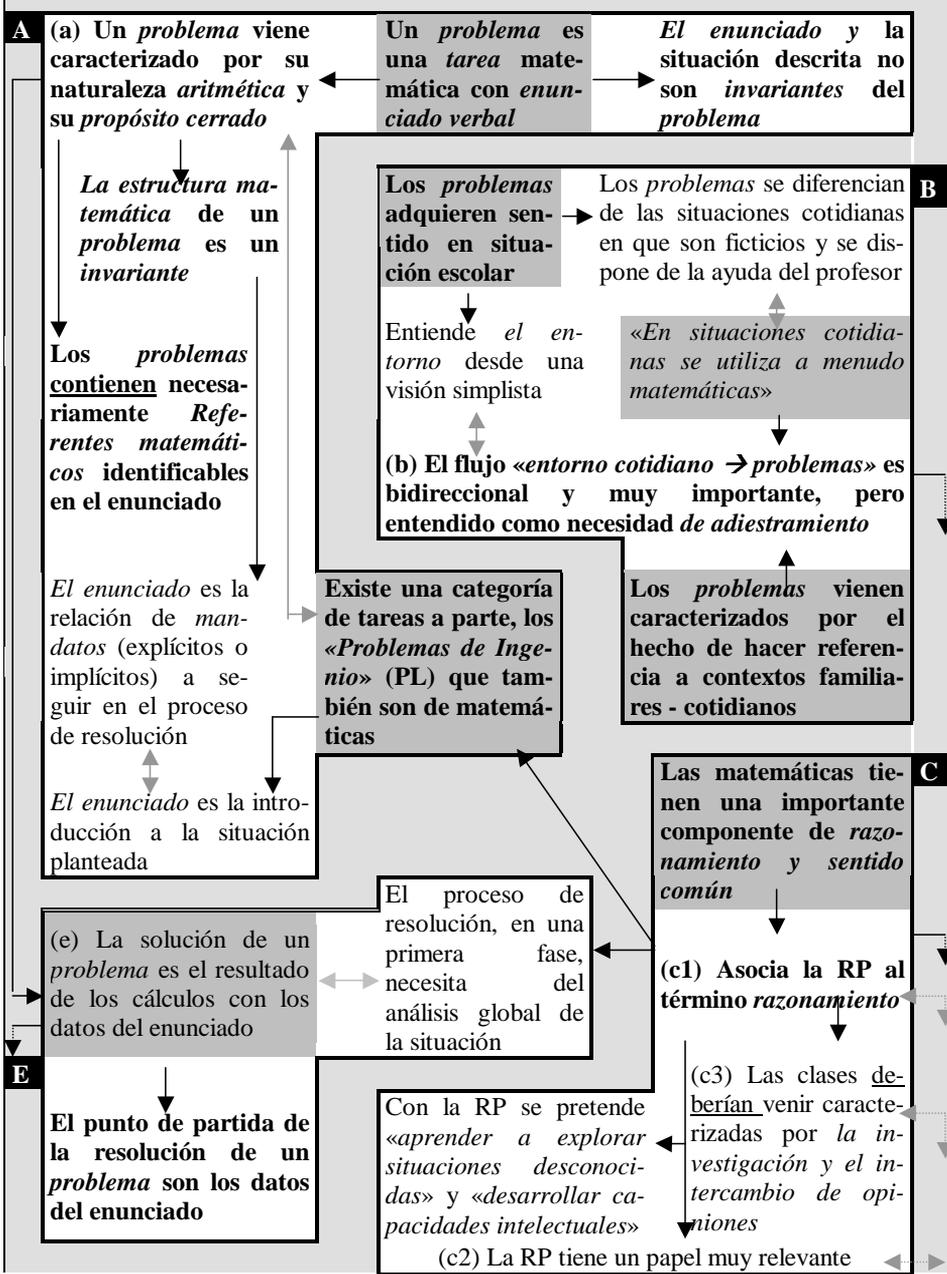
PARA CONCLUIR

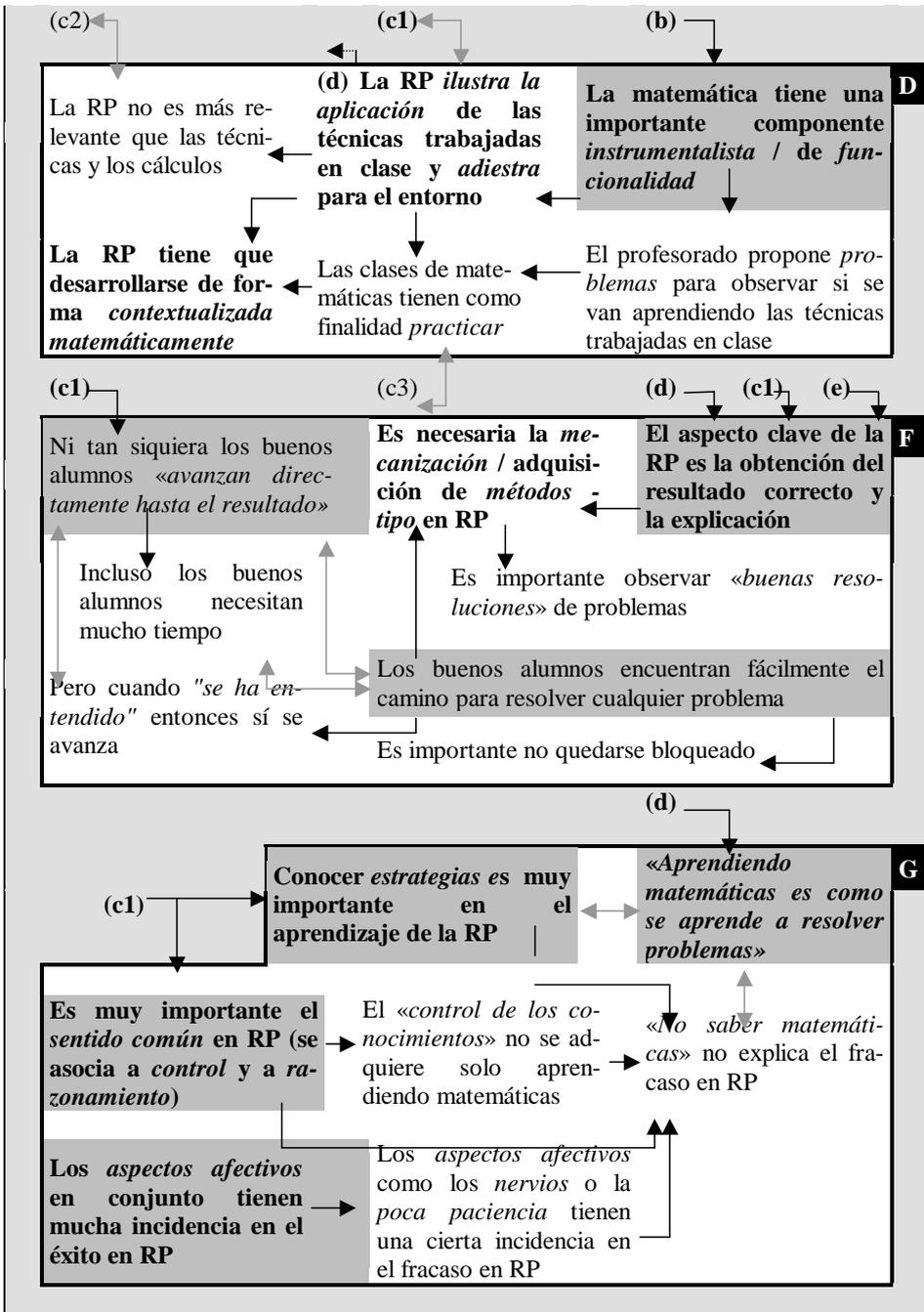
En estas páginas, a través del estudio de un caso, y enmarcado en una línea de investigación, hemos tratado de presentar un aspecto (los sistemas de creencias) y unos instrumentos (los mapas de creencias) que nos dan perspectivas desde las que analizar determinados errores, bloqueos o dificultades del alumnado cuando resuelve problemas de matemáticas. A pesar de la complejidad del tema, nos gustaría que con los datos presentados y el proceso seguido, hubiésemos aportado alguna luz al respecto.

Sin embargo, y desde el contraste con nuestra realidad concreta de profesores, mañana mismo, en nuestras próximas clases, cursos y nuestro quizás agobiante día a día, nos preguntamos de qué forma podemos diagnosticar y evaluar las creencias del alumnado, cómo podemos crear ambientes y entornos de aprendizaje que ayuden a los alumnos a abordar la actividad matemática con espíritu abierto, crítico y flexible, cómo podemos educar a las jóvenes generaciones iniciándoles en los rudimentos de una ciencia con la que pueden disfrutar y constatar sus potencialidades y capacidades para comprender, definir

o demostrar. Son preguntas que nosotros mismos nos hemos formulado, a las que no hemos podido dar cabida en estas páginas, pero que hemos abordado en otro trabajo (Vila y Callejo, 2004) e invitamos al lector a encontrar sus propias respuestas.

ANEXO. MAPA DE LA ESTRUCTURA DEL SISTEMA DE CREENCIAS IDENTIFICADAS EN "LAIA" EN TORNO A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS





REFERENCIAS

- [1] P. ABRANTES, “El papel de la Resolución de Problemas en un contexto de innovación curricular”. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, **8** (1996) 7–18.
- [2] J. BLISS Y OTROS, *Qualitative Data Analysis for Educational Research. A guide to uses as systemic networks*. 1983, Croom Helm, London.
- [3] M.L. CALLEJO, *Un Club Matemático para la diversidad*. 1994, Narcea, Madrid.
- [4] M.L. CALLEJO Y J. CARRILLO, “Elementos de resolución de problemas, cinco años después. Ponencia basada en el libro de Luis Puig (1996) sobre su tesis doctoral (1993)”. En: J.R. PASCUAL BONIS (ED.), Segundo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. 2001, Universidad Pública de Navarra, Pamplona, 87–105.
- [5] M.L. CALLEJO Y A. VILA, “Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas: Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la Educación Secundaria”. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana* **X** (2) (2003) 173–194. <http://www.ma.usb.ve/bo1-amv/vol10.html#numero2> (consultado 13/02/04).
- [6] J. CARRILLO, *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: de profesores de matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones*. Tesis Doctoral Univ. de Huelva. 1996, Universidad de Huelva Publicaciones, Huelva.
- [7] L.C. CONTRERAS, *Concepciones de los profesores sobre la Resolución de Problemas*. 1999, Servicio Publicaciones Universidad de Huelva, Huelva.
- [8] I.M. GÓMEZ CHACÓN, *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. 2000, Narcea, Madrid.
- [9] T.F. GREEN, “Teaching and the Formation of Beliefs”. En: *The Activities of Teaching*. 1971, McGraw Hill, New York (Cap. 3).
- [10] M. DE GUZMÁN, *Para pensar mejor*. 1995, Pirámide, Madrid.
- [11] J. KILPATRICK, “A Retrospective Account of the Past 25 Years of Research on Teaching Mathematical Problem Solving”. En: E.A. SILVER (ED.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. 1985, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale. 1–15.
- [12] F.K. LESTER, “Why is problem solving such a problem? Reactions to a Set of Research Papers”. 1987, PME, Montreal.

- [13] S. LLINARES, *Los mapas cognitivos como instrumento para investigar las creencias epistemológicas de los profesores*. En MARCELO (ED), *La investigación sobre la formación del profesorado: métodos de investigación y análisis de datos*. Cincel, Buenos Aires, 1992. pp. 57–95
- [14] J. MASON, L. BURTON Y K. STACEY, *Pensar Matemáticamente*. 1988, Labor-MEC, Madrid (versión original de 1982).
- [15] D.B. MCLEOD, “*Research on Affect in Mathematics Education: A reconceptualization*”. En: D.A. GROWS, (ED.), *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*. 1992, MacMillan, New York, 575–596.
- [16] E. PEHKONEN Y G. TÖRNER, “*Mathematical Beliefs and Different Aspects of their Meaning*”. *ZDM*, **96**(4) (1996) 101–108.
- [17] E. PEHKONEN Y G. TÖRNER, “*Introduction to the Abstract Book for the Oberwolfach Meeting on Belief Research*”. En E. PEHKONEN Y G. TÖRNER (ED.), *Abstract of the “Mathematical Beliefs and their Impact on Teaching and Learning of Mathematics”*, (1999) 3–10. Versión PDF: http://www.uni-duisburg.de/FB11/PROJECTS/MFO_Beliefs.html (consultado 13/02/04)
- [18] L. PUIG, *Elementos de resolución de problemas*. 1996, Comares, Granada.
- [19] M. ROKEACH, *Beliefs, Attitudes and Values*. 1968, Jasssey-Bass, San Francisco.
- [20] A.D. SCHOENFELD, “*What’s all the fuss about Problem Solving?*”. *ZDM*, **91** (9) (1991) 4–8.
- [21] A.H. SCHOENFELD, “*Learning to think mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense-Making in Mathematics*”, D.A. GROWS (EDS), *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*. 1992, MacMillan, New York. 334–389.
- [22] A. VILA, *Una anàlisi dels enunciats de problemes de matemàtiques a 1r de BUP. Causes i conseqüències de les característiques estudiades*. Trabajo inédito del Programa de Doctorado en Did. de les Matemàtiques, UAB. Barcelona. 1993.
- [23] A. VILA, “*¿Problemas de matemáticas? ¿Para qué? Una contribución al estudio de las creencias de los profesores/as y alumnos/as*”. Actas de las VII JAEM. 1995, Madrid. 32–35.
- [24] A. VILA, *Resolució de problemes de matemàtiques: identificació, origen i formació dels sistemes de creences en l'alumnat. Alguns efectes sobre l'abordatge dels problemes*. Tesis doctoral. 2001, Universitat Autònoma de Barcelona. Versión PDF en www.tdcat.cesca.es/TDCat-0925101-170122/ (consultado 13/02/04).

- [25] A. VILA Y M.L. CALLEJO, *Pensar en clase de matemáticas. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. 2004, Narcea, Madrid (en imprenta).

Antoni Vila
I.E.S. Gabriel Ferrater
Reus

María Luz Callejo
Instituto de Estudios Pedagógicos
Somosaguas, Madrid
Correo electrónico: callejo@ieps.es